

LMECA1210 - Projet en construction mécanique 1

Dimensionnement d'une bielle

année académique 2014-2015



Groupe 1
CHANDELLE François, 3673-13-00
DISPAS David, 7189-12-00
PAQUET Arnaud, 3668-13-00

Chapitre 1

Réponse aux questions

1.1 Mesures

Le mécanisme qui nous intéresse est un système regroupant piston, bielle et manivelle. Notre groupe ayant reçu le vilebrequin d'une Audi A4 lors des séances de mesures, nous traiterons ici en particulier du moteur de cette voiture. De nos mesures, nous avons pu déduire la longueur R de la manivelle. Les groupes 12 et 16 nous ont donné respectivement la longueur de la bielle, L , et les longueurs des axes du piston (celui-ci a ici une forme elliptique). Le grand axe du piston est égal à l'alésage D des cylindres. Il est possible de trouver la cylindrée unitaire V_c grâce à la formule suivante : $V_c = \frac{\pi D^2 R}{2}$

En multipliant ce volume par quatre, le nombre de cylindres, nous obtenons la cylindrée du moteur. Les valeurs réelles de R , D et V_c nous ont été fournies dans un document annexe. Nous utiliserons ces données pour bénéficier d'une plus grande précision.

Pour finir, ne connaissant pas précisément le modèle de la voiture, nous ne pouvons qu'estimer le taux de compression, qui désigne le rapport entre le volume de la chambre de combustion lorsque le piston est au point minimum (en bas) et le volume au point maximum (en haut). Une voiture dont le moteur fonctionne au diesel, a un taux de compression assez haut. Pour une audi A4, il avoisine 19,5 dans le cas d'une cylindrée de 1896cc (comme pour la série B5¹). Le résumé des mesures se trouve dans le tableau ci-dessous (voir figure 1.2).

| Longueur mesurée | Abréviation | Mesure | Distance réelle |
|-----------------------|-------------|---------|-----------------|
| Grand axe du piston | D | 79,4mm | 79,5mm |
| Rayon de manivelle | R | 47mm | 47,75mm |
| Longueur de la bielle | L | 199,5mm | (non donné) |
| Cylindrée unitaire | V_c | 465cc | 474cc |
| Taux de compression | τ | / | 19,5 |

FIGURE 1.1 – Les différentes mesures

1.2 Evolution de la pression dans le cylindre

L'analyse de l'évolution de la pression dans le cylindre se fait grâce à l'équation du premier principe de la thermodynamique. Divisée par la différentielle de l'angle du vilebrequin,

1. http://www.auto-data.net/en/?f=showCar&car_id=4416

$d\theta$, et simplifiée, nous obtenons :

$$\frac{dp}{d\theta} = -\gamma \frac{p}{V} \frac{dV}{d\theta} + (\gamma - 1) \frac{1}{V} \frac{dQ}{d\theta}$$

Nous avons choisi d'utiliser une méthode de Runge-Kutta d'ordre 2 pour intégrer numériquement cette équation. Cela ne se révèle utile que pour la phase de combustion, où il y a un apport de chaleur non négligeable. Celui-ci est égal à $Q_{tot} = 1650[kJ/kg] * V_{max} * \rho_{air}$. La compression et la détente sont considérées adiabatiques et la pression est trouvée simplement en considérant PV^γ constant. L'échappement se fait avec un terme de relaxation $\frac{dp}{d\theta} = -k(p - p_{atm})$ où $k = 2,5$ pour que la pression retombe à 1 bar après une rotation du vilebrequin d'environ 30° .

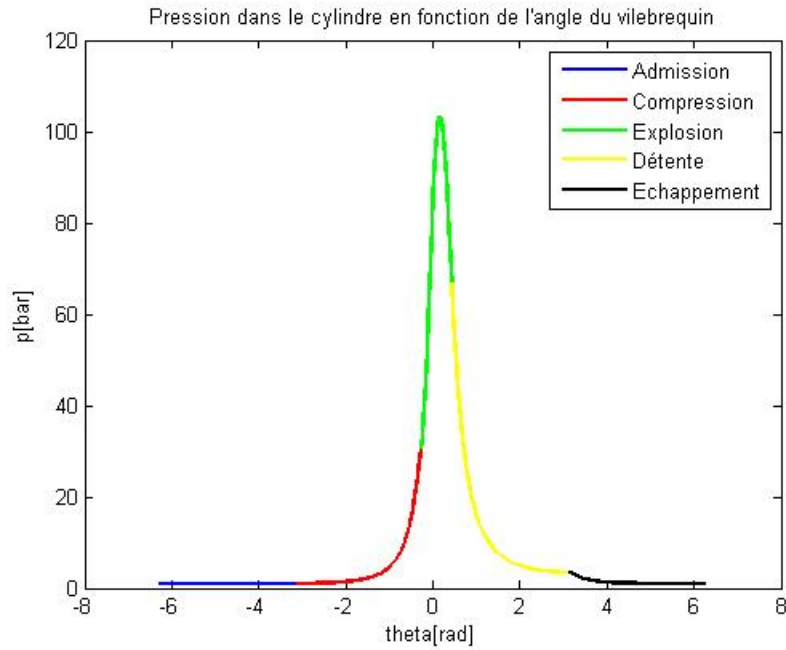


FIGURE 1.2 – Pression lors d'un cycle

1.3 Efforts sur la bielle

Le bilan des efforts sur la tête et le pied de bielle se mesure avec les deux formules ci-dessous.

$$F_{pied} = \frac{\pi D^2}{4} p(\theta) - m_{piston} R \omega^2 \cos(\theta) \quad F_{tete} = -\frac{\pi D^2}{4} p(\theta) + (m_{piston} + m_{bielle}) R \omega^2 \cos(\theta)$$

Voici les graphes représentant les efforts sur la bielle en fonction de l'angle du vilebrequin, à deux vitesses angulaires précises (2500rpm et 4000rpm) :

Les efforts maximaux et minimaux à ces deux vitesses sont repris dans les tableaux ci-dessous :

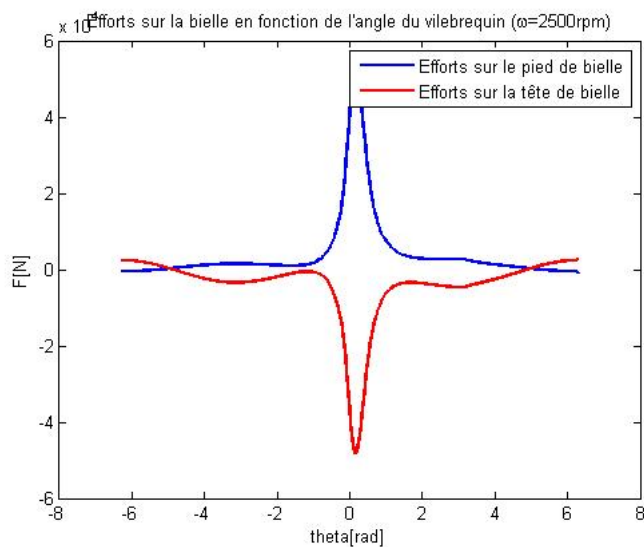


FIGURE 1.3 – Efforts lors d'un cycle, $\omega = 2500rpm$

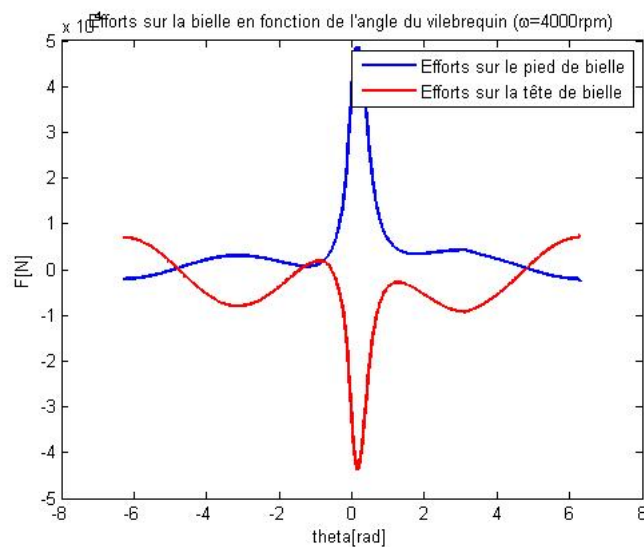


FIGURE 1.4 – Efforts lors d'un cycle, $\omega = 4000rpm$

| | Forces maximales [kN] | Forces minimales [kN] |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| Pied de la bielle | 50,225 | -0,995 |
| Tête de la bielle | 2,931 | -48,313 |

FIGURE 1.5 – Efforts maximaux et minimaux, $\omega = 2500rpm$

| | Forces maximales [kN] | Forces minimales [kN] |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| Pied de la bielle | 48,692 | -2,547 |
| Tête de la bielle | 7,503 | -43,798 |

FIGURE 1.6 – Efforts maximaux et minimaux, $\omega = 4000rpm$

1.4 Justification de la forme de la bielle

Pour le corps de la bielle, il faut trouver le juste compromis entre masse et résistance. Pour une même forme de section, une augmentation de sa taille va de pair avec une hausse de la résistance et du poids de la bielle. La section profilée en I permet une résistance élevée au flambage tout en conservant une masse moins importante. Nous pouvons déterminer la force critique d'une poutre profilée en I grâce à la formule d'Euler : $F_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{(l_k)^2}$ où E est le module de Young, I le moment quadratique de la bielle et l_k est la longueur de flambage de la poutre. Le module de Young étant propre au matériau et l_k étant l'entraxe de la bielle, le seul moyen de maximiser la force à partir de laquelle apparaîtra le flambage est de trouver la forme pour laquelle le moment quadratique [unité : m^4] est maximal. Voici la formule du moment quadratique d'une poutre profilée en I : $\frac{t}{6}h^3(1 + \frac{3s}{h})$ où t est la demi-largeur de l'âme, s, la largeur de la semelle et h, la hauteur de l'âme. Ces distances sont annotées dans le dessin suivant² :

2. http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%82me_%28poutre%29

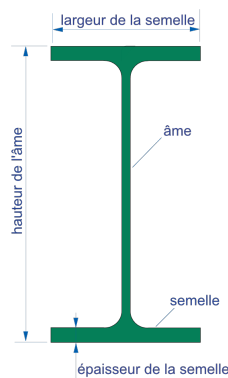


FIGURE 1.7 – Poutre profilée en I

1.5 Dimensionnement de la bielle

Il s'agit maintenant de déterminer les dimensions de la section profilée I du corps de la bielle. On sait grâce à la question 3, que la force maximale subie par la bielle au cours d'un cycle vaut $56,195kN$. Cette force étant celle à partir de laquelle la bielle est sujette au flambage, il faut prévoir une marge de sécurité. Nous décidons arbitrairement de la fixer à 25%. Grâce à cela, en utilisant la formule d'Euler nous pouvons isoler le moment quadratique. Puisque nous supposons que la bielle a été obtenue par moulage, nous connaissons E ($= 170000MPa$) et l_k ($= 140,81mm$). Nous trouvons que $I = 8,301 \cdot 10^{-10}[m^4]$. Enfin, en partant de la formule du moment quadratique d'une poutre profilée I, nous obtenons une équation liant hauteur d'âme, largeur de semelle et demi-largeur d'âme. On peut donc avec une assez grande liberté du choix des dimensions, déterminer ces 3 inconnues pour autant qu'elles soient réalistes! (Par exemple, la hauteur d'âme ne peut pas être plus grande que le grand axe de l'ellipse du piston, sinon la bielle ne rentre plus dans le cylindre.) Afin de déterminer ces trois inconnues, nous avons ajouté deux équations : $\frac{2h}{3} = s$ et $2t = \frac{s}{4}$.

A titre de comparaison, voici les résultats mesurés et ceux dimensionnés (à noter que pour le calcul de l'aire de la section de la bielle dimensionnée, nous avons arbitrairement fixé l'épaisseur de la semelle comme égale à celle de l'âme) :

| | Dimensions mesurées [mm] | Dimensions calculées [mm] |
|-----------------------|--------------------------|---------------------------|
| Hauteur d'âme | 23 | 11,88 |
| Largeur de la semelle | 16,33 | 7,92 |
| Epaisseur de l'âme | 3,8 | 1,98 |

| | Déterminée grâce aux mesures de séance [mm^2] | Dimensionnée [mm^2] |
|--------------------|---------------------------------------------------|-------------------------|
| Aire de la section | 200,17 | 47,05 |

Nous observons que les dimensions réelles sont très proches du double de nos prévisions. Cela peut s'expliquer de plusieurs manières : il est fort probable que le constructeur ait choisi de prendre une grande marge de sécurité pour assurer un bon fonctionnement dans des conditions réelles, plus difficiles. De plus, la sécurité a une grande importance dans le secteur de l'automobile. Nous pouvons aussi estimer que le raisonnement suivi pour aboutir à nos résultats était simplifié et ne prenait pas compte de tous les paramètres, ce qui peut fausser légèrement les résultats.