

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.372

РАСЧЕТ ДИФРАКЦИИ ВОЛН В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ ДИНАМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

© 2002 г. А. В. Бровко, А. Б. Маненков, В. Е. Митюрин, А. Г. Рожнев

Поступила в редакцию 20.02.2002 г.

Методом конечных разностей с временной динамикой исследована задача об отражении поверхностных мод от обрыва плоского диэлектрического волновода. Теория проиллюстрирована на примере нескольких задач об обрыве трехслойной волноводной системы, включая волновод с нелинейной вставкой.

ВВЕДЕНИЕ

Задача рассеяния поверхностных мод (ПМ) на обрыве плоского диэлектрического волновода (ДВ) часто возникает при анализе различных устройств оптоэлектроники и в антенной технике. К настоящему времени предложено большое число подходов для анализа этой задачи [1–6], однако многие из них не универсальны, т.е. они применимы к достаточно узкому классу рассматриваемых структур. В последние годы для решения различных задач дифракции стали широко применять динамический метод конечных разностей (ДМКР) или метод конечных разностей во временной области (FDTD-метод)¹ [7, 8]. Его универсальность в применении к рассматриваемому классу задач заключается в том, что разностная схема применяется непосредственно к уравнениям Максвелла без каких-либо приближений. Это дает возможность задавать достаточно произвольную конфигурацию и параметры среды исследуемой системы. В работах [9, 10] этот метод применен к задачам дифракции ПМ в открытых ДВ, однако проведенный анализ не был полным. В указанных публикациях не исследованы многие характеристики решений (например, диаграммы направленности излучения) и сам метод (его точность и т.д.). В данной работе на примере задачи об обрыве ДВ проведено подробное исследование процессов дифракции волн в открытых структурах, а также характеристик ДМКР. Численные результаты анализа сопоставлены с данными, полученными методом интегрального уравнения и вариационным методом. При анализе этой задачи рассмотрен также более общий случай, когда плоский волновод заканчивается вставкой с нелинейными характеристиками среды.

Геометрия задачи и система координат показаны на рис. 1. Смысл вертикальной линии, распо-

ложенной слева от обрыва, будет пояснен ниже. Основной характеристикой рассеяния для подобной структуры является зависимость коэффициента отражения ПМ от геометрических и электрических параметров системы на рабочей частоте. Предполагаем, что поля не зависят от координаты y . В общем случае волновод может быть несимметричным; в частности, могут быть не равны постоянные показатели преломления подложки n_1 (снизу волновода) и покрытия n_3 (сверху волновода). Справа от плоскости обрыва (при $z > 0$) находится однородный диэлектрик с показателем преломления n_0 . Предполагаем, что магнитная проницаемость всех сред совпадает с проницаемостью вакуума μ_0 .

1. ОПИСАНИЕ МЕТОДА

При использовании ДМКР исходную задачу о дифракции монохроматического поля заменяем вспомогательной нестационарной задачей. Применительно к рассматриваемой геометрии в начальный момент времени $t = 0$ в волноводную часть системы (рис. 1) “запускаем” цуг (пакет) волн, который по своей структуре близок к огра-

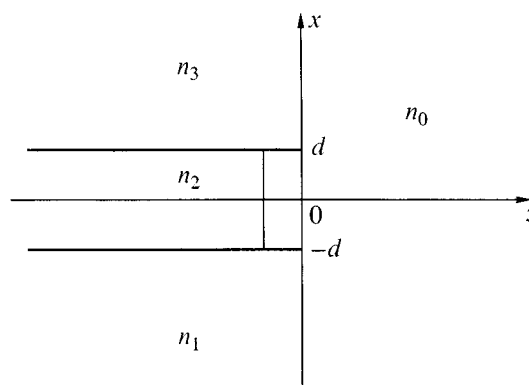


Рис. 1. Обрыв несимметричного планарного волновода.

¹ Предлагаемое нами название метода не совсем соответствует английскому варианту и мы отдаем ему предпочтение в основном из-за его краткости.

ниченному вдоль координаты z полю ПМ, бегущему в сторону обрыва [9, 10]. Далее методом конечных разностей (МКР) исследуем его распространение вдоль волновода и дифракцию на обрыве. Характеристики задачи на заданной частоте ω определяем затем методом фурье-анализа. Основное преимущество методики заключается в том, что решение получаемых алгебраических уравнений представляем в явном виде. Таким образом, решение в дискретный момент времени t_n выражаем через значения полей в предшествующие моменты, так что в итоге всю эволюцию волнового поля рассчитываем путем последовательного пересчета его начального распределения.

Рассмотрим уравнения, которые получаются при таком подходе. Ниже будем исследовать задачу о дифракции основной TE_0 -моды на обрыве волновода. В этом случае в электромагнитной волне отличны от нуля только три компоненты полей: E_y , H_x и H_z , которые удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu_v \frac{\partial H_z}{\partial t}, & \frac{\partial E_y}{\partial z} &= \mu_v \frac{\partial H_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \frac{\partial D_y}{\partial t}. \end{aligned} \quad (1)$$

Как обычно, эти уравнения должны быть дополнены материальным уравнением

$$D_y = \varepsilon E_y, \quad (2)$$

где диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = n^2(x, z)\varepsilon_v$; ε_v – диэлектрическая проницаемость вакуума; n – показатель преломления. Заметим, что метод применим к нелинейным задачам, когда в некоторой ограниченной области величина ε зависит от поля, т.е. $\varepsilon = \varepsilon(|E|^2)$.

Для алгебраизации уравнений вводим в плоскости XOZ прямоугольную сетку с шагом Δz и Δx , узлы которой имеют координаты $(i\Delta z, j\Delta x)$, где i и j – целые числа. Значения электрического поля будем искать в узлах указанной сетки и в дискретные моменты времени $t_n = n\Delta t$ (Δt – шаг по времени), а магнитное поле – в узлах координатной сетки, смещенной на половину шагов $\Delta z/2$ и $\Delta x/2$ и в моменты времени $t_{n-1/2} = (n-1/2)\Delta t$. Используя стандартную схему, после замены производных конечными разностями получим следующие выражения для значений полей в узлах координатной сетки:

$$\begin{aligned} D_y^{(n+1)}(i, j) &= D_y^{(n)}(i, j) + \\ &+ \frac{\Delta t}{\Delta z} [H_x^{(n+1/2)}(i+1/2, j) - H_x^{(n+1/2)}(i-1/2, j)] - \\ &- \frac{\Delta t}{\Delta x} [H_z^{(n+1/2)}(i, j+1/2) - H_z^{(n+1/2)}(i, j-1/2)], \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} H_z^{(n+1/2)}(i, j+1/2) &= H_z^{(n-1/2)}(i, j+1/2) - \\ &- \frac{\Delta t}{\mu_v \Delta x} [E_y^{(n)}(i, j+1) - E_y^{(n)}(i, j)], \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} H_x^{(n+1/2)}(i+1/2, j) &= H_x^{(n-1/2)}(i+1/2, j) + \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu_v \Delta z} [E_y^{(n)}(i+1, j) - E_y^{(n)}(i, j)]. \end{aligned} \quad (5)$$

В этих формулах использованы стандартные обозначения [9] для значений полей в узловых точках: $E_y^{(n)}(i, j) = E_y(i\Delta z, j\Delta x, n\Delta t)$. Уравнение (2) в дискретной форме имеет вид

$$E_y^{(n+1)}(i, j) = \frac{1}{\varepsilon(i, j)} D_y^{(n+1)}(i, j). \quad (6)$$

Заметим, что указанное выше смещение координатных сеток для магнитного и электрического полей повышает порядок аппроксимации производных конечными разностями до $O(\Delta z^2)$, $O(\Delta x^2)$ и $O(\Delta t^2)$. Для сходимости ДМКР необходимо выполнение условия Фридрихса–Куранта: $c\Delta t < \min[n(x, z)]/\sqrt{\Delta z^{-2} + \Delta x^{-2}}$ (c – скорость света в вакууме). Как видно из соотношений (3)–(6), значения полей при t_{n+1} и $t_{n+1/2}$ выражаются явным образом через значения в предшествующие моменты времени, т.е. приведенные формулы дают явное решение задачи.

Рассматриваемая волноводная структура является открытой, и для ее моделирования МКР необходимо или описать поле в дальней зоне, или ограничить рассматриваемую область, но при этом исключить влияние границ. Один из способов моделирования открытой геометрии состоит в том, что исследуемую систему помещаем в ящик с “толстыми” стенками. Параметры стенок подобраны так, что входящие в них волны слабо отражаются от границы и поглощаются внутри этих стенок; например, на границе ящика вводим идеально согласованные поглощающие слои [11–16]. Поля внутри стенок также рассчитываем по конечно-разностной схеме, сходной с описанной выше, но построенной для модифицированных уравнений Максвелла, учитывающих особые свойства поглощающих стенок. Обычно стенки представляют собой искусственный, физически нереализуемый слоистый диэлектрик, параметры которого выбирают в соответствии с характеристиками сред, примыкающих к их границам, и в соответствии с размерами ячеек Δz и Δx координатной сетки. Вопрос о выборе параметров стенок ящика достаточно сложен и здесь не обсуждается. Для расчетов, описанных ниже, выбрана стенка, построенная согласно рекомендациям работ [12, 13]. Отметим, что для рассматриваемой

геометрии результаты расчетов оказались не критичны к ее параметрам (см. следующий раздел).

После того, как решение нестационарной задачи будет найдено, можно вычислить значения коэффициента отражения на заданной частоте ω . Рассмотрим случай линейных сред, когда величина ϵ не зависит от поля. Для вывода выражения для коэффициента отражения R представим электрическое поле $E = E_y(x, z, t)$ в волноводной части ($z < 0$) в виде интеграла Фурье от разложения электрического поля по собственным модам волновода [17–20]:

$$E(x, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{\alpha=\pm} C_0^{(\alpha)}(\omega) E_0^{(\alpha)}(x, \omega) \exp[i(\alpha\beta_0(\omega)z - \omega t)] + E_R(x, z, \omega) \exp(-i\omega t) \right] d\omega. \quad (7)$$

В этой формуле через $E_0^{(+)}$ и $E_0^{(-)}$ обозначены комплексные амплитуды полей прямых и встречных ПМ; $\beta_0(\omega)$ – коэффициенты распространения прямых ПМ; $C_0^{(+)}$ и $C_0^{(-)}$ – коэффициенты разложения; $E_R(x, z, \omega)$ – комплексные амплитуды радиационного поля. Для ДВ с постоянным профилем показателя преломления ПМ рассчитывали по аналитическим соотношениям [20, 21]. Комплексные амплитуды E_R (как слева от обрыва, так и справа от него) могут быть записаны в виде интегралов по полям мод непрерывного спектра [18–20]. Используя свойство ортогональности полей собственных мод волновода и вычисляя обратное преобразование Фурье, из (7) получаем следующее выражение для амплитуд ПМ:

$$C_0^{(\alpha)}(\omega) \exp[i\alpha\beta_0(\omega)z] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\beta_0(\omega) E_y(x, z, t) / (k\zeta_v) - \alpha H_x(x, z, t)] \exp(i\omega t) dt E_{0y}(x, \omega) dx / N_0, \quad (8)$$

где N_0 – норма ПМ [18–20]; $\zeta_v = \sqrt{\mu_v/\epsilon_v}$ – импеданс свободного пространства; $k = \omega/c$ – волновое число в вакууме, а параметр $\alpha = \pm$. Из соотношения (8) получаем формулу для коэффициента отражения ПМ в плоскости обрыва ($z = 0$) на частоте ω :

$$R(\omega) = C_0^{(-)}(\omega) / C_0^{(+)}(\omega). \quad (9)$$

Таким образом, расчет коэффициента проводим в несколько этапов. На первом этапе в конечной области пространства при $z < 0$ задаем начальное распределение поля (при $t = 0$), структура

которого близка к ограниченному вдоль оси ДВ пакету поля ПМ. Затем в плоскости наблюдения при фиксированном $z < 0$, используя ДМКР, находим поле $E(x, z, t)$, т.е. рассматриваем эволюцию первоначально заданного цуга волн. Далее вычисляем обратные преобразования Фурье от временной реализации поля в соответствии с соотношением (8) и находим фурье-амплитуды прямой и встречной ПМ. При помощи (9) рассчитываем значение R в плоскости обрыва. При расчетах фурье-образы функций вычисляли методом быстрого преобразования Фурье. Очевидно, что форма первоначального пакета волн должна быть такой, чтобы в ней доминировала фурье-гармоника на исследуемой частоте ω (например, можно взять на заданной частоте конечный цуг полей ПМ с гладкой огибающей).

Подобным образом могут быть рассчитаны другие характеристики задачи, например диаграмма направленности излучения из ДВ. В этом случае вводим поперечную плоскость наблюдения при $z > 0$. В плоскости наблюдения определяем фурье-образ поля излучения $E(x, z, \omega)$ на частоте ω и разлагаем его по радиационным модам правого полупространства [5, 18]:

$$E(x, z, \omega) = \int_0^{\infty} B_k \cos(kx) \exp(i\gamma_k z) dk, \quad (10)$$

где $\gamma_k = (k^2 n_0^2 - \kappa^2)^{1/2}$. Используя свойство ортогональности, из (10) получим

$$B_k = \frac{2}{\pi} \exp(-i\gamma_k z) \int_{-\infty}^{\infty} E(x, z, \omega) \cos(kx) dx. \quad (11)$$

Далее методом стационарной фазы определяем диаграмму в дальней зоне [18]:

$$f(\varphi) \propto \cos^2 \varphi |B_k|^2, \quad \kappa = k \sin \varphi, \quad (12)$$

где φ – полярный угол ($\varphi = \arctg(x/z)$). В формуле (12) опущены несущественные амплитудные множители.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В этом разделе приведены результаты расчетов рассматриваемых структур, которые проводили при помощи описанной выше методики. Во всех примерах считали, что длина волны в свободном пространстве равна $\lambda = 0.86$ мкм, а показатель преломления правого полупространства $n_0 = 1$. В дальнейшем будем использовать параметры $\Delta_{j2} = (n_m - n_j)/n_m$, где n_m – максимальное значение показателя преломления в волноведущем слое ($|x| < d$), а индекс $j = 1$ для подложки и $j = 3$ для покровного слоя (рис. 1). Ниже будем предполагать, что параметры задачи удовлетворяют усло-

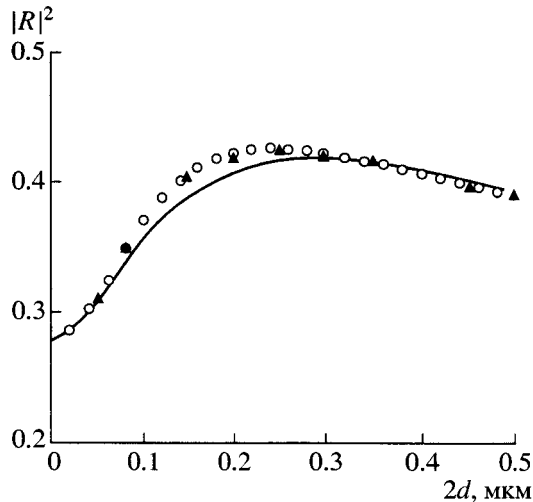


Рис. 2. Коэффициент отражения $|R|^2$ моды TE_0 от обрыва симметричного волновода.

вию слабой волноводности [4–6], т.е. показатели преломления всех сред при $z < 0$ близки по величине (в частности, $\Delta_{12} \ll 1$ и $\Delta_{32} \ll 1$), однако отношение n_2/n_0 может быть достаточно большим. Будем анализировать случай дифракции основной TE_0 -моды. В этом случае поля в угловых точках ($x = \pm d, z = 0$) ограничены и не возникает проблем с анализом возможных сингулярностей [5, 6].

Вначале рассмотрим симметричную геометрию с постоянным профилем показателя преломления $n = n_2$ внутри слоя. Основная мода TE_0 набегает на обрыв слева (рис. 1). На рис. 2 приведена зависимость квадрата модуля коэффициента отражения $|R|^2$ (коэффициента отражения по мощности) от толщины волновода $2d$ (волноведущего слоя); здесь и ниже все размеры даны в микронах. Полагали $n_2 = 3.6$ и $\Delta_{12} = \Delta_{32} = 10\%$. Сплошная кривая построена методом интегрального уравнения [5, 6], а треугольники соответствуют значениям, полученным ДМКР. Для сравнения кружочками показаны значения $|R|^2$, вычисленные приближенным вариационным методом [5, 6]. Как видно из рисунка, для слабоуправляющего ДВ все методики дают близкие результаты, при этом погрешность расчета коэффициента отражения ДМКР имеет порядок 10^{-2} .

При $kd \rightarrow 0$ коэффициент отражения по мощности стремится к предельному значению $|R_0|^2$ на частоте отсечки [5, 6], где

$$R_0 = (n_1 - n_0)/(n_1 + n_0). \quad (13)$$

При указанных выше параметрах величина $|R_0|^2 = 0.2791$. Отметим, что рассматриваемая задача является одномодовой, если третья мода TE_2 не может распространяться вдоль волновода, т.е. когда $2d < 2d_{02} = \lambda/\sqrt{n_2^2 - n_1^2} = 0.548$ мкм.

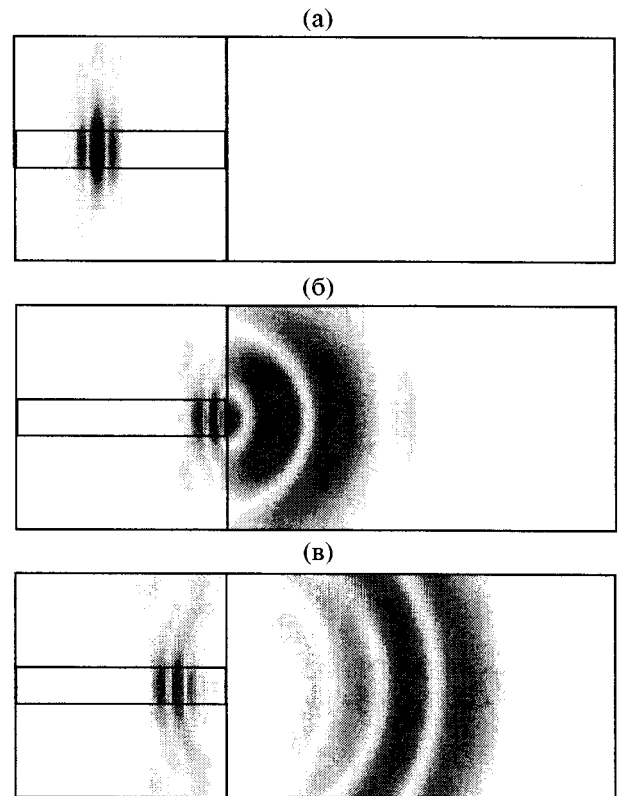


Рис. 3. Распределение интенсивности электрического поля $|E_v|$ в разные моменты времени: $n = 10$ (а), $n = 1900$ (б) и $n = 2400$ (в).

Приведенные выше данные получены при внутренних размерах ящика 4 мкм (вдоль оси Oz) на 1.5 мкм (вдоль оси Ox), размере волноводной части 1.4 мкм, числе ячеек координатной сетки по горизонтали, равном 400, а по вертикали – 150. Стенки ящика содержали 10 поглощающих слоев, и при указанных выше размерах сетки толщина всех стенок ящика равна 0.05 мкм. При указанном числе слоев коэффициент отражения по мощности для лучей, падающих на правую стенку (при нормальном падении), равен 4×10^{-4} . Коэффициент отражения парциальных лучей от левой стенки, которая граничит с волноводом, был достаточно большим (около 0.4) из-за сильного различия значений n_2 и n_0 , однако такая большая величина $|R|^2$ не влияла на коэффициент отражения ПМ от обрыва (см. ниже).

Рассмотрим теперь эволюцию цуга волн, рассчитанную на первом этапе решения задачи МКР. На рис. 3 показаны распределения интенсивности электрического поля $|E_v|$ в разные моменты времени t_n внутри ящика. При расчетах огибающую цуга волн при $t = 0$ задавали в виде одного периода функции $\sin^2(z/L)$, где $L = (3 \dots 5)\lambda_g$; $\lambda_g = 2\pi/\beta_0(\omega)$ – длина волны ПМ. Рис. 3а построен после 10 полных шагов по времени ($n = 10$ и $\Delta t = 0.666 \times 10^{-17}$ с).

Сходимость величин $|R|^2$

Число ячеек	$ R ^2$
50	0.3957
80	0.4082
100	0.4195
150	0.4227
200	0.4241
250	0.4244
Метод	$ R ^2$
МИУ	0.4170
МИФП	0.4148
ВМ	0.4256
ММСП	0.4171

в приведенных выше формулах), рис. 3б – при $n = 1900$, рис. 3в – при $n = 2400$. Как обычно, зачернение точек на рисунке пропорционально интенсивности поля в волне. При расчетах предполагали, что полная толщина ДВ равна $2d = 0.25$ мкм, при этом коэффициент отражения TE_0 -моды $|R|^2 = 0.4227$.

Следует отметить, что использованная в работе методика расчета коэффициента отражения ПМ от обрыва дает очень близкие результаты независимо от типа граничных условий на внутренней границе ящика. Это утверждение можно объяснить на основе приведенного выше рисунка. ПМ, отраженная от обрыва ДВ, и мода, переотраженная вторично от левой границы, пройдут через плоскость наблюдения в существенно различные моменты времени. Волна, отраженная от

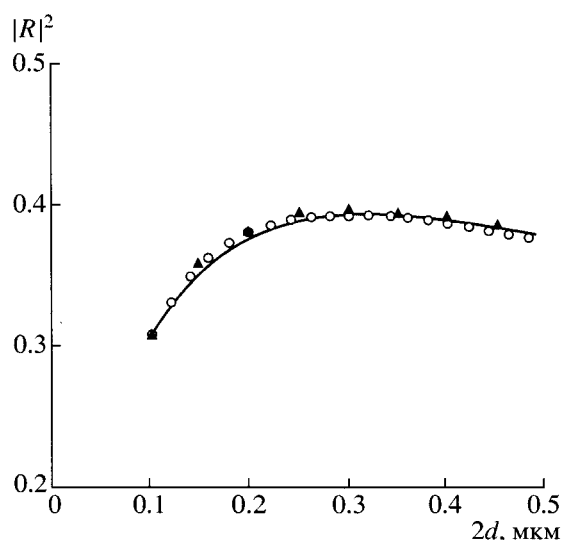


Рис. 4. Коэффициент отражения моды TE_0 от обрыва несимметричного волновода.

правой стенки ящика, “войдет” в волновод еще позже. В то же время при расчете R обработке подвергали только две части временной реализации поля: первая соответствует прохождению прямой ПМ через плоскость наблюдения, а вторая – прохождению ПМ, отраженной от обрыва. Все остальные волны проходят через плоскость наблюдения значительно позже и поэтому не влияют на получаемые результаты.

Для оценки влияния граничных условий на стенках ящика на результаты вычисления коэффициента отражения проведен ряд численных экспериментов: рассчитаны значения $|R|^2$ моды TE_0 для задачи об обрыве ДВ с толщиной среднего слоя 0.25 мкм в четырех случаях. В первом случае, когда граница ящика представляла собой поглощающие слои (см. выше), значение $|R|^2 = 0.4227$. Во втором случае граница ящика представляла собой идеально проводящие металлические стенки. При том же внутреннем размере ящика (4 и 1.5 мкм) $|R|^2 = 0.4208$. Размеры конечно-разностных ячеек во всех случаях равны $\Delta z = 0.01$ мкм и $\Delta x = 0.01$ мкм. Если в рассмотренных выше примерах увеличить внутренние вертикальные размеры ящика с 1.5 мкм до 3 мкм, то получим значения $|R|^2 = 0.4241$ и 0.4219 соответственно. Эти численные эксперименты показывают, что различия в вычисленных значениях коэффициента отражения находятся в пределах погрешности дискретизации задачи и меньше разности между значениями, полученными другими методами (см. ниже таблицу), и значениями $|R|^2$ для данных конечно-разностных сеток.

Для исследования сходимости метода проведен расчет коэффициента отражения основной моды TE_0 для случая $2d = 0.25$ мкм на конечно-разностных сетках с различным шагом. Результаты тестов представлены в таблице, где приведены значения $|R|^2$ при различном числе конечно-разностных ячеек на один микрон (это число равно $1/\Delta x$, при этом во всех расчетах выбирали $\Delta z/\Delta x = 1$). Приведенные данные показывают внутреннюю сходимость алгоритма при сгущении конечно-разностной сетки. Для сравнения приведены значения $|R|^2$, рассчитанные методом интегральных уравнений (МИУ, [6]), методом итераций в фурье-пространстве (МИФП, [3]), вариационным методом (ВМ, [6]) и методом мод свободного пространства (ММСП, [4]). Заметим, что два последних метода приближенные. Сравнение результатов показывает, что при малых шагах сетки (Δx и $\Delta z \sim 0.01\lambda$) вычисленные значения $|R|^2$ хорошо согласуются с данными указанных выше работ.

Рассмотрим теперь случай несимметричного волновода, у которого $n_1 \neq n_3$. На рис. 4 приведена зависимость $|R(2d)|^2$ при падении на обрыв основной моды TE_0 . Предполагали, что $n_2 = 3.6$, $\Delta_{12} = 5\%$ и $\Delta_{32} = 10\%$. Сплошная кривая рассчитана мето-

дом интегрального уравнения, треугольники – ДМКР. Кривочками на рисунках показаны значения $|R|^2$, вычисленные вариационным методом. Для несимметричной геометрии основная мода TE_0 имеет отсечку, поэтому все кривые начинаются с ненулевого значения $2d_{00}$ (при указанных выше параметрах $2d_{00} = 0.094$ мкм). Предельное значение в этой точке $|R_0|^2 = 0.2998$. Рассматриваемая задача является одномодовой при условии, что высшая мода TE_1 не может распространяться вдоль волновода, т.е. когда $2d < 2d_{01} = 0.476$ мкм.

На рис. 5а, 5б приведена диаграмма направленности (ДН) излучения из обрыва ДВ для симметричной и несимметричной структур. Проницаемости всех сред и длина волны те же, что и для рис. 2 и 4, а толщина волноведущего слоя в обоих случаях равна $2d = 0.25$ мкм. Максимальное значение функции $f(\varphi)$ условно принято за единицу.

Расчет ДН по формулам (11) и (12) весьма громоздок, поэтому функцию $f(\varphi)$ вычисляли упрощенным способом, который дает достаточно точные результаты. Как следует из [5–6], для слабонаправляющих структур поле в плоскости обрыва близко к сумме полей падающей и отраженной ПМ. Оценки, основанные на этом факте, показывают, что цилиндрическая волна в правом полупространстве формируется уже на расстоянии нескольких длин волн от плоскости обрыва. Для вычисления ДН построим окружность радиусом $r_0 \sim (4 \dots 5)\lambda$ с центром в плоскости обрыва и рассчитаем на ней поле. В дальней зоне (при $kr_0 \gg 1$) вид функции $f(\varphi)$ не зависит от выбора центра окружности, но при конечном (не очень большом) радиусе r_0 следует более детально учесть структуру волн; в частности, учесть возможное смещение волнового пучка из-за несимметричного распределения показателя преломления волновода. Это можно сделать, например, если поместить центр в плоскость обрыва ДВ в точке с координатами (x_0, z_0) , где $z_0 = 0$, и x_0 – “центр тяжести” распределения поля ПМ, который определяется приближенной формулой

$$x_0 = \int_{-\infty}^{\infty} x |E_0(x, \omega)|^2 dx \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |E_0(x, \omega)|^2 dx \right\}^{-1}. \quad (14)$$

Очевидно, что для симметричной геометрии $x_0 = 0$. При таком выборе центра окружности (и при конечном значении kr_0) уменьшается погрешность вычисления поворота ДН за счет смещения поля в несимметричной геометрии. Заметим, что этот вывод нетрудно сделать аналитически, заменяя приближенно поле ПМ смещенным гауссовским пучком.

Более точно положение “естественного” центра цилиндрической волны, излученной из волновода, можно определить геометрически по распределению поля при $z > 0$ в фиксированный мо-

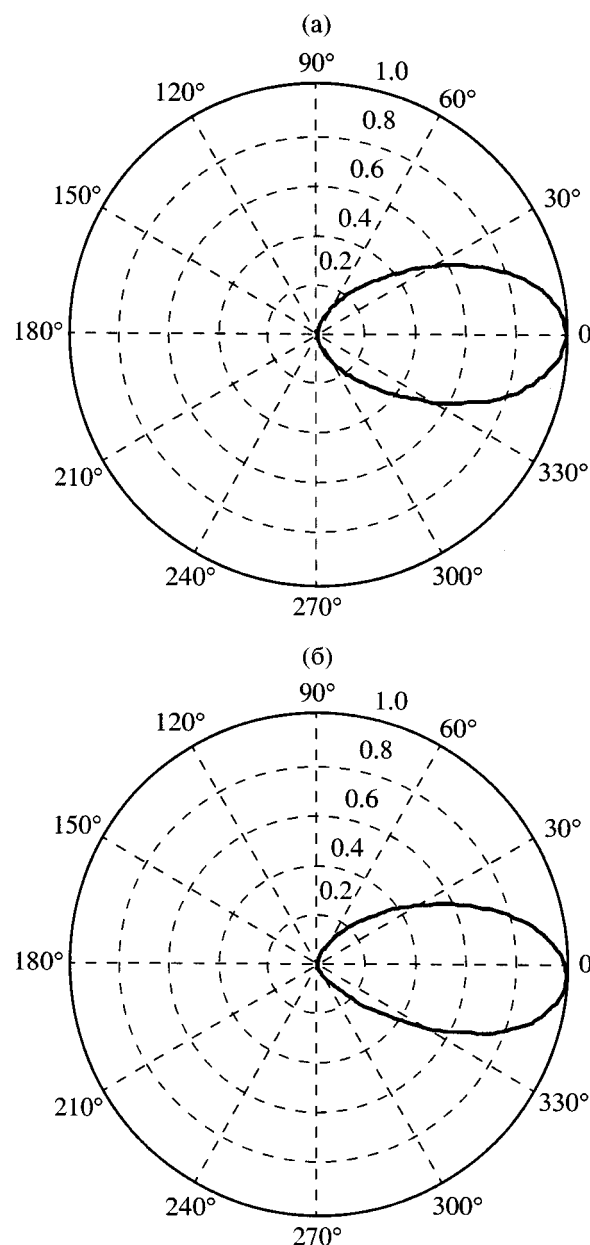


Рис. 5. Диаграмма направленности излучения из обрыва для симметричной (а) и несимметричной (б) геометрий.

мент времени. На рис. 6 показано распределение электрического поля $|E_y|$ при рассеянии ПМ на обрыве несимметричного ДВ на 2400-м шаге моделирования по времени. Для того чтобы более детально исследовать поле излучения в правом полупространстве (при $z > 0$), в том числе и при больших углах дифракции, вертикальный размер расчетной области был увеличен до 3 мкм. Для этого рисунка все параметры задачи были те же, что и для рис. 5б. Как видно из рис. 6, линия, на которой электрическое поле равно нулю (она является ли-

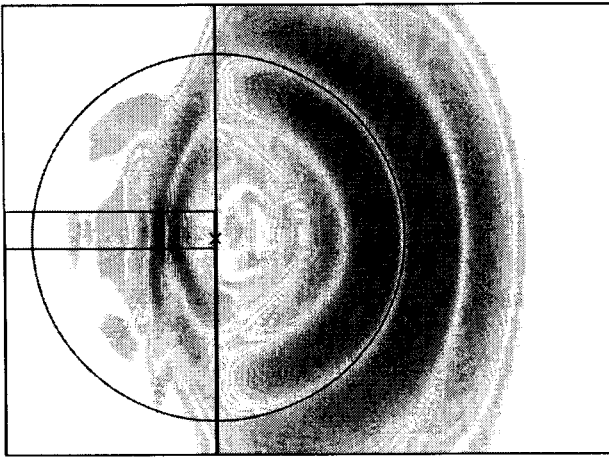


Рис. 6. Определение центра цилиндрической волны в промежуточной зоне для несимметричной структуры (центр показан крестиком).

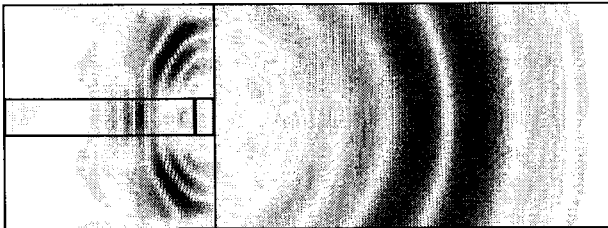


Рис. 7. Распределение интенсивности электрического поля для задачи об обрыве ДВ со вставкой из линейного диэлектрика (при $n = 2500$).

нией равных фаз), практически совпадает с частью окружности, центр которой смещен на 0.053 мкм вниз от начала координат (на рисунке он помечен крестиком).

Далее в процессе моделирования прохождения цуга волн через обрыв в точках окружности фиксировали максимальные по модулю значения поля в течение всей временной реализации. Так как цуг волн был задан в виде синусоиды по оси Oz с огибающей вида $\sin^2(z/L)$ (см. выше), то максимальное значение поля в каждой из точек наблюдения соответствует прохождению центра цуга волн через эту точку. По этим данным строили ДН, предполагая, что влиянием ближних полей неоднородности на выбранном расстоянии от обрыва можно пренебречь. ДН излучения в волноводной области ($z < 0$) весьма мала [5], поэтому ее не рассчитывали. Отметим, что описанный способ расчета может быть даже более интересен для практических приложений, поскольку очень часто требуется исследовать поля не в дальней, а в промежуточной области пространства (т.е. в зоне Френеля [19]).

Введение дополнительных нерегулярностей вблизи конца ДВ может сильно изменить характеристики задачи. Эти изменения связаны с явлениями интерференции волн, рассеянных на различных неоднородностях. В качестве примера рассмотрим задачу рассеяния основной ПМ на обрыве ДВ, на конце которого помещена диэлектрическая вставка длиной l_s . Вставка расположена между левым вертикальным отрезком (рис. 1) и плоскостью $z = 0$ и имеет ту же толщину $2d$, что и остальной волноведущий слой. На рис. 7 показано распределение интенсивности электрического поля $|E_y|$ для такой системы. В объеме вставки (при $-l_s < z < 0$, $|x| < d$) показатель преломления среды был меньше значения n_2 в волноведущем слое: $n_4 = 2.236$. Длина вставки $l_s = 0.13$ мкм, а толщина волновода $2d = 0.25$ мкм; все остальные параметры были те же, что и для рис. 2 и 3. Шаг по времени, для которого сделан рисунок, составил $n = 2500$, а коэффициент отражения ПМ равен $|R|^2 = 0.0972$. Сравнивая рис. 3 и рис. 7, можно заметить, что в рассматриваемой системе со вставкой поле ПМ сильно излучается вбок (в подложку и покрытие ДВ). Длина вставки l_s в данном примере приблизительно равна половине волноводной длины λ_g . При указанном значении n_4 вставка согласует поле ПМ с полем свободного пространства, в результате чего коэффициент отражения оказывается незначительным.

Как отмечено выше, ДМКР достаточно просто обобщить на структуры, содержащие нелинейные диэлектрики. Для учета нелинейности параметров среды, например зависимости показателя преломления от величины напряженности электрического поля $|\vec{E}|$, на каждом временном шаге достаточно вычислять новое значение $|\vec{E}|$ и пересчитывать значения диэлектрической проницаемости в каждом из узлов конечно-разностной сетки. Для иллюстрации такой возможности рассмотрим систему, в которой ДВ оканчивался вставкой из нелинейного диэлектрика конечной длины l_n . Геометрия задачи показана на рис. 1. Предполагаем, что нелинейную зависимость $\epsilon = \epsilon(|\vec{E}|^2)$ имеет среда внутри вставки, которая заключена между вертикальным отрезком (при $z = -l_n$) и плоскостью обрыва ($z = 0$) и имеет ту же толщину $2d$, что и волновод, расположенный левее; все остальные среды в этой системе линейные. По волноводу с линейной средой в сторону обрыва распространяется основная мода TE_0 , которая рассеивается на стыке линейной и нелинейной частей ДВ и на обрыве. Коэффициент отражения R будем определять стандартным способом для полей в волноводу с линейной средой (т.е. в области $z < -l_n$) на заданной частоте ω . Предпола-

гаем, что в нелинейной вставке показатель преломления удовлетворяет соотношению [22–24]

$$n = n_2(1 + \xi|E_y/E_{0a}|^2)^{1/2}, \quad (15)$$

где E_{0a} – амплитуда электрического поля падающей ПМ на оси волновода в линейной части системы; n_2 – показатель преломления волноведущего слоя при $z < -l_n$. Если параметр нелинейности $\xi = 0$, то задача становится линейной. На рис. 8 показана зависимость $|R(\xi)|^2$ для описанной системы. Расчеты проводили при длине нелинейной вставки $l_n = 0.13$ мкм и толщине волновода $2d = 0.25$ мкм. Остальные параметры задачи (в том числе параметры волновода с линейной средой)² были те же, что и для рис. 2 с линейными средами².

На рис. 9 изображено распределение интенсивности электрического поля ПМ на обрыве ДВ со вставкой из нелинейного диэлектрика. Расчет проведен для момента времени с номером шага $n = 2150$. Параметр нелинейности $\xi = 0.5$, а остальные параметры те же, что и для рис. 8. Коэффициент отражения ПМ (в линейной части волновода) для данного случая $|R|^2 = 0.4208$.

Как показывают приведенные выше результаты, для рассматриваемой геометрии влияние нелинейности диэлектрической проницаемости на коэффициент $|R|^2$ заметно, но сравнительно невелико даже при значениях ξ , больших 0.1. Отметим, что подобные значения ξ можно достичь лишь для некоторых жидких кристаллов и достаточно небольшой группы полупроводников. Для большинства веществ параметр нелинейности очень мал [23], и такие величины ξ не реализуются на практике (из-за пробоев). В системах с нелинейными средами, у которых параметр $\xi \ll 1$, сильные нелинейные эффекты можно обычно наблюдать лишь при распространении ПМ вдоль длинных волноводных линий [24]. Заметим также,

что в сильных полях зависимость n^2 от $|E|^2$ может отличаться от (15), что легко учитывается в рамках рассматриваемого метода, если пренебречь обычно незначительным преобразованием основной частоты в очень высокие гармоники (наличие которых может потребовать выбора очень малого шага Δt).

Рассмотренные примеры наглядно демонстрируют различие данного подхода и обычного координатного метода конечных разностей (КМКР), который широко применяется для решения в основном внутренних задач электродинамики (или близких к ним задач) для монохроматических полей. При расчете КМКР внешних задач (дифрак-

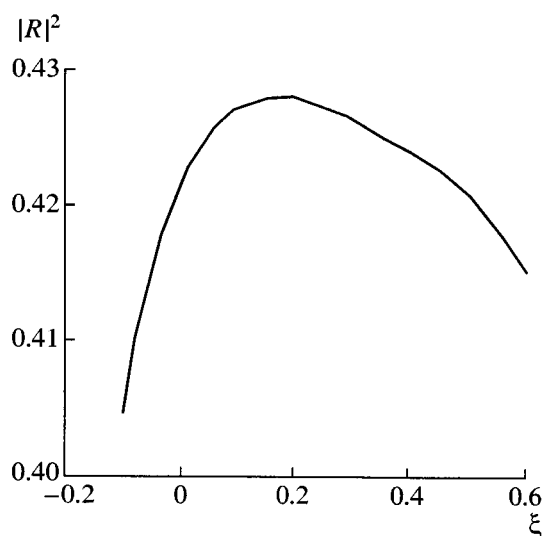


Рис. 8. Зависимость коэффициента отражения моды TE_0 от параметра нелинейности ξ .

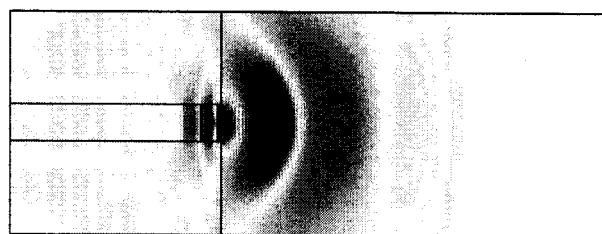


Рис. 9. Распределение интенсивности электрического поля для задачи об обрыве ДВ со вставкой из нелинейного диэлектрика (при $\xi = 0.5$, $n = 2150$).

ция монохроматических волн в открытых волноводах) возникает несколько проблем, связанных с расчетом полей в дальней зоне. Для задач рассеяния эти поля сравнительно слабо убывают на бесконечности, а в волноводных частях могут иметь постоянную амплитуду. Введение ящика с поглощающими стенками не уменьшает эти трудности. В частности, влияние стенок ящика на расчет, например R , будет более существенным, поскольку для монохроматических полей нет разделения сигналов во времени. В ДМКР вводится еще одна независимая переменная (время), так что стационарная задача заменяется эволюционной, нестационарной, и следовательно, казалось бы, она усложняется. Однако на самом деле такое усложнение не происходит, поскольку, во-первых, решение уравнений получается в явной форме и, во-вторых, существенно уменьшаются трудности, связанные с расчетом полей в дальней зоне. Отметим, что подобные подходы часто используются при решении различных стационарных задач. В частности, многие итерационные методики, применяемые для анализа стационарных задач,

² В рассматриваемой системе параметры нелинейной вставки не были привязаны к характеристикам какого-то конкретного вещества, поскольку цель примера состояла в сравнении результатов расчета линейных и нелинейных задач.

можно трактовать как методы исследования некоторых эволюционных процессов [25].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Динамическим методом конечных разностей решена задача о дифракции основной поверхностной моды на обрыве плоского диэлектрического волновода. Рассчитаны зависимости коэффициента отражения волн от электрических и геометрических параметров задачи, а также структура поля в дальней зоне.

Примененный метод анализа универсален, достаточно прост для программирования (хотя и требует компьютеров с большим объемом памяти), он легко обобщается на задачи с нелинейными средами. Естественно, что этот метод может быть использован для решения нестационарных задач, например, для анализа искажения импульсов из-за рассеяния на нерегулярностях. Несмотря на очевидные достоинства метода он имеет некоторые недостатки, которые связаны в основном с трудностями, возникающими при аппроксимации производных конечными разностями в задачах с криволинейными границами раздела сред. Для диэлектрических сред (особенно при условии слабой волноводности) этот недостаток может быть преодолен [26].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 00-02-17500 и 02-02-06471).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ikegami T. // IEEE J. Quantum Electron. 1972. V. 8. № 6. P. 470.
2. Rozzi T.E., In't Veld G.H. // IEEE Trans. 1980. V. MTT-28. № 2. P. 61.
3. Vassallo C. // J. Opt. Soc. Amer. 1988. V. A-5. № 11. P. 1918.
4. Kendall P.C., Roberts D.A., Robson P.N. et al. // IEE Proc. Optoelectron. 1993. V. 140. № 1. P. 49.
5. Tigelis I.G., Manenkov A.B. // J. Opt. Soc. Amer. 1999. V. A-16. № 3. P. 523.
6. Маненков А.Б., Тигелис И.Г. // РЭ. 2001. Т. 46. № 11. С. 1337.
7. Yee K.S., Chen J.S. // IEEE Trans. 1997. V. AP-45. № 3. P. 354.
8. Joseph R.M., Taflove A. // IEEE Trans. 1997. V. AP-45. № 3. P. 364.
9. Chu S.-T., Chaudhuri S.K. // J. Lightwave Technol. 1989. V. 7. № 12. P. 2033.
10. Yamauchi J., Mita M., Aoki S., Nakano H. // J. Lightwave Technol. 1996. V. 8. № 2. P. 239.
11. Wait J.R. // IEEE Antennas Prop. Magazine. 1996. V. 38. № 2. P. 48.
12. Mittra R., Pikel U. // IEEE Microwave and Guided Wave Lett. 1995. V. 5. № 3. P. 84.
13. Berenger J.-P. // IEEE Trans. 1997. V. AP-45. № 3. P. 466.
14. Andrew W.V., Balanis C.A., Tirkas P.A. // IEEE Microwave Guided Wave Lett. 1995. V. 5. № 6. P. 192.
15. Chen B., Fang D.G., Zhou B.H. // IEEE Microwave Guided Wave Lett. 1995. V. 5. № 11. P. 399.
16. Zhao A.P., Juntunen J., Raisanen A.V. // IEEE Microwave Guided Wave Lett. 1998. V. 8. № 2. P. 52.
17. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
18. Маненков А.Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. № 5. С. 739.
19. Вайнштейн Л.А., Маненков А.Б. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1986. Кн. 1. С. 141.
20. Marcuse D. Theory of Dielectric Optical Waveguides. L.: Academic Press, 1991.
21. Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир, 1984.
22. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. Гл. 13.
23. Власов С.Н., Таланов В.И. Самофокусировка волн. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997.
24. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. М.: Мир, 1996.
25. Дьяченко В.Ф. Основные понятия вычислительной математики. М.: Наука, 1972.
26. Marrocco G., Sabbadini M., Bardati F. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1998. V. 46. № 12. P. 2166.