

# Introduction aux télécommunications

Département sciences du numérique  
Première année

## Séquence 2 : en résumé

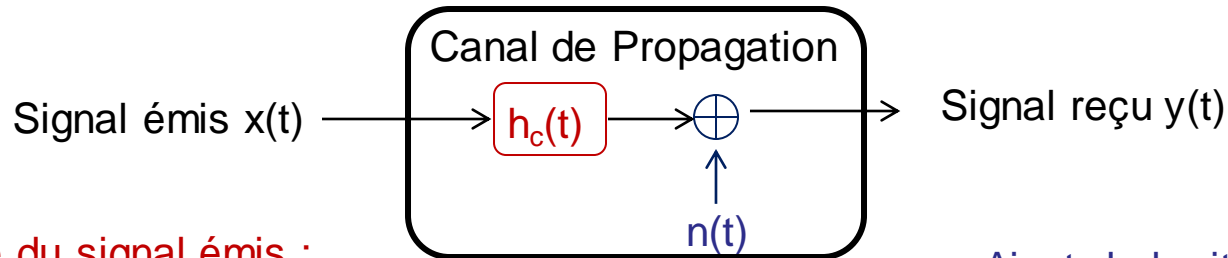
Mise en place un bloc modulateur / démodulateur en bande de base

Mise en évidence du problème d'interférences entre symboles et critère de Nyquist.

- 1- Le canal de propagation et sa modélisation,
- 2- Problème de l'interférence entre symboles,
- 3- Critère de Nyquist dans le domaine temporel,
- 4- Diagramme de l'œil,
- 5- Critère de Nyquist dans le domaine fréquentiel,
- 6- Impact du canal de propagation

# Canal de propagation

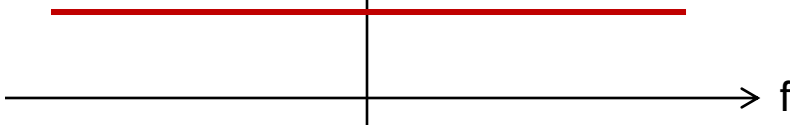
## Modélisation pour une transmission en bande de base



Filtrage du signal émis :

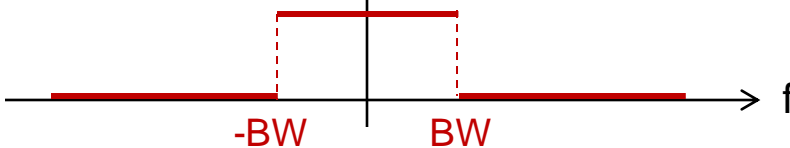
Canal « idéal » (AWGN)

$|H_c(f)|$



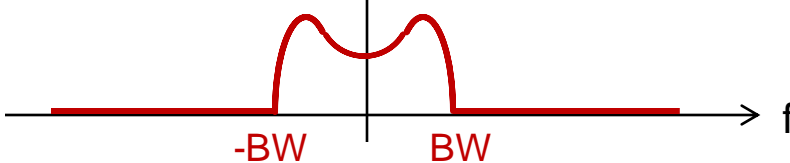
Canal « idéal » à bande limitée BW

$|H_c(f)|$



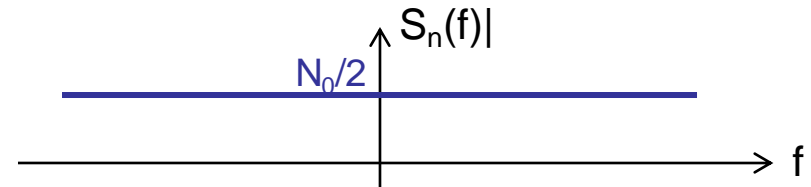
Canal « sélectif en fréquence »

$|H_c(f)|$



Ajout de bruit :

→ Bruit **blanc** : de DSP =  $N_0/2$  quelle que soit la fréquence



→ Bruit **Gaussien**, de puissance  $\sigma^2$

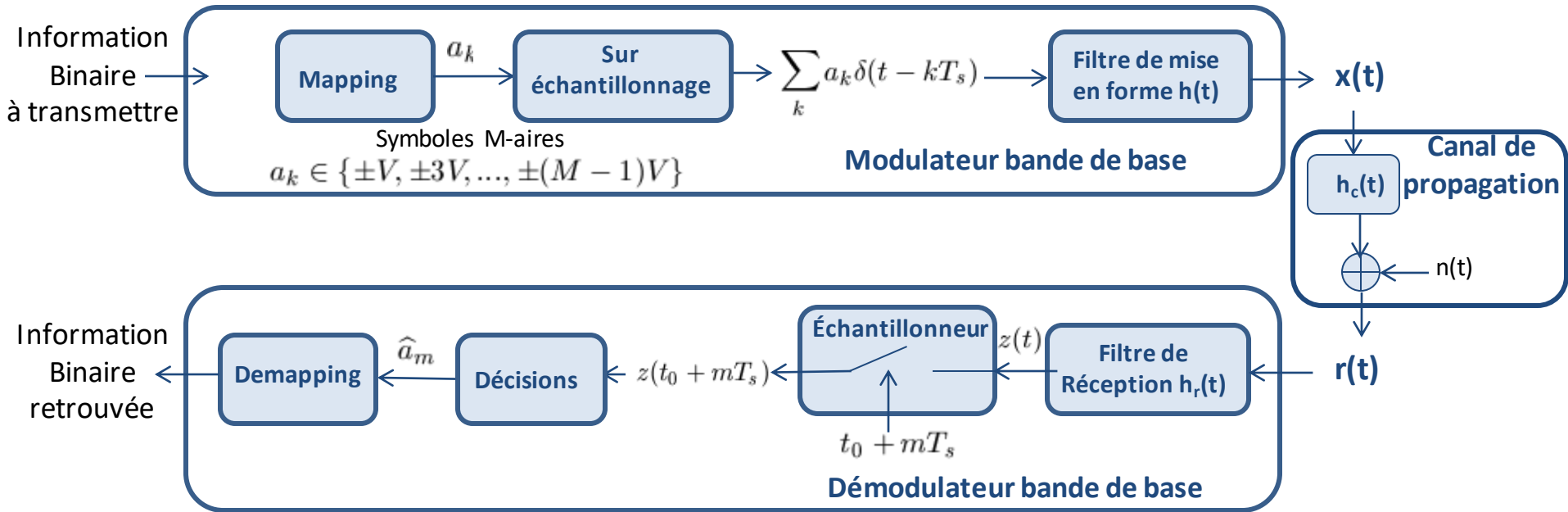
→ Une mesure de dégradation : le **rapport signal sur bruit** (SNR : Signal to Noise Ratio)

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 10 \log \frac{P_{\text{signal utile}}}{P_{\text{bruit}}}$$

Mais aussi canal non stationnaire, sélectif en temps ... (voir en 2A)

# Interférences entre symboles

## Domaine temporel



$$g(t) = h(t) * h_c(t) * h_r(t)$$

$$z(t_0 + mT_s) = \underbrace{a_m g(t_0)}_{\text{Terme utile}} + \underbrace{\sum_{k \neq m} a_k g(t_0 + (m - k)T_s)}_{\text{Terme d'interférences entre symboles (ISI : Inter Symbol Interference)}} + \underbrace{w(t_0 + mT_s)}_{\text{Terme de bruit (Filtré et échantillonné)}}$$

**Terme utile**

**Terme d'interférences entre symboles**  
(ISI : Inter Symbol Interference)

**Terme de bruit**  
(Filtré et échantillonné)

# Interférences entre symboles

## Domaine temporel : critère de Nyquist

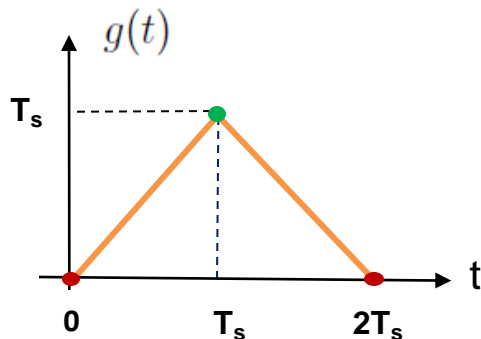
$$z(t_0 + mT_s) = \underbrace{a_m g(t_0)}_{\text{Terme utile}} + \underbrace{\sum_{k \neq m} a_k g(t_0 + (m - k)T_s)}_{\text{Terme d'interférence entre symboles = 0 si :}} + \underbrace{w(t_0 + mT_s)}_{\substack{\text{Terme de bruit} \\ \text{Filtré et échantillonné}}}$$

$$\begin{cases} g(t_0) \neq 0 \\ g(t_0 + pT_s) = 0 \text{ for } p \in \mathbb{Z}^* \end{cases}$$

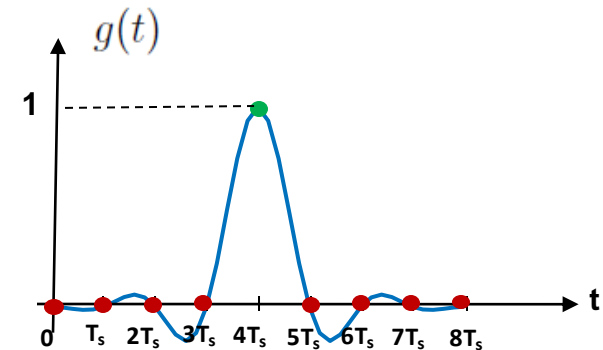
**Critère de Nyquist**  
(écrit dans le domaine temporel)

$$g(t) = h(t) * h_c(t) * h_r(t)$$

Exemples :



Le critère de Nyquist est satisfait pour  $t_0 = T_s$



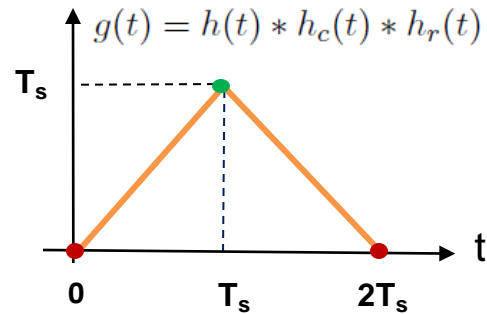
Le critère de Nyquist est satisfait pour  $t_0 = 4T_s$

# Interférences entre symboles

## Diagramme de l'œil

- Tracé en sortie du filtre de réception,
- Outil de visualisation de l'interférence : on superpose sur le même tracé tout ce qui se produit pendant  $T_s$  sur le signal en sortie du filtre de réception => permet de retrouver les instants optimaux d'échantillonnage.

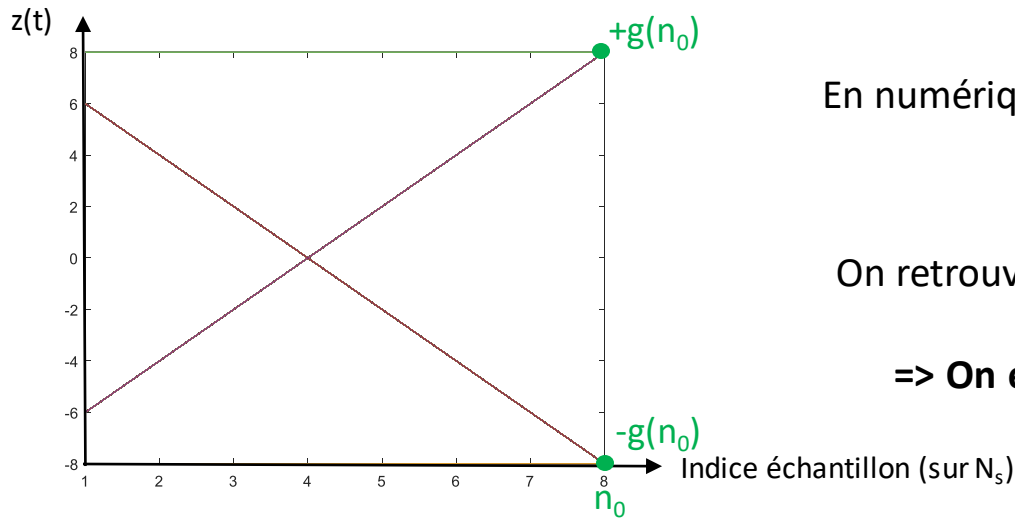
### → Exemple 1 :



Obtenu avec, un canal AWGN ( $h_c(t) = \delta(t)$ ) et deux filtres d'émission et de réception de réponses impulsionnelles rectangulaires de durée  $T_s$

Le critère de Nyquist est satisfait pour  $t_0=T_s$

Diagramme de l'œil associé (sans bruit) :



En numérique  $T_s=N_sT_e$  - On échantillonnera à  $n_0+mN_s$   
 $N_s=8$  dans l'exemple

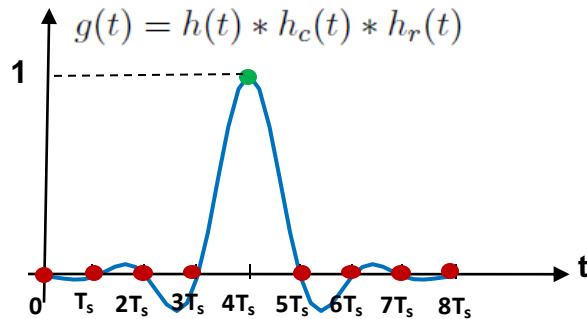
On retrouve que le critère de Nyquist est respecté  
pour  $n_0=N_s$

**=> On échantillonnera à  $n_0+mN_s$  avec  $n_0=8$**

# Interférences entre symboles

## Diagramme de l'œil

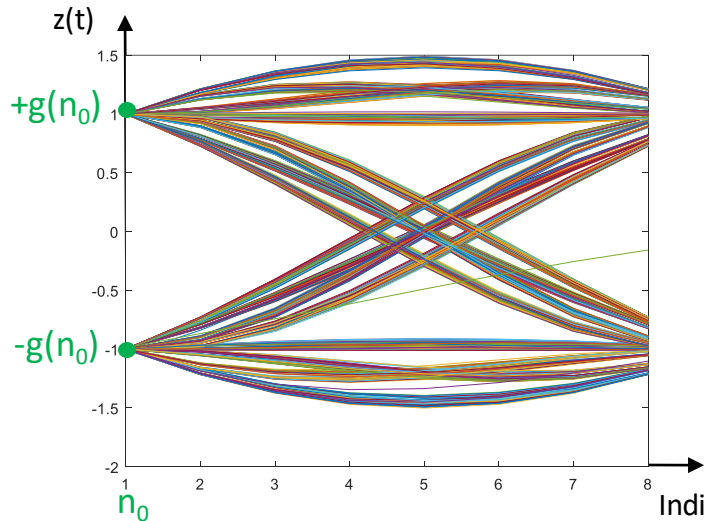
→ Exemple 2 :



Obtenu avec, un canal AWGN ( $h_c(t) = \delta(t)$ ) et deux filtres d'émission et de réception de réponses impulsionnelles en racine de cosinus surélevé de même roll off  
=>  $g(t)$  cosinus surélevé

Le critère de Nyquist est satisfait pour  $t_0 = 4T_s$

Diagramme de l'œil associé (sans bruit) :



En numérique  $T_s = N_s T_e$  - On échantillonnera à  $n_0 + mN_s$   
 $N_s = 8$  dans l'exemple

On retrouve sur le diagramme de l'œil que le critère de Nyquist est respecté pour  $n_0 = 1$ , **attention le retard lié à la causalité du filtre (ici  $= 4N_s$ ) a été supprimé avant le tracé du diagramme de l'œil**

⇒ On échantillonnera à  $n_0 + mN_s$  avec  $n_0 = 1$  sur le signal en sortie du filtre de réception, une fois le retard supprimé ! (signal  $z(4N_s + 1 : \text{end})$ )

**Sinon on peut échantillonner à  $n_0 + mN_s$  avec  $n_0 = 4N_s + 1$  sur le signal en sortie du filtre de réception sans suppression du retard ( $z$ )**

Remarque : on ne peut pas retrouver le retard sur le diagramme de l'œil, on ne peut trouver  $n_0$  que sur la durée  $N_s$ .  
Si le retard lié à la causalité des filtres de la chaîne est supérieur à  $N_s$ , le diagramme de l'œil ne pourra être utilisé pour trouver les instants optimaux d'échantillonnage qu'après suppression du retard.

# Interférences entre symboles

## Domaine fréquentiel : critère de Nyquist

$$z(t_0 + mT_s) = \underbrace{a_m g(t_0)}_{\text{Terme utile}} + \underbrace{\sum_{k \neq m} a_k g(t_0 + (m - k)T_s)}_{\text{Terme d'interference = 0 si :}} + \underbrace{w(t_0 + mT_s)}_{\substack{\text{Terme de bruit} \\ \text{Filtré et échantillonné}}}$$

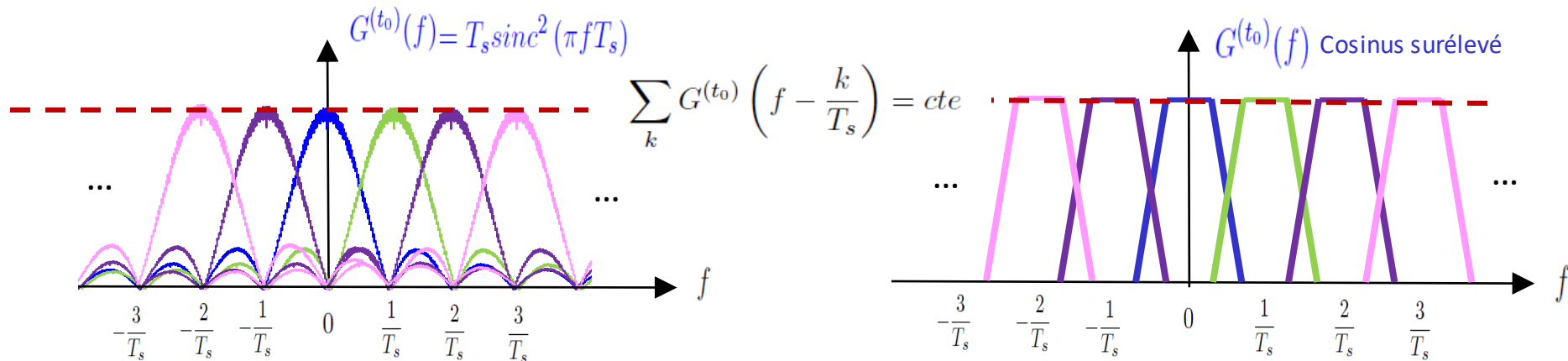
**Critère de Nyquist**  
(écrit dans le domaine fréquentiel)

$$\sum_k G^{(t_0)} \left( f - \frac{k}{T_s} \right) = cte$$

avec

$$G^{t_0}(f) = \text{TF} \left[ \frac{g(t + t_0)}{g(t_0)} \right]$$

Exemples :



# Interférences entre symboles

## Impact du canal de propagation

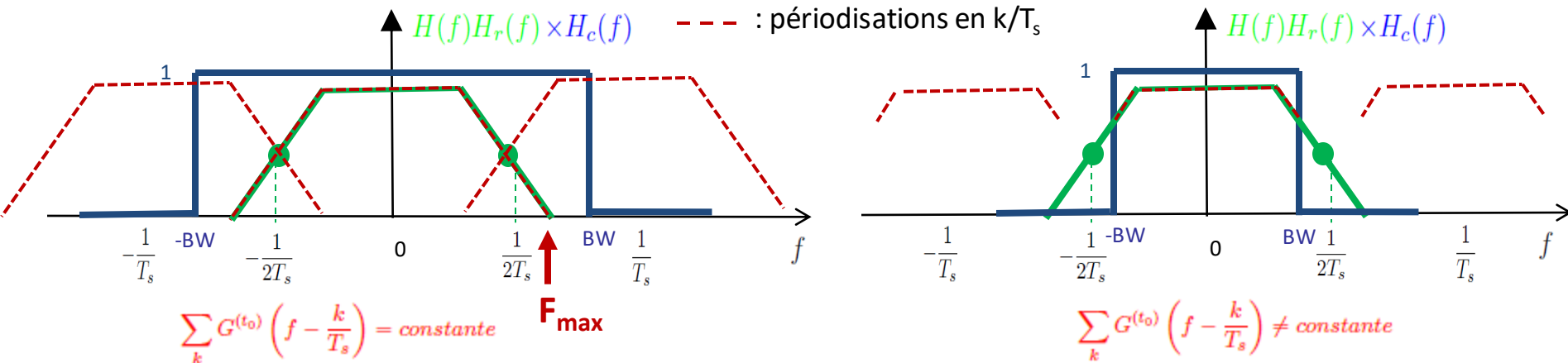
**Critère de Nyquist**  
(domaine fréquentiel)

$$\sum_k \underset{\downarrow}{G^{(t_0)}} \left( f - \frac{k}{T_s} \right) = cte \quad \text{avec} \quad G^{t_0}(f) = \text{TF} \left[ \frac{g(t + t_0)}{g(t_0)} \right]$$

$H(f) \textcircled{H_c(f)} H_r(f)$

$H_c(f)$  : Réponse en fréquence du canal de propagation

Exemples pour un canal idéal à bande passante limitée BW



Si **BW**  $>$  **F<sub>max</sub>** un canal AWGN à bande limitée BW Permet de continuer à respecter le critère de Nyquist

$$F_{\max} = kR_s \Rightarrow \boxed{R_s < \frac{BW}{k}}$$

Bande passante du canal  
pour continuer à respecter le critère de Nyquist  
Dépend des filtres de la chaîne.