## 容斥原理

定理：设是有限集合，是跟集合有关的个性质。设是中具有性质的元素构成的集合， 是中**不具备**性质的元素构成的集合。则

中不具备性质的元素的个数为：

一般化定理：

设是一个有限集合，是上的性质集合。求中**恰好具有**中个性质的元素个数。

设表示中**具有**括号内性质的元素的个数。规定

则

证明：设是集合中的一个元素，则：

1. 若中具有少于个性质，则对的贡献为0；
2. 若中恰好具有个性质，则对的贡献为1，对其它的贡献均为0；
3. 若具有个性质，则它对的贡献为（回想i的范围是从r到m的），从而它对和式的贡献为：

综上，式子右端是中恰好具有个性质的元素的个数。