INTRODUCTION AUX TELECOMMUNICATIONS

Passage du critère de Nyquist temporel au critère de Nyquist fréquentiel

Première année télécommunications et réseaux

$2020-2021$

Le critère de Nyquist temporel :

$$\begin{aligned} g(t_0) &\neq 0 \\ g(t_0+pT_s) &= 0 \quad \text{pour } p \in \mathbf{Z}^* \end{aligned}$$

peut se ré-écrire de la manière suivante :

$$g(t)\,Ш_{T_s}(t-t_0) = g(t_0)\delta(t-t_0)$$

On peut alors en prendre la transformée de Fourier :

$$G(f) * \frac{1}{T_s}\left(Ш_{\frac{1}{T_s}}(f)e^{-j2\pi f t_0}\right) = g(t_0)e^{-j2\pi f t_0}$$

$$G(f) * \left(\sum_k \delta\left(f-\frac{k}{T_s}\right)e^{-j2\pi f t_0}\right) = T_s g(t_0)e^{-j2\pi f t_0}$$

$$G(f) * \left(\sum_k \delta\left(f-\frac{k}{T_s}\right)e^{-j2\pi \frac{k}{T_s} t_0}\right) = T_s g(t_0)e^{-j2\pi f t_0}$$

$$\sum_k G\left(f-\frac{k}{T_s}\right)e^{-j2\pi \frac{k}{T_s} t_0} = T_s g(t_0)e^{-j2\pi f t_0}$$

$$\sum_k \frac{G\left(f-\frac{k}{T_s}\right)e^{j2\pi\left(f-\frac{k}{T_s}\right)t_0}}{g(t_0)} = T_s$$

pour obtenir l'expression du critère de Nyquist en fréquentiel :

$$\sum_k G^{(t_0)}\left(f-\frac{k}{T_s}\right) = T_s$$

avec

$$G^{(t_0)}(f) = \frac{G(f)e^{j2\pi f t_0}}{g(t_0)} = TF\left[\frac{g(t+t_0)}{g(t_0)}\right]$$

$G^{(t_0)}(f)$ représente la transformée de Fourier de la réponse impusionnelle globale de toute la chaine de transmission, centrée autour de 0 et normalisée (t_0 représente ici le décalage lié à la causalité des filtres).