Продолжение табл. 4.1

Название базисных функций	Формулы для расчета	Нормировка аргумента
Степенные полиномы	$\psi_1(x) = 1$ $\psi_2(x) = x$ $\vdots$ $\psi_k(x) = x^{k-1}$	$x = z$
Полиномы Чебышева	$\psi_1(x) = 1$ $\psi_2(x) = x$ $\vdots$ $\psi_k(x) = 2x\psi_{k-1}(x) - \psi_{k-2}(x)$	$x = -1 + \frac{2z}{H}$
Полиномы Лежандра	$\psi_1(x) = 1$ $\psi_2(x) = x$ $\vdots$ $\psi_k(x) = \frac{2k-1}{k} x\psi_{k-1}(x) - \frac{k-1}{k}\psi_{k-2}(x)$	$x = -1 + \frac{2z}{H}$

Примечание. Нормировка аргумента вводится для обеспечения ортогональности базисных функций $\psi_k(z)$ на интервале $[0, H]$.

Приближенное каноническое разложение случайной функции

Одним из способов повышения информативной емкости имеющегося набора базисных функций является построение приближенного канонического разложения пространственного распределения. Рассмотрим кратко основные его положения.

Пусть исходное распределение $\varphi(\vec{r})$ аппроксимируется выражением (4.14), где функции $\psi_k(\vec{r})$ представляют собой достаточно произвольный

линейно независимый базис. Тогда в общем случае коэффициенты B_k, рассчитываемые по формуле (4.15) в каждый дискретный момент поступления вектора наблюдений $\vec{C}$, будут коррелированы между собой по времени, т.е. корреляционные моменты, определяемые как

$$K^B_{ij} = E\left[(B_i - E(B_i))(B_j - E(B_j))\right], \tag{4.16}$$

будут отличны от нуля: $K^B_{ij} \neq 0$ при $i \neq j$.

В работе [9] приводится практический алгоритм построения приближенного канонического разложения вида:

$$\hat{\varphi}(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{m} V_k \Phi_k(\vec{r}), \tag{4.17}$$

где коэффициенты V_k не коррелированы друг с другом по времени:

$$K^V_{ij} = E\left[(V_i - E(V_i))(V_j - E(V_j))\right], \tag{4.18}$$

$K^V_{ij} = 0$ при $i \neq j$.

Новый базис функций разложения связан с исходным следующими линейными соотношениями:

$$\Phi_k(\vec{r}) = \psi_k(\vec{r}) + \sum_{\lambda=k+1}^{m} a_{\lambda k}\psi_\lambda(\vec{r}), \quad k = \overline{1,m}, \tag{4.19}$$

а коэффициенты $a_{\lambda k}$ определяются через взаимные корреляционные моменты K^B_{ip} следующим образом:

$$\begin{cases} a_{i1} = \dfrac{K^B_{i1}}{K^B_{11}}; \\ \vdots \\ a_{ip} = \dfrac{1}{D^V_p}\left[K^B_{ip} - \sum\limits_{\lambda=1}^{p-1} a_{i\lambda} a_{p\lambda} D^V_\lambda\right], \end{cases} \tag{4.20}$$

$$D^V_p = K^B_{pp} - \sum_{\lambda=1}^{p-1} (a_{p\lambda})^2 D^V_\lambda .$$

Теоретически можно показать, что если исходный базис функций $\psi_k(\vec{r})$ является ортогональным на области рассмотрения функции $\varphi(\vec{r})$, то ряд (4.17) в общем случае сходится быстрее, чем ряд (4.14). Иными словами, ис-