

CÁLCULO DE LÍMITES

1. Criterio de Stolz

Sean $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ sucesiones que cumplen al menos una de las siguientes condiciones:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$$

$$(b) \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$$

$$(c) \{b_n\}_{n \in \mathbb{N}} \text{ estrictamente creciente y no mayorada con } b_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}$$

Si existe $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1} - a_n}{b_{n+1} - b_n}$ entonces también existe el límite $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ y ambos coinciden.

2. Criterio de la media aritmética

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \rightarrow l(\pm\infty) \Rightarrow \left\{ \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \right\}_{n \in \mathbb{N}} \rightarrow l(\pm\infty)$$

3. Criterio de la media geométrica

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}, a_n > 0, \forall n \in \mathbb{N} : \{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \rightarrow l(+\infty) \Rightarrow \{ \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdots a_n} \}_{n \in \mathbb{N}} \rightarrow l(+\infty)$$

4. Criterio de la raíz

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}, a_n > 0, \forall n \in \mathbb{N} : \left\{ \frac{a_{n+1}}{a_n} \right\}_{n \in \mathbb{N}} \rightarrow l(+\infty) \Rightarrow \{ \sqrt[n]{a_n} \}_{n \in \mathbb{N}} \rightarrow l(+\infty)$$

5. Proposición

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \text{ divergente} \Rightarrow \left\{ \left(1 + \frac{1}{a_n} \right)^{a_n} \right\}_{n \in \mathbb{N}} \rightarrow e$$

6. Corolario

$$\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}} \rightarrow 0 \Rightarrow \left\{ (1 + a_n)^{\frac{1}{a_n}} \right\}_{n \in \mathbb{N}} \rightarrow e$$

7. Proposición

Sean $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ sucesiones tales que $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ y $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$.

Si existe $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 1)b_n$, entonces $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n^{b_n} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 1)b_n}$.