Algoritmi e Strutture di Dati

Liste implementate tramite array

m.patrignani

Nota di copyright

- queste slides sono protette dalle leggi sul copyright
- il titolo ed il copyright relativi alle slides (inclusi, ma non limitatamente, immagini, foto, animazioni, video, audio, musica e testo) sono di proprietà degli autori indicati sulla prima pagina
- le slides possono essere riprodotte ed utilizzate liberamente, non a fini di lucro, da università e scuole pubbliche e da istituti pubblici di ricerca
- ogni altro uso o riproduzione è vietata, se non esplicitamente autorizzata per iscritto, a priori, da parte degli autori
- gli autori non si assumono nessuna responsabilità per il contenuto delle slides, che sono comunque soggette a cambiamento
- questa nota di copyright non deve essere mai rimossa e deve essere riportata anche in casi di uso parziale

Sommario

- Il tipo astratto di dato lista
  - tipologie di liste e strategie di realizzazione
- Realizzazione delle liste con array
  - uso di tre array
  - uso di un solo array
  - liste disomogenee

Liste

- Le liste sono strutture di dati in cui gli oggetti sono disposti in una sequenza lineare
  - si assume che l'utente voglia scorrere gli elementi tramite un iteratore
- Tipo astratto: lista di interi
  - domini
    - il dominio di interesse è l'insieme delle liste L di interi
    - dominio di supporto: gli iteratori I che identificano le posizioni
    - dominio di supporto: gli interi Z = {0, 1, -1, 2, -2, …}
    - dominio di supporto: i booleani B = {true, false}

Realizzazione di una lista

- Costanti
  - la lista vuota viene realizzata tramite la funzione `NEW_LIST(maxsize)`
    - ritorna il riferimento ad una lista vuota che può contenere al massimo `maxsize` elementi
  - l'iteratore non valido è solitamente uno specifico valore dell'iteratore
- Operazioni di aggiornamento
  - l'inserimento in testa alla lista INSERT: $L \times Z \rightarrow L$ viene realizzato tramite la funzione `INSERT(l,x)`
  - l'inserimento in coda ADD: $L \times Z \rightarrow L$ viene realizzato tramite la funzione `ADD(l,x)`
  - l'eliminazione di un elemento a partire dal suo iteratore DELETE: $L \times I \rightarrow L$ viene realizzata tramite la funzione `DELETE(l,i)`
  - la ricerca e l'eliminazione di un elemento DELETE: $L \times Z \rightarrow L$ viene realizzata tramite la funzione `DELETE(l,x)`

Operazioni possibili sulle liste

- Altre operazioni di aggiornamento
  - l'inserimento prima di una posizione specifica INSERT_BEFORE: $L \times I \times Z \rightarrow L$ viene realizzato tramite la funzione `INSERT_BEFORE(l,x,i)`
  - l'inserimento dopo una posizione specifica ADD_AFTER: $L \times I \times Z \rightarrow L$ viene realizzato tramite la funzione `ADD_AFTER(l,x,i)`
  - lo svuotamento della lista EMPTY: $L \rightarrow L$ viene realizzato tramite la funzione `EMPTY(l)`

Operazioni possibili sulle liste

- Operazioni di consultazione
  - l'iteratore del 1° elemento della lista HEAD: L $\rightarrow$ I si ottiene tramite la funzione `HEAD(l)`
    - ritorna l'iteratore non valido se la lista è vuota
  - l'iteratore successivo all'iteratore corrente NEXT: L $\times$ I $\rightarrow$ I si ottiene tramite la funzione `NEXT(l,i)`
    - ritorna l'iteratore non valido se `i` è l'iteratore dell'ultimo elemento
  - l'iteratore precedente all'iteratore corrente PREV: L $\times$ I $\rightarrow$ I si ottiene tramite la funzione PREV(`l`,i)
    - ritorna l'iteratore non valido se `i` è l'iteratore del primo elemento
  - l'intero associato alla posizione specificata da un iteratore INFO: L $\times$ I $\rightarrow$ Z si ottiene con la funzione INFO(`l`,i)

Operazioni possibili sulle liste

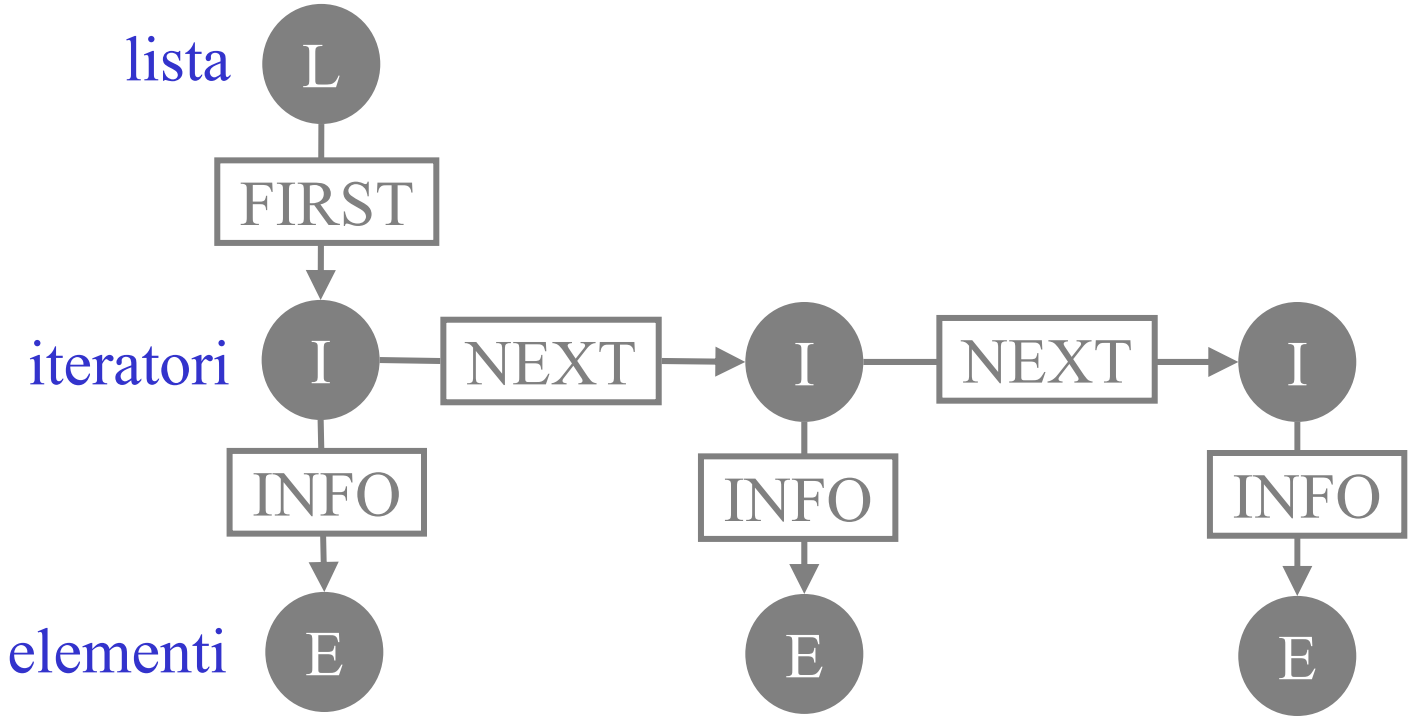
- Altre operazioni di consultazione
  - la ricerca della posizione di un elemento SEARCH: $L \times Z \rightarrow I$ si ottiene tramite la funzione `SEARCH(l,k)`
    - ritorna l'iteratore dell'elemento con chiave `k` nella lista `l` oppure l'iteratore non valido
  - l'iteratore associato all'ultimo elemento della lista LAST: $L \rightarrow I$ si ottiene tramite la funzione `LAST(l)`
    - ritorna l'iteratore non valido se la lista è vuota
  - la verifica se una lista è vuota IS_EMPTY: $L \rightarrow B$ è realizzata dalla funzione `IS_EMPTY(l)`
  - il numero degli elementi in lista SIZE: $L \rightarrow Z$ si ottiene tramite la funzione `SIZE(l)`

Strategie di realizzazione delle liste

- Dipendentemente dal tipo di operazioni che è necessario compiere in maniera efficiente sulla lista esistono diverse strategie implementative:
  - lista concatenata
    - consente lo scorrimento efficiente della lista in avanti ma non consente un efficiente scorrimento all'indietro
  - lista doppiamente concatenata
    - supporta in maniera efficiente lo scorrimento in avanti e indietro
  - accesso agli estremi
    - consente un veloce accesso sia al primo che all'ultimo elemento della lista

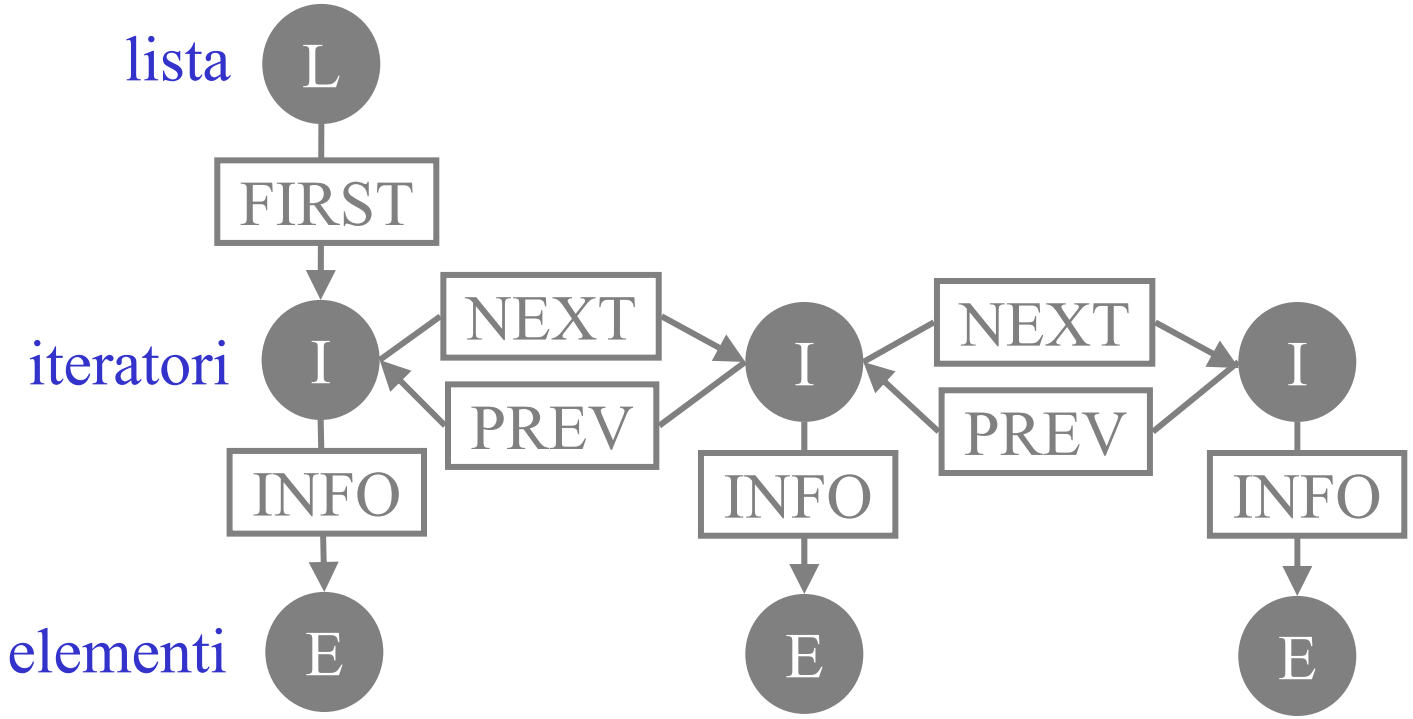
Lista semplicemente concatenata

- La struttura di dati supporta il passaggio diretto da un iteratore all'iteratore successivo
  - si vogliono le operazioni FIRST e NEXT in $\Theta(1)$



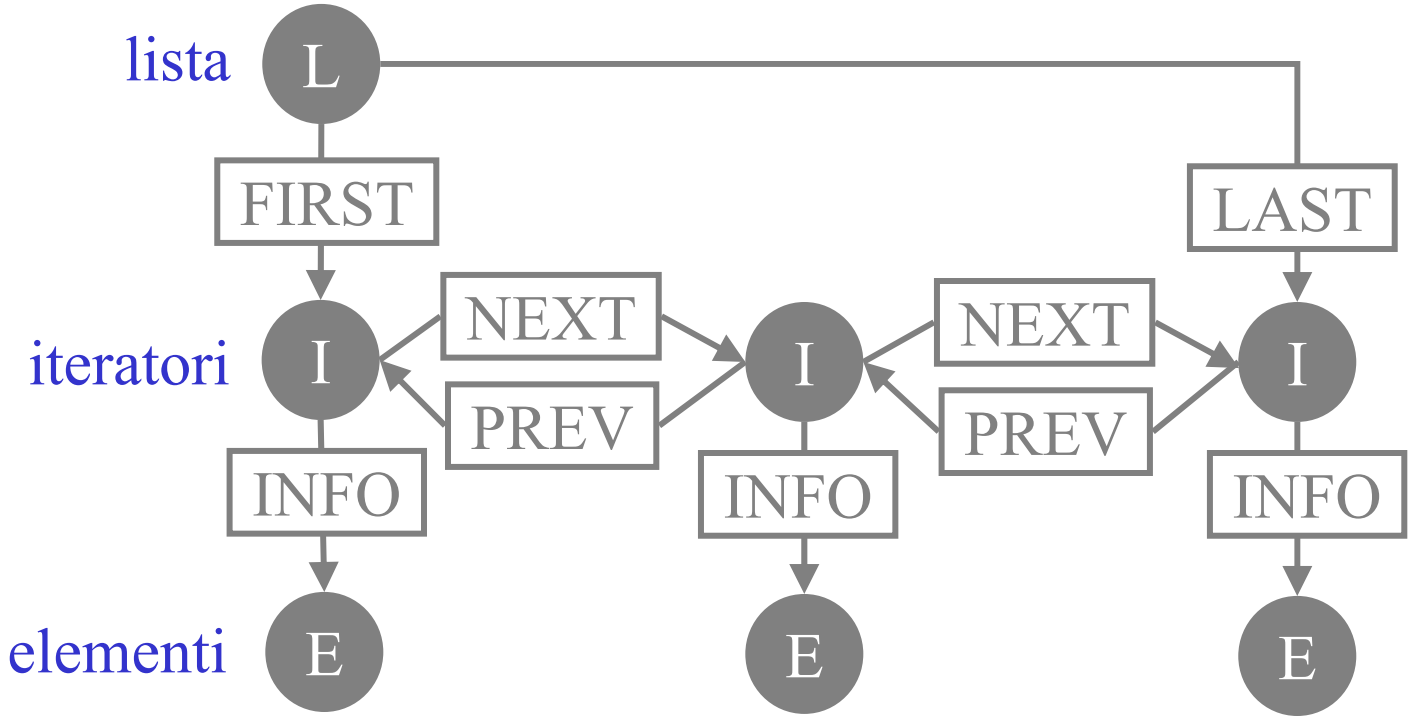
Lista doppiamente concatenata

- La struttura di dati supporta il passaggio diretto da un iteratore al successivo e al precedente
  - si vogliono le operazioni FIRST, NEXT e PREV in $\Theta(1)$



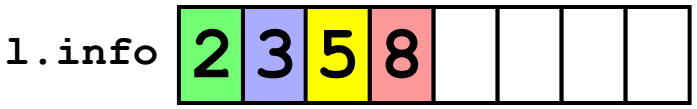
Liste con accesso agli estremi

- La struttura di dati supporta l'accesso diretto al primo e all'ultimo iteratore della lista
  - si vogliono le operazioni FIRST e LAST in $\Theta(1)$

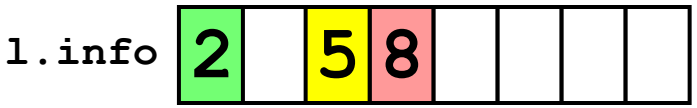


Realizzazione di una lista con array

- Supponiamo di mettere gli elementi della lista nelle celle successive di un array `l.info`



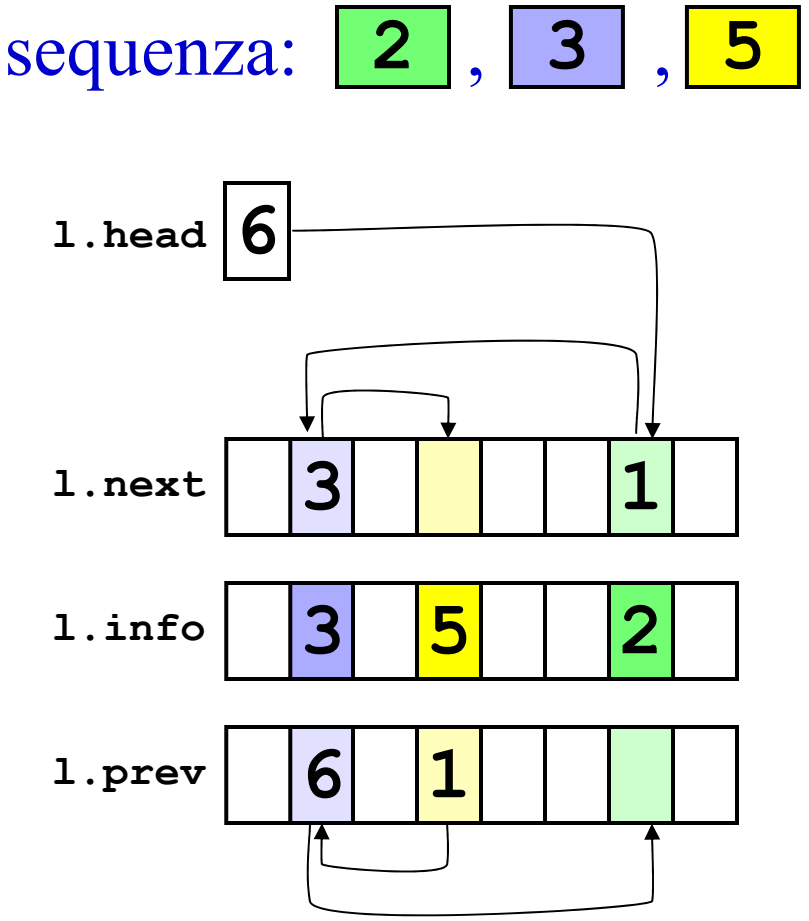
  - come facciamo a gestire la cancellazione di un elemento intermedio della lista?



  - come facciamo a sapere quali celle dell'array sono utilizzate?
    - non c'è nessun valore intero che possiamo associare ad una cella vuota

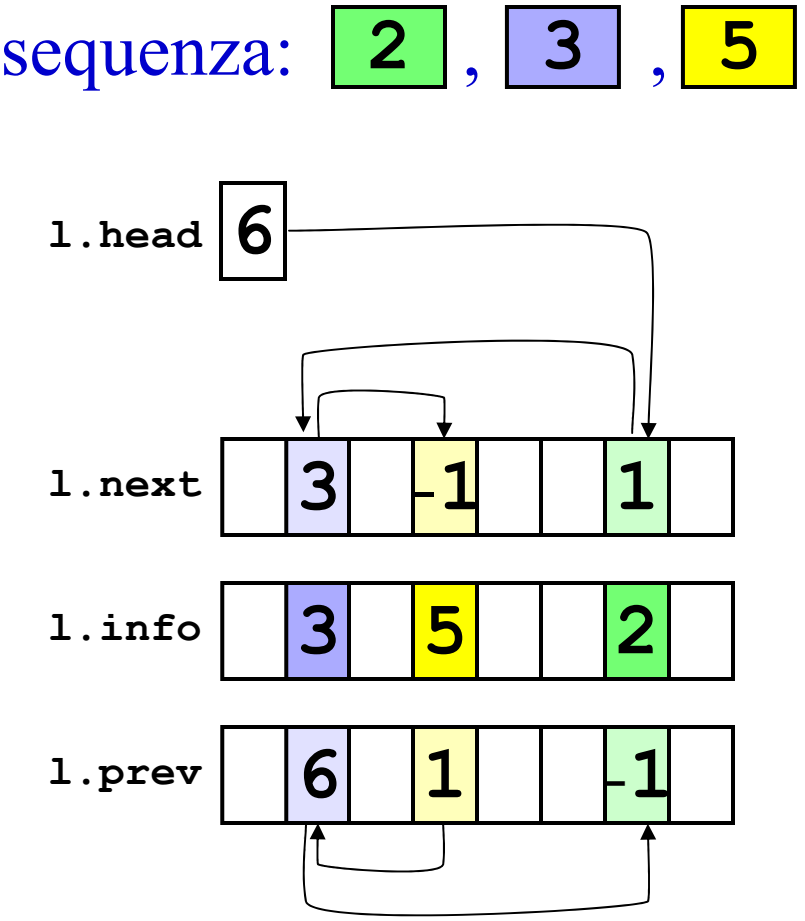
Realizzazione di una lista con array

- Gli elementi della lista sono memorizzati in un array `l.info`
- L'array `l.next` contiene l'indice dell'elemento che segue
- L'array `l.prev` contiene l'indice dell'elemento che segue



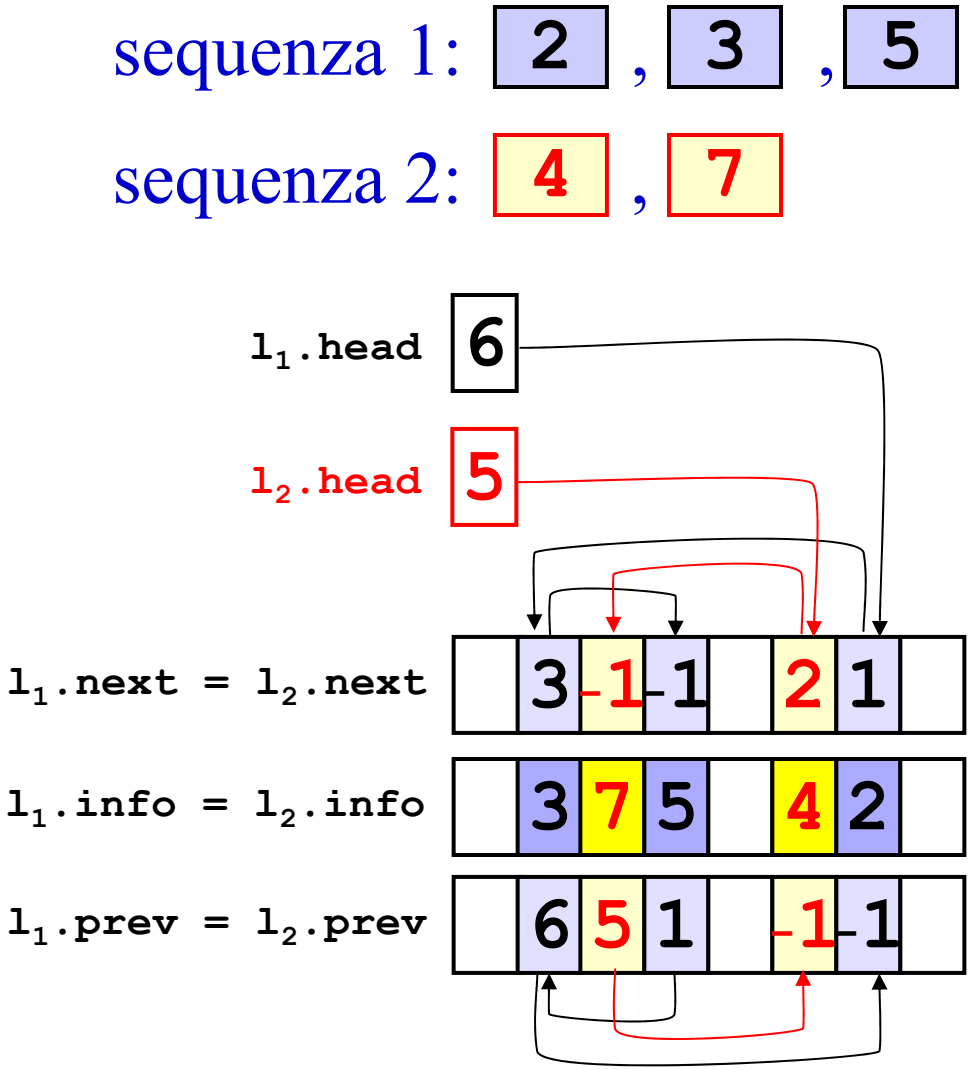
Realizzazione di una lista con array

- L'iteratore della lista è un intero
  - è l'indice della posizione dell'elemento corrispondente
- L'iteratore non valido è rappresentato dal valore -1



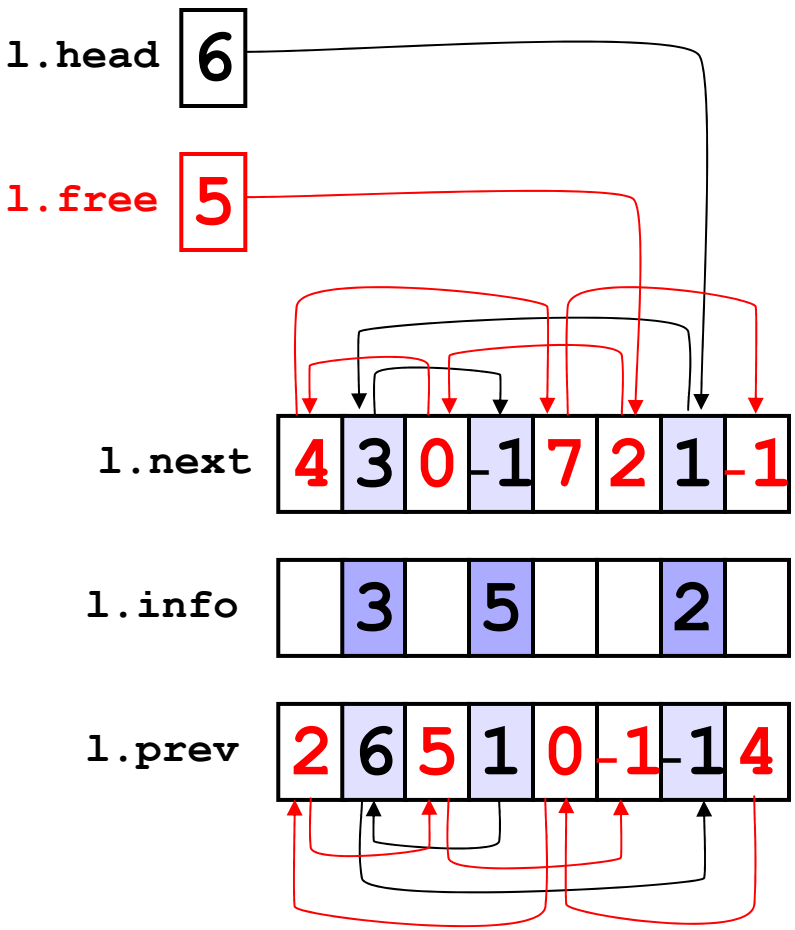
Più liste con gli stessi array?

- Gli array `l.next`, `l.info` ed `l.prev` possono essere condivisi da due o più liste
  - le liste non interferiscono, perché utilizzano posizioni diverse degli array



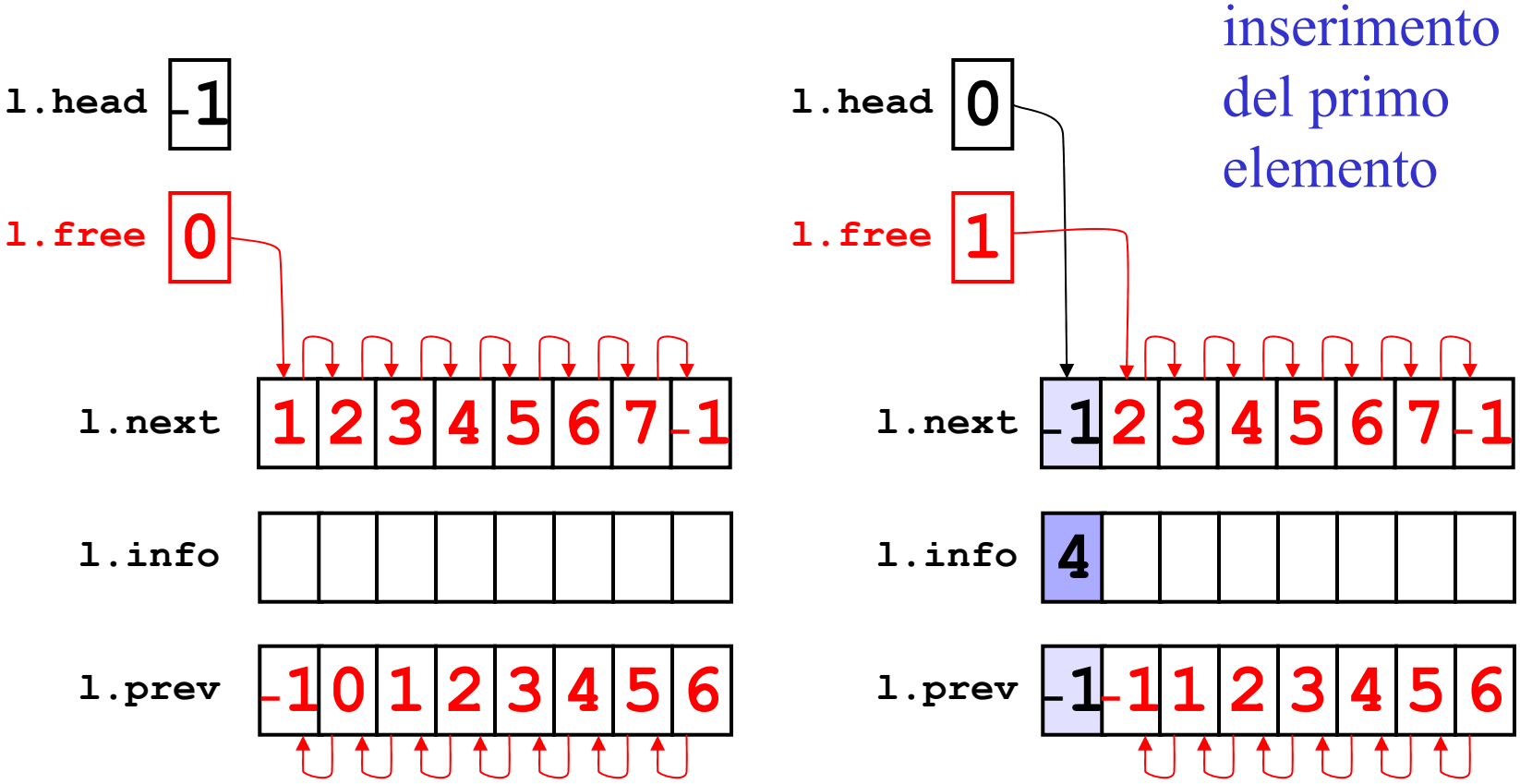
Uso della lista libera

- Per inserire un nuovo elemento in lista occorre sapere quali posizioni degli array sono ancora libere
- Tutte le posizioni libere possono essere memorizzate in una seconda lista `l.free`
  - un inserimento di un elemento in `l` è un trasferimento di una posizione dalla lista `l.free` alla lista `l.head`
  - una cancellazione da `l` è un trasferimento di una posizione dalla lista `l.head` alla lista `l.free`



Configurazione iniziale: lista vuota

- Quando la lista `l` è vuota tutte le posizioni sono assegnate alla lista `l.free`



Creazione di una lista vuota di interi

- Procedura per inizializzare una lista vuota di interi

```
NEW_LIST(maxsize)
1.  ▷ creo un nuovo oggetto l con:
2.  ▷      l.next, l.info, l.prev array di maxsize interi
3.  ▷      l.head, l.free interi
4.  for i = 0 to maxsize-1
5.      l.next[i] = i+1
6.      l.prev[i] = i-1
7.  l.next[maxsize-1] = -1
8.  l.head = -1
9.  l.free = 0
10. return l
```


Gestione della lista `l.free`

- Procedura di servizio per ottenere una posizione libera dalla lista `l.free`

```
ALLOCATE-COLUMN(l)
1.  if l.free == -1
2.      error("overflow")
3.  else
4.      i = l.free      ▷ i è l'indice della nuova posizione
5.      l.free = l.next[l.free]
6.      if l.free != -1
7.              l.prev[l.free] = -1
8.  return i
```

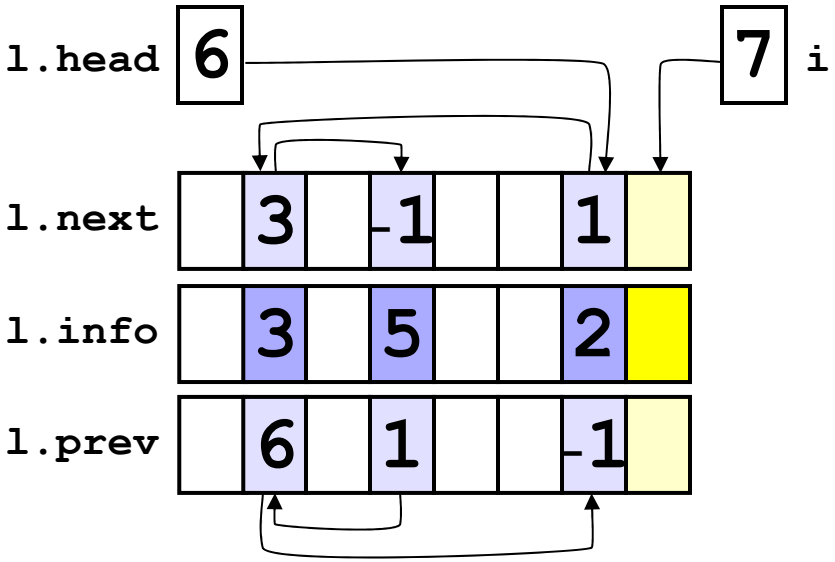
Gestione della lista `l.free`

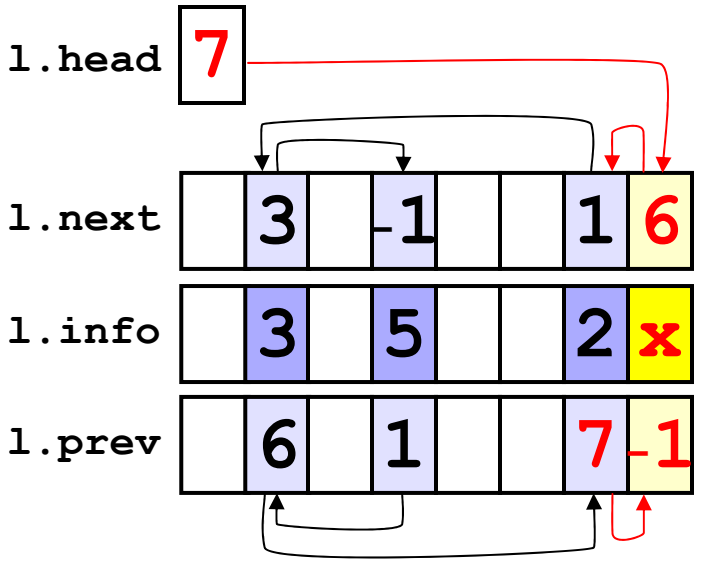
- Procedura di servizio per restituire una posizione alla lista `l.free`

```
FREE-COLUMN(l,i)
1.  l.prev[i] = -1
2.  l.next[i] = l.free
3.  if l.free != -1
4.       l.prev[l.free] = i
5.  l.free = i
```


Codice di INSERT(l,x)

```
INSERT(l,x)          ▷ x è il valore da aggiungere in lista
1.  i = ALLOCATE-COLUMN(l)     ▷ indice di una nuova colonna libera
2.  l.info[i] = x
3.  l.prev[i] = -1             ▷ i diventa primo elemento
4.  l.next[i] = l.head         ▷ il resto della lista segue i
5.  if l.head != -1
6.      l.prev[l.head] = i
7.  l.head = i
```



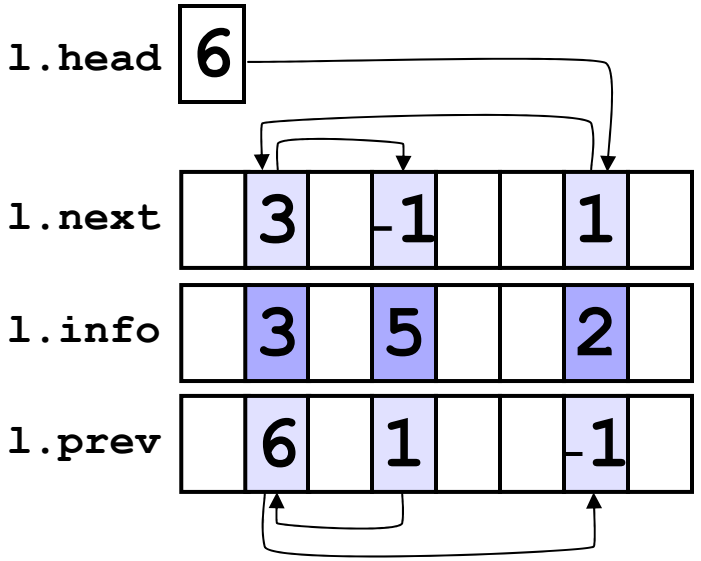


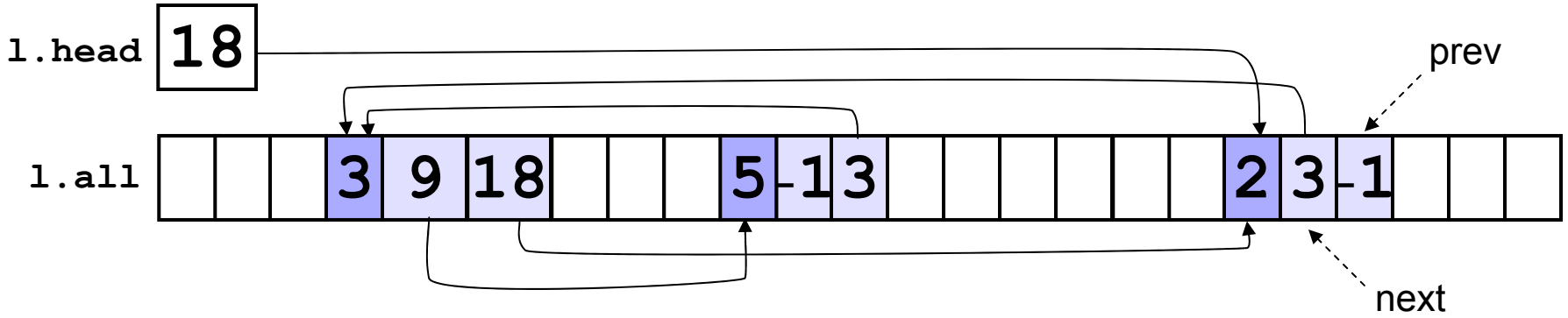
Esercizi: liste implementate con array

1. Scrivi lo pseudocodice della procedura `SIZE(l)` che conta gli elementi della lista `l`
2. Scrivi lo pseudocodice della procedura `SEARCH(l,k)` che restituisce la posizione del primo elemento di `l` con valore della chiave `k`
3. Scrivi lo pseudocodice della procedura `DELETE(l,i)` che rimuove da `l` l'elemento in posizione `i`
4. Scrivi lo pseudocodice della procedura `DELETE(l,x)` che rimuove da `l` il primo elemento che ha valore `x`

Rappresentazione con un solo array

- Un solo array è sufficiente a rappresentare le informazioni degli array `l.next`, `l.info` ed `l.prev`
- Ovviamente è anche necessaria una lista `l.free` (non rappresentata in figura)





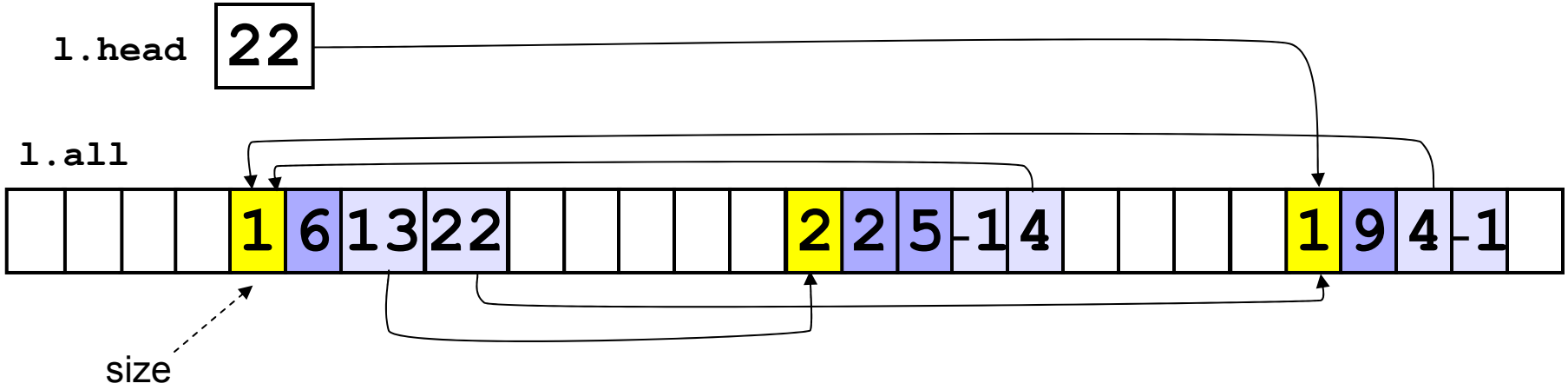
Esercizi: liste su un solo array

Negli esercizi seguenti supponi che la lista `l` sia doppiamente concatenata ed implementata tramite un solo array

5. Scrivi lo pseudocodice della procedura `ALLOCATE_OBJECT(l)`
6. Scrivi lo pseudocodice della procedura `FREE_OBJECT(l,i)`
7. Scrivi lo pseudocodice della procedura `LOWER_FREE_POSITION(l)` che trova la posizione con indice più basso tra gli elementi della lista libera `l.free`

Liste con elementi eterogenei

- L'uso di un singolo array consente la gestione di liste di elementi eterogenei
  - un campo aggiuntivo specifica la dimensione di ogni elemento
  - la lista `l.free` (non rappresentata in figura) viene gestita con criteri analoghi



Esercizi: liste eterogenee

negli esercizi seguenti supponi che la lista `l` sia eterogenea, doppiamente concatenata, ed implementata tramite un singolo array

8. Scrivi lo pseudocodice della procedura `ALLOCATE-OBJECT-WITH-SIZE(l,x)` che trova nella lista libera `l.free` una posizione adatta ad ospitare un elemento di dimensione `x`
9. Scrivi lo pseudocodice della procedura `FREE-OBJECT(l,i)` che inserisce nella lista libera `l.free` l'oggetto in posizione `i`
10. Scrivi lo pseudocodice della procedura `INSERT(l,A)` che inserisce nella lista `l` un elemento di dimensione `A.length` che contiene tutti i valori dell'array `A`

Esercizio: cancellazione *lazy* su liste eterogenee

Negli esercizi seguenti supponi che una lista eterogenea doppiamente concatenata ed implementata con un singolo array preveda, per ogni elemento, un valore che specifica se l'elemento è da considerarsi "rimosso" oppure no

11. Scrivi lo pseudocodice della procedura `DELETE(l,i)` dove `i` è l'indice della posizione di un elemento da marcare come "rimosso"
12. Scrivi lo pseudocodice della procedura `GARBAGE-COLLECTION(l)` che trasferisce nella lista `l.free` tutti gli elementi marcati come "rimossi"