

Deducción natural en Lean

Lógica proposicional

	Táctica en Lean	Regla de inferencia
Introducción del \wedge :	<code>apply and.intro</code>	$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta} [\wedge I]$
Eliminación del \wedge :	<code>apply (and.left/right hipot)</code>	$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} [\wedge E_L] \quad \frac{\alpha \wedge \beta}{\beta} [\wedge E_R]$
Introducción del \rightarrow :	<code>intro(s)</code>	$\frac{\begin{array}{c} \overline{\alpha}^1 \\ \vdots \\ \beta \end{array}}{\alpha \rightarrow \beta}^1 [\rightarrow I]$
Eliminación del \rightarrow :	<code>apply hipot</code>	$\frac{\alpha \rightarrow \beta \quad \alpha}{\beta} [\rightarrow E]$
Introducción del \leftrightarrow :	<code>apply iff.intro</code>	$\frac{\begin{array}{c} \overline{\alpha}^1 \\ \vdots \\ \beta \end{array} \quad \begin{array}{c} \overline{\beta}^1 \\ \vdots \\ \alpha \end{array}}{\alpha \leftrightarrow \beta}^1 [\leftrightarrow I]$
Eliminación del \leftrightarrow :	<code>apply (iff.elim_left/right hipot)</code>	$\frac{\alpha \leftrightarrow \beta \quad \alpha}{\beta} [\leftrightarrow E_L] \quad \frac{\alpha \leftrightarrow \beta \quad \beta}{\alpha} [\leftrightarrow E_R]$
Introducción del \vee :	<code>apply or.inl/inr</code>	$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta} [\vee I_L] \quad \frac{\beta}{\alpha \vee \beta} [\vee I_R]$
Eliminación del \vee :	<code>apply (or.elim hipot)</code>	$\frac{\alpha \vee \beta \quad \begin{array}{c} \overline{\alpha}^1 \\ \vdots \\ \gamma \end{array} \quad \begin{array}{c} \overline{\beta}^1 \\ \vdots \\ \gamma \end{array}}{\gamma}^1 [\vee E]$
Introducción del \neg :	<code>idem $\rightarrow (\neg \alpha \equiv \alpha \rightarrow \text{false})$</code>	$\frac{\begin{array}{c} \overline{\alpha}^1 \\ \vdots \\ \text{false} \end{array}}{\neg \alpha}^1 [\neg I]$
Eliminación del \neg :	<code>idem $\rightarrow (\neg \alpha \equiv \alpha \rightarrow \text{false})$</code>	$\frac{\neg \alpha \quad \alpha}{\text{false}} [\neg E]$
Introducción del <i>true</i> :	<code>apply true.intro</code>	$\frac{}{\text{true}} [\text{trueI}]$
Eliminación de <i>false</i> :	<code>apply false.elim</code>	$\frac{\text{false}}{\alpha} [\text{falseE}]$
Reducción al absurdo:	<code>by_contradiction</code>	$\frac{\begin{array}{c} \overline{\neg \alpha}^1 \\ \vdots \\ \text{false} \end{array}}{\alpha}^1 [\text{RAA}]$

Para poder usar la regla de reducción al absurdo hay que agregar los comandos al antes de la prueba:

```
open classical
local attribute [instance] classical.prop_decidable
```

Lógica de predicados

	Táctica en Lean	Regla de inferencia
Introducción del \forall :	<code>intro variable</code>	$\frac{P(y)}{\forall x. P(x)} \quad [\forall I]$
Eliminación del \forall :	<code>apply (hipot variable)</code>	$\frac{\forall x. P(x)}{P(t)} \quad [\forall E]$
Introducción del \exists :	<code>apply exists.intro witness</code>	$\frac{P(t)}{\exists x. P(x)} \quad [\exists I]$
Eliminación del \exists :	<code>apply exists.elim hipot, intros w hw</code>	$\frac{\exists x. P(x) \quad \begin{array}{c} \overline{P(y)} \quad 1 \\ \vdots \\ \alpha \end{array}}{\alpha} \quad 1 \quad [\exists E]$