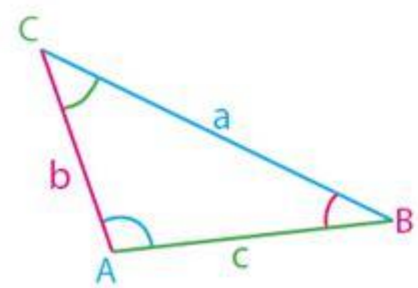
Aturan Sinus dan Kosinus

1. Aturan Sinus dan Cosinus

- Aturan sinus dan cosinus adalah aturan yang berdasar pada definisi dari trigonometri yang dapat memudahkan kita dalam mengerjakan soal-soal yang menggunakan trigonometri. aturannya sendiri dibagi menjadi dua jenis yaitu aturan sinus dan aturan cosinus

Aturan Sinus

- Aturan sinus merumuskan perbandingan antara sisi-sisi suatu segitiga sembarang dengan sinus sudut di hadapan sisinya .Perumusannya adalah sebagai berikut



Aturan Sinus

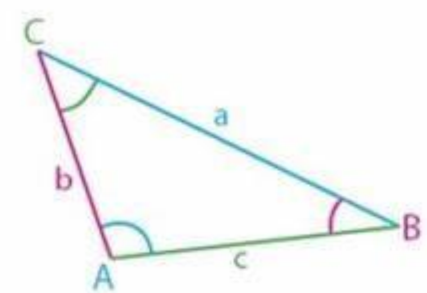
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Rumus tersebut dapat digunakan untuk menentukan :

- Panjang sisi segitiga yang diketahui panjang salah satu sisinya dan besar 2 sudutnya
- Besar 2 sudut segitiga yang diketahui panjang 2 sisinya dan besar 1 sudut yang bersebelahan dengan 1 Sisi yang diketahui

Aturan Cosinus

- Aturan cosinus merumuskan hubungan antara sisi-sisi suatu segitiga sembarang dengan satu sudutnya, seperti yang dirumuskan berikut ini

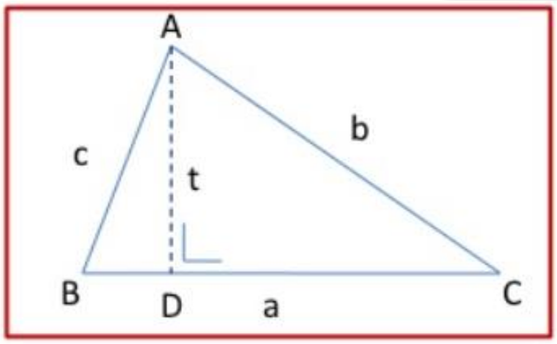


$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

Rumus tersebut dapat juga dikembangkan menjadi :
$\text{Cos } A = b^2 + c^2 - a^2/2bc$
$\text{Cos } B = a^2 + c^2 - b^2/2ac$
$\text{Cos } C = b^2 + a^2 - c^2/2ab$
Dengan rumus tersebut, dapat menemukan besar sudut suatu segitiga jika diketahui ketiga sisi segitiga

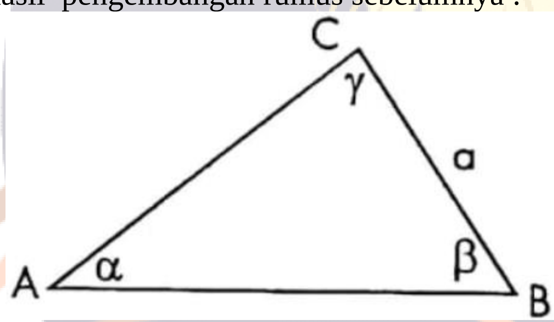
2. Luas Segitiga dan Segi-n Beraturan

- Sepertinya sudah diketahui sebelumnya luas segitiga pada umumnya adalah setengah alas kali tinggi, akan tetapi rumus tersebut pada materi trigonometri menjadi kurang efektif. oleh karena itu itu ada beberapa alternatif rumus mencari luas segitiga yang berdasarkan pada aturan sinus dan cosinus serta perbandingan trigonometri.
- Apabila diketahui dua sisi segitiga dan satu sudut yang diapit kedua sisi tersebut maka dapat menggunakan rumus :



$$L = \frac{1}{2} ab \sin C$$
$$L = \frac{1}{2} bc \sin A$$
$$L = \frac{1}{2} ac \sin B$$

- Apabila diketahui dua sudut dan satu sisi maka dapat menggunakan rumus luas segitiga hasil pengembangan rumus sebelumnya :



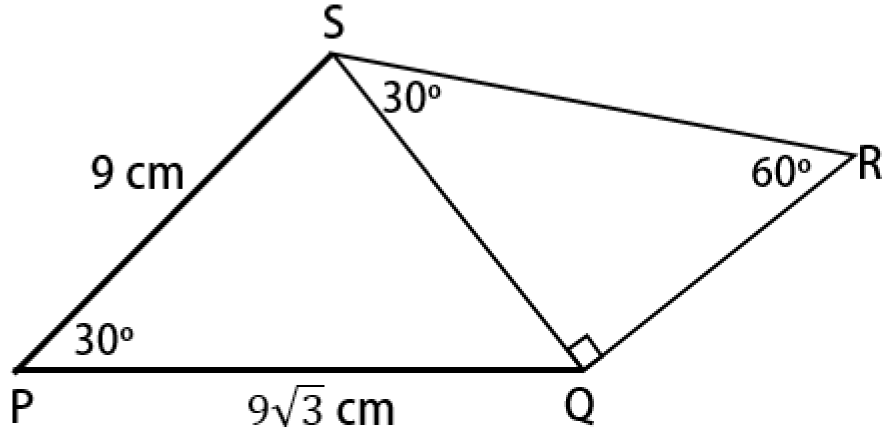
sudut ABC = β , sudut BCA = γ dan Sisi BC = a. maka dapat dibuktikan bahwa luas segitiga ABC =

$$\frac{a^2 \sin\beta \sin\gamma}{2\sin(\beta+\gamma)}$$

- Segitiga apabila digabungkan dengan segitiga lainnya dapat membentuk bangun segi segi lainnya. salah satunya yang paling dasar adalah segi empat.
- Luas segiempat dapat dicari dengan terlebih dahulu membagi segi empat menjadi dua atau empat bagian yang menggunakan diagonalnya. bagian-bagian yang dibagi padi akan membentuk segitiga. luas segitiga ini dapat ditentukan terlebih dahulu, dan kemudian digunakan untuk menentukan luas segi empat.

  Contoh Soal :

Perhatikan gambar segi empat PQRS berikut.



Panjang RS=⋯.
Pembahasan :

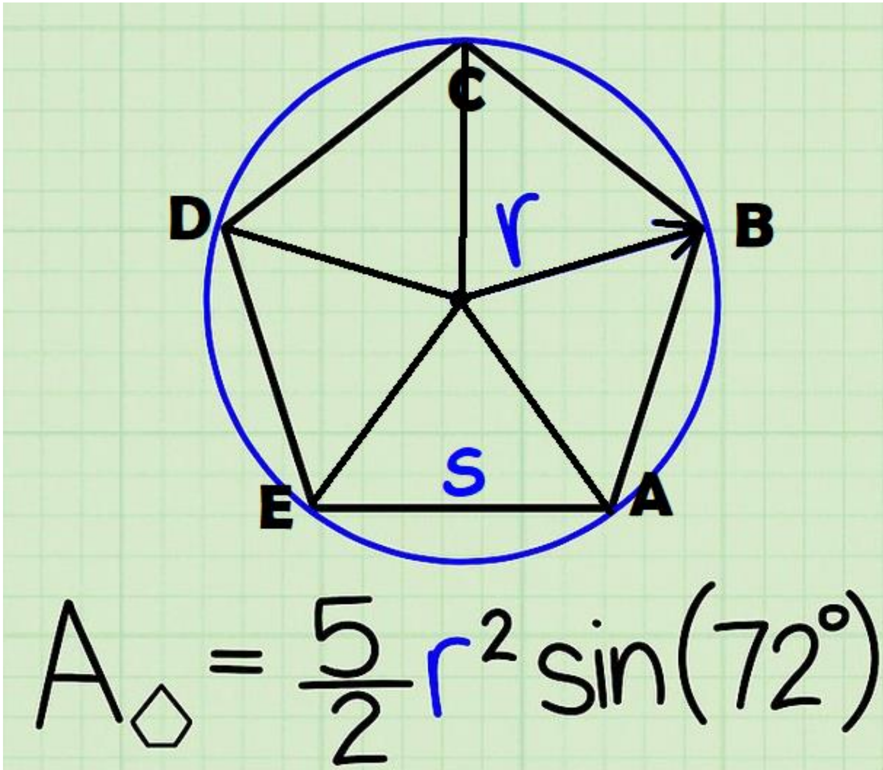
Pada segitiga PQS, panjang QS dapat dihitung dengan menggunakan Aturan Cosinus, yakni
$QS^2=PS^2+PQ^2$−2·PS·PQ·cos30∘=92+(93)2−2·9·93·123=81+243−243QS=81=9 cm

Selanjutnya, gunakan Aturan Sinus pada segitiga QRS untuk mencari panjang RS.
QS/sin60∘=RS/sin90∘

$9/\frac{1}{2}\sqrt{3}$=RS/1

RS=18/$\sqrt{3}$=6$\sqrt{3}$ cm
Jadi, panjang RS=6$\sqrt{3}$ cm

- selain segi empat aturan sinus dan cosinus dapat digunakan untuk menentukan luas dari segilima beraturan. segi lima beraturan terbentuk dari 5 segitiga sama kaki yang kongruen.



ABCDE adalah segi lima beraturan Dalam Lingkaran yang berjari-jari r .
luas segilima ABCDE = 5 luas segitiga AOB = 2 x ½ · r · r · sin 360º/5 = 5/2 · r^2 · sin 72º

Adapun jika hanya diketahui Panjang sisinya adalah

$$L = \frac{5\ s^2 \sin^2 54^\circ}{2 \times \sin(54^\circ + 54^\circ)}$$

📝 Rumus dasar tersebut dapat dikembangkan dan dapat digunakan juga untuk mencari luas dari segi-n beraturan

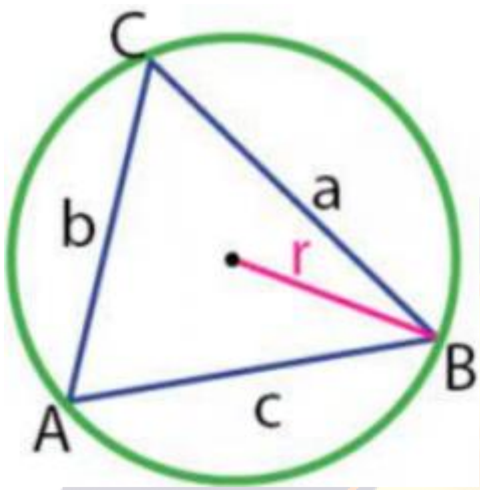
$$L = n \cdot 0{,}5 \cdot r^2 \cdot \sin\frac{360^\circ}{n}$$

dan juga rumus untuk diketahui sisi

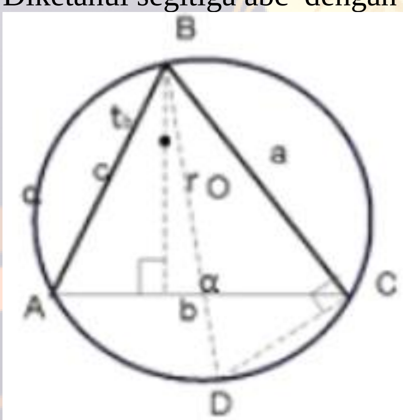
$$L = \frac{5\ s^2 \sin^2(0{,}5\cdot(5-2)/5\cdot 180^\circ)}{2 \times \sin((0{,}5\cdot(5-2)/5\cdot 180^\circ) + (0{,}5\cdot(5-2)/5\cdot 180^\circ))}$$

3. Lingkar Luar Segitiga

- Lingkaran luar segitiga adalah suatu lingkaran yang melalui ketiga titik sudut segitiga



- Adapun cara menghitung jari-jari lingkaran luar segitiga ada 2 rumus :
  1. Diketahui segitiga abc dengan lingkaran luar yang berpusat di o dan jari-jari R



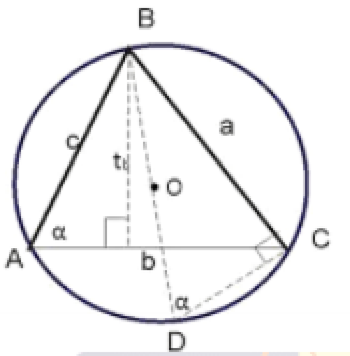
Maka,

R =

Misalkan AB = c ,AC = B ,dan BC = a . Tarik garis tengah BD maka BD = 2 R hubungkan DC maka Δ BCD siku-siku di C dan sudut BAC = sudut BDC = α. dalam segitiga BCD, BC = a, maka :

$$\mathbf{R} = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C}$$

2. Buat garis tinggi dari B ke sisi C, yaitu BE =t_b luas Δ ABC :



L = $\frac{1}{2}$·AC·t_b

L = $\frac{1}{2}$·b·t_b

Atau 2L = b·t_b (I)

∠BAC = ∠BDC, dan ∠AEB = ∠BCD = 90°

Maka ΔAEB dan ΔDCB **sebangun**

AB : BE = BD : EC

C : t_b = 2R : α

R = $\frac{ac}{2tb}$

R = $\frac{abc}{2tb}$ (II)

Dari (I) dan (II), maka diperoleh

$$\mathbf{R} = \boldsymbol{\frac{abc}{4L}}$$