

# Pertidaksamaan Trigonometri

Untuk menyelesaikan pertidaksamaan trigonometri terdapat dua cara:

## 1. Menggunakan grafik fungsi trigonometri

- a) Sederhanakan fungsi trigonometri ke bentuk yang paling sederhana
- b) Gambar sketsa grafik fungsi trigonometrinya
- c) Gunakan grafik untuk menentukan batas-batasan nilai  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan

## 2. Menggunakan garis bilangan

- a) Mengubah bentuk pertidaksamaan menjadi bentuk persamaan kemudian tentukan akar-akarnya
- b) Meletakkan akar-akar ke garis bilangan dan tetapkan tanda positif atau negatif pada garis bilangan
- c) Memberi tanda positif untuk penyelesaian pertidaksamaan yang bertanda  $\geq$  atau  $>$ , tanda negatif untuk penyelesaian yang bertanda  $<$  atau  $\leq$

Penyelesaian dari pertidaksamaan trigonometri ini dengan interval  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

$$\sin x \leq \frac{1}{2}$$

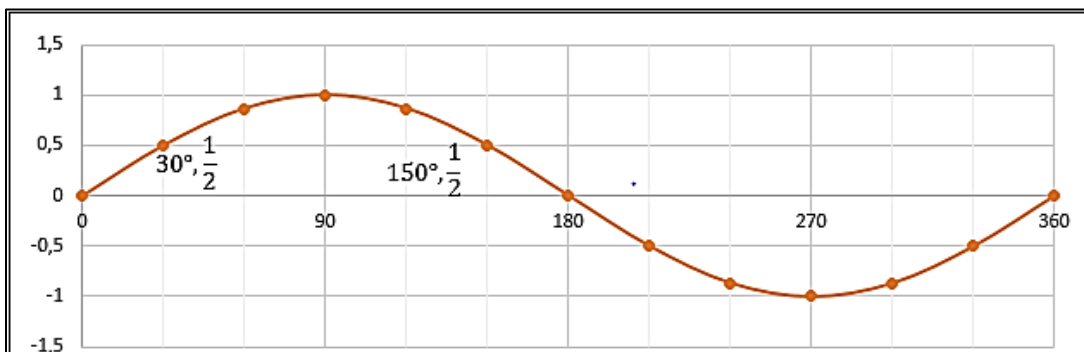
Cara dengan grafik:

Gambar grafik  $y = \sin x$

Cari tahu nilai  $x$  dari  $\sin x = \frac{1}{2}$

$$x = 30^\circ, 150^\circ$$

Jika dilihat dari grafik nilai  $\sin x \leq \frac{1}{2}$  jika  $0 \leq x \leq 30^\circ$  atau  $150^\circ \leq x \leq 360^\circ$



Cara dengan garis bilangan:

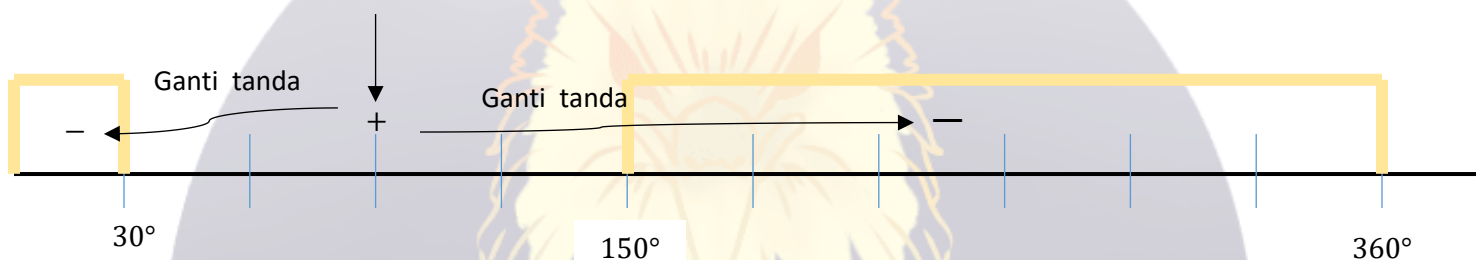
Ubah pertidaksamaan  $\sin x \leq \frac{1}{2}$  menjadi persamaan  $\sin x - \frac{1}{2} = 0$

Kemudian tentukan akar-akar persamaannya,  $x = 30^\circ$  dan  $150^\circ$

Akar-akarnya diletakkan di garis bilangan dan kita tetapkan tanda + atau - yang sesuai dengan  $\sin x - \frac{1}{2}$

Dengan menguji nilai  $x = 90^\circ$

$$\sin 90^\circ - \frac{1}{2} > 0 \text{ berarti interval } 30^\circ < x < 150^\circ \text{ bertanda +}$$



Karena  $\sin x \leq \frac{1}{2}$  berarti kita membutuhkan daerah dengan tanda negatif yaitu:

$$0^\circ \leq x \leq 30^\circ \text{ atau } 150^\circ \leq x \leq 360^\circ$$

### Contoh Soal:

$$1) \tan^4 x - 2 \sec^2 x - 1 < 0; \quad 0^\circ < x < 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x} - \frac{2}{\cos^2 x} - 1 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^4 x - 2 \cos^2 x - \cos^4 x}{\cos^4 x} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{(\sin^4 x - \cos^4 x) - 2 \cos^2 x}{\cos^4 x} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^2 x - \cos^2 x) - 2 \cos^2 x}{\cos^4 x} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x - 3 \cos^2 x}{\cos^4 x} < 0$$

$\cos^4 x$  akan selalu positif

$$\cos^4 x \neq 0, x \neq 90^\circ, 180^\circ$$

$$\sin^2 x - 3 \cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x = 3 \cos^2 x$$

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 3$$

$$\tan^2 x = 3$$

$$\tan x = \pm\sqrt{3}$$

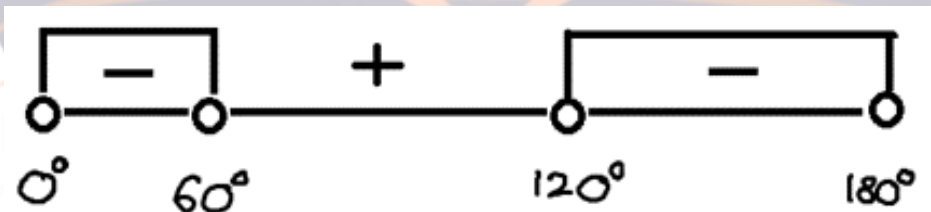
Uji nilai:

$$\tan^2 x < 3$$

$$\text{Misal } x = 30^\circ$$

$$\tan^2(30^\circ) < 3$$

$$\frac{1}{3} < 3 \text{ (Benar)}$$



$$0^\circ < x < 60^\circ \text{ atau } 120^\circ < x < 180^\circ$$

$$2) \quad 3 \tan x + \cot x > 5 \csc x; \quad 0^\circ < x < 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{3 \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} > \frac{5}{\sin x}$$

$$\Rightarrow \frac{3 \sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{5}{\sin x} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{3 \sin^2 x + \cos^2 x - 5 \cos x}{\cos x \sin x} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{3(1 - \cos^2 x) + \cos^2 x - 5 \cos x}{\cos x \sin x} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-2 \cos^2 x - 5 \cos x + 3}{\cos x \sin x} > 0$$

$$-2 \cos^2 x - 5 \cos x + 3 = 0$$

$$2 \cos^2 x + 5 \cos x - 3 = 0$$

$$(2 \cos x - 1)(\cos x + 3) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2} \text{ atau } \cos x = -3 \text{ (Tidak Memenuhi)}$$

$$x = 60^\circ, 300^\circ$$

$$\cos x \sin x \neq 0$$

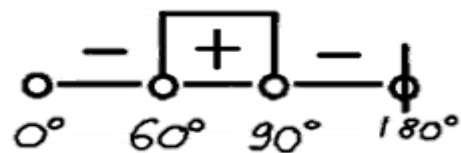
$$x \neq 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$$

Uji nilai

$$x = 30^\circ$$

$$\cos x \sin x \text{ (+)}$$

$$2 \cos^2 x + 5 \cos x - 3 \text{ (-)}$$



$$60^\circ < x < 90^\circ$$