

# 實習20210806

Ch20

Aggregate Income

- 在第19章，我們學到如何衡量國家的總所得——計算**GDP**，並以**GDP deflator**去除價格水準的干擾以進行跨時間的比較
- 如果我們想進行跨國的比較呢？
  - 問題1. 國家規模有大有小，人口有多有少
    - 從人均(**income per capita**)的概念來看
  - 問題2. 加拿大的人均所得以加幣計價，芬蘭的人均所得以歐元計價，我們需要幣值轉換→可以用當期匯率或購買力平價

# 人均GDP (GDP per capita)

- GDP per capita = GDP/總人口數
- GDP per capita的問題：沒有考慮人口結構或勞動參與率，但有工作的人才會有所得。假設A、B兩國GDP和人口總數均相同，但A國老幼年人口比例 > B國老幼年人口比例，則B國有工作的人的人均所得較高  
→ 不要除以總人口，而是除以總工作人口：GDP per worker

# 以當期匯率(Current Exchange Rate)換算

- 可以運用當期匯率比較不同幣值的人均GDP
- GDP per capita in \$ =  
GDP per capita in local currency  $\times$  (\$ / local currency) exchange rate

# 以當期匯率(Current Exchange Rate)換算

- 用當期匯率轉換比較跨國GDP per capita的問題：
- 匯率常常大幅度波動，波動的原因往往和兩國間的商品價格沒什麼關係
- 相同的商品與服務，經過當期匯率換算後，在兩國的價格往往並不相等。假設A國和B國的平均每個人都生產10個足球，A國貨幣：B國貨幣的當期匯率 = 2：1，足球在A國售價 = 10 A幣，在B國售價為30 B幣，所以A國人均GDP = 100 A幣  $\neq$  B國人均GDP = 150 A幣？！問題出在A國市場裡一個足球值10 A幣；但拿著A幣去銀行換匯之後，B國市場的足球價格卻相當於15 A幣，顯然在換算幣值跨國比較GDP時，選用的 A幣：B幣當期匯率不太對勁

# 購買力平價指數(PPP)

- 需要一種貨幣兌換率能滿足同樣商品在兩國間價格相等的條件
- 購買力平價指數(Purchasing Power Parity converters, PPP)相應而生。  
簡化來說，計算PPP時，同樣需要選定一籃子具代表性的商品和基準國(base country)，觀察這籃子在當地國售價多少當地國貨幣，在基準國售價多少基準國貨幣，然後相除： $\text{PPP converter} = (\text{以基準國物價計價的一籃子商品的價值}) / (\text{以當地國物價計價的一籃子商品的價值})$
- 例如在前例中，籃子裡只有足球一種商品，若以A國做為基準國， $\text{PPP converters} = 10/30$ 。B國GDP per capita base on PPP =  $30 \times 10 \times (1/3) = 100$  A幣

# 生產力 Productivity

- 人均**GDP**各異的主因在於各國的生產力(**productivity**)的不同。生產力和以下三種因素有關
- **1. 實體資本(physical capital)**——用於生產活動的設備、廠房、基礎建設等物的存量(**stock**)。在經濟學的模型概念裡，投入(**input**)本期生產的實體資本，來自於沒被消費掉的前一期的生產成果(**output**)
- **2. 人力資本(human capital)**——勞動力具備的技術、知識、能力的存量。在經濟學的慣用模型設定裡，假設經濟體有**100**個勞工，這些勞工的平均人力資本為**255**單位，那整個經濟體的人力資本存量 **$H = \text{勞工數} L * \text{人均人力資本} h = 100 \times 255$** 與人均人力資本相乘後的勞動力數量又稱為**The efficiency units of labor**

# 生產力 Productivity

- 3. 技術水準——假設A國和B國投入相等的人力資本和實體資本，但A國的產出較高，我們認定這是因為A國的技術水準較高



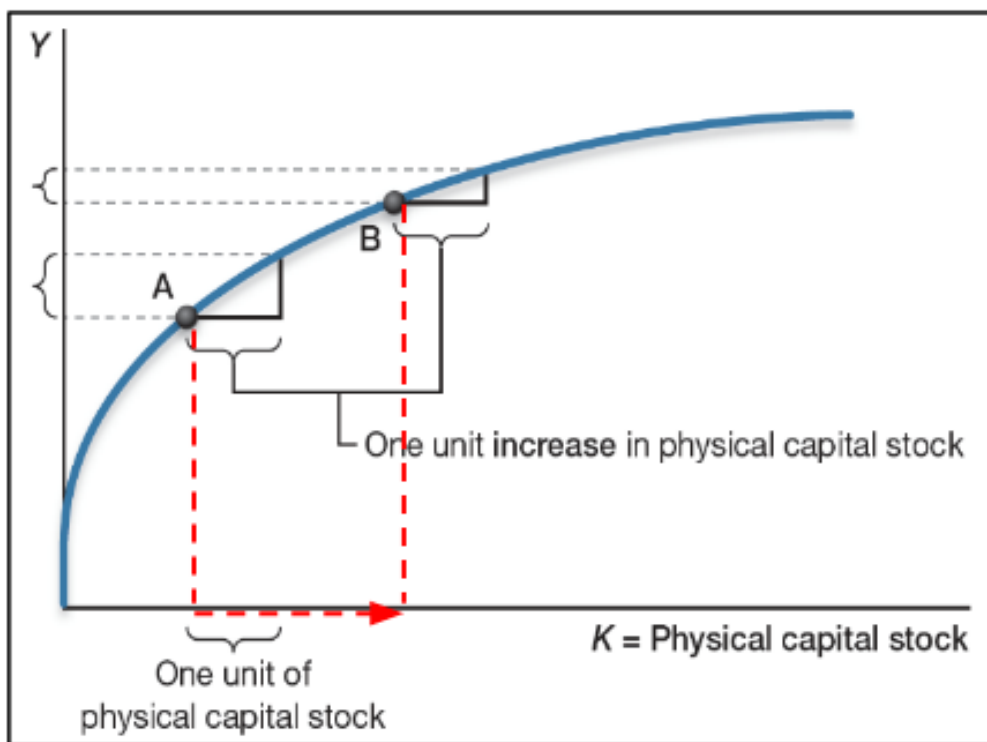
# 生產函數 (Production Function)

- 經濟學家用生產函數(production function)描述要素投入量(input)和產出量(output)的關係。
- 我們以總生產函數(aggregate production function)探討國家的生產活動，將總生產函數設定為 $Y = A \times F(K, H)$ 或 $Y = A \times F(K, L)$ ， $A$ 為技術水準， $L$ 、 $K$ 、 $H$ 指的是勞動、實體資本、人力資本這三種生產要素的投入量； $Y$ 為總產出GDP
  - $y = Y/L = AF(K/L, H/L) = Af(k, h)$ 則用於探討GDP per worker
  - 為了便於操作，我們總是將 $F$ 設為連續可微分的函數，各種要素也會預設為連續而非間斷，所以可以有3.14單位的產出、資本、勞動。

# 生產函數的常見特性

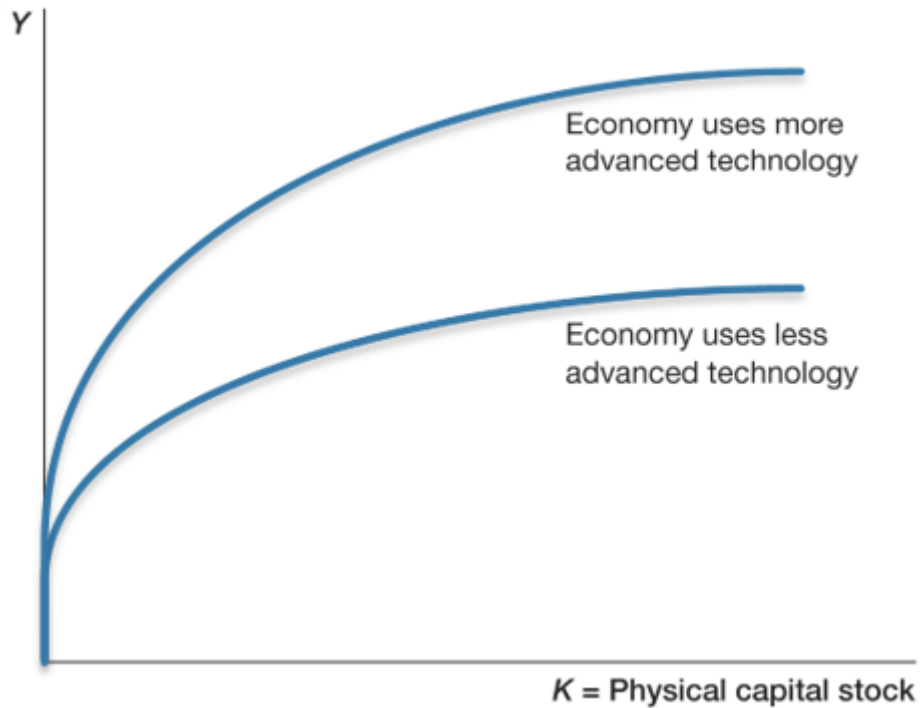
- 投入越多，產出越多，意即要素的邊際生產力  $> 0$ （令  $x$  為一種要素， $AF_x > 0$ ）
- 要素的邊際生產力隨要素投入量增加而遞減（ $AF_{xx} < 0$ ）
- 資本和勞動在生產上互補，意即固定勞工數量，當資本量上升，勞工的邊際產出上升（令  $L$  為勞動， $K$  為資本， $AF_{LK} > 0$ ）

# 生產函數 (Production Function)



- 左圖描繪當A和L固定時，K和Y的關係
- 投入越多，產出越多：  
當投入的實體資本增加，總產出會上升，是點沿著線的移動
- 要素的邊際生產力遞減：  
從A點增加1單位K所獲得的Y增加量 > 從B點增加1單位K所獲得的Y增加量

# 生產函數 (Production Function)



- 當技術水準上升， $A$ 增為 $A'$ ，相同的要素投入可以得到更高的產出數量 $A' \times F(L, K)$ ，做圖的表達為整條曲線釘住 $Y=0$ 的點往上拉（每一點的 $Y$ 軸高度等比例增加, an upward shift of the aggregate production function）

# 生產函數的常見特性

- 固定規模報酬(CRTS, constant return to scale) ，當所有要素投入量增為 $a$ 倍，產出將增為 $a$ 倍，意即 $AF(aL,aK) = aAF(L,K)$ 。我們常設定生產函數有此性質
- 若產出增加大於 $a$ 倍稱為規模報酬遞增(increasing return to scale, IRTS)， $AF(aL,aK) > aAF(L,K)$ ，小於 $a$ 倍稱為固定規模報酬遞減(decreasing return to scale, DRTS)， $AF(aL,aK) < aAF(L,K)$
- 設定**CRTS**的目的在於我們不必顧慮若兩個廠商的規模不同，將有不同的表現

# Cobb-Douglas生產函數

- 一種常見的固定規模報酬函數為Cobb-Douglas生產函數，各種要素的次方的和為1：

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}, 0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1$$

- 例如 $\alpha = \beta = 0.5 \rightarrow Y = A\sqrt{KL}$
- 為CRTS， $aY = A(aK)^{\alpha}(aL)^{\beta}$ , e.g.  $4 * Y = A\sqrt{(4K)(4L)}$

# Cobb-Douglas生產函數

- 符合“投入越多，產出越多”

$$MPK = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha A K^{\alpha-1} L^{\beta} > 0$$

$$MPL = \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta A K^{\alpha} L^{\beta-1} > 0$$

- 符合要素邊際產量遞減

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = \alpha(\alpha - 1)A K^{\alpha-2} L^{\beta} < 0$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} = \beta(\beta - 1)A K^{\alpha} L^{\beta-2} < 0$$

# Cobb-Douglas生產函數

- 當要素市場為完全競爭，廠商會僱用勞動力、租用資本的數量會滿足勞動邊際產出 = 薪資、資本邊際產出 = 租金的條件

$$MPK = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha A K^{\alpha-1} L^{\beta} = r$$

$$MPL = \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta A K^{\alpha} L^{\beta-1} = w$$

- 兩式相除可得

$$\frac{rK}{wL} = \frac{\alpha A K^{\alpha-1} L^{\beta} K}{\beta A K^{\alpha} L^{\beta-1} L} = \frac{\alpha L K}{\beta K L} = \frac{\alpha}{\beta}$$



# Cobb-Douglas生產函數

- $rK$ 為所有資本持有者拿到的租金總和， $wL$ 為所有勞工拿到的薪資總和。 $rK/wL$ 的比例恰好為 $\alpha/\beta$ 。前式意謂經濟體多產出一個饅頭，勞工可以分得 $\alpha$ 個，資本持有者可以分得 $\beta$ 個
- 在比較租金總和以及薪資總和的相對比例時，我們稱租金總和的佔比為資本份額(capital share)，稱薪資總和的佔比為勞動份額(labor share)
- 從現實世界的長期資料統計來看，資本份額和勞動份額的數值不會有太大變動，所以經濟學家喜歡採用Cobb-Douglas生產函數