

Outils mathématiques de gestion

Pourcentages et proportions

Pourcentages et proportions

- 1 Proportion d'une sous-population dans une population
- 2 Proportionnalité
- 3 Calculs avec des pourcentages

Définitions

- Une **population** est un ensemble d'individus ou d'éléments.
- Si E est une population finie, le nombre d'individus ou d'éléments de E est appelé **effectif** de E . Notons-le n_E .
- Une **sous-population** F de E est un sous-ensemble d'individus ou d'éléments de E . Notons n_F l'effectif de F .

Population et sous-population

Définitions

- Une **population** est un ensemble d'individus ou d'éléments.
- Si E est une population finie, le nombre d'individus ou d'éléments de E est appelé **effectif** de E . Notons-le n_E .
- Une **sous-population** F de E est un sous-ensemble d'individus ou d'éléments de E . Notons n_F l'effectif de F .

Exemple : On considère un jeu de cartes classique (à 52 cartes).

Si $E = \{\text{cartes rouges}\}$ et $F = \{\text{cœurs}\}$, alors F est une sous-population de E .

Les effectifs sont $n_E = 26$ et $n_F = 13$, il y a 26 cartes rouges dans un jeu classique et la moitié sont des cœurs (l'autre moitié étant des carreaux).

Proportion

Proportion

La **proportion** d'une sous-population F par rapport à une population E est

$$p = \frac{n_F}{n_E}.$$

Proportion

Proportion

La **proportion** d'une sous-population F par rapport à une population E est

$$p = \frac{n_F}{n_E}.$$

Par exemple, pour E et F comme précédemment, la proportion de F par rapport à E est

$$\begin{aligned} p &= \frac{13}{26} = \frac{1}{2} && \text{écriture } \mathbf{fractionnaire} \\ &= 0,5 && \text{écriture } \mathbf{décimale} \end{aligned}$$

On peut donner des valeurs approchées pour l'écriture décimale.

Proportion

Proportion

La **proportion** d'une sous-population F par rapport à une population E est

$$p = \frac{n_F}{n_E}.$$

Par exemple, pour E et F comme précédemment, la proportion de F par rapport à E est

$$\begin{aligned} p &= \frac{13}{26} = \frac{1}{2} && \text{écriture } \mathbf{fractionnaire} \\ &= 0,5 && \text{écriture } \mathbf{décimale} \end{aligned}$$

On peut donner des valeurs approchées pour l'écriture décimale.

Autre écriture : **pourcentage** (c'est encore une fraction mais le dénominateur est égal à 100),

$$p = \frac{50}{100} = 50\%$$

Proportion

Si F est une sous-population de E , on a toujours

$$n_F \leq n_E.$$

Donc la proportion de F par rapport à E est toujours un nombre compris entre 0 et 1,

$$0 \leq p = \frac{n_F}{n_E} \leq 1.$$

Produit en croix/règle de trois

Comment écrire une proportion en pourcentage ?

Produit en croix/règle de trois

Comment écrire une proportion en pourcentage ?

Principe de proportionnalité

Produit en croix/règle de trois

Comment écrire une proportion en pourcentage ?

Principe de proportionnalité

On cherche la valeur de x dans le tableau de proportionnalité suivant :

n_F	x
n_E	100

On a

$$x = \frac{n_F \times 100}{n_E}.$$

La sous-population F représente $x\%$ de la population E .

Calculs avec des pourcentages

- **Calculer un pourcentage**

Quel est le pourcentage des trèfles parmi toutes les cartes d'un jeu traditionnel ?

Calculs avec des pourcentages

- **Calculer un pourcentage**

Quel est le pourcentage des trèfles parmi toutes les cartes d'un jeu traditionnel ?

$$p = \frac{13}{52} = 25\%.$$

Calculs avec des pourcentages

- **Calculer un pourcentage**

Quel est le pourcentage des trèfles parmi toutes les cartes d'un jeu traditionnel ?

$$p = \frac{13}{52} = 25\%.$$

- **Appliquer un pourcentage**

Que vaut 75% de 52 ?

Calculs avec des pourcentages

- **Calculer un pourcentage**

Quel est le pourcentage des trèfles parmi toutes les cartes d'un jeu traditionnel ?

$$p = \frac{13}{52} = 25\%.$$

- **Appliquer un pourcentage**

Que vaut 75% de 52 ?

$$\frac{75}{100} \times 52 = 39.$$

Calculs avec des pourcentages

- **Calculer un pourcentage**

Quel est le pourcentage des trèfles parmi toutes les cartes d'un jeu traditionnel ?

$$p = \frac{13}{52} = 25\%.$$

- **Appliquer un pourcentage**

Que vaut 75% de 52 ?

$$\frac{75}{100} \times 52 = 39.$$

- **Retrouver une quantité de référence**

Si 23% des cartes sont des figures et s'il y a 12 figures en tout. Combien y a-t-il de cartes au total ?

Calculs avec des pourcentages

- **Calculer un pourcentage**

Quel est le pourcentage des trèfles parmi toutes les cartes d'un jeu traditionnel ?

$$p = \frac{13}{52} = 25\%.$$

- **Appliquer un pourcentage**

Que vaut 75% de 52 ?

$$\frac{75}{100} \times 52 = 39.$$

- **Retrouver une quantité de référence**

Si 23% des cartes sont des figures et s'il y a 12 figures en tout. Combien y a-t-il de cartes au total ?

On note x le nombre total de cartes, on a $\frac{23}{100}x = 12$, donc

$$x = \frac{100}{23} \times 12 \simeq 52.$$

Augmentation ou diminution en pourcentage

Augmentation ou diminution

Si n est une valeur de départ.

Augmenter n de $x\%$ revient à calculer

$$n + \frac{x}{100} \times n = n \times \left(1 + \frac{x}{100}\right).$$

Diminuer n de $x\%$ revient à calculer

$$n - \frac{x}{100} \times n = n \times \left(1 - \frac{x}{100}\right).$$

Augmentation ou diminution en pourcentage

Augmentation ou diminution

Si n est une valeur de départ.

Augmenter n de $x\%$ revient à calculer

$$n + \frac{x}{100} \times n = n \times \left(1 + \frac{x}{100}\right).$$

Diminuer n de $x\%$ revient à calculer

$$n - \frac{x}{100} \times n = n \times \left(1 - \frac{x}{100}\right).$$

- Quand on fait plusieurs augmentations d'affilée, les pourcentages **ne s'additionnent pas**.
- Si on fait une augmentation de $x\%$ puis une diminution de $x\%$, on **ne retrouve pas** la quantité de départ.