

## Ejercicio 8:

### Colorabilidad y caminos Eulerianos/Hamiltonianos

**Profesores:** Alejandro Hevia, Federico Olmedo

**Auxiliares:** Ismael Correa, Nahuel Gómez, Nelson Marambio,  
Javier Oliva, Fernanda Sanchirico, Lucas Torrealba,

**Ayudantes:** Felix Avilés, Daniel Báez

#### P1.-

Un grafo es agradable si al eliminar cualquiera de sus vértices (y aristas incidentes al vértice), éste reduce su número cromático. Probar que si  $G$  es un grafo agradable de número cromático  $k$ , entonces  $G$  es conexo.

#### P2.-

Considere el grafo simple  $Q_n = (V, E)$  donde  $V = \{0, 1\}^n$  y  $(s_1, s_2) \in E$  si y solo si  $s_1$  y  $s_2$  difieren en una sola posición.

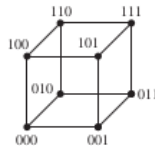


Figura 1: Grafo  $Q_3$ .

- ¿Para qué valores de  $n$  el grafo  $Q_n$  contiene un circuito euleriano? Justifique.
- ¿Existe algún  $n$  tal que el grafo  $Q_n$  contenga un camino euleriano, pero no un circuito euleriano?

#### P3.-

**Definición 1** (Circuito Hamiltoniano) *Un circuito simple en un grafo  $G$  se dice Hamiltoniano si pasa por cada vértice exactamente una vez; un grafo en el cual existe un circuito de estas características se dice Hamiltoniano.*

Sea  $G = (V, E)$  un grafo simple con  $|V| \geq 2$ , Hamiltoniano y que no es ciclo (No es de tipo  $C_k$ ).

Demuestre que  $G$  no puede tener a lo más un vértice de grado mayor o igual a 3.