# Отчет по Лабораторной работе №8

Чепиго Дарья
ИУ7-44Б

**Условие задачи:**

Реализация и исследование отсечения отрезка регулярным отсекателем алгоритмом Кируса-Бека.

**Этапы работы программы:**

1. Ввод отсекателя
2. Ввод произвольных отрезков (не одного, а нескольких) - можно сделать мышкой, но клавиатурный ввод должен быть
3. Выполнение отсечения: границы отсекателя показать одним цветом, отрезок – другим, результат отсечения – третьим.

**Алгоритм Кируса-Бека:**

Отметим форму, в которой описываются отрезки в данном алгоритме (параметрическая форма задания отрезка):

$$P(t) = P1 + (P2 - P1) * t$$

где t - параметр ($0 <= t <= 1$).

Это векторное уравнение, которое в двумерной графике можно свести к двум одномерным параметрическим уравнениям следующего вида:

$$Px(t) = P1.x + (P2.x - P1.x) * t$$

$$Py(t) = P1.y + (P2.y - P1.y) * t$$

параметр t так же принадлежит [0, 1]

Если значение параметра t лежит вне [0, 1], то пересечение происходит с продолжением отрезка (получается, что его нет). Такие пересечения отвергаются.

*Вектор внутренней нормали* $n\_v$ - вектор, перпендикулярный грани многоугольника и направлен внутрь этого многоугольника. Это проверяется аналитическим выражением следующего вида:

$$n\_v * (B - A) >= 0$$

где A - точка грани, из которой исходит данная нормаль, а B любая другая точка нормали (следует брать точку, не принадлежащую рассматриваемой грани, иначе скалярное произведение будет равно 0.)

Следующий вектор:

$$[P(t) - f\_i]$$

где $f\_i$ - произвольная точка рассматриваемой грани (не совпадающая с точкой пересечения рассматриваемых грани и отрезка)

Проанализируем скалярное произведение этого вектора и вектора нормали к рассматриваемой грани:

$n\_v*[P(t)-f\_i] > 0$ - вектор направлен внутрь области многоугольника (из скалярного произведения следует, что угол между вектором и вектором внутренней нормали $< 90$).

$n\_v * [P(t) - f\_i] = 0$ - вектор перпендикулярен нормали (то есть параллелен грани)

$n\_v * [P(t) - fif\_i] < 0$ - направлен вне области многоугольника (противоположность первой ситуации)

В зависимости t, рассматриваемая точка P(t) может находиться как внутри, так и вне области многоугольника относительно рассматриваемой грани, однако в данном случае нас больше интересует тот факт, что мы можем определить «входит» или «выходит» отрезок из многоугольника при пересечении определенной грани.

Если отрезок пересекает грань и его начало было внутри многоугольника относительно этой грани, то получается что при пересекании он выйдет за грань и за пределы многоугольника.

Рассмотрим подробнее ситуацию:

$$n\_v * [P(t) - f\_i] = 0$$

когда вектор, состоящий из точки отрезка P(t) и точки f_i грани параллелен этой грани. Очевидно, что если стоит задача построить параллельную прямую к некоторой прямой L через точку A, находящейся на этой прямой L, то решение этой задачи - прямая, совпадающая с прямой L. Из этого следует, что $n\_v * [P(t) - fi] = 0$ выполняется тогда, когда вектор лежит на одной прямой с гранью $[P(t) - fi]$, а P(t) для некоторого t - точка пересечения грани и отрезка.

Подставим параметрическую форму уравнения в данное выражение:

$$n\_v * [P1 + (P2 - P1)t - f\_i] = 0$$

Преобразуем:

$$n\_v * [P1 - f\_i] + n\_v * [P2 - P1]t = 0$$

В данном уравнении вектор $[P2 - P1]$ - вектор, определяющий направление (ориентацию) отрезка, а вектор $[P1 - f\_i]$ рассматривался выше в общем виде, но в данном случае - вектор, соединяющий некоторую точку грани с началом отрезка (по его скалярному произведению с внутренней нормалью можно судить о положении отрезка относительно внутренней нормали)

Введем обозначения:

$$Wi = n\_v[P1 - f\_i]$$
$$D = n\_v[P2 - P1]$$

Выразим t из уравнения (*), используя обозначения выше:

$$t = -Wi/D$$

Данное выражение нельзя рассматривать при Dск = 0.

Рассмотрим случаи, когда Dск = 0:

1. Вектор ориентации отрезка вырожден (нулевой). Такой случай нас не очень интересует.

2. Dск перпендикулярен n_v. Получается, что отрезок парллелен грани. Здесь может быть 2 случая:

   (a) отрезок лежит вне многоугольника относительно грани - он однозначно не видим. Заканчиваем операцию отсечения данного отрезка.

   (b) Отрезок лежит внутри многоугольника относительно грани - тогда следует перейти на следующую итерацию и продолжить операцию отсечения.

   Определить "вне"или "внутри"легко с помощью вектора Wi. Этот вектор начинается в некоторой точке рассматриваемой грани многоугольника и заканчивается в некоторой точке отрезка. Можно сказать, что он направлен "от грани к отрезку". Внутренняя нормаль начинается в некоторой точке грани и может быть направлена к отрезку и в противоположную сторону. Проверяется это, например, вот таким скалярным произведением:

   $$Wi = n\_v[P1 - f\_i]$$

   Если скалярное произведение $< 0$, то угол между вектором нормали и вектором, направленным к отрезку $> 90$, и вектор лежит вне фигуры, иначе - внутри.

Осталось решить только одну проблему: какие конкретно значения t выбрать в качестве начального и конечного. Очевидно, что если отрезок виден, то он виден относительно всех граней. Из этого можно сделать вывод, что если отрезок входит в многоугольник относительно какой-то грани, то относительно других граней он должен был уже войти (то есть надо выбирать в качестве начала последний вход), и при этом не должен был выйти (то есть получается последний вход должен быть раньше всех выходов).

С выходами ситуация та же: выйдя за первую грань, отрезок перестанет быть виден относительно нее и, следовательно, будет на оставшемся промежутке (из этого вывод - в качестве конца следует брать первых выход).

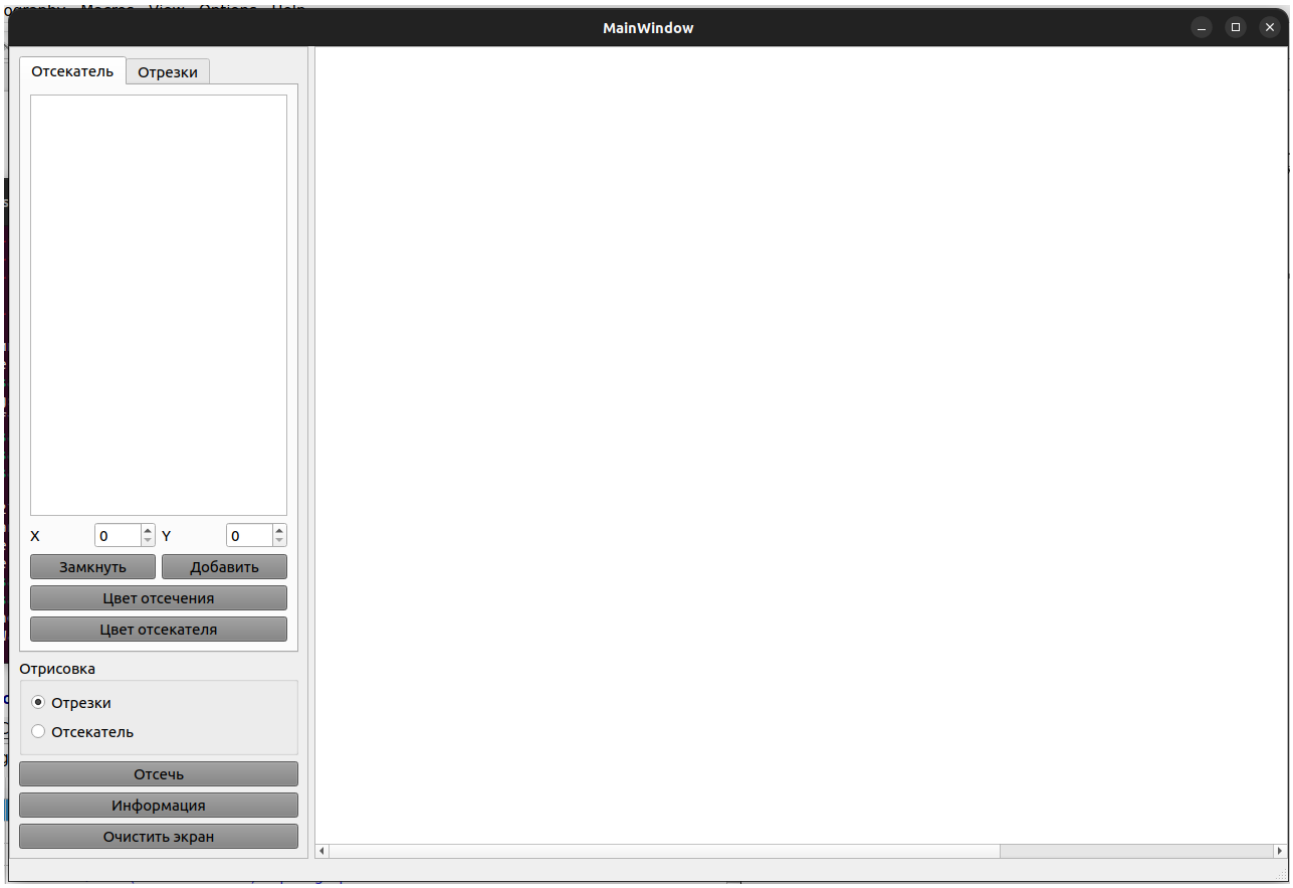
Далее, убедившись, что параметр tвх , соответствующий последнему входу, меньше, чем параметр tвых, соответствующий первому выходу, чертим видимую часть отрезка (если условие не выполняется - не чертим).

**Алгоритм с комментариями из моей программы (файл main.py):**

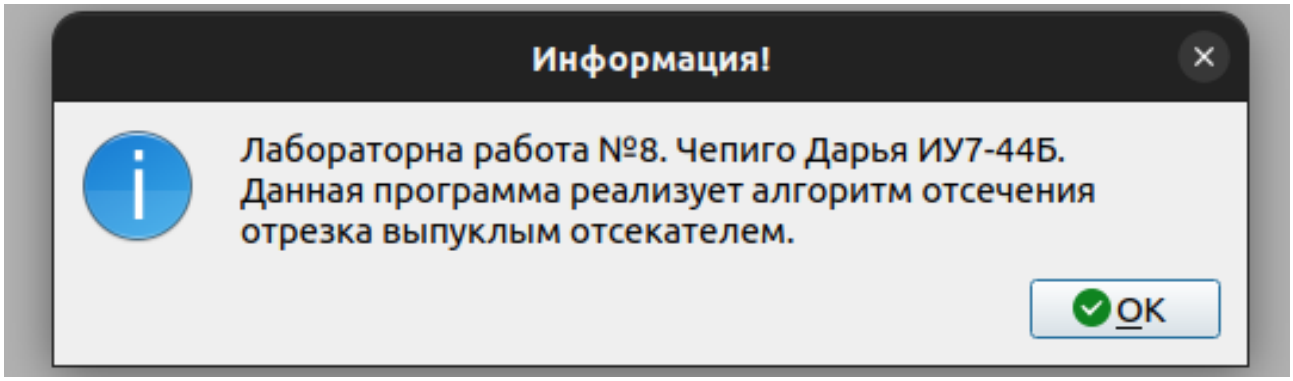
```
def cut_one(line: QLine, count):
# Вычисление директрисы заданного отрезка:
# D = P_2-P_1
d = QPointF(line.x2() - line.x1(), line.y2() - line.y1())

# Инициализация пределов значений параметра t при условии,
# что отрезок полностью видим:
top = 0
bottom = 1

# Начало цикла по всем сторонам отсекателя.
# Для каждой i-ой стороны отсекателя выполнить следующие действия:
for i in range(-2, count - 2):
# Вычисление вектора внутренней нормали к очередной i-ой стороне отсекателя - N_вi
        norm = normal(wind.cutter[i], wind.cutter[i + 1], wind.cutter[i + 2])

        # Вычисление вектора W_i=P_1-f_i (f_i берем за вершины стороны)
        w = QPointF(line.x1() - wind.cutter[i].x(), line.y1() - wind.cutter[i].y())

        # Вычисление скалярного произведения векторов:
        # W_iскал=W_i N_вi, D_скал=DN_вi
        d_scal = scalar_mult(d, norm)
        w_scal = scalar_mult(w, norm)

        # Если D_скал=0, Если W_скi>0, то отрезок
        # (точка) видим(-а) относительно текущей стороны отсекателя
        if d_scal == 0:
                if w_scal < 0:
                        return []
                else:
                        continue

        # Вычисление параметра t:
        t = -w_scal / d_scal

        if d_scal > 0:
                if t <= 1:
                        top = max(top, t)
                else:
                        return
        elif d_scal < 0:
                if t >= 0:
                        bottom = min(bottom, t)
                else:
                        return


        # Проверка фактической видимости отсечённого отрезка. Если t_н > t_в, то выход
        if top > bottom:
                break

# Проверка фактической видимости отсечённого отрезка.
# Если t_нt_в, то изобразить отрезок в  интервале от P(t_н ) до P(t_в ).
if top <= bottom:
        return QLine(round(line.x1() + d.x() * top), round(line.y1() + d.y() * top),
        round(line.x1() + d.x() * bottom), round(line.y1() + d.y() * bottom))
```

**Интерфейс и примеры работы:**

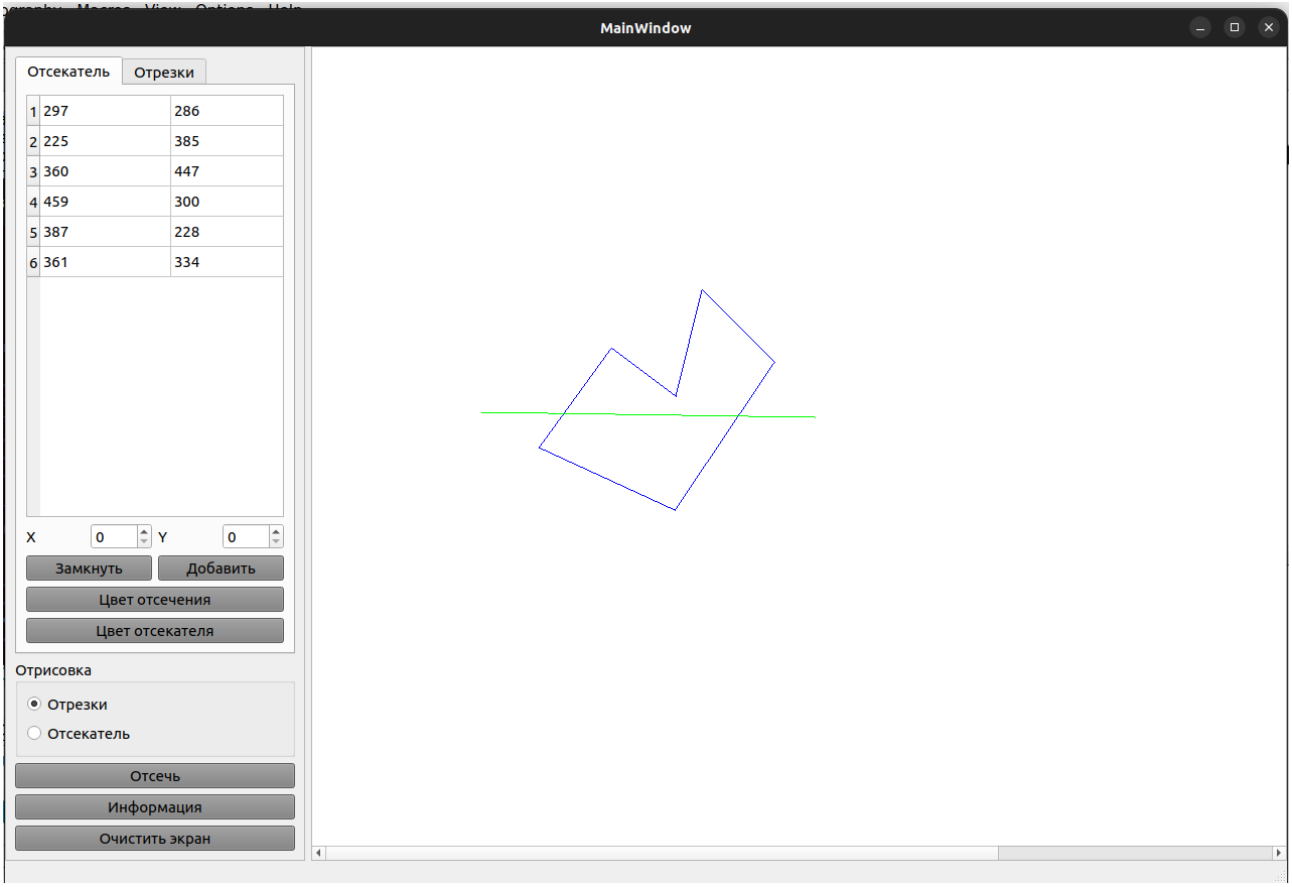
Главное окно:



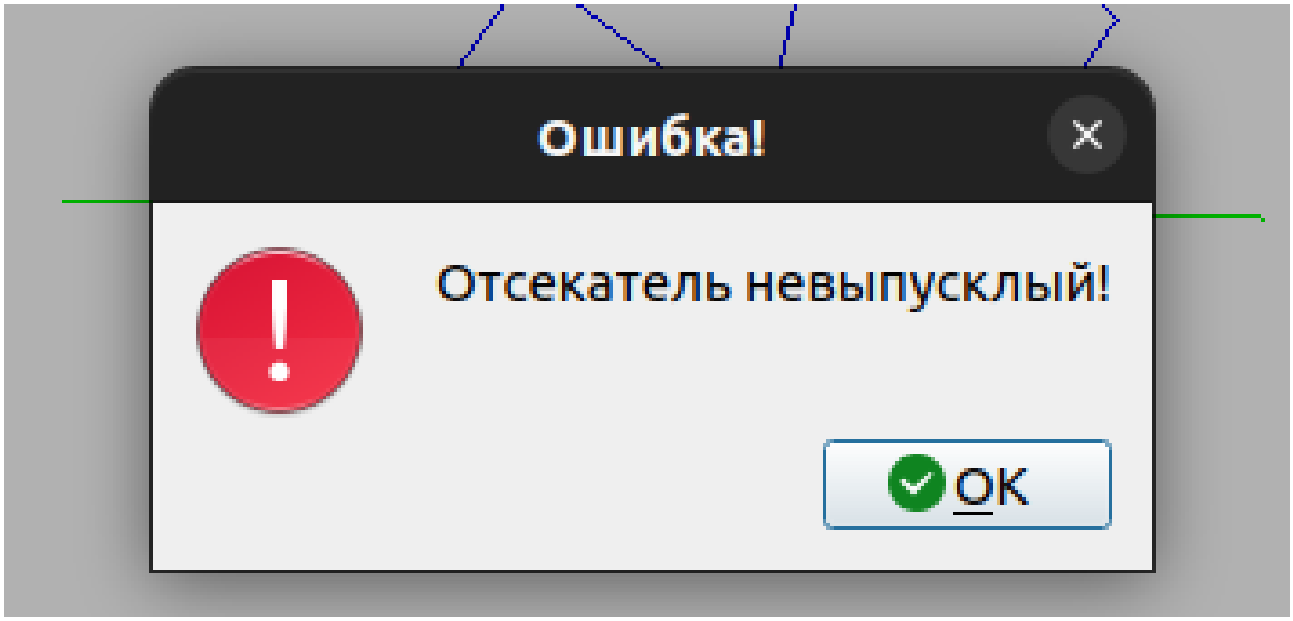

Информация о программе:



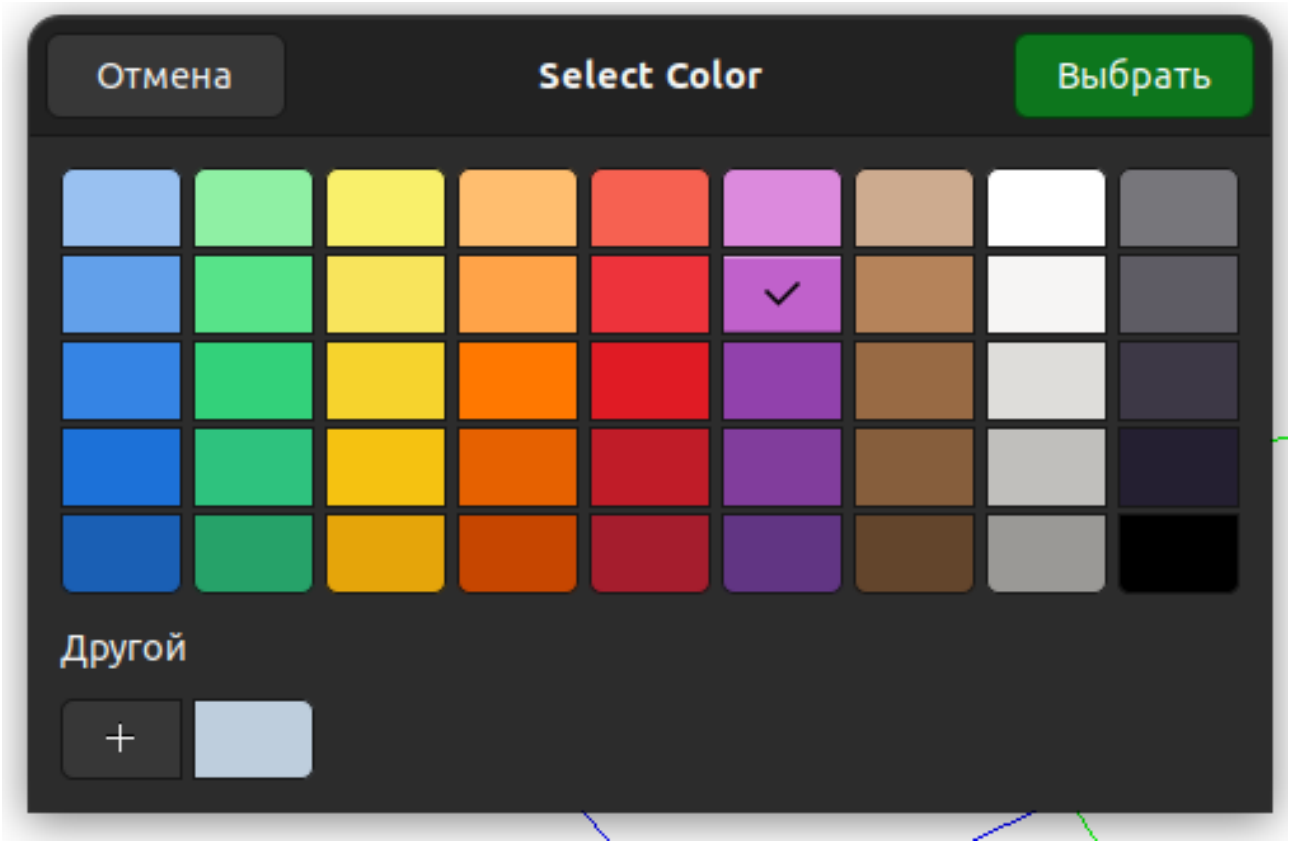
Попробуем задать невыпуклый отсекатель:




отсекаем:



Зададим выпуклый отсекатель и отрезки, выберем цвет отсекаемых отрезков:




отсекаем: