INTRODUCTION AUX TELECOMMUNICATIONS
EXERCICES CORRIGES
Première année télécommunications et réseaux
TD3
2020 – 2021

I. EXERCICE 1 : ÉTUDES DE CHAINES DE TRANSMISSION EN BANDE DE BASE SUR CANAL AWGN

Soit le système de transmission donné par la figure 1. On considèrera un mapping binaire à moyenne nulle (symboles $a_k \in \{-1, 1\}$ indépendants et équiprobables) et un bruit $n(t)$ blanc et gaussien, de densité spectrale de puissance égale à $\frac{N_0}{2}$ quelle que soit la fréquence.

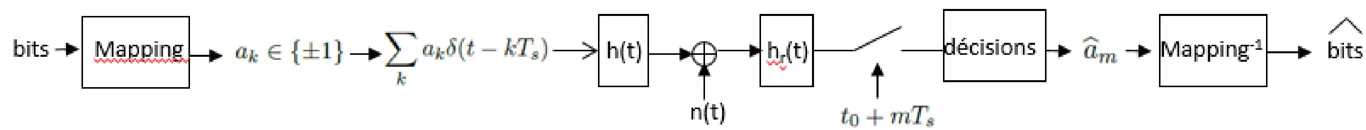

Fig. 1. chaîne de transmission considérée dans l'exercice 1

A. Question

Identifier, sur la figure 1, le modulateur bande de base, le canal et le démodulateur bande de base.

B. Chaine 1 à étudier

On considère ici des réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception, $h(t)$ et $h_r(t)$, rectangulaires de durée T_s et de hauteur 1, T_s représentant la durée symbole.

1) A quelle condition la chaîne de communication peut-elle vérifier le critère de Nyquist ?
2) En supposant que l'on vérifie le critère de Nyquist sur la transmission, calculer le rapport signal sur bruit aux instants d'échantillonnage $t_0 + mT_s$ (on admettra que la puissance du bruit échantillonné et filtré est identique à celle du bruit filtré et on calculera donc cette puissance en sortie du filtre de réception).
3) On choisira d'utiliser un détecteur à seuil. Déterminer le seuil optimal à utiliser en expliquant votre choix.
4) En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise le seuil optimal de décision, donner le taux d'erreur binaire de la transmission en fonction de T_s et σ_w, σ_w^2 représentant la puissance du bruit en sortie du filtre de réception $h_r(t)$.
5) Calculer la puissance du bruit en sortie du filtre de réception σ_w^2 en fonction de N_0 et de T_s.
6) Calculer l'énergie des symboles à l'entrée du récepteur, E_s, en fonction de T_s.
7) Déduire des questions précédentes l'expression du taux d'erreur binaire (TEB) en fonction de E_b/N_0, rapport signal sur bruit par bit à l'entrée du récepteur, pour la chaine étudiée.

C. Chaine 2 à étudier

On considère maintenant une réponse impulsionnelle du filtre de mise en forme, $h(t)$, rectangulaire de durée T_s et de hauteur 1 et une réponse impulsionnelle du filtre de réception, $h_r(t)$, rectangulaire de durée $\frac{T_s}{2}$ et de hauteur 1, T_s représentant la durée symbole. On donne le produit de convolution entre $h(t)$ et $h_r(t)$ dans la figure 2.

1) A quelle condition la chaîne de communication peut-elle vérifier le critère de Nyquist ?
2) En supposant que l'on vérifie le critère de Nyquist sur la transmission, calculer le rapport signal sur bruit aux instants d'échantillonnage $t_0 + mT_s$ (on admettra que la puissance du bruit échantillonné et filtré est identique à celle du bruit filtré et on calculera donc cette puissance en sortie du filtre de réception). Comparer le rapport signal sur bruit obtenu ici avec celui obtenu précédemment.
3) On choisira d'utiliser un détecteur à seuil. Déterminer le seuil optimal à utiliser en expliquant votre choix.

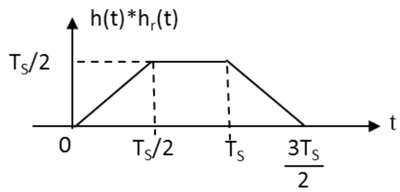

Fig. 2. Produit de convolution entre les réponses impulsionnelles des filtres de mise en forme et de réception.

4) En supposant que l'on échantillonne aux instants optimaux et que l'on utilise le seuil optimal de décision, donner le taux d'erreur binaire de la transmission en fonction de T_s et σ_w, σ_w^2 représentant la puissance du bruit en sortie du filtre de réception $h_r(t)$.
5) Calculer la puissance du bruit en sortie du filtre de réception σ_w^2 en fonction de N_0 et de T_s.
6) Calculer l'énergie des symboles à l'entrée du récepteur, E_s, en fonction de T_s.
7) Déduire des questions précédentes l'expression du taux d'erreur binaire (TEB) en fonction de E_b/N_0, rapport signal sur bruit par bit à l'entrée du récepteur, pour la chaine étudiée. Comparer le TEB obtenu ici avec celui obtenu précédemment. Pouvait-on s'attendre à ce résultat ? Expliquer votre réponse.

II. Exercice 2 : Etude du mapping

On transmet une suite de bits équiprobables et indépendants à travers un canal de transmission à bruit $n(t)$ additif, blanc et gaussien de densité spectrale de puissance $S_n(f) = N_0/2\ \forall f \in \mathbb{R}$. Le modulateur utilisé est de type NRZ à 4 niveaux et utilise le mapping suivant : 00 : -3, 01 : -1, 11 : $+1$, 10 : $+3$. Le filtre de réception est adapté à la forme d'onde reçue et on suppose que l'on échantillonne aux instants optimaux.

1) Calculer la probabilité de détecter (en sortie du bloc décision) le symbole -1 alors que l'on a émis -3.
2) Calculer la probabilité de détecter (en sortie du bloc décision) le symbole $+1$ alors que l'on a émis -3.
3) Calculer la probabilité de détecter (en sortie du bloc décision) le symbole $+3V$ alors que l'on a émis $-3V$.
4) AN : $V = 1$, $N_0 = 10^{-3} V^2/Hz$, $R_b = 1$ kbps
5) La règle de codage choisie vous parait-elle intéressante ? Si oui, quel est son intérêt ?
6) Sachant que le taux d'erreur symbole de la liaison est donné par :

$$TES = \frac{3}{2} Q\left(\sqrt{\frac{4}{5}\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

Avec la règle de codage choisie pour le mapping donnez le taux d'erreur binaire (TEB) de la liaison, en expliquant votre réponse.

La fonction $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du$ est donnée par la figure 3.

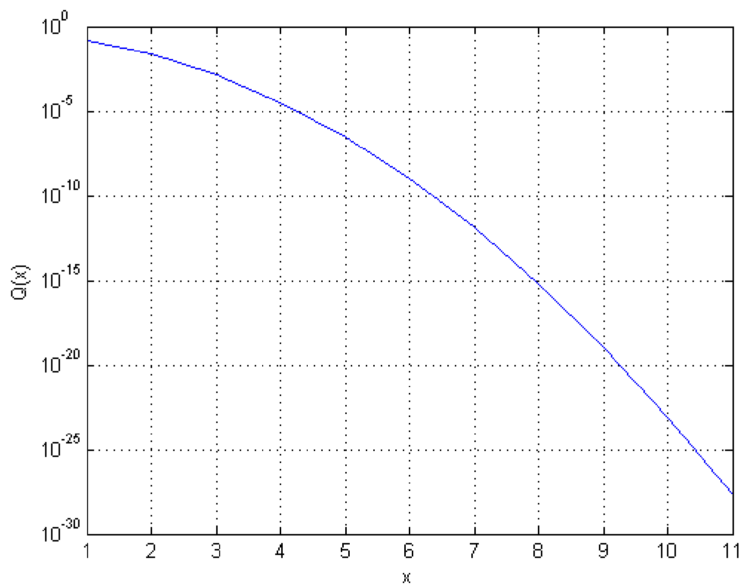

Fig. 3. Fonction $Q(x)$