

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.372

КОМБИНИРОВАННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ДИФРАКЦИИ НАПРАВЛЯЕМОЙ МОДЫ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА

© 2004 г. А. В. Бровко, А. Б. Маненков

Поступила в редакцию 10.11.2003 г.

Развита эффективная численная методика для решения задач дифракции направляемых мод планарного диэлектрического волновода. Метод проиллюстрирован на примере задач рассеяния ТЕ-моды на металлической диафрагме. Рассчитаны коэффициенты отражения и прохождения, структура полей в ближней и дальней зонах.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы для решения задач рассеяния широко используется динамический метод конечных разностей (ДМКР)¹ [1–3]. Методика применяется для анализа задач дифракции направляемых мод (НМ), распространяющихся в открытых диэлектрических волноводах (ДВ) с различными рассеивателями (нерегулярностями) [4–8]. ДМКР весьма универсален и позволяет исследовать дифракционные эффекты при достаточно сложной геометрии задачи.

При помощи ДМКР анализ задачи дифракции монохроматических волн проводится в два этапа. Сначала исходная задача заменяется вспомогательной нестационарной задачей дифракции ограниченного пакета волн, который распространяется и рассеивается в той же самой геометрии. Эволюция пакета исследуется численно МКР. Решение нестационарной задачи выгодно отличается от решения задачи дифракции монохроматических волн тем, что позволяет использовать простой алгоритм для расчета полей в любой момент времени; кроме того, для нее во многих случаях проще учесть открытый характер рассматриваемой области [4–8]. На заключительном этапе при помощи преобразования Фурье из полученного численного решения нестационарной проблемы можно выделить одну временную гармонику на нужной частоте ω_0 (например, для электрического поля в точках некоторой области) и получить решение исходной задачи.

Несмотря на многочисленные достоинства ДМКР, он имеет и ряд недостатков. В частности, в процессе решения дифракционных проблем приходится вводить ряд вспомогательных параметров (см. следующий раздел), при этом априорно трудно выбрать значения всех параметров так, чтобы они не оказывали заметного влияния на

конечные результаты. Требования к параметрам часто противоречивы, и при их компромиссных значениях не удается получить высокую точность расчетов при ограниченных ресурсах ЭВМ. Для задач со сложной геометрией или при высоких требованиях к погрешности приходится использовать “мелкие” координатно-временные сетки, так что вычисления ДМКР обычно занимают много времени. Кроме того, ДМКР можно рассчитать поля только в ограниченной области пространства, поэтому продолжение полей в дальнюю зону (расчет диаграммы направленности) требует привлечения других методик.

В данной работе описан комбинированный метод расчета дифракции НМ в ДВ, который основан на последовательном использовании ДМКР и подходов, базирующихся на теории спектральных разложений. Например, при расчете коэффициента отражения НМ распределения полей, полученные ДМКР, подставляли в стационарный функционал, выведенный при помощи разложения по собственным модам. За счет свойства стационарности точность новых данных увеличивается, что позволяет использовать крупные сетки. Кроме того, при указанном подходе существенно уменьшается зависимость результатов от вспомогательных параметров, вводимых на первых этапах решения задачи. Спектральное разложение позволяет также сравнительно просто осуществить продолжение поля в дальнюю зону.

1. ОПИСАНИЕ ДМКР

Для иллюстрации методики будем рассматривать двумерную задачу дифракции НМ на бесконечно тонкой металлической диафрагме в ДВ (рис. 1). Для простоты предполагаем, что структура симметрична. Показатели преломления подложки и покрытия n_1 , а также волноведущего слоя n_2 в достаточно широком диапазоне частот постоянны, вещественны и удовлетворяют условию $n_1 < n_2$. Толщина волновода обозначена через $2d$,

¹ В англоязычной литературе для этого метода в основном используют название “FDTD-method”.

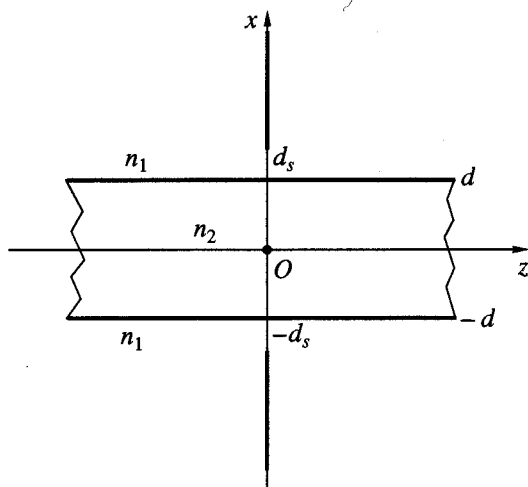


Рис. 1. Геометрия задачи.

а размер отверстия в диафрагме – через $2d_s$. Ниже будем рассматривать так называемый TE -случай,

когда электрическое поле \vec{E} имеет только одну компоненту E_y . Для простоты также считаем, что магнитные проницаемости всех сред совпадают с проницаемостью вакуума μ_v . Предполагаем, что электромагнитные поля монохроматические, их частоту обозначим через ω_0 . Исходную задачу дифракции формулируем следующим образом: слева на диафрагму падает основная НМ типа TE_0 . Мода дифрагирует на диафрагме, при этом возбуждаются отраженная и прошедшая моды, а также пространственная волна, которая в дальней зоне формируется в расходящуюся цилиндрическую волну.

Как указано выше, на первом этапе исходная задача заменяется вспомогательной задачей о распространении и дифракции пакета волн с центральной частотой ω_0 на диафрагме [6]. В начальный момент времени $t = 0$ левее диафрагмы задавали волновой пакет в виде цуга волн, структура которого представляет собой несколько полуволн НМ с плавной огибающей. Параметры пакета подбираем так, чтобы при $t > 0$ он двигался направо в сторону рассеивателя и в нем доминировала временная гармоника на частоте ω_0 [6, 7].

Далее проводили алгебраизацию временных уравнений Максвелла МКР [1–8]. Для этого в плоскости XOZ ввели прямоугольную сетку с шагом Δx и Δz , узлы которой имели координаты $(i\Delta x, j\Delta z)$, где i и j – целые числа. Значения электрического поля искали в узлах указанной сетки в дискретные моменты времени $t_m = m\Delta t$ (Δt – шаг по времени), а магнитное поле – в узлах координатной сетки, смещенной на половину шагов $\Delta x/2$ и $\Delta z/2$ и в моменты времени $t_{m-1/2} = (m - 1/2)\Delta t$. Используя стандартную конечно-разностную схему,

из уравнений Максвелла получили систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для значений полей в указанных выше точках. Если при аппроксимации производных использовать центральные разности, то для отличных от нуля компонент полей E_y , H_x и H_z можно записать СЛАУ в виде двух матричных соотношений [6–8]:

$$\begin{bmatrix} H_z^{(m+1/2)}(i, j+1/2) \\ H_x^{(m+1/2)}(i+1/2, j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{\Delta t}{\mu_v \Delta x} & -\frac{\Delta t}{\mu_v \Delta z} \\ -\frac{\Delta t}{\mu_v \Delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t}{\mu_v \Delta z} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H_z^{(m-1/2)}(i, j+1/2) \\ H_x^{(m-1/2)}(i+1/2, j) \\ E_y^{(m)}(i, j) \\ E_y^{(m)}(i, j+1) \\ E_y^{(m)}(i+1, j) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$E_y^{(m+1)}(i, j) = \frac{1}{\varepsilon(i, j)} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\Delta t}{\Delta z} \\ \frac{\Delta t}{\Delta z} \\ -\frac{\Delta t}{\Delta x} \\ \frac{\Delta t}{\Delta x} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \varepsilon(i, j) E_y^{(m)}(i, j) \\ H_x^{(m+1/2)}(i+1/2, j) \\ H_x^{(m+1/2)}(i-1/2, j) \\ H_z^{(m+1/2)}(i, j+1/2) \\ H_z^{(m+1/2)}(i, j-1/2) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где символ T означает операцию транспонирования. В этих формулах использованы стандартные обозначения для полей в узловых точках, например, $E_y^{(m)}(i, j) = E_y(i\Delta x, j\Delta z, m\Delta t)$. При выводе уравнений учтены материальные уравнения $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$,

причем предполагали, что диэлектрическая проницаемость ε зависит только от координат x и z , так что $\varepsilon = \varepsilon_v n^2(x, z)$, где ε_v – диэлектрическая проницаемость вакуума. Уравнения должны быть дополнены граничными условиями Дирихле на поверхности металлической диафрагмы при $z = 0$ и $|x| > d_s$. Из приведенных соотношений видно, что при расчете эволюции пакета значения полей в каждом из узлов конечно-разностной сетки можно вычислить при помощи двух последовательных полушагов. Используя (1), на первом полушаге вычисляли компоненты магнитного поля. На втором полушаге применили формулу (2) и рассчитали распределение электрического поля. Таким образом, по формулам (1) и (2) поля в последующие моменты времени вычисляются через поля в предшествующие моменты.

Исходная волноводная структура является открытой, и для ее моделирования основную часть системы помещали в ящик со слабо отражающими стенками [4–10]. Эти стенки представляли собой хорошо согласованную слоистую среду. Вопросы конструирования согласованных стенок, а также принципы выбора всех других параметров (размеров ящика, ячеек сетки, величины шагов по времени, длины волнового пакета и расположение плоскостей наблюдения) достаточно подробно рассмотрены в [4–10].

На заключительном этапе решения по результатам конечно-разностного моделирования рассчитывали выходные характеристики задачи дифракции монохроматической волны на заданной частоте ω_0 . Например, электрическое поле $E_y(x, z, \omega_0)$ в любой точке внутри ящика выражается через временную реализацию $E_y(x, z, t)$ при помощи преобразования Фурье:

$$E_y(x, z, \omega_0) = \int_{-\infty}^{\infty} E_y(x, z, t) \exp(i\omega_0 t) dt. \quad (3)$$

Интегралы в формуле (3) вычисляли при помощи быстрого преобразования Фурье, используя конечный, но достаточно большой набор значений поля в моменты времени t_m .

2. ВАРИАЦИОННАЯ ТЕХНИКА

Как отмечено выше, результаты расчетов при помощи ДМКР зависят от введенных вспомогательных параметров, в том числе от размера ящика, характеристик его стенок, геометрии координатной сетки и начальной формы волнового пакета. Заметим, что количественное влияние этих параметров изменяется при изменении частоты ω_0 или характеристик волновода и рассеивателя, поэтому по результатам одного примера практически невозможно определить их оптимальные значения для других случаев. Для двумерных задач существует также трудность расчета преобразования Фурье, поскольку в такой геометрии после прохождения пакета возникает последствие, продолжающееся бесконечно долго [11]. При помощи простой процедуры, основанной на вариационной технике, можно существенно уменьшить все указанные выше эффекты и повысить точность расчетов.

Для вывода вариационных формул используем разложение по собственным модам [12] волновода. Слева от диафрагмы имеем [13–15]:

$$E_y = U_0(x) \exp(i\beta_0 z) + R U_0(x) \exp(-i\beta_0 z) + \int_0^{\infty} R_\kappa U_\kappa(x) \exp(-i\beta_\kappa z) d\kappa, \quad (4)$$

где $U_0(x)$ и $U_\kappa(x)$ – распределения полей поверхностной и радиационных мод (РМ) волновода, β_0 – константа распространения НМ, κ и $\beta_\kappa = (k^2 n_1^2 - \kappa^2)^{1/2}$ – поперечное и продольное волновые числа РМ (непрерывные параметры), $k = \omega_0/c$ – волновое число в вакууме на заданной частоте, c – скорость света в пустоте, R – коэффициент отражения основной НМ типа TE_0 , R_κ – неизвестные амплитуды. В выражении для β_κ выбираем ту ветвь корня, у которой $\text{Im} \beta_\kappa > 0$ при $\text{Im} k > 0$. Как обычно в этой и нижеследующих формулах опущен временной множитель $\exp(-i\omega_0 t)$. Аналогичное разложение по собственным функциям может быть записано для поля при $z > 0$:

$$E_y = T U_0(x) \exp(i\beta_0 z) + \int_0^{\infty} T_\kappa U_\kappa(x) \exp(i\beta_\kappa z) d\kappa, \quad (5)$$

где T и T_κ – амплитуды разложения. Система функций $\{U_0, U_\kappa\}$ ортонормирована [12–14], в частности,

$$\langle U_\kappa, U_{\kappa'} \rangle = \delta(\kappa - \kappa'), \quad \langle U_0, U_0 \rangle = 1, \quad (6)$$

где $\delta(\kappa - \kappa')$ – дельта-функция. Здесь и ниже используем следующее обозначение для интеграла по плоскости $z = 0$ от произведения двух произвольных функций $F_1(x)$ и $F_2(x)$:

$$\langle F_1, F_2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} F_1(x) F_2(x) dx. \quad (7)$$

Разложения для магнитного поля \vec{H} выводим из (4), (5) при помощи уравнений Максвелла.

Используя условия непрерывности полей в плоскости диафрагмы $z = 0$, получим интегральное уравнение [15–17] 1-го рода для электрического поля $E_s(x)$ на апертуре:

$$\hat{\Xi}_e[E_s] = \beta_0 U_0(x), \quad (8)$$

где $\hat{\Xi}_e$ – интегральный оператор, который определен соотношением

$$\hat{\Xi}_e[E] = \beta_0 \langle E, U_0 \rangle U_0 + \int_0^{\infty} \beta_\kappa \langle E, U_\kappa \rangle U_\kappa d\kappa. \quad (9)$$

Из уравнения (8) стандартным способом [15–17] можно вывести стационарные функционалы для основных характеристик задачи. В частности, коэффициент отражения R определяется следующим функционалом:

$$\frac{R}{1+R} = -\frac{1}{\beta_0 \langle E_s, U_0 \rangle^2} \int_0^{\infty} \beta_\kappa \langle E_s, U_\kappa \rangle^2 d\kappa. \quad (10)$$

При вычислении R по формуле (10) следует учесть, что поле E_s отлично от нуля только на апертуре, т.е. $E_s(x) = 0$ при $|x| > d_s$, поэтому все интегралы по координате x берем в конечных пределах. Благодаря свойству стационарности формула (10) дает результаты с погрешностью следующего порядка малости по отношению к погрешности "пробного" (приближенного) поля, которое в нее подставляем. В дальнейшем в качестве такого пробного распределения E_s будем использовать функцию, найденную ДМКР. В силу указанного свойства стационарности результаты расчетов в существенно меньшей степени подвержены влиянию вспомогательных параметров, введенных при решении задачи ДМКР. Для рассматриваемой структуры с бесконечно тонкой диафрагмой коэффициент прохождения T выражается через R по формуле

$$T = 1 + R. \quad (11)$$

Последняя формула следует из условия непрерывности электрического поля в плоскости диафрагмы и условий ортогональности мод. Исходя из баланса энергии, по вычисленным значениям коэффициентов R и T легко определяем радиационные потери.

Для ДВ с постоянным профилем показателя преломления поля РМ могут быть построены методом S -оператора [12, 13]. В частности, для симметричных мод имеем

$$U_\kappa(x) = \begin{cases} A_\kappa \cos(g_\kappa x), & |x| < d, \\ B_\kappa [s_\kappa \exp(i\kappa(x-d)) + \exp(-i\kappa(x-d))], & x > d, \end{cases} \quad (12)$$

где $g_\kappa = \sqrt{k^2(n_2^2 - n_1^2) + \kappa^2}$, s_κ – собственное значение S -оператора, A_κ , B_κ – амплитудные функции. Все эти величины легко найти, сшивая поля на границах раздела сред ($x = \pm d$):

$$s_\kappa = \frac{\kappa \cos(g_\kappa d) + i g_\kappa \sin(g_\kappa d)}{\kappa \cos(g_\kappa d) - i g_\kappa \sin(g_\kappa d)}, \quad (13)$$

$$A_\kappa = \frac{(1 + s_\kappa) B_\kappa}{\cos(g_\kappa d)}, \quad B_\kappa = \frac{1}{\sqrt{4\pi s_\kappa}}.$$

Точность расчетов коэффициента отражения легко увеличить, если сгладить данные, полученные ДМКР, и приближенно учесть сингулярности полей. Для этого поле на отверстии диафрагмы аппроксимировали конечным рядом четных полиномов Чебышева T_{2m} [18] с корневой весовой функцией:

$$E_s(x) = \sqrt{1 - x^2/d_s^2} \sum_{m=0}^{M-1} Q_m T_{2m}(x/d_s), \quad (14)$$

где M – число членов. Заметим, что простейший вариант ДМКР не позволяет учесть возможные особенности полей [19] на острых металлических кромках бесконечно тонкой диафрагмы. Вводя весовую функцию $\sqrt{1 - x^2/d_s^2}$, приближенно учитываем поведение электрического поля при $x \sim \pm d_s$ и тем самым повышаем точность формулы (10). Коэффициенты разложения Q_m можно легко найти по стандартной методике, основанной на методе наименьших квадратов и сингулярном разложении [20]. Значения полей на апертуре вычисляли в точках, число которых в полтора – два раза превышало число коэффициентов M . Такой способ расчета коэффициентов Q_m позволяет сгладить данные, полученные ДМКР.

Вариационные формулы можно использовать самостоятельно (без расчета полей ДМКР) в случаях, когда удастся каким-то образом найти аналитическую аппроксимацию поля на апертуре. Например, для небольших отверстий (при $d_s < d$) можно использовать простое квазистатическое приближение

$$E_s(x) = F_s \sqrt{1 - x^2/d_s^2}, \quad (15)$$

которое представляет собой первый член суммы (14). Постоянная амплитуда F_s не входит в окончательные результаты (она сокращается), поэтому ее значение может быть произвольным, так что соотношения (10) и (15) дают приближенное решение задачи в квадратурах без каких-либо других подгоночных параметров.

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим несколько примеров, иллюстрирующих описанный подход. Везде ниже считали, что показатели преломления сред (рис. 1) равны $n_1 = 1.455$, $n_2 = 1.5$, толщина волновода $2d = 1$ мкм, длина волны света в вакууме $\lambda = 0.86$ мкм. Отметим, что при указанных значениях показателей преломления ДВ является слабо направляющим [21]. При расчетах обычно использовали прямоугольный ящик с размерами $L_z = 6$ мкм вдоль горизонтальной оси и $L_x = 5$ мкм вдоль вертикальной оси (рис. 1). Во всех примерах величины шагов координатно-временной сетки удовлетворяли условиям $\Delta x = \Delta z$, $c\Delta t/\Delta x = 0.6$. Толщину диафрагмы выбирали малой, но конечной, равной $1.5\Delta z$, где Δz – размер конечно-разностных ячеек по горизонтали. Диафрагма меньшей толщины не является точной моделью идеально проводящего металла, так как электромагнитное поле проникает сквозь нее за счет дискретной связи между узлами конечно-разностной сетки.

В табл. 1 представлены результаты расчетов ДМКР и комбинированным методом коэффици-

ентов отражения $|R|^2$ и прохождения $|T|^2$ (по мощности) при разных размерах координатной сетки Δz . Данные, полученные ДМКР, приведены во второй и четвертой колонках и соответствуют $|R_d|^2$, $|T_d|^2$, а данные, рассчитанные комбинированным методом, – в третьей и пятой колонках и соответствуют $|R_v|^2$, $|T_v|^2$. Расчеты проводили для диафрагмы с размером отверстия $2d_s = 0.6$ мкм. В табл. 2 приведены аналогичные результаты для случая, когда диафрагма не входила в средний слой и размер отверстия равен $2d_s = 1.2$ мкм.

Как видно из приведенных данных, скорость внутренней сходимости комбинированного метода существенно выше и при этом на результаты существенно меньшее влияние оказывает размер ячеек координатной сетки. Даже на достаточно крупных сетках с размерами $\Delta z/\lambda \sim 0.03$ результаты, полученные после вариационного уточнения, имеют сравнительно небольшую погрешность. Расчеты на крупных стеках занимают существенно меньше времени. Для применяемой методики число основных математических операций по порядку величины равно $10L_x L_z^2 / (c\Delta t \Delta x \Delta z)$, поэтому, например, увеличение размеров сетки в два раза сокращает время расчетов почти на порядок. Полученный результат особенно важен при проведении поисковых расчетов.

При использовании вариационной формулы удается существенно уменьшить влияние других вспомогательных параметров. В качестве еще одного примера рассмотрим, как влияет на результаты расчетов структура волнового пакета в начальный момент времени. В рассмотренных выше примерах (см. табл. 1 и 2) исходный пакет волн состоял из трех полувольт с косинусоидальной огибающей. В табл. 3 и 4 представлены значения коэффициентов отражения и прохождения при разном числе полувольт N_w в пакете. Обозначения коэффициентов здесь те же, что и выше. Табл. 3 построена для диафрагмы с апертурой $2d_s = 0.6$ мкм, а табл. 4 – для случая, когда $2d_s = 1.2$ мкм. Как видно из таблиц, вариационная формула существенно уменьшает разброс значений коэффициентов $|R|^2$ и $|T|^2$, которые получают ДМКР при различных начальных условиях (см. две последние колонки в табл. 4).

На рис. 2 представлены значения коэффициентов $|R|^2$ и $|T|^2$ в зависимости от относительного размера отверстия d_s/d . Параметры волновода те же, что и при расчете таблиц. Сплошные кривые рассчитаны при помощи вариационной формулы с одночленной пробной функцией (15). Кружочками показаны значения, рассчитанные комбинированным методом, пунктирные кривые соответствуют результату сплайновой аппроксимации этих данных. Как видно из рисунка, при $d_s < d$ эти

Таблица 1. Результаты расчета коэффициентов отражения и прохождения НМ через диафрагму с размером апертуры $2d_s = 0.6$ мкм

$\Delta z/\lambda$	$ R_d ^2$	$ R_v ^2$	$ T_d ^2$	$ T_v ^2$
0.035236	0.20963	0.22477	0.28230	0.27977
0.023256	0.22405	0.22384	0.27156	0.28124
0.011628	0.22356	0.22314	0.27907	0.28206

Таблица 2. Результаты расчета коэффициентов отражения и прохождения НМ через диафрагму с размером апертуры $2d_s = 1.2$ мкм

$\Delta z/\lambda$	$ R_d ^2$	$ R_v ^2$	$ T_d ^2$	$ T_v ^2$
0.035236	0.020214	0.022100	0.72375	0.72753
0.023256	0.022938	0.021696	0.74708	0.72997
0.011628	0.022039	0.021555	0.72405	0.73059

Таблица 3. Коэффициенты отражения и прохождения НМ через диафрагму с размером апертуры $2d_s = 0.6$ мкм при различном числе полувольт N_w в пакете

N_w	$ R_d ^2$	$ R_v ^2$	$ T_d ^2$	$ T_v ^2$
3	0.22356	0.22314	0.27907	0.28206
4	0.22293	0.22311	0.28245	0.28210
5	0.22341	0.22311	0.28454	0.28210
6	0.22266	0.22312	0.28500	0.28209

Таблица 4. Коэффициенты отражения и прохождения НМ через диафрагму с размером апертуры $2d_s = 1.2$ мкм при различном числе полувольт N_w в пакете

N_w	$ R_d ^2$	$ R_v ^2$	$ T_d ^2$	$ T_v ^2$
3	0.022039	0.021555	0.72405	0.73059
4	0.021833	0.021552	0.72885	0.73061
5	0.021749	0.021553	0.73392	0.73061
6	0.021392	0.021551	0.73593	0.73063

значения достаточно хорошо согласуются. Приведенные результаты показывают, что даже один член в разложении (14) дает разумные результаты в широкой области параметров. Ухудшение точности одночленной аппроксимации (15) достаточно очевидно: для больших отверстий поле падающей моды на диафрагме экспоненциально мало и простая функция (15) сильно отличается от истинной. При $d \gg d_s$ можно уменьшить погрешность вариационной техники, например при использовании распределения (15), умноженного на поле падающей моды. Заметим также, что ком-

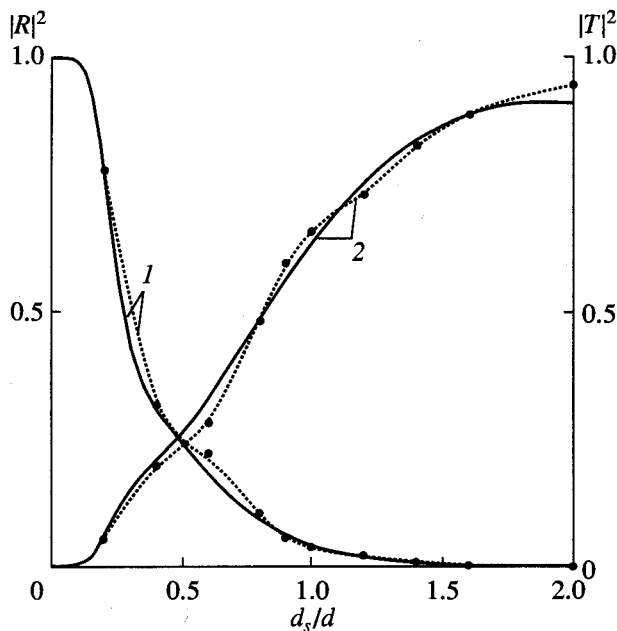


Рис. 2. Зависимости коэффициентов отражения $|R|^2$ (кривые 1) и прохождения $|T|^2$ (кривые 2) от относительного размера отверстия в диафрагме d_s/d для симметричного волновода толщиной $2d = 1$ мкм.

бинированный метод позволяет достаточно точно решить задачу в предельном случае малых отверстий. При расчетах одним ДМКР погрешность расчетов в этой области параметров велика из-за влияния дискретизации координат и сингулярности магнитного поля на краю диафрагмы.

4. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЕЙ

При решении задач рассеяния волн в ДВ наряду с интегральными характеристиками важное значение имеют результаты расчетов полей в ближней и дальней зонах. Заметим, что анализ ближнего поля необходим, например, при расчете предельной мощности, значение которой обычно определяется электрическим пробоем вблизи рассеивающих элементов или возникновением нелинейных эффектов в диэлектриках. Хотя, как правило, требования к точности расчета полей не очень велики, тем не менее и при анализе этих вопросов удобно применять подходы, основанные на совместном использовании ДМКР и методов спектральных разложений. Во многих случаях такой комбинированный способ расчета существенно экономит время вычислений или позволяет более детально проанализировать дифракционные поля. В частности, такой подход удобен для расчета диаграммы направленности (ДН) излучения или поля пространственной волны вблизи оси волновода, где доминирует поле НМ, а также для

анализа полей вблизи острых металлических ребер. При помощи ДМКР поля рассчитываются только внутри ящика, и для вычисления ДН в дальней зоне необходимо продолжить их за стенки ящика. В волноводных задачах при таком продолжении в ряде случаев встречаются определенные трудности. Например, при малых углах $\varphi = \arctg(x/z)$ формирование цилиндрической волны происходит на очень больших расстояниях от рассеивателя (порядка λ/φ^2). Соответствующие таким расстояниям точки при $\varphi \rightarrow 0$ всегда будут находиться вне ящика с реальными размерами. Простые алгоритмы, которые применимы к задачам с быстро формирующимся полем цилиндрической волны, например в случае обрыва ДВ [7, 8], здесь не пригодны.

В рассматриваемой структуре ДН может быть вычислена для всех углов по полю на апертуре (14), если сначала рассчитать его ДМКР, затем определить амплитуды радиационных мод и далее вычислить ДН из интеграла по непрерывному спектру. Коэффициенты разложения в формуле (5) могут быть выражены через поля на апертуре диафрагмы при помощи условий ортогональности мод:

$$T_k = \langle E_s, U_k \rangle. \quad (16)$$

Расчет интегралов в (16) проводили также с использованием представления (14), учитывающего особенности полей вблизи металлических ребер. После расчета коэффициентов разложения ДН по мощности $f(\varphi)$ вычисляли по формуле

$$f(\varphi) = |T_k|^2 \cos^2 \varphi, \quad k = kn_1 \sin \varphi. \quad (17)$$

Формула (17) выведена методом стационарной фазы из разложения (5) и получена для ДН излучения в правое полупространство ($-\pi/2 < \varphi < \pi/2$). При использовании спектрального разложения для поля при $z < 0$ точно таким же способом можно вывести представление ДН в левом полупространстве. Для бесконечно тонкой диафрагмы ДН вперед и назад оказываются совпадающими. Отметим, что для ДН можно также построить стационарный функционал, однако процедура, описанная выше, дает достаточно точные результаты, поэтому вариационное уточнение при расчете полей не проводили.

Приведем результаты расчетов по описанной выше методике и прежде всего рассмотрим поле в плоскости диафрагмы и ближние поля. На рис. 3 и 4 представлены модули апертурных полей $|E_s(x)|$. Рис. 3 построен для $2d_s = 0.6$ мкм, рис. 4 – для $2d_s = 1.2$ мкм. Остальные параметры те же, что и выше. Сплошные кривые построены при помощи аппроксимирующих рядов (14) и $M \sim 6 \dots 8$, треу-

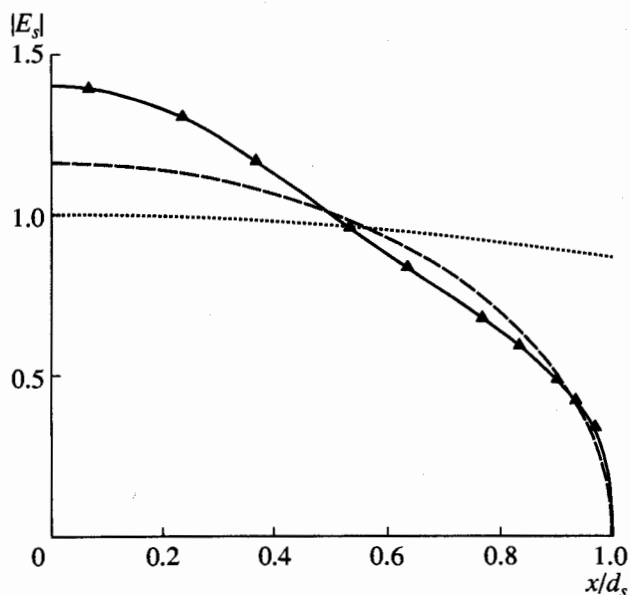


Рис. 3. Распределение модуля электрического поля $|E_s|$ в плоскости диафрагмы для $d_s/d = 0.6$.

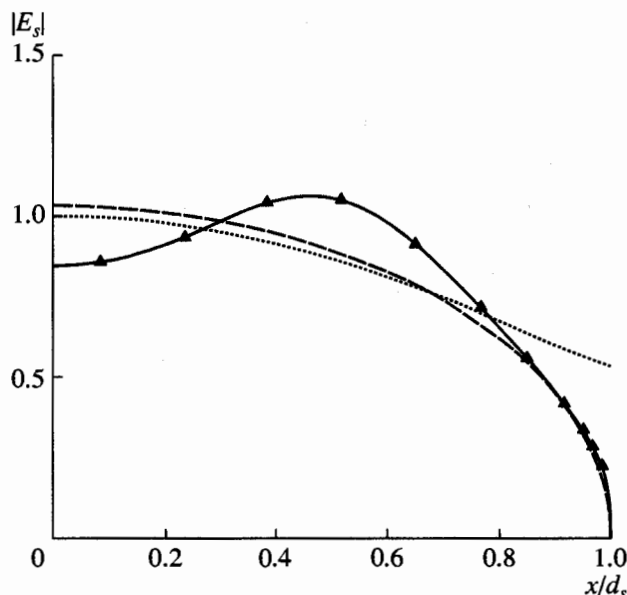


Рис. 4. Распределение модуля электрического поля $|E_s|$ в плоскости диафрагмы для $d_s/d = 1.2$.

гольники соответствуют значениям, вычисленным ДМКР, штриховые кривые – результаты однократной аппроксимации поля $|E_s(x)|$ по формуле (15), а пунктирные кривые – поля падающей моды $|U_0(x)|$. При расчетах использована следующая нормировка² функций: $U_0(0) = 1$. С учетом симметрии на рисунках приведена только половина графиков. Как видно из приведенных данных, при больших отверстиях поля имеют максимумы вблизи краев диафрагм. Эффект увеличения полей в этих областях качественно можно объяснить при помощи соображений геометрической теории дифракции [22].

Для волновода, параметры которого подчиняются условию слабой волноводности, распределение $|E_y(x, z, t)|$ близко к распределению поля монокроматической волны $|\text{Re}[E_y(x, z, \omega_0)\exp(-i\omega_0 t)]|$ в той области ящика, где в данный момент времени t находится цуг волн. Это свойство подобных волноводных структур позволяет получить приближенное, но достаточно информативное представление о решении исходной задачи при последовательном анализе распространения и рассеяния цуга волн для вспомогательной нестационарной задачи (см. [6, 8]). На рис. 5 показаны распределения интенсивности электрического поля $|E_y(x, z, t)|$ в разные моменты времени $t = t_m$ для точек внутри ящика. При расчетах огибающую цуга волн при $t = 0$ задавали косинусоидальной с тремя полувол-

нами. Рис. 5а построен после 10 полных шагов по времени ($m = 10$ и $\Delta t = 0.666 \times 10^{-16}$ с в приведенных выше формулах), рис. 5б – при $m = 350$, рис. 5в – при $m = 450$. Как обычно, степень зачернения точек на рисунке пропорциональна интенсивности поля в волне. Для этого рисунка размер отверстия в диафрагме равен $2d_s = 0.5$ мкм, а параметры волновода те же, что и при расчете табл. 1 и 2. Размер ящика по горизонтали равен $L_x = 8$ мкм, а по вертикали – $L_y = 7$ мкм. На рис. 5б достаточно ясно видна структура дифракционных полей вблизи неоднородности, в частности возбуждение волн краями диафрагмы. При других, не слишком больших отверстиях, когда поле НМ “дотягивается” до краев диафрагмы, распределения ближних полей качественно похожи на приведенное выше. Небольшие различия вызваны тем, что при $d_s \geq \lambda$ в распределении поля на апертуре появляются осцилляции, обусловленные многократной дифракцией краевых волн [22] (см. рис. 3 и 4). Заметим, что ближние поля можно рассчитать иначе: при использовании спектральных разложений (4) и (5) и представления для поля на апертуре (15), вычисленного ДМКР. Как отмечено выше, такой подход может быть удобен при анализе поля пространственной волны или при расчете магнитного поля вблизи ребер диафрагмы.

На рис. 6 и 7 изображены ДН излучения по мощности в дальней зоне для рассматриваемой геометрии. Все параметры ДВ те же, что и для рис. 2. Для рис. 6 размер апертуры равен 0.6 мкм, а для рис. 7 – 1.2 мкм. С учетом симметрии ДН изображены только для первого квадранта. Сплошные

² Заметим, что эта нормировка отличается от использованной в формулах (7)–(9).

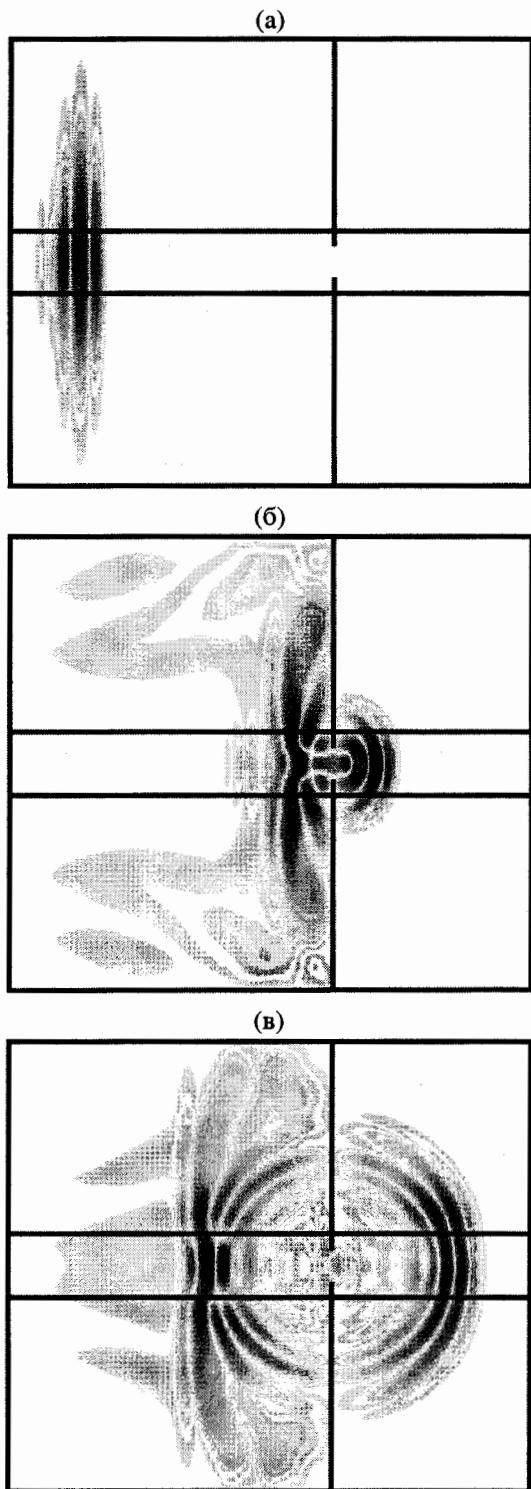


Рис. 5. Распределение интенсивности электрического поля для нестационарной задачи о рассеянии пучка волн в разные моменты времени t_m при $m = 10$ (а), $m = 350$ (б) и $m = 450$ (в).

кривые рассчитаны по формулам (16) и (17), а пунктирные кривые – результат расчета в приближении физической оптики. Как видно из рисунков, это приближение дает достаточно хоро-

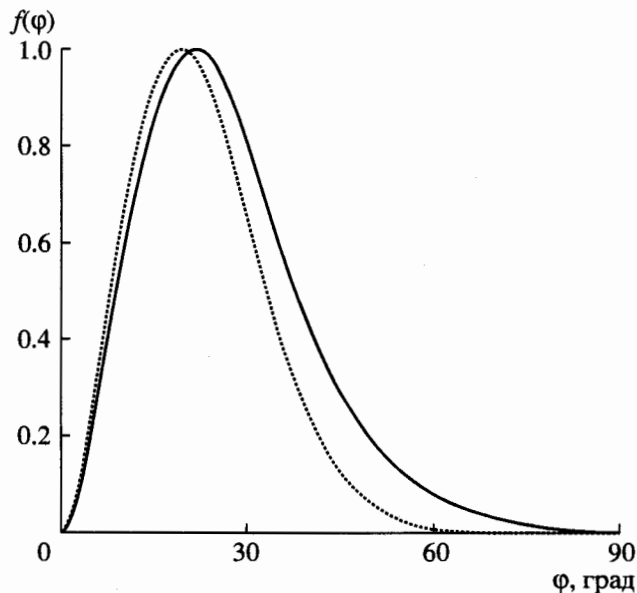


Рис. 6. Диаграмма направленности излучения при рассеянии НМ на металлической диафрагме $d_s/d = 0.6$.

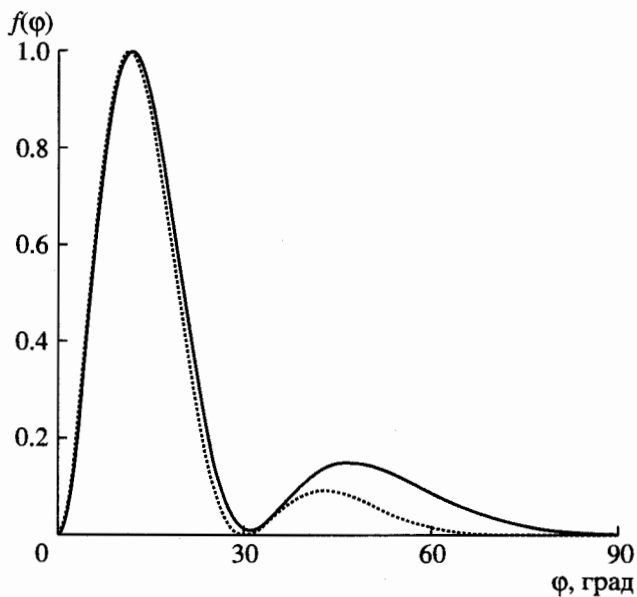


Рис. 7. Диаграмма направленности излучения при рассеянии НМ на металлической диафрагме $d_s/d = 1.2$.

шие результаты только в области сравнительно малых углов. Отметим, что в отличие от аналогичной задачи дифракции плоской волны на диафрагме, для волноводной структуры ДН имеет минимумы в направлениях вдоль оси ДВ. Это свойство тесно связано со свойствами РМ волновода [12, 13], в частности с поведением собственного значения s_k в окрестности точки $k = 0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описан комбинированный метод расчета дифракции НМ на диафрагме в ДВ. Метод основан на ДМКР и подходе, базирующемся на методах спектральных разложений. В частности, применение вариационной техники для расчета коэффициентов отражения и прохождения на заключительном этапе решения задачи улучшает точность и, самое главное, уменьшает влияние различных вспомогательных параметров, используемых на первых этапах. При помощи рассмотренного подхода можно существенно сократить время вычислений, так как достаточно высокая точность достигается уже на крупных сетках.

При использовании ДМКР и разложения по собственным модам ДВ можно не только сравнительно просто рассчитать интегральные характеристики задачи, но и вычислить распределение дифракционных полей во всем пространстве. Описанный подход позволяет также приближенно учесть сингулярности полей на острых металлических кромках. Метод может быть использован для решения других волноводных проблем, например задач рассеяния НМ на зеркале или на обрыве ДВ.

Авторы признательны А.Г. Рожневу за обсуждение полученных результатов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 03-02-16161 и 03-02-06265).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yee K.S., Chen J.S. // IEEE Trans. 1997. V. AP-45. № 3. P. 354.
2. Joseph R.M., Taflov A. // IEEE Trans. 1997. V. AP-45. № 3. P. 364.
3. Dou W.B., Yung E.N.K. // J. Opt. Soc. Amer. 2001. V. A-18. № 4. P. 801.
4. Huang W.P., Chu S.-T., Goss A., Chaudhuri S.K. // IEEE Photonic Technology Lett. 1991. V. 3. № 6. P. 524.
5. Yamauchi J., Mita M., Nakano H. // IEEE Photonic Technology Lett. 1996. V. 8. № 2. P. 239.
6. Бровко А.В., Маненков А.Б., Рожнев А.Г. // РЭ. 2003. Т. 48. № 5. С. 528.
7. Brovko A.V., Manenkov A.B., Rozhnev A.G., Tigelis I.G. // J. Appl. Electromagnetism. 2003. V. 5. № 1. P. 1.
8. Brovko A.V., Manenkov A.B., Rozhnev A.G. // Optical Quantum Electron. 2003. V. 35. № 4. P. 395.
9. Mittra R., Pikel U. // IEEE Microwave Guided Wave Lett. 1995. V. 5. № 3. P. 84.
10. Berenger J.-P. // IEEE Trans. 1996. V. AP-44. № 1. P. 110.
11. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ, 1999.
12. Маненков А.Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. № 5. С. 739.
13. Вайнштейн Л.А., Маненков А.Б. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1986. Кн. 1. С. 141.
14. Marcuse D. Theory of Dielectric Optical Waveguides. N.Y.: Academic Press, 1974.
15. Маненков А.Б., Тигелис И.Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. № 1. С. 73.
16. Левин Л. Теория волноводов. Методы решения волноводных задач. М.: Радио и связь, 1981.
17. Маненков А.Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. № 12. С. 1484.
18. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева. М.: Наука, 1983.
19. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М.: Мир, 1974.
20. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980.
21. Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир, 1984.
22. Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978.