Universidad Nacional de Costa Rica

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Escuela de Informática

***Algoritmo de Karatsuba***

Integrantes:

Rebecca Garita Gutiérrez

M. Fernanda González Arias

David Guevara Sánchez

Luis Villalobos González

Horario:

M-V: 10am, G01.

Profesor:

Dr. Carlos Loría Sáenz.

***Índice***

[***Introducción*** 3](#_Toc10987035)

[***Marco Teórico*** 4](#_Toc10987036)

[***Historia e implementación*** 4](#_Toc10987037)

[***Tiempos de corrida*** 5](#_Toc10987038)

[***Tiempos de corrida obtenidos*** 5](#_Toc10987039)

[***Ejemplos de uso*** 6](#_Toc10987040)

[***Ejemplo 1.*** 6](#_Toc10987041)

[***Ejemplo 2*** 6](#_Toc10987042)

[***Conclusiones*** 8](#_Toc10987043)

[***Bibliografía*** 9](#_Toc10987044)

# ***Introducción***

Los algoritmos en informática se pueden clasificar según algunos métodos, en el caso de Karatsuba, se le conoce como un “divide y conquista”, ya que cumple las características de este diseño de implementación en algoritmia.

En esta investigación, se describirá, como el autor implementó el algoritmo y su historia, además de algunos ejemplos y tiempos de corrida. Por otro lado, se comparará el “algoritmo natural” de multiplicación con el de Karatsuba y ver cual de los dos es más “eficiente”.

Además, se darán ejemplos de uso del algoritmo y además se busca que el algoritmo implementado por nosotros cumpla con los tiempos de corrida descritos en la investigación, por lo tanto, se mostrarán algunas gráficas con los resultados obtenidos.

# ***Marco Teórico***

## ***Historia e implementación***

El algoritmo de *Karatsuba* fue planteado por el matemático ruso Anatoli Karatsuba, en los años de 1960 (Karatsuba & Ofman, 1962). El método que Anatoli plantea, que una multiplicación se puede dividir en partes más pequeñas, cada parte con más o menos la mitad de los dígitos que el número originalmente planteado y haciendo una serie de operaciones de suma y multiplicación llegar al resultado de una manera más eficiente.

Este método es característico por ser un “*divide y conquista*”, ya que usa una estrategia de ir reduciendo los números a tal punto que se vuelvan más sencillos de ejecutar, sin embargo, este algoritmo suele emplearse cuando la cantidad de dígitos a multiplicar es bastante grande. Además, este es un método que se efectúa de forma recursiva.

La implementación del algoritmo de Karatsuba, se expresa de la siguiente forma:

Dados dos números “X” y “Y” de una longitud grande en alguna base “B”, se desean separar en grupos más pequeños de más o menos la mitad de la cantidad de números original, utilizando tres multiplicaciones de números más pequeños, sumas y desplazamiento de dígitos.

Primeramente, tomamos:

,

Donde y deben ser menores que . El producto es:

Ahora, notemos qué:

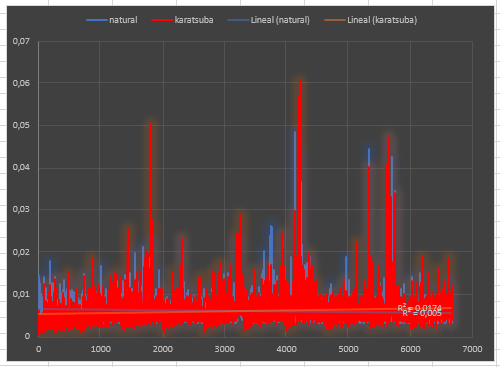
De manera que obtenemos qué:

## ***Tiempos de corrida***

Knuth (citado en Weisstein, s.f), la recursión del algoritmo de Karatsuba tiene una complejidad de . Mientras que el algoritmo de multiplicación comúnmente conocido tiene una complejidad de .

## ***Tiempos de corrida obtenidos***

Después de implementar los algoritmos para el trabajo, obtuvimos los siguientes gráficos:

  
 Gráfico n°1. Prueba de datos

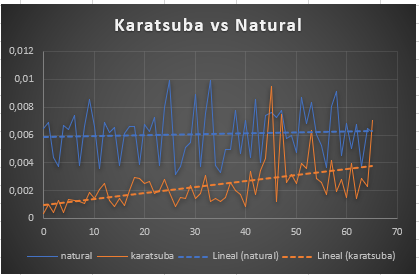


Gráfico n°2. Prueba de datos

## ***Ejemplos de uso***

Podemos tomar números relativamente grandes y aplicar el algoritmo de Karatsuba y el método aprendido en la “escuela”.

### ***Ejemplo 1.***

***Karatsuba***

Se efectuará la multiplicación de , en base 10 y

Siguiendo los pasos anteriores tenemos qué:

R/

***Normal***

### ***Ejemplo 2***

Multiplicación de , en base 10 y .

***Karatsuba***

Siguiendo los pasos anteriores tenemos qué:

R/

***Normal***

# ***Conclusiones***

# ***Bibliografía***

Arias, J. (16 de marzo de 2018). Multiplicar es mas fácil de lo que piensas. Obtenido de *Blog del Instituto de Matemáticas de la Universidad de Sevilla*: https://institucional.us.es/blogimus/2018/03/algebra-y-analisis-cooperan-para-multiplicar/

Karatsuba, A., & Ofman, Y. (02 de Febrero de 1962). Multplication of multidigit numbers on automata. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, págs. Vol. 145 pp. 293-294.

Weisstein, E. (s.f.). *Karatsuba Multiplication.* Indiana: Wolfram Mathworld.