











# Boosting и Bagging













1. Композиции алгоритмов

План

2. Что нужно помнить

3. ML Puzzles

# 1. Композиции алгоритмов



## Теорема Кондорсе о жюри присяжных



Каждый член жюри имеет независимое мнение

Вероятность правильного решения члена жюри выше случайного

Вероятность принятия правильного решения путем голосования стремится к единице с увеличением количества присяжных

# Теорема Кондорсе о жюри присяжных



Каждый член жюри имеет **независимое** мнение

Вероятность правильного решения члена жюри **выше случайного** 

Вероятность принятия правильно решения путем голосования стремится к единице с увеличением количества присяжных

#### Бэггинг



Базовые алгоритмы обучаются на случайной подвыборке исходной выборки с повторениями

Компенсация ошибок алгоритмов, выбросы не попадают в часть выборок

Композиция: усреднение или простое голосование

#### Бэггинг: математика

Пусть  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  — случайные одинаково распределённые случайные величины с дисперсией  $\sigma^2$  и коэффициентом корреляции  $\rho$ . Тогда

$$\mathbf{Var} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \xi_i = \frac{1}{n^2} \mathbf{Var} \sum_{i=1}^{n} \xi_i = \frac{1}{n^2} \mathbf{cov} (\sum_{i=1}^{n} \xi_i, \sum_{j=1}^{n} \xi_j) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1, j=1}^{n} \mathbf{cov} (\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} \left( \sum$$

$$= \frac{1}{n^2} \left( \sum_{i=1}^n \mathbf{cov}(\xi_i, \xi_i) + \sum_{i \neq j} \mathbf{cov}(\xi_i, \xi_j) \right) = \frac{1}{n^2} (n\sigma^2 + n(n-1)\rho\sigma^2) = \frac{1 + \rho(n-1)}{n}\sigma^2$$

# Метод случайных подпространств



Базовые алгоритмы обучаются на случайных подмножествах признаков

При большом числе признаков и небольшом числе объектов

Композиция: усреднение или простое голосование

#### **Random Forest**



Случайное подмножество объектов для каждого дерева

Признак в каждой вершине выбирается из случайного подмножества

Композиция: усреднение или простое голосование

# **Extremely Randomized Trees \***



Для каждого признака пороговые значения выбираются случайно

Для разделения узла выбирается наилучший из случайно сгенерированных порогов

Использовать, когда вы сильно переобучаетесь на RF

# Короеды случайного леса



Глубокие деревья требуют много вычислительных ресурсов, особенно для большой или широкой выборки

Процесс построения деревьев ненаправленный, нужно много деревьев

Неглубокие деревья не могут улавливать сложные закономерности, увеличивается сдвиг

## Бустинг

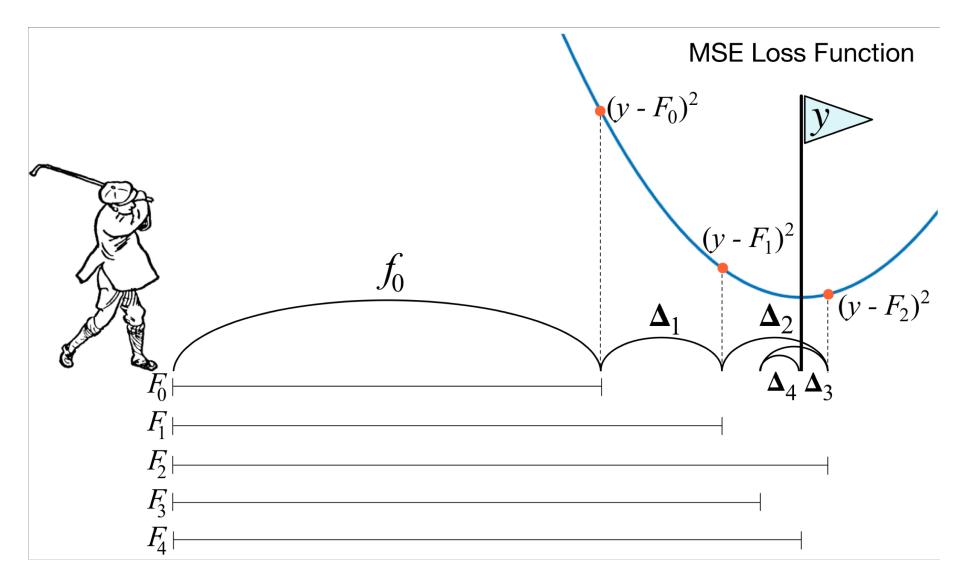


Композиция простых базовых алгоритмов

Алгоритмы строятся последовательно

Каждый следующий алгоритм настраивается на ошибку композиции предыдущих

# Бустинг: аналогия



### Бустинг: математика

$$\sum_{i=1}^{l} L(y_i, a_{N-1}(x_i) + \gamma_N b_N(x_i)) \to \min_{b_N, \gamma_N}$$

1. 
$$s_i = -\frac{\partial L}{\partial z}\Big|_{z=a_{N-1}(x_i)}$$

**2.** 
$$b_N = \arg\min_{b} \sum_{i=1}^{l} (b(x_i) - s_i)^2$$

**3.** 
$$\gamma_N = \underset{\gamma}{\operatorname{arg\,min}} \sum_{i=1}^l L(y_i, a_{N-1}(x_i) + \gamma b_N(x_i))$$

$$\sum_{i=1}^{l} L(y_i, a_{N-1}(x_i) + b_N(x_i)) \approx$$

$$\approx \sum_{i=1}^{l} L(y_i, a_{N-1}(x_i)) + g_i b_N(x_i) + \frac{1}{2} h_i b_N(x_i)^2 + \Omega(b_N)$$

Regularization:  $\Omega(b_N) = \gamma T + \lambda ||w||^2$ , T – leaf count, w – leaf values.

#### Полезные ссылки

- Greedy function approximation: A gradient boosting machine
- XGBoost: A Scalable Tree Boosting System
- LightGBM: A Highly Efficient Gradient Boosting Decision Tree
- Fighting biases with dynamic boosting
- А. Дьяконов «Градиентный бустинг»
- Видео про градиентный бустинг и фишки

# 2. Что стоит помнить



## **Bias-Variance tradeoff**

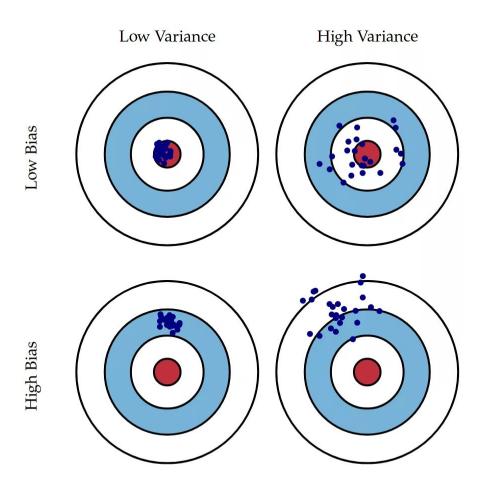


Fig. 1 Graphical illustration of bias and variance.

#### **Bias-Variance tradeoff**



Bagging уменьшает?

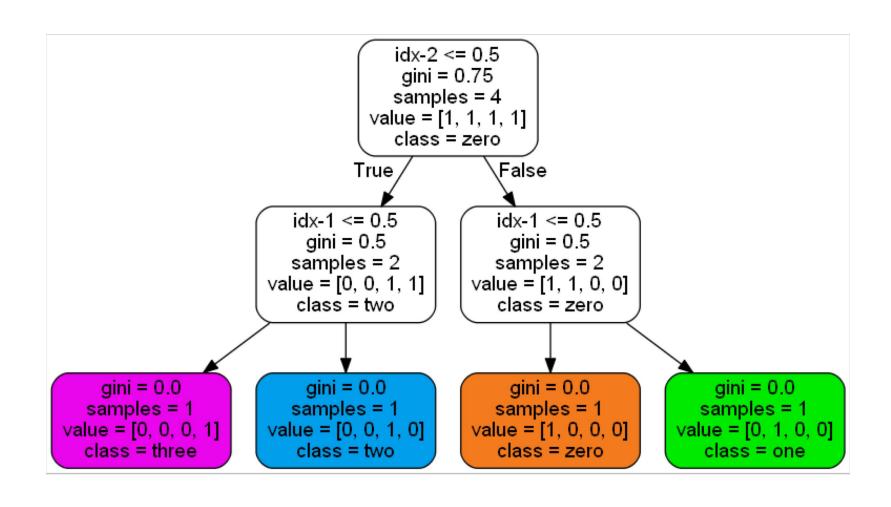
Boosting уменьшает?

#### **Bias-Variance tradeoff**



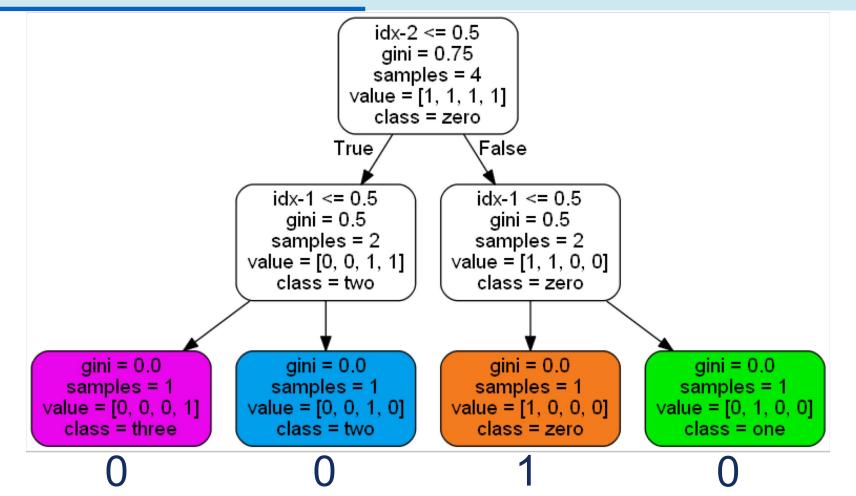
Bagging уменьшает variance
Boosting уменьшает bias

# Альтернативное использование деревьев 1

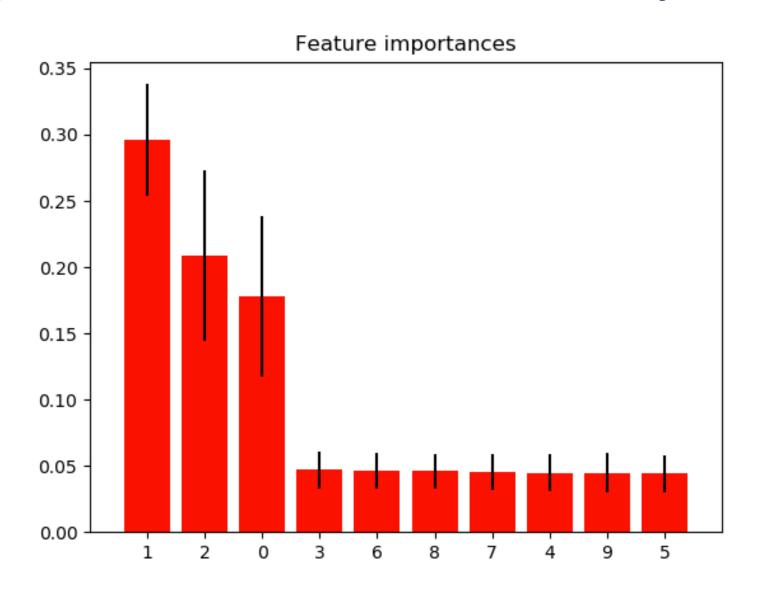


# Альтернативное использование деревьев 2

### sklearn.ensemble.RandomTreesEmbedding

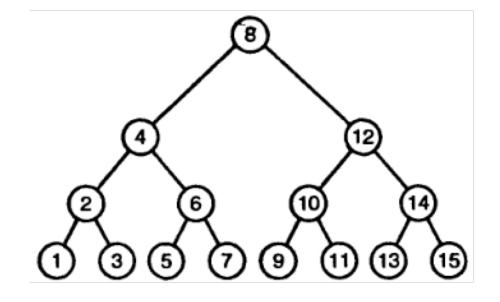


# Альтернативное использование деревьев 3



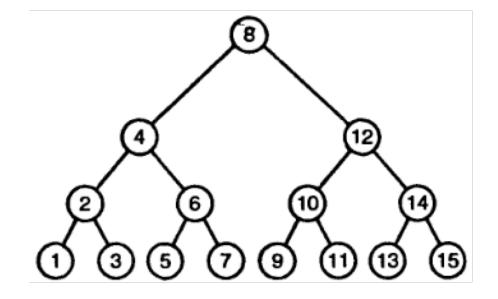
# Накладные расходы

- есть полное бинарное дерево глубины h
- сколько в нёмвершин?



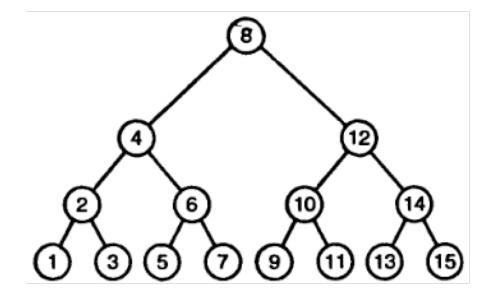
# Накладные расходы

- есть полное бинарное дерево глубины h
- сколько в нём вершин? 2h



# Накладные расходы

- есть полное бинарное дерево глубины h
- сколько в нём вершин? 2h
- сколько памяти займёт лес на 1000 деревьев глубины 20?

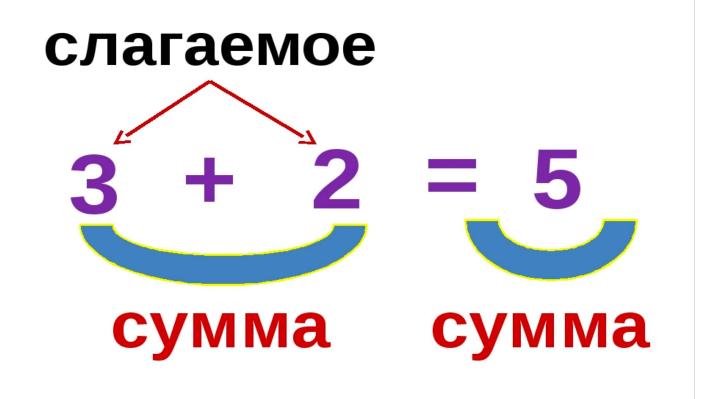


# 3. ML Puzzles



# Сумма

Может ли GB или RF выучить сумму двух чисел?



### Отрицательные числа

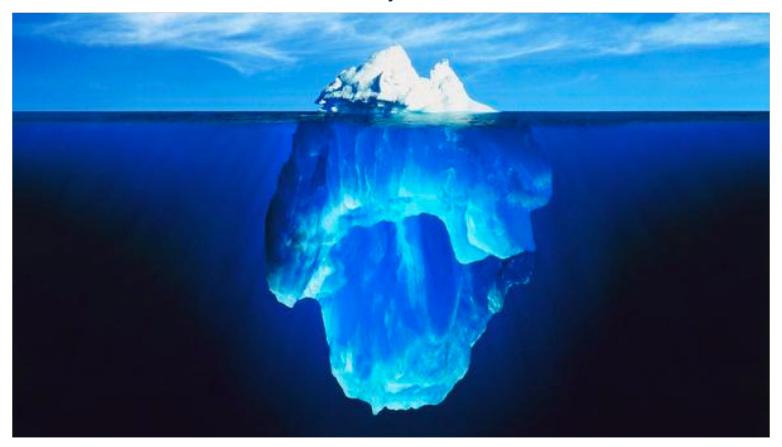
В обучении есть положительные таргеты, а на тесте есть отрицательные предсказания:

- GB
- RF
- Linear models
- kNN



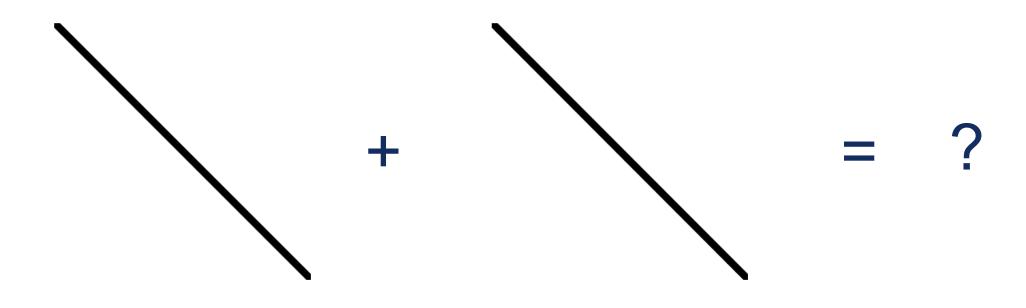
# Глубина деревьев

Какая глубина дерева характернадля бустинга, а какая для бэггинга? И почему?



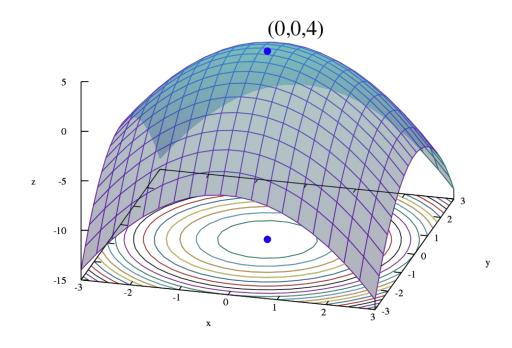
# Немного о линейных моделях

Имеет ли смысл делать бустинг и бэггинг над линейными моделями?



# О разном

Можно ли использовать GB модель для оптимизации фичей с целью максимизации таргета?



## О параллелизме

Как распараллелить бэггинг? А бустинг?

