

Pauta Auxiliar 2

Profesores: Federico Olmedo - Alejandro Hevia

Auxiliares: Ismael Correa - Javier Oliva - Fernanda Sanchirico - Lucas Torrealba

Nahuel Gomez - Nelson Marambio

Ayudantes: Daniel Báez - Félix Melo

P1.-

El Encargado de trazabilidad del Ministerio de Salud posee la siguiente información mediante la cual establecer contagiados con la nueva variante Omega dentro de un grupo de cinco personas:

- Entre Pedro y Quentin alguno, o ambos, están contagiados.
- Entre Renata y Sol alguna, pero no ambas, están contagiadas.
- Si Toreto está contagiado, luego también lo está Renata.
- Sol y Pedro están o ambos contagiados o ninguno lo está.
- Si Quentin está contagiado, luego también lo están Toreto y Pedro.

Ayude al encargado de trazabilidad a determinar, si es posible, el grupo de contagiados. Haga esto convirtiendo la información anterior en formulas de lógica proposicional para posteriormente encontrar a los contagiados usando un enfoque semántico.

Solución:

Definimos una proposición por persona, donde la proposición asociada a cada persona modela el hecho de que esa persona esté contagiada:

- p : Pedro está contagiado
- q : Quentin está contagiado
- r : Renata está contagiada
- s : Sol está contagiada
- t : Toreto está contagiado

Ahora procedemos a traducir la información brindada a fórmulas de la lógica proposicional:

- Entre Pedro y Quentin alguno, o ambos, están contagiados.

Esto evidentemente lo podemos modelar con una disyunción pues la información con la cual contamos es que al menos uno, entre Pedro y Quentin, están contagiados:

$$p \vee q$$

- Entre Renata y Sol alguna, pero no ambas, están contagiadas.

Ahora, como aquí la información es que alguna entre Renata y Sol están contagiadas, pero no ambos, es necesario modelar usando una disyunción exclusiva (XOR). Si estudiamos la tabla de verdad para el XOR y la traducimos a su forma normal disyuntiva, podemos llegar a la siguiente fórmula:

$$(\neg r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s)$$

- Si Toreto está contagiado, luego también lo está Renata.

Como se sugiere una relación de implicancia entre el posible contagio de Toreto y Renata, modelamos lo anterior de la siguiente manera:

$$t \rightarrow r$$

- Pedro y Sol están o ambos contagiados o ninguno lo está.

Como aquí se nos dice que Pedro y Sol están o ambos contagiados o ninguno lo está, si pensamos en las proposiciones introducidas anteriormente, la afirmación anterior evalúa a verdadero siempre y cuando los valores de verdad para p y s sean iguales; lo anterior puede ser modelado con una bi-implicancia:

$$p \leftrightarrow s$$

- Si Quentin está contagiado, luego también lo están Pedro y Toreto.

Aquí se sugiere una relación de implicancia entre el contagio de Quentin, y el contagio simultaneo de Pedro y Toreto, lo cual podemos modelar de la siguiente manera:

$$q \rightarrow p \wedge t$$

Finalmente, escribimos una tabla de verdad para todas las posibles valuaciones sobre el conjunto de proposiciones $P = \{p, q, r, s, t\}$, y nos fijamos tan solo en aquellas donde las formulas anteriores evalúen simultáneamente a verdadero (de ser posible).

TABLA DE VERDAD:

p	q	r	s	t	$p \vee q$	$(\neg r \wedge s) \vee (r \wedge \neg s)$	$t \rightarrow r$	$p \leftrightarrow s$	$q \rightarrow p \wedge t$
1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	1	0	0	1
0	0	0	1	0	0	1	1	0	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

Dada la tabla anterior, podemos percatarnos que la única valuación $\sigma : P \rightarrow \{0, 1\}$ que hace verdadera simultáneamente todas las fórmulas, es aquella en que p y s son mapeadas al 1 y el resto al 0. De esta manera, las personas contagiadas son solamente Pedro y Sol.

P2.-

Cuatro amigos son identificados como sospechosos de robarle el sombrero al profesor; Cada uno realizó sus declaraciones pertinentes a las autoridades investigadoras, y a partir de ello se pudo concluir lo siguiente:

- Si Peter dice la verdad entonces también lo hace Queso.

- Queso y Rino no están ambos diciendo la verdad.
- Rino y Sam no están ambos mintiendo.
- Si Sam dice la verdad, entonces Queso está mintiendo.

Para cada uno de los involucrados ¿pueden las autoridades determinar quien miente y quien dice la verdad?

Solución:

En primer lugar definimos una proposición por persona, donde la proposición asociada a cada persona modela el hecho de que esa persona esté diciendo la verdad:

- p : Peter dice la verdad
- q : Queso dice la verdad
- r : Rino dice la verdad
- s : Sam dice la verdad

Ahora procedemos a traducir la información rescatada por las autoridades investigadoras a fórmulas de la lógica proposicional:

El hecho de que si Peter dice la verdad entonces también lo hace Queso, puede ser evidentemente modelado por un implicancia:

$$p \rightarrow q$$

Ahora, que Queso y Rino no digan ambos la verdad al mismo tiempo, podemos modelarlo como la negación de la conjunción entre q y r (lo cual podemos simplificar usando leyes de D'Morgan):

$$\neg(q \wedge r) \quad \equiv \quad \neg q \vee \neg r$$

Análogamente, que Rino y Sam no estén ambos mintiendo al mismo tiempo, podemos modelarlo como la negación de la conjunción entre $\neg r$ y $\neg s$ (lo cual también simplificamos usando leyes de D'Morgan):

$$\neg(\neg r \wedge \neg s) \quad \equiv \quad r \vee s$$

Finalmente, el hecho de que si Sam dice la verdad entonces Queso miente, también puede ser modelado por una implicancia, la única diferencia es que en este caso el consecuente se encuentra negado:

$$s \rightarrow \neg q$$

Escribimos una tabla de verdad para todas las posibles valuaciones sobre el conjunto de proposiciones $P = \{p, q, r, s\}$, y nos fijamos tan solo en aquellas donde las formulas anteriores evalúen simultáneamente a verdadero (de ser posible).

TABLA DE VERDAD:

p	q	r	s	$p \rightarrow q$	$\neg q \vee \neg r$	$r \vee s$	$s \rightarrow \neg q$
1	1	1	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	1	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	0	0	1	1	0	1

Dada la tabla anterior, puesto que existen cuatro valuaciones distintas tales que las formulas planteadas evalúan a verdadero simultáneamente, es imposible especificar (de manera única) quien miente y quien dice la verdad, y por lo tanto, con la información recabada hasta el momento, no se puede determinar quien fue el que robó el sombrero al profesor.