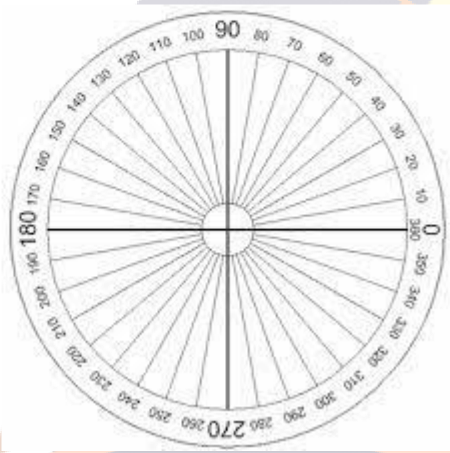
Perbandingan Trigonometri

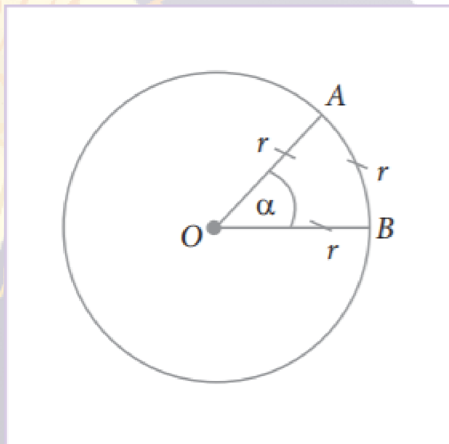
1. Perbandingan Trigonometri

- Ada dua satuan pengukuran sudut yang umum dikenal, yaitu derajat (…^{o}) dan radian (…rad). Contohnya 1 Putaran = 360^o=2π. Adapun satu radian didefinisikan sebagai besarnya sudut yang dibentuk oleh dua buah jari-jari lingkaran berjari-jari 1 meter dan membentuk busur sepanjang juga 1 meter. Atau dalam gambar di samping *r* = *b* = 1 meter. Panjang busur suatu lingkaran dapat dihitung langsung dengan mengalikan besarnya sudut dengan jari-jari lingkran , apabila besarnya sudut telah dalam satuan radian.

Contoh Sudut Derajat



Definisi Sudut Radian



- **Konversi Satuan Derajat ke Radian dan Sebaliknya**

$$\boldsymbol{\theta^\circ = \theta \frac{\pi}{180} radian}$$

$$n\pi\text{radian} = \boldsymbol{n}\pi\frac{180}{\pi}{}^\circ$$

Contoh :

1.) 60^o ke radian

$$60^\circ \times \frac{\pi}{180} = \frac{1}{3}\pi$$

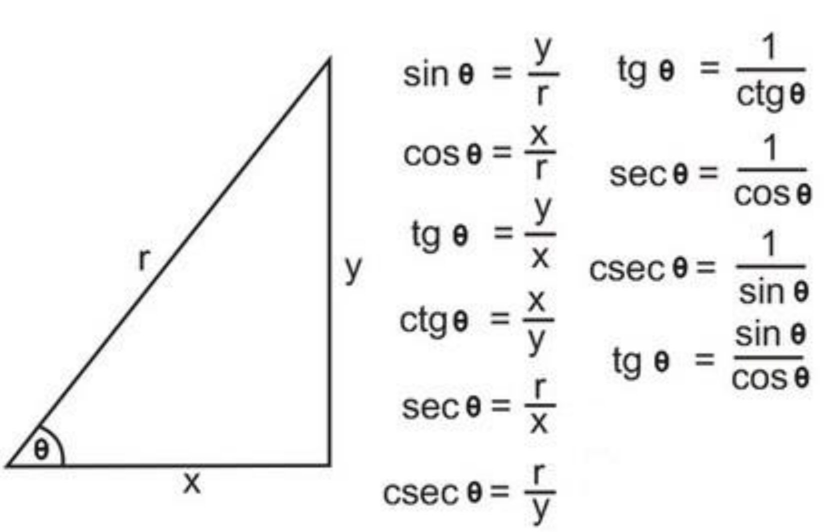
2.) 0,5π ke derajat

$$0{,}5\pi \times \frac{180}{\pi} = 90^\circ$$

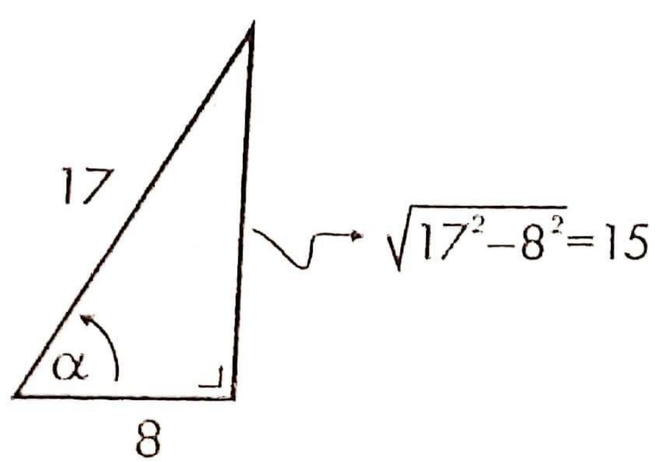
Definisi Trigonometri

- Trigonometri merupakan nilai perbandingan. Perbandingan tersebut dikaitkan dengan sebuah sudut. Jika kita misalkan sudutnya α maka perbandingan trigonometrinya adalah :
  sinus α(sin α), cosinus α(cos α), tangen α(tan α), cotangen α(cot α), secan α($sec\alpha$), dan cosecan α(csc α)

- Adapun perbandingan dari trigonometri pada segitiga siku-siku :



Dalam segitiga siku-siku jika cos $\alpha = \frac{8}{17}$ dapat maka dapat ditentukan sisi di sebelah sudut α = 8 dan hipotenusanya = 17 .Adapun segitiganya dapat digambarkan sebagai berikut :



Pada segitiga di samping dapat didefinisikan :

i. $\sin \alpha = \frac{15}{17}$

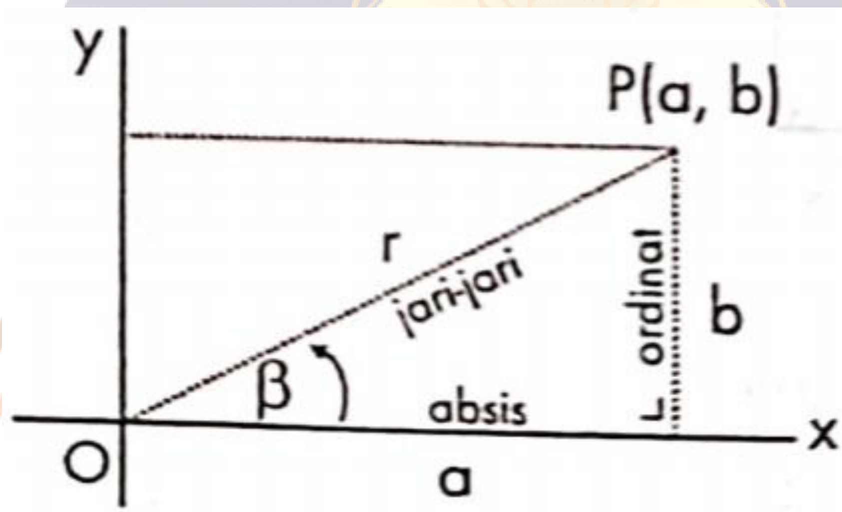
ii. $\tan \alpha = \frac{15}{8}$

iii. $\cot \alpha = \frac{8}{15}$

iv. $\sec \alpha = \frac{17}{8}$

v. $\csc \alpha = \frac{17}{15}$

- Perbandingan trigonometri juga dapat didefinisikan dengan Koordinat Cartesius. Tidak seperti segitiga siku-siku , pendefinisian trigonometri dengan koordinat kartesius dapat didefinisikan pada sudut lancip dan di luar sudut lancip.



- Misalkan Titik P =(a, b).Jarak titik t dengan titik O (0,0) = r dengan pythagoras dapat dirumuskan bahwa R = $\sqrt{a^2 + b^2}$. OP dengan sumbu x positif membentuk sudut β dengan yang diketahui pada gambar tersebut trigonometri dapat didefinisikan sebagai berikut :

$\sin \beta = \frac{b}{r}$, $\left(\frac{\text{ordinat}}{\text{jari-jari}}\right)$; $\cos \beta = \frac{a}{r}$, $\left(\frac{\text{absis}}{\text{jari-jari}}\right)$; $\tan \beta = \frac{b}{a}$, $\left(\frac{\text{ordinat}}{\text{absis}}\right)$;

$\cot \beta = \frac{a}{b}$, $\left(\frac{\text{absis}}{\text{ordinat}}\right)$; $\sec \beta = \frac{r}{a}$, $\left(\frac{\text{jari-jari}}{\text{absis}}\right)$; $\csc \beta = \frac{r}{b}$, $\left(\frac{\text{jari-jari}}{\text{ordinat}}\right)$.

Dalam trigonometri, ada beberapa segitiga siku siku yang mempunyai kombinasi sudut khusus, atau yang disebut segitiga istimewa. Contoh sudut sudut yang membentuk segitiga istimewa itu :

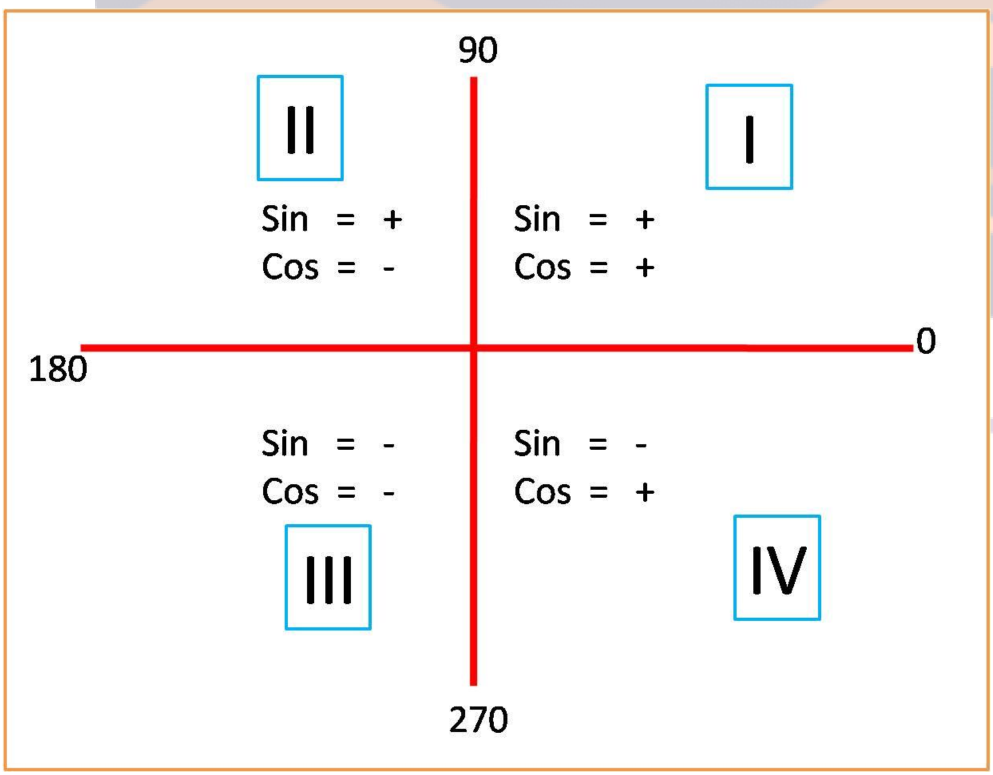
Sudut	0°	30°	45°	60°	90°
Sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	1
Cos α	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞

Untuk nilai sudut sudut yang lainnya dapat dicari melalui kalkulator scientific.

2. Sudut Sudut Berelasi dalam Trigonometri

Dalam koordinat Cartesius ada 4 kuadaran, yaitu :

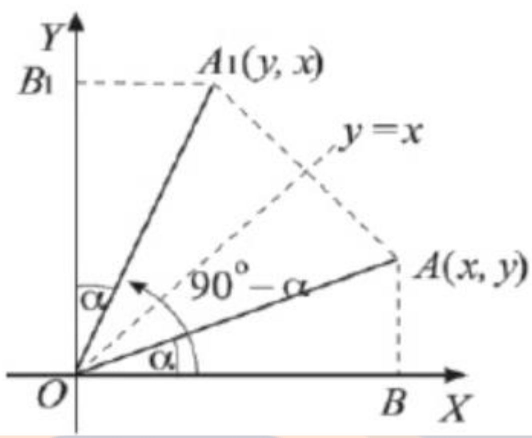
1. Kuadran 1 = 0° – 90°
2. Kuadran 2 = 90° – 180°
3. Kuadran 3 = 180° – 270°
4. Kuadran 4 = 270° – 360°



- Dalam Trigonometri Bidang Cartesius, ada sudut trigonometri nilai yang sama tetapi tandanya berbeda. Misalnya sudut 45^o dengan $135\ ^o$ sudut 135° dapat ditulis $(180 - 45)^o$
- Secara umum dalam trigonometri sudut-sudut Lancip mempunyai relasi dengan 1 sudut di kuadran 1, 2, 3, dan 4 jika sudut lancip ini kita sebut α maka α akan berelasi dengan satu atau dua sudut pada Kuadran 1, 2, 3, dan 4

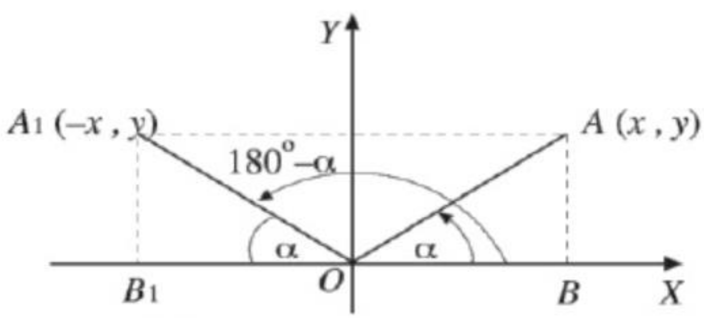
  1. Kuadran I = $(90^o - \alpha)$
  2. Kuadran II = $(90^o + \alpha)$ dan $(180^o - \alpha)$
  3. Kuadran III = $(180^o + \alpha)$ dan $(270^o - \alpha)$
  4. Kuadran IV = $(270^o + \alpha)$, $(360^o - \alpha)$ dan $(-\alpha)$

- Relasi α dan $(90^o - \alpha)$



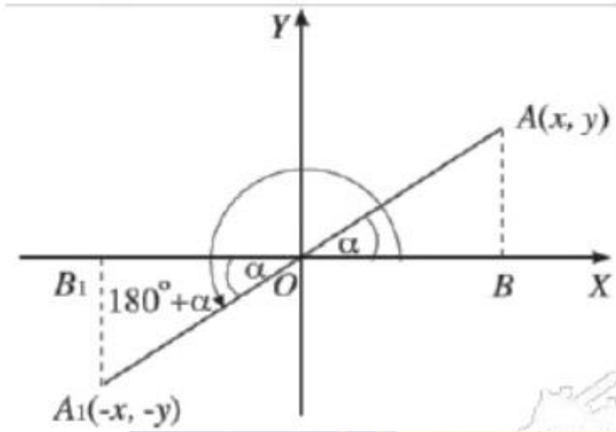
$$\sin (90^o - \alpha) = \cos \alpha$$
$$\cos (90^o - \alpha) = \sin \alpha$$
$$\tan (90^o - \alpha) = \cot \alpha$$

- Relasi α dan $(180^o - \alpha)$



$$\sin (180^o - \alpha) = \sin \alpha$$
$$\cos (180^o - \alpha) = -\cos \alpha$$
$$\tan (180^o - \alpha) = -\tan \alpha$$

- Relasi α dan (180° + α)

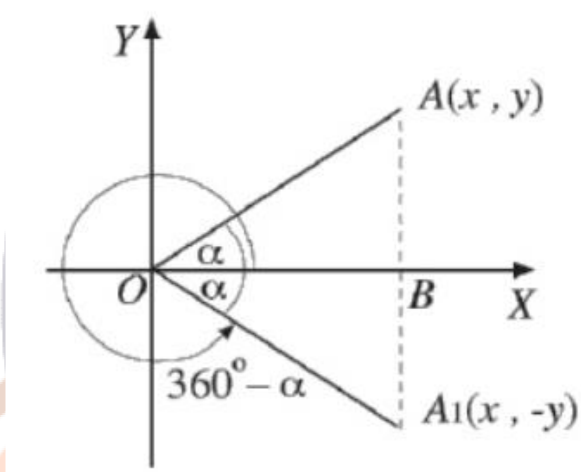


$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos\alpha$

$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan\alpha$

- Relasi α dan – α atau (360° – α)



$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(360^\circ - \alpha) = \cos\alpha$

$\tan(360^\circ + \alpha) = -\tan\alpha$

Selain itu, juga tampak

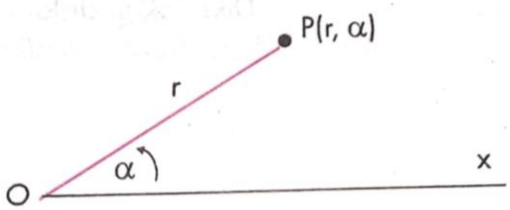
$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$

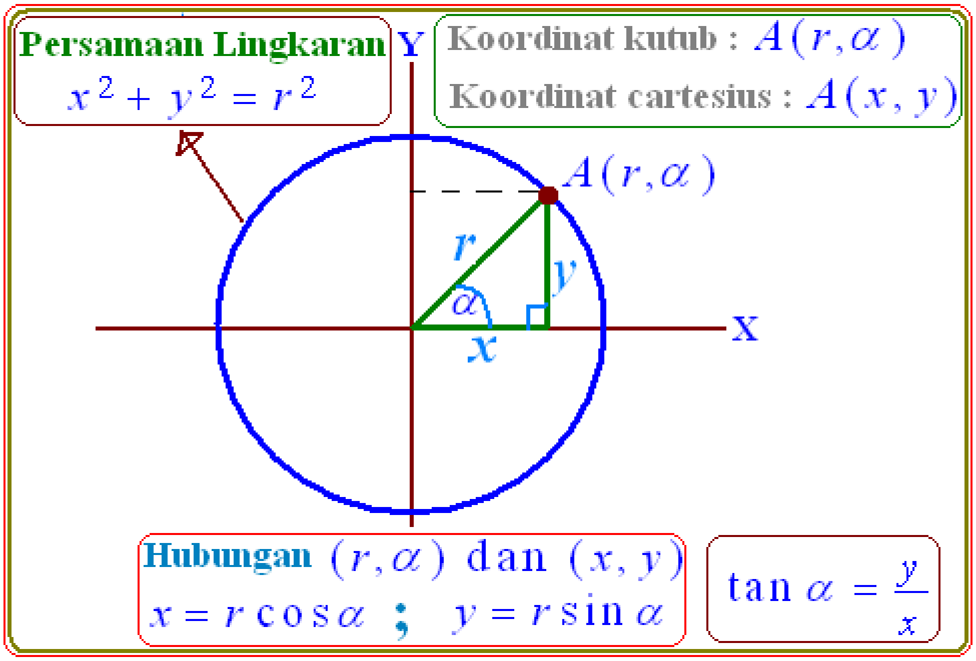
$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$

3. Koordinat Kutub

- Seperti yang diketahui sebelumnya bahwa mendefinisikan titik dalam Koordinat Cartesius dapat melalui absis dan ordinat. Namun, selain menggunakan cara itu ada juga cara lain untuk menyatakan posisi suatu titik pada bidang yaitu sistem koordinat kutub atau koordinat polar.
- Pada koordinat kutub terdapat garis horizontal yang disebut sumbu kutub. titik paling kiri dari sumbu kutub disebut titik kutub atau titik asal O. pendukung dan kutub menjadi patokan untuk menentukan posisi titik. titiknya dinyatakan dengan p dalam kurung R Alfa dimana R menyatakan Jarak titik p dengan kutub O dan Alfa menyatakan sudut yang dibentuk oleh garis OP dengan sumbu kutub.



- Koordinat kutub dengan koordinat kartesius dapat dihubungkan dengan perbandingan trigonometri. Misalkan salah satu titik dinyatakan dengan koordinat kartesius yaitu p (x, y) dan dengan koordinat kutub yaitu p (r, α)



4. Persamaan Trigonometri Sederhana

- Persamaan trigonometri adalah persamaan yang terkandung di dalam trigonometri misalnya Sin x = 0,5 ; cos X = Sin X ;Tan (π – x) = cot 2x dan lain-lain.
- Contoh :

  Jika sin x = $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ dan $0^o < x < 360^o$,maka x =?

  Karena sin positif, maka berada di kuadran 1 dan II

  Maka, x = 60^o,(180^o – 60^o)

  = 60^o, 120^o
- Sin (2x + 70^o) = cos 40^o, maka x =?

  Cos 40^o= sin (90^o-40^o) = sin 50^o

  Sin (2x + 70^o) = sin 50 ^{o}=sin (180^o – 50^o)

  X = -10^o, 30^o
- Penulisan sinx=n bisa ditulis menjadi x= $\sin^{-1}$n atau x=arc sin 0,5

5. Hubungan Perbandingan Trigonometri

- Dalam trigonometri terdapat juga hubungan yang berasal dari definisi dari penjualan itu sendiri.

Identitas Fungsi Trigonometri

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha$$

$$\cot an^2\alpha + 1 = \cos ec^2\alpha$$

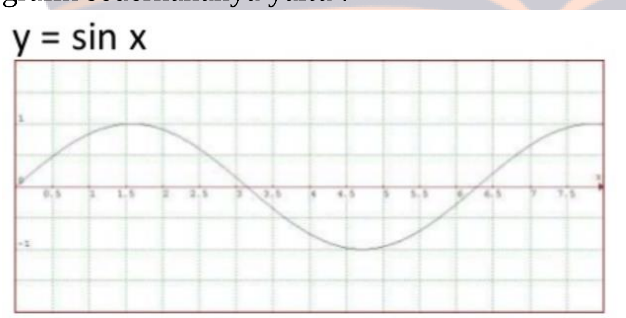
- Contoh penggunaannya :
  $\sin^2 35^o + \sin^2 55^o = ?$
  $\sin^2 35^o + \sin^2 55^o = \sin^2 35^o + \cos^2(180^o - 55^o)$
  $= \sin^2 35^o + \cos^2 35^o = 1$
- Penyelesaian trigonometri juga dapat dikemas dalam bentuk fungsi
- Contoh :

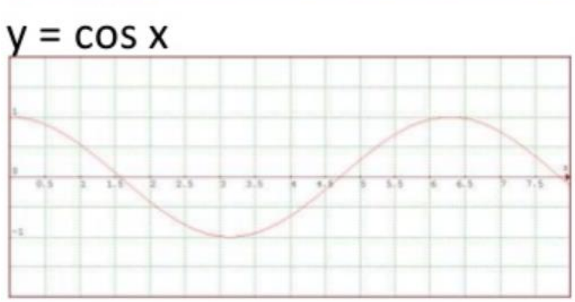
Jika y = sinx maka untuk x = 60^o nilai $\frac{1}{y}$ =?

$\frac{1}{y} = \frac{1}{sinx}$ = cscx

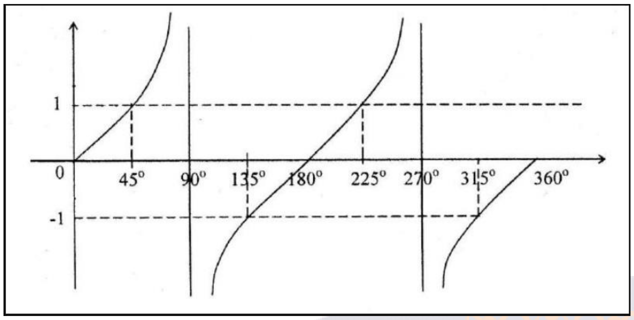
csc60^o = $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

- Persamaan trigonometri tadi juga dapat dituliskan dalam bentuk grafik. Adapun contoh grafik sederhananya yaitu :

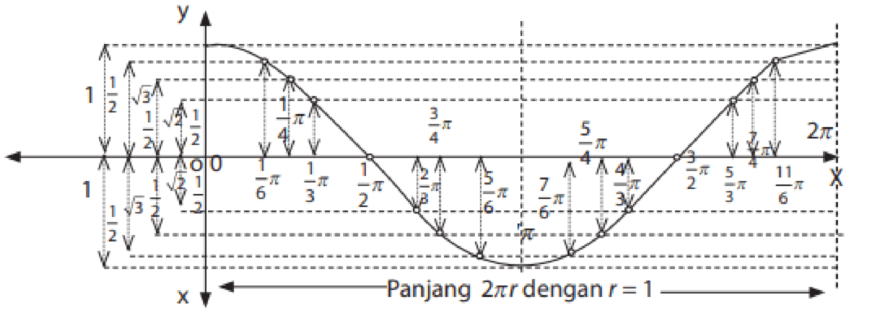




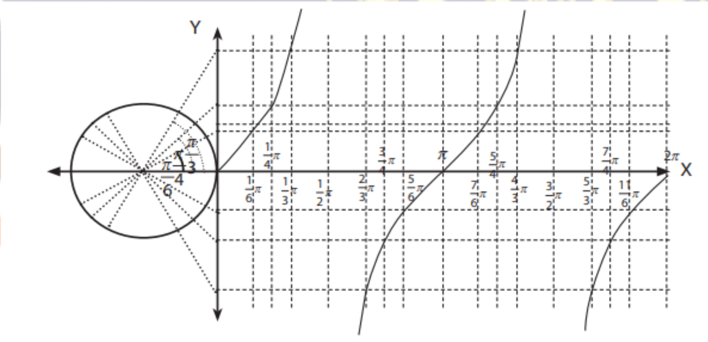
Y = tan X



Cara pelukisan grafiknya juga dapat menggunakan cara seperti ini :



Selain itu juga bisa melalui cara seperti ini :



- Grafik grafik tadi mempunyai suatu siklus atau pengulangan, disebut dengan peiode. Oleh karena itu persamaan trigonometri juga dapat dicari periodenya. Contohnya :

  Periode fungsi y = sin $1\frac{1}{2}x$ adalah?

  Y = sin nx punya periode = 360º/n

  Maka, periode y = sin $1\frac{1}{2}x$ = 360º/$1\frac{1}{2}$ = 240º

- Selain periode, grafik trigonometri juga dapat dicarin nilai maximum dna minimumnya. Rumus dari fungsi trigonometri umumnya dirumuskan sebagai berikut :

$$Y = \mathbf{a}\text{Sin } \mathbf{b}(X + \mathbf{c})$$

a menentukan nilai dari minimum dan maksimum

b menentukan periode

c menentukan posisi nilai maksimum minimum dan peiode pada grafik (maju mundur grafik). Bila positif maka grafik mundur, sedangkan jika negatif grafik maju