

Web Chapter 1: Financial Decision Making

Shih-Yang Lin, 2021

Investment Return

Future Value and the Compounding of Interest

- Principal: 本金, the amount of an original investment.
- Interest: 利息, the payment received for temporarily giving up the use of money.
- Future value: 終値, the sum of principal and interest is referred to as future value.
- Future value equation:
 - Save money in a bank for T years.
 - The interest rate is r %.
 - Future value = $(1 + r)^T \times \text{Principal}$.

The Time Value of Money

Future Value and the Compounding of Interest

- **Future value equation** (終值):
 - Save money in a bank for T years with an $r\%$ interest rate.
 - Future value = $(1 + r)^T \times \text{Principal}$.
- 小明現在有存款1,000元，存款年利率為5%。請問這1,000元存款20年後的終值為何？
 - $1,000 \times (1 + 5\%)^{20} = 2,653.2977$.
- 小華現在有存款2,000元，存款年利率為1%。請問這2,000元存款20年後的終值為何？
 - $2,000 \times (1 + 1\%)^{20} = 2440.3801$.

The Time Value of Money

Present Value and Net Present Value

- **Present value:** 現值, the amount of money that would need to be invested today to produce a certain amount of future payment.

- Present value = $\frac{\text{Payment } T \text{ periods from now}}{(1 + r)^T}$.

- 小明贏得了一張樂透，可以在20年後兌換2653.2977元。請問此樂透的現值為何？

- $\frac{2,653.2977}{(1 + 5\%)^{20}} = 1,000.$

- **Net present value:** 淨現值, the PV of the benefits minus the PV of the costs.

- 假設此張樂透的下注金額為100, 則其淨現值為 $1,000 - 100 = 900.$

Discounted Cash Flow Model

現金流折現模型

- 學會計算現值可用於資產定價。
- 此估值方式的核心概念: 資產價值等同於其未來現金流的現值加總。

$$P_t = \frac{D_{t+1}}{1+k} + \frac{P_{t+1}}{1+k},$$

其中 P_t 為該資產在時間 t 的價格、 D_{t+1} 為未來一期的收入、而 k 則是合適的折現率。

- 依據此公式，可知第 $t+1$ 期的資產價格為:

$$P_{t+1} = \frac{D_{t+2}}{1+k} + \frac{P_{t+2}}{1+k}.$$

Discounted Cash Flow Model

現金流折現模型

- 結合兩期的資產價格可得到：

$$P_t = \frac{D_{t+1}}{1+k} + \frac{D_{t+2}}{(1+k)^2} + \frac{P_{t+2}}{(1+k)^2}.$$

- 不斷循環代入可得：

$$P_t = \frac{D_{t+1}}{(1+k)} + \frac{D_{t+2}}{(1+k)^2} + \frac{D_{t+3}}{(1+k)^3} + \dots + \frac{D_{t+n}}{(1+k)^{n+1}} + \dots$$

- 也就是說，某項資產的現值等同其未來所有收益的現值的加總。

Discounted Cash Flow Model

現金流折現模型: 固定收益資產

- 太陽能發電投資案 - 台中太陽餅21號的投資明細如下:
 - 認購成本18,780元/一片太陽能板
 - 預估平均年收益1,616元 (可領取20年)
- 如市場上的無風險利率為5%，請問是否該投資此專案？或者該投資於無風險資產？
 - 此投資案的收益現值為：
$$\sum_{t=1}^{20} \frac{1,616}{(1 + 5\%)^t} = 20,138.9319.$$
 - 此投資案的淨現值為: $20,139 - 18,780 = 1,359$, 應投資太陽能發電。

Discounted Cash Flow Model

現金流折現模型: 股票估值

- 我們也可以用這個方法來衡量某項資產隱含的折現率。
- 全球第三大的加密貨幣交易所 Coinbase 於2021年在NASDAQ上市。
- 它2020年的每股盈餘 (earnings per share, EPS) 為1.4美元、今年預估為 10 - 16 美元。
- 目前每股的價格為 260 美元，假設其成長率為 $10/1.4 - 1 = 614\% \sim 16/1.4 - 1 = 1043\%$ 。
- 如果 Coinbase 能以每年614%的速度成長 5 年，之後維持相同的每股盈餘。
- 由 DCF 模型可得到以下關係：

$$260 = \sum_{t=1}^5 \frac{1.4 \times (1 + 6.14)^t}{(1 + k)^t} + \sum_{t=6}^{\infty} \frac{1.4 \times (1 + 6.14)^5}{(1 + k)^t}。$$

Discounted Cash Flow Model

現金流折現模型: 股票估值

$$260 = \sum_{t=1}^5 \frac{1.4 \times (1 + 6.14)^t}{(1 + k)^t} + \sum_{t=6}^{\infty} \frac{1.4 \times (1 + 6.14)^5}{(1 + k)^t}。$$

- 求解上式可得到 $k = 1.9925$ ，也就是目前市價隱含的折現率為超高的 199.25%。
- 如果我們衡量 Coinbase 的風險後，認為合理的折現率為 50%，則價格應為 13,908 美元。
- 也就是說目前市價 260 美金過分低估。
- 當然，我們假設 Coinbase 會維持五年超高速成長也許並不實際。
- 假設未來五年成長率為 50%、100% 及 150% 時，其隱含的折現率分別為 4.94%、14.88% 與 29.06%。

Discounted Cash Flow Model

現金流折現模型

- 由Coinbase的例子中，我們可以發現一項資產的估值與許多假設直接相關。
 - ▶ 連續五年成長，之後保持固定的每股盈餘。
 - ▶ 前五年的成長率應該假設為多少才合理？
 - ▶ 合理的折現率應該設為多少呢？
- 想準確估計某項資產未來所能創造的現金流，需要更深入理解該項資產以及未來市場變化。例如某些產業將來的趨勢、未來通膨與市場利率等。
- 即便眾人對某項資產未來所能創造的現金流有共識，也可能因為各人主觀折現率不同而有不同訂價。

Financial Securities

- Securities: bonds, stocks, and other financial claims that can be traded among investors.
- Indirect investing: mutual funds, 共同基金
- Direct investing:
 1. Money market instruments: treasury bills, 國庫券、repos, 附買回協議
 2. Capital market instruments:
 - A. fixed income: bonds, 債券
 - B. equity: common stock, 普通股
 3. Derivative instruments: options and futures, 選擇權以及期貨

Financial Securities

Money Market Instruments

- Money market securities are short-term debt instruments sold by governments, financial institutions, and corporations.
- These securities have maturities at the time of issuance one year or less.
- The minimum size of a transaction in a money market instrument is typically large.
 - 例如2011年1月發行的財110-1期273天期國庫券，每筆最低投標金額為500萬元新台幣。
 - 由於金額過高，散戶如欲持有可考慮透過共同基金。
- Treasury bills: 常被當作市場無風險利率的參考。
- Repurchase agreements (Repos): 以債券作為抵押品的借款方式，央行貨幣工具之一。

Financial Securities

Capital Market Instruments

- Bonds:
 - Face amount/principal: 債券面值，代表發行人未來要償付的金額。
 - Maturity: 發行年限，債券本金償還的期間。
 - Coupon: 票面利率。
- Perpetual bonds: 永續債券，永久支付利息、無到期日。

Financial Securities

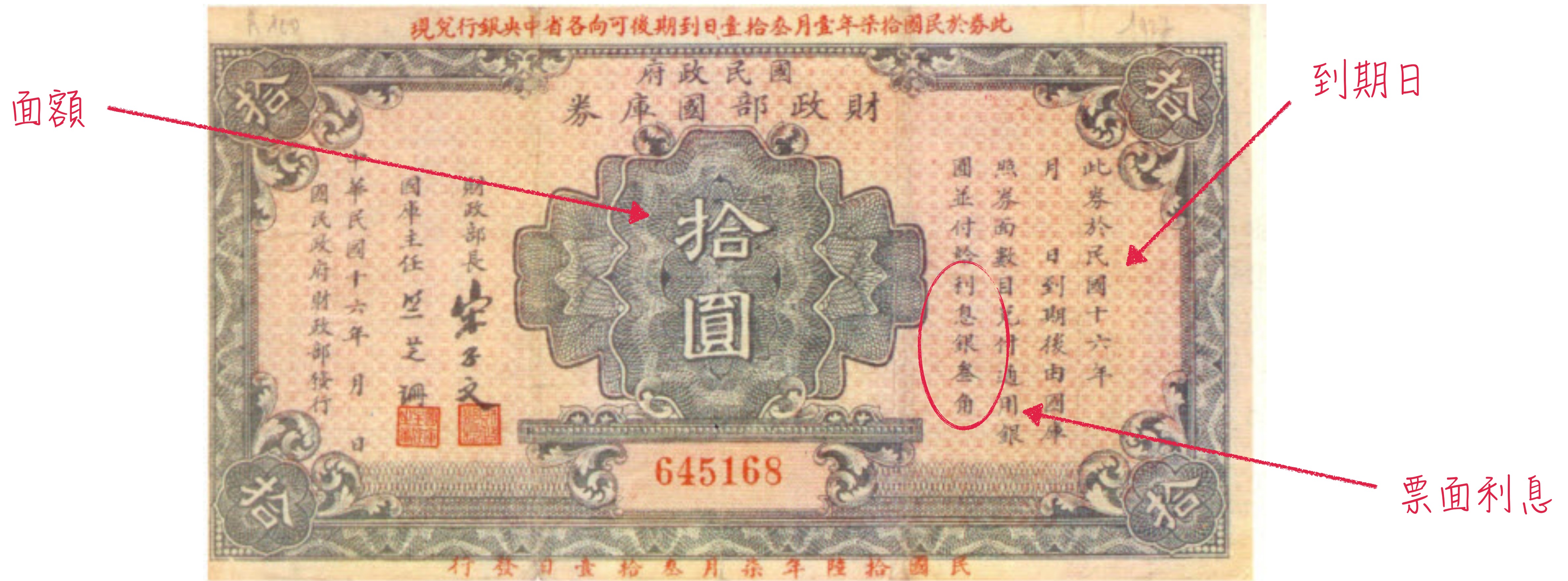
Capital Market Instruments

不計息
折價發行



Financial Securities

Capital Market Instruments



Financial Securities

Capital Market Instruments

這個時期的公債
以百姓為募集對象，面額較小。
甚至有5元、1元的面額。

雞猪黃水蕃麵米鳳包烏香砂醬胡落甘烏白糙 														
-------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Probability and Risk

- **Risk** exists when an outcome is not know with certainty in advance.
 - 風險僅代表結果存在不確定性，不代表結果必然不好。
 - 陶淵明晨興理荒穢，一年後可能總共可以收穫10石豆子或20石豆子。種豆得報酬至少為正，不至於一無所獲。
- **Probability** is the frequency with which something occurs.
 - 一個公正的20面骰，每一面出現的機率皆為 $1/20$: D&D規則中，骰出20為爆擊且絕對命中。則100次攻擊之中，平均會有5次爆擊。
 - 氣象預報明日降雨機率50%，明天如果重複發生100次，平均其中的50次會下雨。

Probability and Risk

Expected Value

- Expected value is the sum of all possible outcomes or values, each weighted by its probability of occurring.
- 區分期望值與平均值: 擲一個公正6面骰10次，其點數的
 1. 期望值: $E[X] = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 2 + \frac{1}{6} \times 3 + \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 5 + \frac{1}{6} \times 6 = 3.5$ 。
 2. 平均值: 假設10次都出現6, 則平均為 $\frac{10}{10} \times 6 = 6$ 。
- 區分期望值與實現值: 每次擲骰都可能出現1 ~ 6任一面，而期望值3.5則永遠不會出現。

Risk and Return

Modern Portfolio Theory

- 假設買進一檔股票，它的報酬因經濟情況不同有不同表現。

- 預期報酬：
$$\frac{1}{3} \times 0.1 + \frac{1}{3} \times 0.3 + \frac{1}{3} \times (-0.1) = 0.1。$$

- 變異數：
$$\frac{1}{3}(0.1 - 0.1)^2 + \frac{1}{3}(0.3 - 0.1)^2 + \frac{1}{3}(-0.1 - 0.1)^2 = 0.0267$$

- 變異數的平方根為標準差，在本例中為0.1634。

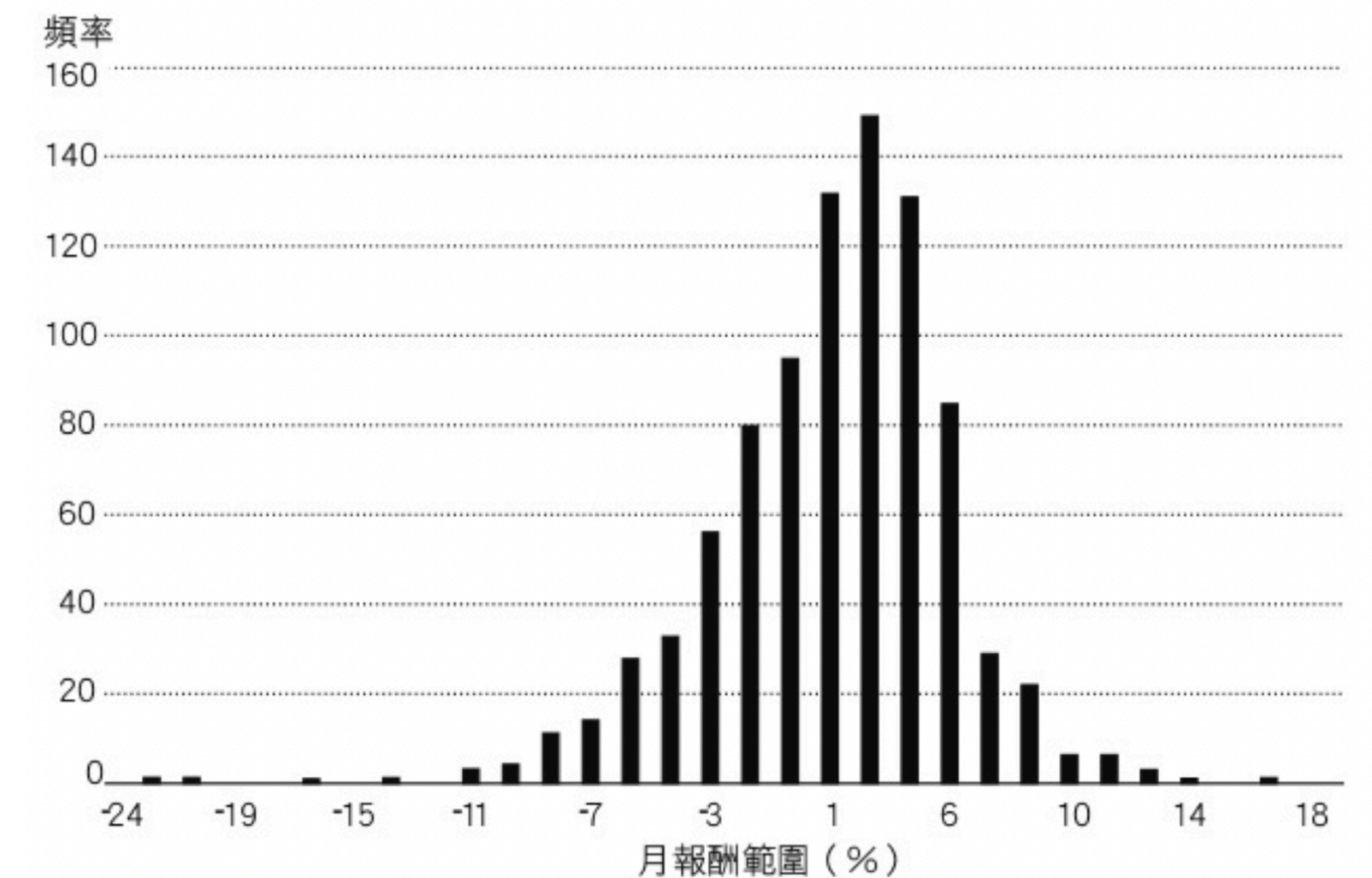
景氣狀況	發生機率	預期報酬
正常	1/3	10%
快速實質成長	1/3	30%
停滯性通膨	1/3	-10%

Risk and Return

Modern Portfolio Theory

- 變異數常用來衡量不確定性的大小。
- 變異數越高代表報酬分散的程度越高，不確定性也就越高。
- 右圖標普500的平均月報酬約為1%、標準差約為4.5%。
- 常態分配下：
 - 大約有2/3的月報酬會落在一個標準差範圍內。
 - 大約有95%的月報酬會落在二個標準差範圍內。
 - 標準差越大，在市場裡上下沖洗的機率越高。

S&P 500 指數月報酬分佈圖 (1994.1 ~ 2010.6)



資料來源: Global Financial Data

Risk and Return

Modern Portfolio Theory

- 利用現代投資組合理論降低風險：
 - 只投資雨傘霸：平均報酬率12.5%。
 - 只投資樂園王：平均報酬率12.5%。
 - 各投資一半的錢在雨傘霸與樂園王：無論天氣好壞都得到12.5%報酬。
- 分散風險好嗎？
 - 各投資0.5元在兩間公司，20年後的報酬為10.5451。
 - 只投資1元在其中一間公司，20年後有75%的機率會低於10.5451。

天氣狀況	雨傘霸	樂園王
雨季 (1/2)	50%	-25%
非雨季 (1/2)	-25%	50%

Risk and Return

Modern Portfolio Theory

- 分散投資真的能分散風險嗎？
 - 假設我們考慮在投資組合中，納入Tesla公司以及它的主要輪胎供應商。
 - 當Tesla業績變差的時候，它的主要輪胎供應商業績也會受到影響。
 - 分散投資在兩間高度正相關的公司對消除風險並沒有太大幫助。

相關係數	分散投資對風險的影響
1.0	無法降低風險
0.5	風險可稍微降低
0	風險可顯著降低
-0.5	可消除大部分風險
-1.0	可完全消除風險

How Easy Is It to Beat the Market?

Percentage of Equity Funds Underperforming Their Benchmarks

	1-Year	3-Year	5-Year	10-Year	20-Year
All Domestic Funds vs. S&P Composite 1500	57.09	67.01	72.80	83.22	86.01
All Large-Cap Funds vs. S&P 500	60.33	69.71	75.27	82.32	94.00
All Small-Cap Funds vs. S&P SmallCap 600	45.52	57.04	65.12	76.31	88.06
Global Funds vs. S&P Global 1200	54.35	61.70	70.00	82.63	86.55

Data Source: SPIVA U.S. Scorecard Year-End 2020