

# Sémantique et Traduction des Langages

## Majeure Sciences et Ingénierie du Logiciel

Marc Pantel

2020 – 2021

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ Urgent : Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ Alternative 1 : Pas de confinement
  - ▶ Travaux Dirigés en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ Alternative 2 : Confinement
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ Urgent : Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ Alternative 1 : Pas de confinement
  - ▶ Travaux Dirigés en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ Alternative 2 : Confinement
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ **Urgent :** Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ Alternative 1 : Pas de confinement
  - ▶ Travaux Dirigés en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ Alternative 2 : Confinement
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ **Urgent** : Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ **Alternative 1 : Pas de confinement**
  - ▶ Travaux Dirigés en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ Alternative 2 : Confinement
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Organisation

- ▶ Cours : 10 séances – Marc Pantel
- ▶ TD : 8 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ TP : 9 séances – Marc Pantel/Neeraj Singh
- ▶ Mini Projets (20%) en binôme : 2 séances de suivi + 1 test  
Finalisation travaux de TP sur langage fonctionnel miniML  
Finalisation travaux de TP sur langage impératif miniC
- ▶ Projet (40%) en quadrinôme : 5 séances de suivi + 1 test  
Extension du langage miniC avec technologies objets
- ▶ Examen (40%) : 1h30 avec documents
- ▶ **Urgent** : Constituer les quadrinômes et binômes associés
- ▶ Alternative 1 : Pas de confinement
  - ▶ Travaux Dirigées en présenciel
  - ▶ Travaux Pratiques à décider
- ▶ **Alternative 2 : Confinement**
  - ▶ Combinaison TD/TP à distance

# Plan du cours

- ▶ Introduction
  - ▶ Rappels : Modélisation, Automates et Graphes, GLS
  - ▶ Architecture générale
  - ▶ Formes de sémantique
- ▶ Interprétation
  - ▶ Sémantique opérationnelle
  - ▶ Sémantique axiomatique
- ▶ Compilation
  - ▶ Table des Symboles, Arbre abstrait
  - ▶ Typage
  - ▶ Modèle mémoire, Génération de code
  - ▶ Sémantique translationnelle, dénotationnelle
- ▶ Vérification de correction

# Plan du cours

- ▶ Introduction
  - ▶ Rappels : Modélisation, Automates et Graphes, GLS
  - ▶ Architecture générale
  - ▶ Formes de sémantique
- ▶ **Interprétation**
  - ▶ **Sémantique opérationnelle**
  - ▶ **Sémantique axiomatique**
- ▶ Compilation
  - ▶ Table des Symboles, Arbre abstrait
  - ▶ Typage
  - ▶ Modèle mémoire, Génération de code
  - ▶ Sémantique translationnelle, dénotationnelle
- ▶ Vérification de correction



# Plan du cours

- ▶ Introduction
  - ▶ Rappels : Modélisation, Automates et Graphes, GLS
  - ▶ Architecture générale
  - ▶ Formes de sémantique
- ▶ Interprétation
  - ▶ Sémantique opérationnelle
  - ▶ Sémantique axiomatique
- ▶ Compilation
  - ▶ Table des Symboles, Arbre abstrait
  - ▶ Typage
  - ▶ Modèle mémoire, Génération de code
  - ▶ Sémantique translationnelle, dénotationnelle
- ▶ Vérification de correction

# Plan du cours

- ▶ Introduction
  - ▶ Rappels : Modélisation, Automates et Graphes, GLS
  - ▶ Architecture générale
  - ▶ Formes de sémantique
- ▶ Interprétation
  - ▶ Sémantique opérationnelle
  - ▶ Sémantique axiomatique
- ▶ Compilation
  - ▶ Table des Symboles, Arbre abstrait
  - ▶ Typage
  - ▶ Modèle mémoire, Génération de code
  - ▶ Sémantique translationnelle, dénotationnelle
- ▶ Vérification de correction

# Rappels

- ▶ Modélisation :
  - ▶ Structure algébrique des langages
  - ▶ Spécification des langages :
    - ▶ Expressions régulières,
    - ▶ Grammaire (règles de production, EBNF, Conway)
- ▶ Automates et Théorie des Langages
  - ▶ Automates, Automates à piles, Analyseur descendant récursif
  - ▶ Générateurs d'analyseurs lexicaux et syntaxiques
- ▶ Ingénierie Dirigée par les Modèles
  - ▶ Métamodèles :
    - ▶ Représentation abstraite du langage (MOF),
    - ▶ Règles de bonne formation (OCL)
  - ▶ Syntaxe concrète texte : Xtext

# Rappels

- ▶ Modélisation :
  - ▶ Structure algébrique des langages
  - ▶ Spécification des langages :
    - ▶ Expressions régulières,
    - ▶ Grammaire (règles de production, EBNF, Conway)
- ▶ Automates et Théorie des Langages
  - ▶ Automates, Automates à piles, Analyseur descendant récursif
  - ▶ Générateurs d'analyseurs lexicaux et syntaxiques
- ▶ Ingénierie Dirigée par les Modèles
  - ▶ Métamodèles :
    - ▶ Représentation abstraite du langage (MOF),
    - ▶ Règles de bonne formation (OCL)
  - ▶ Syntaxe concrète texte : Xtext

# Rappels

- ▶ Modélisation :
  - ▶ Structure algébrique des langages
  - ▶ Spécification des langages :
    - ▶ Expressions régulières,
    - ▶ Grammaire (règles de production, EBNF, Conway)
- ▶ Automates et Théorie des Langages
  - ▶ Automates, Automates à piles, Analyseur descendant récursif
  - ▶ Générateurs d'analyseurs lexicaux et syntaxiques
- ▶ Ingénierie Dirigée par les Modèles
  - ▶ Métamodèles :
    - ▶ Représentation abstraite du langage (MOF),
    - ▶ Règles de bonne formation (OCL)
  - ▶ Syntaxe concrète texte : Xtext

# Principes essentiels

Communication = Echange d'informations

- Besoins :
- ▶ Représenter les informations possibles
  - ▶ Reconnaître une information
  - ▶ Exploiter une information

Organisation stratifiée : information structurée

Informatique : Science du traitement de l'information

Computer science : Science de la « machine à calculer »

- Essentiel :
- ▶ Description et manipulation de l'information (langage),
  - ▶ Traitement d'une information quelconque,
  - ▶ Traitement d'une manipulation quelconque

- D'où :
- ▶ Description formelle du langage
  - ▶ Génération automatique des outils de manipulation

# Références bibliographiques

- ▶ Hopcroft, Ullman, Introduction to automata theory, languages and computation, Addison-Wesley, 1979.
- ▶ Stern, Fondements mathématiques de l'informatique, McGraw-Hill, 1990.
- ▶ Carton, Langages formels, calculabilité et complexité, Vuibert, 2008.
- ▶ Aho, Sethi, Ullman, Compilateurs : Principes, Techniques et Outils, InterEditions, 1989.
- ▶ Fisher, Leblanc, Crafting a compiler in ADA/in C, Benjamin Cummings, 1991.
- ▶ Wilhem, Maurer, Les compilateurs : Théorie, construction, génération, Masson, 1994.
- ▶ Appel, Modern Compiler Implementation in Java/ML/C, Cambridge University Press, 1998.
- ▶ Winskel, The formal semantics of programming languages : An introduction, MIT Press, 1993.
- ▶ Lämmel, Software Languages : Syntax, Semantics and Metaprogramming, Springer (under review), 2017.

# Exemple : fichier /etc/hosts

- Fichier tel qu'il est affiché :

```
#_Ceci_est_un_commentaire

127.0.0.1      ->hal9000_localhost

#_En_voici_un_autre

147.127.18.144 ->phoenix.enseeiht.fr
```

- Informations brutes : caractères

0000000	#	sp	C	e	c	i	sp	e	s	t	sp	u	n	sp	c	o
0000020	m	m	e	n	t	a	i	r	e	nl	nl	1	2	7	.	0
0000040	.	0	.	1	ht	h	a	l	9	0	0	0	sp	l	o	c
0000060	a	l	h	o	s	t	nl	nl	#	sp	E	n	sp	v	o	i
0000100	c	i	sp	u	n	sp	a	u	t	r	e	nl	nl	1	4	7
0000120	.	1	2	7	.	1	8	.	1	4	4	ht	p	h	o	e
0000140	n	i	x	.	e	n	s	e	e	i	h	t	.	f	r	nl
0000160																



# Analyse lexicale

- Informations élémentaires : **commentaire**, **nombre**, **identificateur**, `.` (unités lexicales)

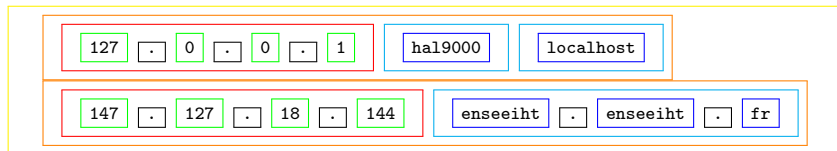
- Résultat de l'analyse lexicale :

```
# Ceci est un commentaire 127 . 0 . 0 . 1
hal9000 localhost # En voici un autre 147 .
127 . 18 . 144 enseiht . enseiht . fr
```

- Spécification des unités lexicales : Expressions régulières
  - Commentaire :  $\#[^\\n]^*\\n$
  - Nombre :  $[0-9]^+$
  - Identificateur :  $[a-bA-B][a-bA-B0-9]^*$

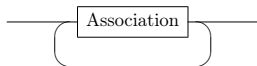
# Analyse syntaxique

- Informations structurées (unités syntaxiques) :
  - Premier niveau : **adresse IP**, **nom qualifié**
  - Deuxième niveau : **association**
  - Troisième niveau : **document**

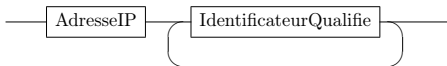


- Spécification des unités syntaxiques : Grammaires (notation de Conway)

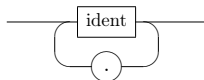
*Document*



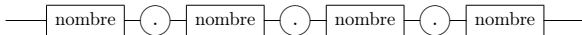
*Association*



*IdentificateurQualifie*

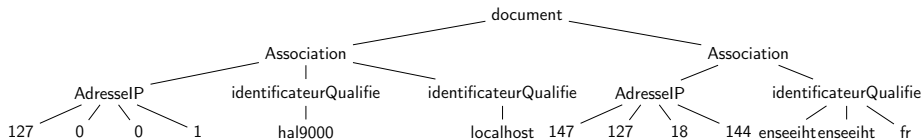


*AdresseIP*

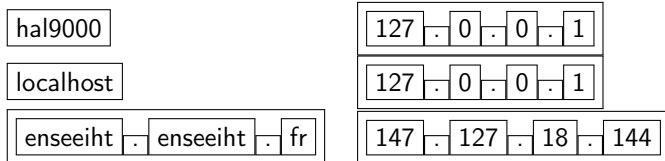


# Analyse sémantique

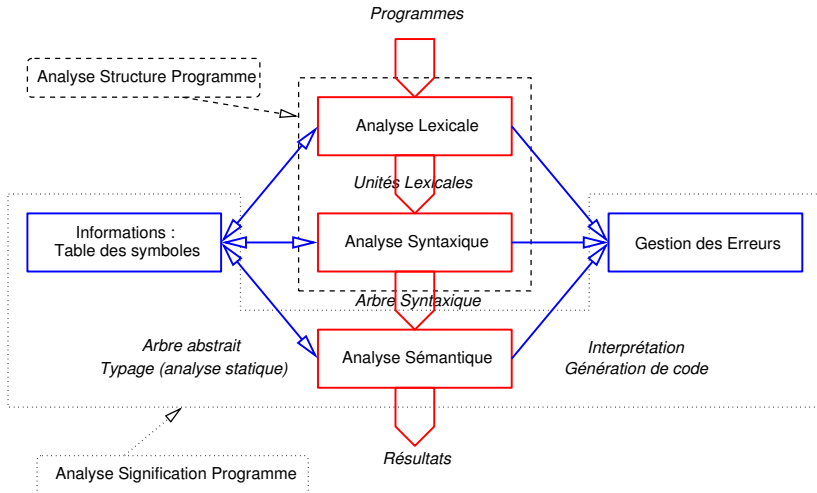
- Structure arborescente associée :



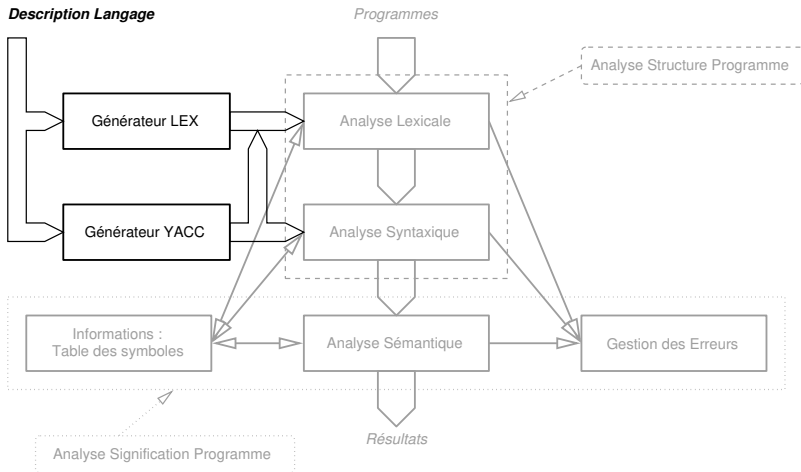
- Exploitation des informations : association nom qualifié/adresse IP (unités sémantiques)



## Structure d'un outil

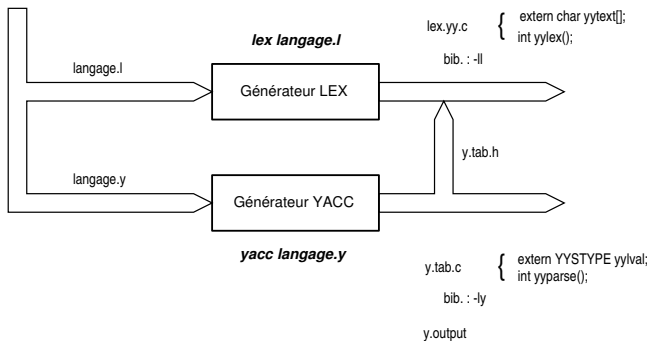


# Exemple lex et yacc



# Exemple lex et yacc

## Description Langage



# Définitions

- ▶ Caractère/Symbole : Unité élémentaire d'information
- ▶ Unité lexicale (lexème, mot) : Séquence de caractères
- ▶ Unité syntaxique (arbre syntaxique, syntème, phrase) : Arbre d'unités lexicales
- ▶ Unité sémantique : diverses (arbre abstrait, table des symboles, type, code généré, résultat évaluation, ...)

# Comment organiser les informations ?

- ▶ Objectif : Exploitation des informations
- ▶ Règle : Choisir le bon niveau de précision
- ▶ Unité lexicale : Bloc élémentaire d'information pertinente
- ▶ Unité syntaxique : Élément structurant de l'information



# Sémantique formelle des langages

- ▶ Objectif : Modélisation la sémantique avec des outils mathématique
- ▶ Atteindre la qualité de la modélisation de la syntaxe
- ▶ Etudier la cohérence et la complétude
- ▶ Prouver la correction des outils
- ▶ Générer automatiquement les outils
- ▶ Différentes formes :
  - ▶ Sémantique opérationnelle : Mécanisme d'exécution des programmes
  - ▶ Sémantique axiomatique : Mécanisme de vérification des programmes
  - ▶ Sémantique translationnelle : Traduction vers un autre langage équipé d'une sémantique formelle
  - ▶ Sémantique dénotationnelle : Traduction vers un formalisme mathématique
- ▶ Validation des sémantique par étude équivalence entre formes

- ▶ Expressions : sans effets de bord, similaire dans tous les langages
- ▶ Partie fonctionnelle : sans effets de bord
- ▶ Partie Impérative : effets de bord, y compris dans les expressions et la partie fonctionnelle

- ▶ Expressions : sans effets de bord, similaire dans tous les langages
- ▶ **Partie fonctionnelle : sans effets de bord**
- ▶ Partie Impérative : effets de bord, y compris dans les expressions et la partie fonctionnelle

- ▶ Expressions : sans effets de bord, similaire dans tous les langages
- ▶ Partie fonctionnelle : sans effets de bord
- ▶ Partie Impérative : effets de bord, y compris dans les expressions et la partie fonctionnelle

## ► Expressions :

$$\begin{array}{lcl} \textit{Expr} & \rightarrow & \textit{Ident} \\ & | & \textit{Const} \\ & | & \textit{Expr Binaire Expr} \\ & | & \textit{Unaire Expr} \\ & | & ( \textit{Expr} ) \end{array}$$
$$\textit{Const} \rightarrow \textit{entier} \mid \textit{booléen}$$
$$\textit{Unaire} \rightarrow -$$
$$\begin{array}{lcl} \textit{Binaire} & \rightarrow & + \mid - \mid * \mid / \mid \% \mid \& \mid \mid \\ & | & == \mid != \mid < \mid <= \mid > \mid >= \end{array}$$

► Partie Fonctionnelle :

$$\begin{array}{lcl} Expr & \rightarrow & \dots \\ & | & \text{let } Ident = Expr \text{ in } Expr \\ & | & \text{if } Expr \text{ then } Expr \text{ else } Expr \\ & | & \text{fun } Ident \rightarrow Expr \\ & | & (Expr) Expr \\ & | & \text{let rec } Ident = Expr \text{ in } Expr \end{array}$$

► Partie Impératives :

$$\begin{array}{lcl} Expr & \rightarrow & \text{ref } Expr \\ & | & ! Expr \\ & | & Expr := Expr \\ & | & Expr ; Expr \\ & | & \text{while } Expr \text{ do } Expr \text{ done} \end{array}$$

# Interprétation : Principes généraux

- ▶ Programme qui exécute un programme (émulateur, machine virtuelle, ...)
- ▶ Langage hôte/support : Langage de programmation de l'interprète
- ▶ Représenter le programme comme une donnée
- ▶ Représenter l'exécution comme des données et algorithmes
  - ▶ Résultats de l'exécution (dont intermédiaires)
  - ▶ Ne pas oublier les erreurs d'exécution (résultats possibles)
  - ▶ Pour chaque construction exécutable du langage, identifier :
    1. Variantes selon résultats intermédiaires
    2. Étapes dans chaque variante
    3. Contraintes entre les étapes

# Interprétation : Principes généraux

- ▶ Programme qui exécute un programme (émulateur, machine virtuelle, ...)
- ▶ Langage hôte/support : Langage de programmation de l'interprète
- ▶ **Représenter le programme comme une donnée**
- ▶ Représenter l'exécution comme des données et algorithmes
  - ▶ Résultats de l'exécution (dont intermédiaires)
  - ▶ Ne pas oublier les erreurs d'exécution (résultats possibles)
  - ▶ Pour chaque construction exécutable du langage, identifier :
    1. Variantes selon résultats intermédiaires
    2. Étapes dans chaque variante
    3. Contraintes entre les étapes



# Interprétation : Principes généraux

- ▶ Programme qui exécute un programme (émulateur, machine virtuelle, ...)
- ▶ Langage hôte/support : Langage de programmation de l'interprète
- ▶ Représenter le programme comme une donnée
- ▶ Représenter l'exécution comme des données et algorithmes
  - ▶ Résultats de l'exécution (dont intermédiaires)
  - ▶ Ne pas oublier les erreurs d'exécution (résultats possibles)
  - ▶ Pour chaque construction exécutable du langage, identifier :
    1. Variantes selon résultats intermédiaires
    2. Étapes dans chaque variante
    3. Contraintes entre les étapes

# Représentation des programmes et de l'exécution

- ▶ Programmes :
  - ▶ Arbres abstraits : Abstraction de l'arbre de dérivation (arbre syntaxique)
  - ▶ Structure de graphe (relation définition/utilisation)
    - ▶ Approche objet : Métamodèles
    - ▶ Approche fonctionnelle : Structure d'arbres + Tables des symboles
- ▶ Exécution :
  - ▶ Valeurs : Exploiter les types de base du langage hôte (booléen, entier, flottant, caractère, chaîne de caractère, ...)
  - ▶ Déclarations : Utilisation d'un dictionnaire (table des symboles)
  - ▶ Mémoire : Adresses et Espace de données associé

# Représentation des programmes et de l'exécution

- ▶ Programmes :
  - ▶ Arbres abstraits : Abstraction de l'arbre de dérivation (arbre syntaxique)
  - ▶ Structure de graphe (relation définition/utilisation)
    - ▶ Approche objet : Métamodèles
    - ▶ Approche fonctionnelle : Structure d'arbres + Tables des symboles
- ▶ Exécution :
  - ▶ Valeurs : Exploiter les types de base du langage hôte (booléen, entier, flottant, caractère, chaîne de caractère, ...)
  - ▶ Déclarations : Utilisation d'un dictionnaire (table des symboles)
  - ▶ Mémoire : Adresses et Espace de données associé

# Application à miniML

- ▶ Arbre abstrait : voir vidéo séparée
- ▶ Valeurs :

$$\begin{array}{ccc} \textit{Valeur} & \rightarrow & \textit{Const} \\ | & & \perp \end{array}$$

- ▶ Algorithme d'exécution : voir vidéo séparée

# Sémantique Opérationnelle

- ▶ Objectif : Décrire formellement les mécanismes d'exécution des programmes d'un langage
- ▶ Principe :
  - ▶ Exploiter la syntaxe du langage
  - ▶ Décrire l'exécution comme une transformation des programmes
- ▶ Notation : Règles de déduction

- ▶ Soient  $J_1, \dots, J_n$  et  $J$  des jugements :

	Notation	Signification
Déduction	$\frac{J_1 \quad J_n}{J}$	si $J_1$ et ...et $J_n$ sont valides alors $J$ est valide
Axiome	$\frac{}{J}$	$J$ est valide

- ▶ Jugement d'exécution à grand pas :  $\gamma \vdash e \Rightarrow v$ 
  - ▶  $\gamma$  : environnement (association *Ident* / *Valeur*)
  - ▶  $e$  : expression (*Expr*)
  - ▶  $v$  : valeur (*Valeur*)
- ▶ Partie haute : Étapes intermédiaires (appels récursifs dans interpréte miniML)
- ▶ Partie basse : Construction traitée par la règle

# miniML : Constantes et Accès identificateur

- ▶ Constante : Valeur ne change pas

$$\frac{}{\gamma \vdash \textit{entier} \Rightarrow \textit{entier}}$$

$$\frac{}{\gamma \vdash \textit{booleen} \Rightarrow \textit{booleen}}$$

- ▶ Identificateur : Accès à l'environnement
  - ▶ Présent : Transmission valeur associée

$$\frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = v}{\gamma \vdash x \Rightarrow v}$$

- ▶ Absent : Cas d'erreur

$$\frac{x \notin \gamma}{\gamma \vdash x \Rightarrow \perp_{\textit{undef}}}$$

# miniML : Opérateur Unaire

- ▶ Étape préliminaire : Calcul du paramètre
- ▶ Variante 1 : Résultat correct du bon type

$$\frac{\gamma \vdash e \Rightarrow v \quad v \neq \perp \quad v \in \text{dom } op \quad v' = op \, v}{\gamma \vdash op \, e \Rightarrow v'}$$

- ▶ Variante 2 : Résultat erroné

$$\frac{\gamma \vdash e \Rightarrow v \quad v = \perp_c}{\gamma \vdash op \, e \Rightarrow \perp_c}$$

- ▶ Variante 3 : Résultat correct du mauvais type

$$\frac{\gamma \vdash e \Rightarrow v \quad v \neq \perp \quad v \notin \text{dom } op}{\gamma \vdash op \, e \Rightarrow \perp_{type}}$$

# miniML : Opérateur Binaire

- ▶ Étapes préliminaires : Calcul des paramètres
- ▶ Question : Y a t'il un ordre particulier ?
- ▶ En absence d'effets de bord : Non, concurrence/parallélisme possible
- ▶ Variante 1 : Résultats corrects du bon type

$$\frac{\begin{array}{l} \gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 \neq \perp \\ \gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 \neq \perp \end{array} \quad v_1 \times v_2 \in \text{dom } op \quad v = v_1 \text{ op } v_2}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow v}$$

- ▶ Variante 2 : Résultat(s) erroné(s)

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c} \quad \frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c}$$

- ▶ Que se passe t'il si deux erreurs se produisent de natures différentes ?
- ▶ Définir une règle qui explicite ce cas
- ▶ Variante 3 : Résultat correct du mauvais type

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_1 \neq \perp \quad v_2 \neq \perp \quad v_1 \times v_2 \notin \text{dom } op}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_{\text{type}}}$$



# miniML : Opérateur Binaire Droite à Gauche

- Imposons un ordre d'évaluation de droite à gauche (celui de OCaml)
- Variante 1 : Résultats corrects du bon type

$$\frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 \neq \perp \quad \gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 \neq \perp \quad v_1 \times v_2 \in \text{dom } op \quad v = v_1 \text{ op } v_2}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow v}$$

Attention : Cette règle n'impose pas d'ordre

- Variante 2 : Résultat(s) erroné(s)

$$\frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c} \quad \frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 \neq \perp \quad \gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c}$$

- 2 erreurs ne peuvent plus se produire en même temps
- Variante 3 : Résultat correct du mauvais type

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_1 \neq \perp \quad v_2 \neq \perp \quad v_1 \times v_2 \notin \text{dom } op}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_{\text{type}}}$$

## Exemple d'exécution d'un programme miniML

- Prenons :  $\gamma = \{v \mapsto 2\}$
- Calculons le programme miniML :  $1 + v * 3$
- L'arbre est trop volumineux, décomposons en :

$$A = \frac{v \in \gamma \quad \gamma(v) = 2}{\gamma \vdash v \Rightarrow 2}$$

$$B = \frac{\begin{array}{c} A \\ 2 \neq \perp \end{array} \quad \begin{array}{c} \gamma \vdash 3 \Rightarrow 3 \\ 3 \neq \perp \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \times 3 \in \text{dom} * \quad 6 = 2 * 3 \end{array}}{\gamma \vdash v * 3 \Rightarrow 6}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \gamma \vdash 1 \Rightarrow 1 \\ 1 \neq \perp \end{array} \quad \begin{array}{c} B \\ 6 \neq \perp \end{array} \quad \begin{array}{c} 1 \times 6 \in \text{dom} + \quad 7 = 1 + 6 \end{array}}{\gamma \vdash 1 + v * 3 \Rightarrow 7}$$

# Définitions récursives

- Syntaxe : `let rec f = e1 in e2`
- Rappel : Définition simple

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{x \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v_2}{\gamma \vdash \text{let } x = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v_2}$$

- Rendons  $f$  visible dans  $e_1$  :

$$\frac{\gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v_2}{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v_2}$$

- Question : Est ce bien fondé ?

- Remarque :

`let rec f = e1 in e2 ≡ let f = let rec f = e1 in e1 in e2`

- Exploitions cette relation :

$$\frac{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v_2}{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v_2}$$

- Est ce un progrès ?

# Définitions récursives

- ▶ Syntaxe :  $\text{let } \text{rec } f = e_1 \text{ in } e_2$
- ▶ Rappel : Définition simple

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{x \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v_2}{\gamma \vdash \text{let } x = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v_2}$$

- ▶ Rendons  $f$  visible dans  $e_1$  :

$$\frac{\gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v_2}{\gamma \vdash \text{let } \text{rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v_2}$$

- ▶ Question : Est ce bien fondé ?

- ▶ Remarque :

$\text{let } \text{rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \equiv \text{let } f = \text{let } \text{rec } f = e_1 \text{ in } e_1 \text{ in } e_2$

- ▶ Exploitions cette relation :

$$\frac{\gamma \vdash \text{let } \text{rec } f = e_1 \text{ in } e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v_2}{\gamma \vdash \text{let } \text{rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v_2}$$

- ▶ Est ce un progrès ?

# Définitions récursives

- ▶ Syntaxe :  $\text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_2$
- ▶ Rappel : Définition simple

$$\frac{\gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{x \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v_2}{\gamma \vdash \text{let } x = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v_2}$$

- ▶ Rendons  $f$  visible dans  $e_1$  :

$$\frac{\gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v_2}{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v_2}$$

- ▶ Question : Est ce bien fondé ?

- ▶ Remarque :

$\text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \equiv \text{let } f = \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_1 \text{ in } e_2$

- ▶ Exploitions cette relation :

$$\frac{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_2 \Rightarrow v_2}{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v_2}$$

- ▶ Est ce un progrès ?

# Définitions récursives

- Si nous le faisons une seconde fois :

$$\frac{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_1 \Rightarrow v_1}{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_1 \Rightarrow v_1}$$

- Si  $e_1$  s'évalue en une fonction  $\langle \text{fun } x \rightarrow e_3, \gamma_{\text{def}} \rangle$
- Nous pouvons alors poursuivre le calcul de  $e_2$  en exploitant cette fermeture
- Nous en déduisons la règle simplifiée dans laquelle nous gelons le calcul de la définition récursive

$$\frac{\gamma :: \{f \mapsto \langle \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_1, \gamma \rangle\} \vdash e_2 \Rightarrow v}{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v}$$

- Il faut alors ajouter une règle qui degèle le calcul lors de l'accès à  $f$  dans l'environnement :

$$\frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = \langle e, \gamma_{\text{def}} \rangle \quad \gamma_{\text{def}} \vdash e \Rightarrow v}{\gamma \vdash x \Rightarrow v}$$

$$\frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = v \quad v \neq \langle e, \gamma_{\text{def}} \rangle}{\gamma \vdash x \Rightarrow v}$$

# Définitions récursives

- ▶ Si nous le faisons une seconde fois :

$$\frac{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_1 \Rightarrow v_1 \quad \gamma :: \{f \mapsto v_1\} \vdash e_1 \Rightarrow v_1}{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_1 \Rightarrow v_1}$$

- ▶ Si  $e_1$  s'évalue en une fonction  $\langle \text{fun } x \rightarrow e_3, \gamma_{\text{def}} \rangle$
- ▶ Nous pouvons alors poursuivre le calcul de  $e_2$  en exploitant cette fermeture
- ▶ Nous en déduisons la règle simplifiée dans laquelle nous gelons le calcul de la définition récursive

$$\frac{\gamma :: \{f \mapsto \langle \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_1, \gamma \rangle\} \vdash e_2 \Rightarrow v}{\gamma \vdash \text{let rec } f = e_1 \text{ in } e_2 \Rightarrow v}$$

- ▶ Il faut alors ajouter une règle qui degèle le calcul lors de l'accès à  $f$  dans l'environnement :

$$\frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = \langle e, \gamma_{\text{def}} \rangle \quad \gamma_{\text{def}} \vdash e \Rightarrow v}{\gamma \vdash x \Rightarrow v}$$

$$\frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = v \quad v \neq \langle e, \gamma_{\text{def}} \rangle}{\gamma \vdash x \Rightarrow v}$$

# Analyse de programmes

- ▶ Objectif : Déterminer les propriétés des programmes
- ▶ Analyse dynamique : Exécuter les programmes pour observer les propriétés
- ▶ Approche incomplète :
  - ▶ Exécution finie : Nombre d'étapes d'exécution fini
  - ▶ Nombre d'exécution fini
- ▶ Analyse statique : Déterminer les propriétés sans exécuter les programmes
  - ▶ Abstraction finie d'une exécution
  - ▶ Exécution symbolique du programme (interprétation abstraite)
  - ▶ Approche complète : Abstraction de toutes étapes de toutes les exécutions possibles
  - ▶ Approche correcte : Sur-approximation des propriétés réelles
- ▶ Exemple : Détecter certaines erreurs d'exécution sans exécuter les programmes (Définitions, Typage, Erreurs de calcul, Consommation ressources, ...)



# Analyse de programmes

- ▶ Objectif : Déterminer les propriétés des programmes
- ▶ Analyse dynamique : Exécuter les programmes pour observer les propriétés
- ▶ Approche incomplète :
  - ▶ Exécution finie : Nombre d'étapes d'exécution fini
  - ▶ Nombre d'exécution fini
- ▶ Analyse statique : Déterminer les propriétés sans exécuter les programmes
  - ▶ Abstraction finie d'une exécution
  - ▶ Exécution symbolique du programme (interprétation abstraite)
  - ▶ Approche complète : Abstraction de toutes étapes de toutes les exécutions possibles
  - ▶ Approche correcte : Sur-approximation des propriétés réelles
- ▶ Exemple : Détecter certaines erreurs d'exécution sans exécuter les programmes (Définitions, Typage, Erreurs de calcul, Consommation ressources, ...)

# Analyse de programmes

- ▶ Objectif : Déterminer les propriétés des programmes
- ▶ Analyse dynamique : Exécuter les programmes pour observer les propriétés
- ▶ Approche incomplète :
  - ▶ Exécution finie : Nombre d'étapes d'exécution fini
  - ▶ Nombre d'exécution fini
- ▶ Analyse statique : Déterminer les propriétés sans exécuter les programmes
  - ▶ Abstraction finie d'une exécution
  - ▶ Exécution symbolique du programme (interprétation abstraite)
  - ▶ Approche complète : Abstraction de toutes étapes de toutes les exécutions possibles
  - ▶ Approche correcte : Sur-approximation des propriétés réelles
- ▶ Exemple : Détecter certaines erreurs d'exécution sans exécuter les programmes (Définitions, Typage, Erreurs de calcul, Consommation ressources, ...)

# Analyse de programmes

- ▶ Objectif : Déterminer les propriétés des programmes
- ▶ Analyse dynamique : Exécuter les programmes pour observer les propriétés
- ▶ Approche incomplète :
  - ▶ Exécution finie : Nombre d'étapes d'exécution fini
  - ▶ Nombre d'exécution fini
- ▶ Analyse statique : Déterminer les propriétés sans exécuter les programmes
  - ▶ Abstraction finie d'une exécution
  - ▶ Exécution symbolique du programme (interprétation abstraite)
  - ▶ Approche complète : Abstraction de toutes étapes de toutes les exécutions possibles
  - ▶ Approche correcte : Sur-approximation des propriétés réelles
- ▶ Exemple : Détecter certaines erreurs d'exécution sans exécuter les programmes (Définitions, Typage, Erreurs de calcul, Consommation ressources, ...)

# Mécanisme de typage

- ▶ Notion de type : Ensemble de valeurs pour lesquelles le programme a le même comportement
- ▶ Langage des types possibles : Syntaxe des types
  - ▶ Pour les expressions de miniML : `bool` et `int`
- ▶ Sémantique des types : Ensemble des valeurs possibles y compris les erreurs à l'exécution
  - ▶  $\llbracket \text{bool} \rrbracket = \{\text{true}, \text{false}, \perp_{\text{runtime}}\}$
  - ▶  $\llbracket \text{int} \rrbracket = \mathbb{Z} \cup \{\perp_{\text{runtime}}\}$
- ▶ Relations de comparaison des types :
  - ▶ Égalité
  - ▶ Compatibilité :
    - ▶ Généricité/Instanciation, Polymorphisme paramétrique
    - ▶ Sous-typage, Polymorphisme d'héritage
    - ▶ ...
- ▶ Règles de calcul (en miniML, Unification des types)

# Mécanisme de typage

- ▶ Notion de type : Ensemble de valeurs pour lesquelles le programme a le même comportement
- ▶ Langage des types possibles : Syntaxe des types
  - ▶ Pour les expressions de miniML : `bool` et `int`
- ▶ Sémantique des types : Ensemble des valeurs possibles y compris les erreurs à l'exécution
  - ▶  $\llbracket \text{bool} \rrbracket = \{\text{true}, \text{false}, \perp_{\text{runtime}}\}$
  - ▶  $\llbracket \text{int} \rrbracket = \mathbb{Z} \cup \{\perp_{\text{runtime}}\}$
- ▶ Relations de comparaison des types :
  - ▶ Égalité
  - ▶ Compatibilité :
    - ▶ Généricité/Instanciation, Polymorphisme paramétrique
    - ▶ Sous-typage, Polymorphisme d'héritage
    - ▶ ...
- ▶ Règles de calcul (en miniML, Unification des types)

# Mécanisme de typage

- ▶ Notion de type : Ensemble de valeurs pour lesquelles le programme a le même comportement
- ▶ Langage des types possibles : Syntaxe des types
  - ▶ Pour les expressions de miniML : `bool` et `int`
- ▶ Sémantique des types : Ensemble des valeurs possibles y compris les erreurs à l'exécution
  - ▶  $\llbracket \text{bool} \rrbracket = \{\text{true}, \text{false}, \perp_{\text{runtime}}\}$
  - ▶  $\llbracket \text{int} \rrbracket = \mathbb{Z} \cup \{\perp_{\text{runtime}}\}$
- ▶ Relations de comparaison des types :
  - ▶ Égalité
  - ▶ Compatibilité :
    - ▶ Généricité/Instanciation, Polymorphisme paramétrique
    - ▶ Sous-typage, Polymorphisme d'héritage
    - ▶ ...
- ▶ Règles de calcul (en miniML, Unification des types)

# Mécanisme de typage

- ▶ Notion de type : Ensemble de valeurs pour lesquelles le programme a le même comportement
- ▶ Langage des types possibles : Syntaxe des types
  - ▶ Pour les expressions de miniML : `bool` et `int`
- ▶ Sémantique des types : Ensemble des valeurs possibles y compris les erreurs à l'exécution
  - ▶  $\llbracket \text{bool} \rrbracket = \{\text{true}, \text{false}, \perp_{\text{runtime}}\}$
  - ▶  $\llbracket \text{int} \rrbracket = \mathbb{Z} \cup \{\perp_{\text{runtime}}\}$
- ▶ Relations de comparaison des types :
  - ▶ Égalité
  - ▶ Compatibilité :
    - ▶ Généricité/Instanciation, Polymorphisme paramétrique
    - ▶ Sous-typage, Polymorphisme d'héritage
    - ▶ ...
- ▶ Règles de calcul (en miniML, Unification des types)

# Mécanisme de typage

- ▶ Notion de type : Ensemble de valeurs pour lesquelles le programme a le même comportement
- ▶ Langage des types possibles : Syntaxe des types
  - ▶ Pour les expressions de miniML : `bool` et `int`
- ▶ Sémantique des types : Ensemble des valeurs possibles y compris les erreurs à l'exécution
  - ▶  $\llbracket \text{bool} \rrbracket = \{\text{true}, \text{false}, \perp_{\text{runtime}}\}$
  - ▶  $\llbracket \text{int} \rrbracket = \mathbb{Z} \cup \{\perp_{\text{runtime}}\}$
- ▶ Relations de comparaison des types :
  - ▶ Égalité
  - ▶ Compatibilité :
    - ▶ Généricité/Instanciation, Polymorphisme paramétrique
    - ▶ Sous-typage, Polymorphisme d'héritage
    - ▶ ...
- ▶ Règles de calcul (en miniML, Unification des types)



# Analyseur statique : Principes généraux

- ▶ Programme qui détermine les propriétés d'un programme
- ▶ Langage hôte/support : Langage de programmation de l'analyseur
- ▶ Représenter le programme comme une donnée
- ▶ Représenter les propriétés comme des données
- ▶ Exprimer les règles de vérification comme des algorithmes
  - ▶ Résultats de la vérification (dont intermédiaires)
  - ▶ Pour chaque construction exécutable du langage, identifier :
    1. Variantes selon résultats intermédiaires
    2. Étapes dans chaque variante
    3. Contraintes entre les étapes

# Analyseur statique : Principes généraux

- ▶ Programme qui détermine les propriétés d'un programme
- ▶ Langage hôte/support : Langage de programmation de l'analyseur
- ▶ **Représenter le programme comme une donnée**
- ▶ Représenter les propriétés comme des données
- ▶ Exprimer les règles de vérification comme des algorithmes
  - ▶ Résultats de la vérification (dont intermédiaires)
  - ▶ Pour chaque construction exécutable du langage, identifier :
    1. Variantes selon résultats intermédiaires
    2. Étapes dans chaque variante
    3. Contraintes entre les étapes

# Analyseur statique : Principes généraux

- ▶ Programme qui détermine les propriétés d'un programme
- ▶ Langage hôte/support : Langage de programmation de l'analyseur
- ▶ Représenter le programme comme une donnée
- ▶ Représenter les propriétés comme des données
- ▶ Exprimer les règles de vérification comme des algorithmes
  - ▶ Résultats de la vérification (dont intermédiaires)
  - ▶ Pour chaque construction exécutable du langage, identifier :
    1. Variantes selon résultats intermédiaires
    2. Étapes dans chaque variante
    3. Contraintes entre les étapes

# Application à miniML

- ▶ Arbre abstrait : voir vidéo séparée
- ▶ Syntaxe des types :

$$\begin{array}{ccc} \textit{Type} & \rightarrow & \text{bool} \\ & | & \text{int} \end{array}$$

- ▶ Représentation des types et unification : voir vidéo séparée
- ▶ Algorithme de typage : voir vidéo séparée

# Sémantique Axiomatique

- ▶ Objectif : Décrire formellement les mécanismes d'analyse des propriétés des programmes d'un langage
- ▶ Principe :
  - ▶ Exploiter la syntaxe du langage
  - ▶ Décrire les relations entre les constructions du langage et les propriétés
- ▶ Notation : Règles de déduction
- ▶ Jugement de typage :  $\sigma \vdash e : \tau$ 
  - ▶  $\sigma$  : environnement (association *Ident* / *Type*)
  - ▶  $e$  : expression (*Expr*)
  - ▶  $\tau$  : type (*Type*)
- ▶ Partie haute : Étapes intermédiaires (appels récursifs dans typeur miniML)
- ▶ Partie basse : Construction traitée par la règle
- ▶ Principe de construction : Règles d'exécution congrue par la sémantique des types (façon classes d'équivalence)

# miniML : Constantes et Accès identificateur

- ▶ Règles d'évaluation :

$$\frac{}{\gamma \vdash \text{entier} \Rightarrow \text{entier}} \quad \frac{}{\gamma \vdash \text{booleen} \Rightarrow \text{booleen}}$$

- ▶ Règles de typage :

$$\frac{}{\sigma \vdash \text{entier} : \text{int}} \quad \frac{}{\sigma \vdash \text{booleen} : \text{bool}}$$

- ▶ Identificateur : Accès à l'environnement

- ▶ Transmission valeur associée :

$$\frac{x \in \gamma \quad \gamma(x) = v}{\gamma \vdash x \Rightarrow v}$$

- ▶ Règle de typage associée :

$$\frac{x \in \sigma \quad \sigma(x) = \tau}{\sigma \vdash x : \tau}$$

# miniML : Opérateur Unaire

- ▶ Étape préliminaire : Traitement du paramètre
- ▶ Variante 1 : Résultat correct du bon type

$$\frac{\gamma \vdash e \Rightarrow v \quad v \neq \perp \quad v \in \text{dom } op \quad v' = op \, v}{\gamma \vdash op \, e \Rightarrow v'}$$

- ▶ Variante 2 : Résultat erroné

$$\frac{\gamma \vdash e \Rightarrow v \quad v = \perp_c}{\gamma \vdash op \, e \Rightarrow \perp_c}$$

- ▶ Règle de typage associée :

$$\frac{\sigma \vdash e : \tau \quad \tau = \text{dom } op \quad \tau' = \text{codom } op}{\sigma \vdash op \, e : \tau'}$$

# miniML : Opérateur Binaire Droite à Gauche

- ▶ Étapes préliminaires : Traitement des paramètres
- ▶ Variante 1 : Résultats corrects du bon type

$$\frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 \neq \perp \quad \gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 \neq \perp \quad v_1 \times v_2 \in \text{dom } op \quad v = v_1 \text{ op } v_2}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow v}$$

- ▶ Variante 2 : Résultat(s) erroné(s)

$$\frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c} \quad \frac{\gamma \vdash e_2 \Rightarrow v_2 \quad v_2 \neq \perp \quad \gamma \vdash e_1 \Rightarrow v_1 \quad v_1 = \perp_c}{\gamma \vdash e_1 \text{ op } e_2 \Rightarrow \perp_c}$$

- ▶ Règle de typage associée :

$$\frac{\sigma \vdash e_1 : \tau_1 \quad \sigma \vdash e_2 : \tau_2 \quad \tau_1 \times \tau_2 = \text{dom } op \quad \tau = \text{codom } op}{\sigma \vdash e_1 \text{ op } e_2 : \tau}$$



# Exemple de typage d'un programme miniML

- Prenons :  $\sigma = \{v : \text{int}\}$
- Typons le programme miniML :  $1 + v * 3$
- L'arbre est trop volumineux, décomposons en :

$$A = \frac{v \in \sigma \quad \sigma(v) = \text{int}}{\sigma \vdash v : \text{int}}$$

$$B = \frac{\begin{array}{c} A \qquad \text{int} \times \text{int} = \text{dom} * \\ \sigma \vdash 3 : \text{int} \qquad \text{int} = \text{codom} * \end{array}}{\sigma \vdash v * 3 : \text{int}}$$

$$\frac{\begin{array}{c} \sigma \vdash 1 : \text{int} \qquad \text{int} \times \text{int} = \text{dom} + \\ B \qquad \text{int} = \text{codom} + \end{array}}{\sigma \vdash 1 + v * 3 : \text{int}}$$

# Correction du typage par rapport à l'exécution



# Cours, TD, TP, mini-projet : miniC

- ▶ Types de données :
  - ▶ Types de base : `boolean`, `int`, `char`, `string`
  - ▶ Types structurées :  $n$ -uplets, Tableaux, Pointeurs, Enregistrements, Déclaration de types
- ▶ Algorithmes
  - ▶ Expressions sans effets de bord (sauf affectation)
  - ▶ Instructions : séquence, conditionnelle, répétition
  - ▶ Déclarations de variables avec et sans initialisation
  - ▶ Fonctions, Procédures avec récursivité

# Projet : miniJava

- ▶ Classes et Interfaces génériques avec Instanciation explicite
- ▶ Constructeurs, Attributs et Méthodes d'Instances et de Classes avec droits d'accès et restriction d'héritage
- ▶ Polymorphisme d'héritage et Liaison tardive

# Grammaires Attribuées : Principes généraux

- ▶ Objectif : Enrichir la spécification de la syntaxe avec des éléments de sémantique
- ▶ Support : Règles de production
- ▶ Attributs sémantiques : Informations typées associées aux symboles (terminaux, non-terminaux)
- ▶ Équations sémantique : Relations entre les attributs des symboles d'une règle de production
- ▶ Question : Pour un programme donné, est il possible de calculer les valeurs des attributs sémantiques ?
- ▶ Solution : Calcul d'un point fixe sur les équations sémantiques
- ▶ Problème : Existence du point fixe en temps fini ? Raisnable ?
- ▶ Approche : Restriction sur la forme des équations pour assurer la terminaison

# Grammaires Attribuées : Principes généraux

- ▶ Objectif : Enrichir la spécification de la syntaxe avec des éléments de sémantique
- ▶ Support : Règles de production
- ▶ Attributs sémantiques : Informations typées associées aux symboles (terminaux, non-terminaux)
- ▶ Équations sémantique : Relations entre les attributs des symboles d'une règle de production
- ▶ Question : Pour un programme donné, est il possible de calculer les valeurs des attributs sémantiques ?
- ▶ Solution : Calcul d'un point fixe sur les équations sémantiques
- ▶ Problème : Existence du point fixe en temps fini ? Raisnable ?
- ▶ Approche : Restriction sur la forme des équations pour assurer la terminaison

# Grammaires Attribuées : Principes généraux

- ▶ Objectif : Enrichir la spécification de la syntaxe avec des éléments de sémantique
- ▶ Support : Règles de production
- ▶ Attributs sémantiques : Informations typées associées aux symboles (terminaux, non-terminaux)
- ▶ Équations sémantique : Relations entre les attributs des symboles d'une règle de production
- ▶ Question : Pour un programme donné, est il possible de calculer les valeurs des attributs sémantiques ?
- ▶ Solution : Calcul d'un point fixe sur les équations sémantiques
- ▶ Problème : Existence du point fixe en temps fini ? Raisonnable ?
- ▶ Approche : Restriction sur la forme des équations pour assurer la terminaison

# Grammaires attribuées : Méthode

- ▶ Identifier les informations :
  - ▶ Disponibles avant l'analyse du programme : Contexte de l'analyse
  - ▶ Associées aux terminaux du programme : Informations lexicales
  - ▶ Associées à la structure de l'arbre de dérivation : Informations syntaxiques
  - ▶ Résultant de l'analyse sémantique
- ▶ Choisir des exemples représentatifs du langage
- ▶ Étiqueter :
  - ▶ Racine de l'arbre (axiome de la grammaire) : Informations de contexte
  - ▶ Feuilles de l'arbre (unités lexicales) : Informations lexicales
  - ▶ Nœuds de l'arbre : Informations syntaxiques
- ▶ Étiqueter la racine avec les résultats attendus
- ▶ Identifier les relations entre les résultats attendus et les informations disponibles
- ▶ Introduire les attributs nécessaires pour les nœuds intermédiaires
- ▶ Définir et placer les actions sémantiques pour chaque nœud



# Grammaires attribuées : Méthode

- ▶ Identifier les informations :
  - ▶ Disponibles avant l'analyse du programme : Contexte de l'analyse
  - ▶ Associées aux terminaux du programme : Informations lexicales
  - ▶ Associées à la structure de l'arbre de dérivation : Informations syntaxiques
  - ▶ Résultant de l'analyse sémantique
- ▶ Choisir des exemples représentatifs du langage
- ▶ Étiqueter :
  - ▶ Racine de l'arbre (axiome de la grammaire) : Informations de contexte
  - ▶ Feuilles de l'arbre (unités lexicales) : Informations lexicales
  - ▶ Nœuds de l'arbre : Informations syntaxiques
- ▶ Étiqueter la racine avec les résultats attendus
- ▶ Identifier les relations entre les résultats attendus et les informations disponibles
- ▶ Introduire les attributs nécessaires pour les nœuds intermédiaires
- ▶ Définir et placer les actions sémantiques pour chaque nœud

# Grammaires attribuées : Méthode

- ▶ Identifier les informations :
  - ▶ Disponibles avant l'analyse du programme : Contexte de l'analyse
  - ▶ Associées aux terminaux du programme : Informations lexicales
  - ▶ Associées à la structure de l'arbre de dérivation : Informations syntaxiques
  - ▶ Résultant de l'analyse sémantique
- ▶ Choisir des exemples représentatifs du langage
- ▶ Étiqueter :
  - ▶ Racine de l'arbre (axiome de la grammaire) : Informations de contexte
  - ▶ Feuilles de l'arbre (unités lexicales) : Informations lexicales
  - ▶ Nœuds de l'arbre : Informations syntaxiques
- ▶ Étiqueter la racine avec les résultats attendus
- ▶ Identifier les relations entre les résultats attendus et les informations disponibles
- ▶ Introduire les attributs nécessaires pour les nœuds intermédiaires
- ▶ Définir et placer les actions sémantiques pour chaque nœud

# Grammaires L-attribuées

- ▶ Objectif : Calcul pendant l'analyse syntaxique
- ▶ Hypothèse : Parcours de l'arbre de dérivation descendant puis ascendant de gauche à droite
- ▶ Remarque : Compatible avec analyse descendante récursive (grammaires  $LL(k)$ )
- ▶ Nature des attributs sémantiques des non terminaux :
  - ▶ Hérité (parcours descendant) : Calculé avant l'analyse du non terminal
  - ▶ Synthétisé (parcours ascendant) : Calculé pendant l'analyse du non terminal
- ▶ Forme des équations : Fonctions qui calculent la valeur des attributs
  - ▶ Synthétisés du symbole non terminal associé à la règle
  - ▶ Hérités des symboles non terminaux exploités par la règle
- ▶ Contrainte : Incompatible avec l'analyse ascendante (grammaires  $LR(k)$ )

# Grammaires L-attribuées

- ▶ Objectif : Calcul pendant l'analyse syntaxique
- ▶ Hypothèse : Parcours de l'arbre de dérivation descendant puis ascendant de gauche à droite
- ▶ Remarque : Compatible avec analyse descendante récursive (grammaires  $LL(k)$ )
- ▶ Nature des attributs sémantiques des non terminaux :
  - ▶ Hérité (parcours descendant) : Calculé avant l'analyse du non terminal
  - ▶ Synthétisé (parcours ascendant) : Calculé pendant l'analyse du non terminal
- ▶ Forme des équations : Fonctions qui calculent la valeur des attributs
  - ▶ Synthétisés du symbole non terminal associé à la règle
  - ▶ Hérités des symboles non terminaux exploités par la règle
- ▶ Contrainte : Incompatible avec l'analyse ascendante (grammaires  $LR(k)$ )

# Grammaires L-attribuées

- ▶ Objectif : Calcul pendant l'analyse syntaxique
- ▶ Hypothèse : Parcours de l'arbre de dérivation descendant puis ascendant de gauche à droite
- ▶ Remarque : Compatible avec analyse descendante récursive (grammaires  $LL(k)$ )
- ▶ Nature des attributs sémantiques des non terminaux :
  - ▶ Hérité (parcours descendant) : Calculé avant l'analyse du non terminal
  - ▶ Synthétisé (parcours ascendant) : Calculé pendant l'analyse du non terminal
- ▶ Forme des équations : Fonctions qui calculent la valeur des attributs
  - ▶ Synthétisés du symbole non terminal associé à la règle
  - ▶ Hérités des symboles non terminaux exploités par la règle
- ▶ Contrainte : Incompatible avec l'analyse ascendante (grammaires  $LR(k)$ )

# Grammaires L-attribuées

- ▶ Objectif : Calcul pendant l'analyse syntaxique
- ▶ Hypothèse : Parcours de l'arbre de dérivation descendant puis ascendant de gauche à droite
- ▶ Remarque : Compatible avec analyse descendante récursive (grammaires  $LL(k)$ )
- ▶ Nature des attributs sémantiques des non terminaux :
  - ▶ Hérité (parcours descendant) : Calculé avant l'analyse du non terminal
  - ▶ Synthétisé (parcours ascendant) : Calculé pendant l'analyse du non terminal
- ▶ Forme des équations : Fonctions qui calculent la valeur des attributs
  - ▶ Synthétisés du symbole non terminal associé à la règle
  - ▶ Hérités des symboles non terminaux exploités par la règle
- ▶ Contrainte : Incompatible avec l'analyse ascendante (grammaires  $LR(k)$ )

# Grammaires S-attribuées

- ▶ Objectif : Compatible avec analyseurs ascendants
- ▶ Uniquement des Attributs synthétisés
- ▶ Exécution des équations en fin de règle de production
- ▶ Exemples d'outils : `ocamlyacc`, `menhir`
- ▶ Qu'en est il des outils classiques de la famille `yacc` et `bison`?
  - ▶ Utilisation de variables globales pour émuler les attributs hérités
  - ▶ Ajout de non-terminaux virtuels pour les actions sémantiques internes aux règles : Exécution de l'action sur la réduction de la règle
  - ▶ Introduit des conflits qui imposent la factorisation des règles : sous-ensemble des grammaires  $LR(k)$
- ▶ Problèmes : Restrictions trop fortes pour la plupart des sémantiques
- ▶ Méthode associée :
  - ▶ Construction de l'arbre abstrait
  - ▶ Parcours de l'arbre abstrait pour les sémantiques plus complexes

# Grammaires S-attribuées

- ▶ Objectif : Compatible avec analyseurs ascendants
- ▶ Uniquement des Attributs synthétisés
- ▶ Exécution des équations en fin de règle de production
- ▶ Exemples d'outils : `ocamlyacc`, `menhir`
- ▶ Qu'en est il des outils classiques de la famille `yacc` et `bison`?
  - ▶ Utilisation de variables globales pour émuler les attributs hérités
  - ▶ Ajout de non-terminaux virtuels pour les actions sémantiques internes aux règles : Exécution de l'action sur la réduction de la règle
  - ▶ Introduit des conflits qui imposent la factorisation des règles : sous-ensemble des grammaires  $LR(k)$
- ▶ Problèmes : Restrictions trop fortes pour la plupart des sémantiques
- ▶ Méthode associée :
  - ▶ Construction de l'arbre abstrait
  - ▶ Parcours de l'arbre abstrait pour les sémantiques plus complexes



# Grammaires S-attribuées

- ▶ Objectif : Compatible avec analyseurs ascendants
- ▶ Uniquement des Attributs synthétisés
- ▶ Exécution des équations en fin de règle de production
- ▶ Exemples d'outils : `ocamlyacc`, `menhir`
- ▶ Qu'en est il des outils classiques de la famille `yacc` et `bison`?
  - ▶ Utilisation de variables globales pour émuler les attributs hérités
  - ▶ Ajout de non-terminaux virtuels pour les actions sémantiques internes aux règles : Exécution de l'action sur la réduction de la règle
  - ▶ Introduit des conflits qui imposent la factorisation des règles : sous-ensemble des grammaires  $LR(k)$
- ▶ Problèmes : Restrictions trop fortes pour la plupart des sémantiques
- ▶ Méthode associée :
  - ▶ Construction de l'arbre abstrait
  - ▶ Parcours de l'arbre abstrait pour les sémantiques plus complexes

# Exemple : Typage de miniML

- ▶ Attribut hérité : Environnement de typage
- ▶ Attribut synthétisé : Type de l'expression
- ▶ Action sémantique : Règle de typage associée à la règle de production

$E \rightarrow \#1 E + \#2 T \#3$   
#1 :  $E_1.env = E.env$   
#2 :  $T.env = E.env$   
#3 :  $E.type = \text{Typage}(+, E_1.type, T.type)$

$E \rightarrow \#1 T \#2$   
#1 :  $T.env = E.env$   
#2 :  $E.type = T.type$

$T \rightarrow \#1 T * \#2 F \#3$   
#1 :  $T_1.env = T.env$   
#2 :  $F.env = T.env$   
#3 :  $E.type = \text{Typage}(*, T_1.type, F.type)$

$T \rightarrow \#1 F \#2$   
#1 :  $F.env = T.env$   
#2 :  $T.type = F.type$

$F \rightarrow \#1 ( E ) \#2$   
#1 :  $E.env = F.env$   
#2 :  $F.type = E.type$

$F \rightarrow \#1 - F \#2$   
#1 :  $F_1.env = F.env$   
#2 :  $F.type = \text{Typage}(-, F_1.type)$

$F \rightarrow \text{entier} \#1$   
#1 :  $F.type = \text{int}$

$F \rightarrow \text{ident} \#1$   
#1 :  $F.type = \text{Recherche}(F.env, \text{ident.texte})$

# Exemple : Typage de miniML

- ▶ Élimination de la récursivité à gauche
- ▶ Attributs hérités supplémentaires : `typeh`

$E \rightarrow \#1\ T\ \#2\ ST\ \#3$   
#1 :  $T.env = E.env$   
#2 :  $ST.env = E.env$   
       $ST.typeh = T.type$   
#3 :  $E.type = ST.type$

$ST \rightarrow \#1\ +\ T\ \#2\ ST\ \#3$   
#1 :  $ST_1.env = ST.env$   
#2 :  $T.env = ST.env$   
       $ST_1.typeh = Typage(+, ST.typeh, T.type)$   
#3 :  $ST.type = ST_1.type$

$ST \rightarrow \#1$   
#1 :  $ST.type = ST.typeh$

$T \rightarrow \#1\ F\ \#2\ SF\ \#3$   
#1 :  $F.env = T.env$   
#2 :  $SF.env = T.env$   
       $SF.typeh = F.type$   
#3 :  $T.type = SF.type$

$SF \rightarrow \#1\ *\ F\ \#2\ SF\ \#3$   
#1 :  $SF_1.env = SF.env$   
#2 :  $F.env = SF.env$   
       $SF_1.typeh = Typage(*, SF.typeh, F.type)$   
#3 :  $SF.type = SF_1.type$

$SF \rightarrow \#1$   
#1 :  $SF.type = SF.typeh$

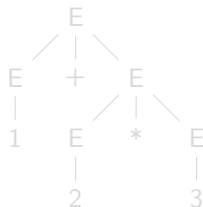
## Exemple : Exécution de miniML

- ▶ Attribut hérité : Environnement d'exécution
- ▶ Attribut synthétisé : Valeur de l'expression
- ▶ Action sémantique : Règle d'exécution associée à la règle de production

# Rappel : Arbres de dérivation (syntaxique)

- ▶ Objectif : Représenter la structure du mot induite par les règles de production lors d'une dérivation
- ▶ Feuilles de l'arbre : Terminaux composant le mot
- ▶ Racine de l'arbre : Axiome
- ▶ Nœuds de l'arbre : Non-terminaux apparaissant dans la dérivation
- ▶ Branches de l'arbre : Règles de production

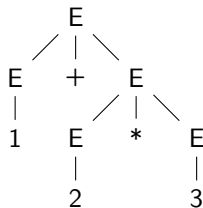
Exemple :  
Arbre de dérivation  
pour  $1 + 2 * 3$



# Rappel : Arbres de dérivation (syntaxique)

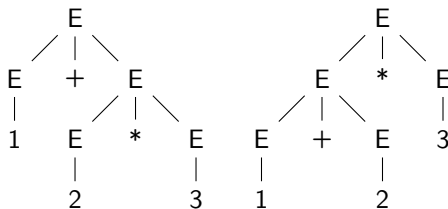
- ▶ Objectif : Représenter la structure du mot induite par les règles de production lors d'une dérivation
- ▶ Feuilles de l'arbre : Terminaux composant le mot
- ▶ Racine de l'arbre : Axiome
- ▶ Nœuds de l'arbre : Non-terminaux apparaissant dans la dérivation
- ▶ Branches de l'arbre : Règles de production

Exemple :  
Arbre de dérivation  
pour  $1 + 2 * 3$



## Rappel : Grammaire et langage ambigu

- ▶ Une grammaire est ambiguë s'il existe plusieurs arbres de dérivation distincts pour un même mot
- ▶ Exemple : Arbres de dérivation pour  $1 + 2 * 3$



- ▶ Un langage est ambigu si toutes les grammaires le représentant sont ambiguës

# Grammaires pour les expressions

- ▶ Associativité codée par récursivité
- ▶ Priorité codée par imbrication des règles
- ▶ Grammaire  $LR(k)$  :

$E \rightarrow E + T$	$F \rightarrow (E)$
$E \rightarrow T$	$F \rightarrow -F$
$T \rightarrow T * F$	$F \rightarrow \text{entier}$
$T \rightarrow F$	$F \rightarrow \text{ident}$

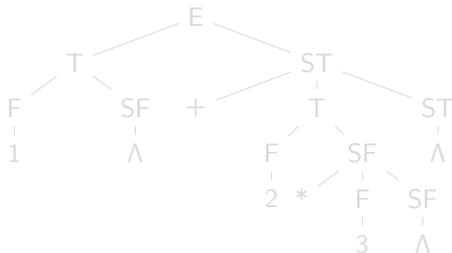
Arbre associé :



- ▶ Grammaire  $LL(k)$  :

$E \rightarrow T ST$
$ST \rightarrow + T ST$
$ST \rightarrow \Lambda$
$T \rightarrow F SF$
$SF \rightarrow * F SF$
$SF \rightarrow \Lambda$

Arbre associé :



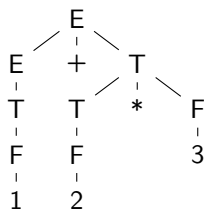


# Grammaires pour les expressions

- ▶ Associativité codée par récursivité
- ▶ Priorité codée par imbrication des règles
- ▶ Grammaire  $LR(k)$  :

$E \rightarrow E + T$	$F \rightarrow (E)$
$E \rightarrow T$	$F \rightarrow -F$
$T \rightarrow T * F$	$F \rightarrow \text{entier}$
$T \rightarrow F$	$F \rightarrow \text{ident}$

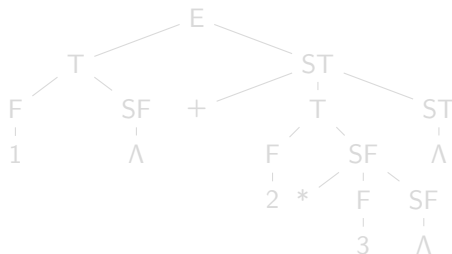
Arbre associé :



- ▶ Grammaire  $LL(k)$  :

$E \rightarrow T ST$
$ST \rightarrow + T ST$
$ST \rightarrow \Lambda$
$T \rightarrow F SF$
$SF \rightarrow * F SF$
$SF \rightarrow \Lambda$

Arbre associé :

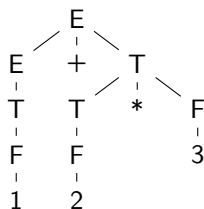


# Grammaires pour les expressions

- Associativité codée par récursivité
- Priorité codée par imbrication des règles
- Grammaire  $LR(k)$  :

$$\begin{array}{ll} E \rightarrow E + T & F \rightarrow (E) \\ E \rightarrow T & F \rightarrow -F \\ T \rightarrow T * F & F \rightarrow \text{entier} \\ T \rightarrow F & F \rightarrow \text{ident} \end{array}$$

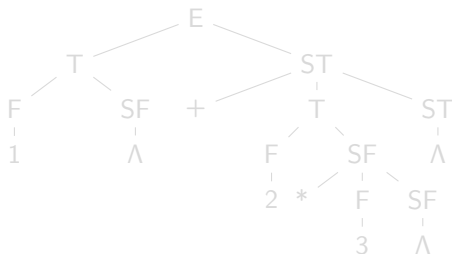
Arbre associé :



- Grammaire  $LL(k)$  :

$$\begin{array}{ll} E \rightarrow T ST & \\ ST \rightarrow + T ST & \\ ST \rightarrow \Lambda & \\ T \rightarrow F SF & \\ SF \rightarrow * F SF & \\ SF \rightarrow \Lambda & \end{array}$$

Arbre associé :

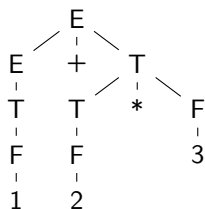


# Grammaires pour les expressions

- ▶ Associativité codée par récursivité
- ▶ Priorité codée par imbrication des règles
- ▶ Grammaire  $LR(k)$  :

$$\begin{array}{ll} E \rightarrow E + T & F \rightarrow (E) \\ E \rightarrow T & F \rightarrow -F \\ T \rightarrow T * F & F \rightarrow \text{entier} \\ T \rightarrow F & F \rightarrow \text{ident} \end{array}$$

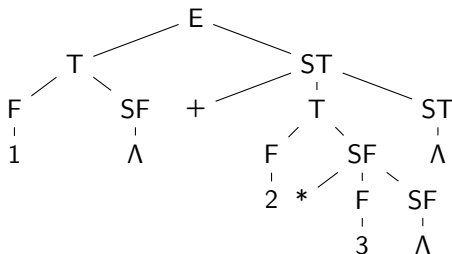
Arbre associé :



- ▶ Grammaire  $LL(k)$  :

$$\begin{array}{ll} E \rightarrow T ST & \\ ST \rightarrow + T ST & \\ ST \rightarrow \Lambda & \\ T \rightarrow F SF & \\ SF \rightarrow * F SF & \\ SF \rightarrow \Lambda & \end{array}$$

Arbre associé :



# Construction de l'Arbre Abstrait

- ▶ Arbre de dérivation / Arbre syntaxique : Construit automatiquement à partir de la structure de la grammaire
  - ▶ Satisfaisant pour les grammaires  $LR(k)$
  - ▶ Déformé par l'élimination de la récursivité à gauche et la factorisation pour les grammaires  $LL(k)$
- ▶ Arbre abstrait :
  - ▶ Support pour les étapes suivantes d'analyse sémantique
  - ▶ Simplification de l'arbre syntaxique (élimination des nœuds inutiles)
  - ▶ Réparation des déformations  $LL(k)$
- ▶ Modèle de donnée pour l'analyse sémantique : méta-modèle
- ▶ Exemple des expressions : voir TD GLS Patron Visiteur

# Construction de l'Arbre Abstrait

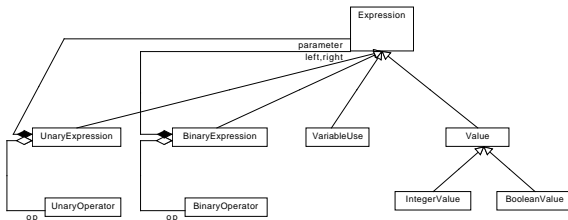
- ▶ Arbre de dérivation / Arbre syntaxique : Construit automatiquement à partir de la structure de la grammaire
  - ▶ Satisfaisant pour les grammaires  $LR(k)$
  - ▶ Déformé par l'élimination de la récursivité à gauche et la factorisation pour les grammaires  $LL(k)$
- ▶ Arbre abstrait :
  - ▶ Support pour les étapes suivantes d'analyse sémantique
  - ▶ Simplification de l'arbre syntaxique (élimination des nœuds inutiles)
  - ▶ Réparation des déformations  $LL(k)$
- ▶ Modèle de donnée pour l'analyse sémantique : méta-modèle
- ▶ Exemple des expressions : voir TD GLS Patron Visiteur

# Construction de l'Arbre Abstrait

- ▶ Arbre de dérivation / Arbre syntaxique : Construit automatiquement à partir de la structure de la grammaire
  - ▶ Satisfaisant pour les grammaires  $LR(k)$
  - ▶ Déformé par l'élimination de la récursivité à gauche et la factorisation pour les grammaires  $LL(k)$
- ▶ Arbre abstrait :
  - ▶ Support pour les étapes suivantes d'analyse sémantique
  - ▶ Simplification de l'arbre syntaxique (élimination des nœuds inutiles)
  - ▶ Réparation des déformations  $LL(k)$
- ▶ Modèle de donnée pour l'analyse sémantique : méta-modèle
- ▶ Exemple des expressions : voir TD GLS Patron Visiteur

# Construction de l'Arbre Abstrait

- ▶ Arbre de dérivation / Arbre syntaxique : Construit automatiquement à partir de la structure de la grammaire
  - ▶ Satisfaisant pour les grammaires  $LR(k)$
  - ▶ Déformé par l'élimination de la récursivité à gauche et la factorisation pour les grammaires  $LL(k)$
- ▶ Arbre abstrait :
  - ▶ Support pour les étapes suivantes d'analyse sémantique
  - ▶ Simplification de l'arbre syntaxique (élimination des nœuds inutiles)
  - ▶ Réparation des déformations  $LL(k)$
- ▶ Modèle de donnée pour l'analyse sémantique : méta-modèle
- ▶ Exemple des expressions : voir TD GLS Patron Visiteur



# Gestion de la Table des Symboles

- ▶ Objectif :
  1. Lier les définitions et les utilisations des identificateurs
  2. Collecter toutes les informations associées aux identificateurs :
    - ▶ contenues initialement dans le programme
    - ▶ calculées par la sémantique
- ▶ Exemple : Environnement d'exécution et de typage de miniML
- ▶ Deux approches possibles :
  1. Manipulation explicite d'un dictionnaire (environnement de miniML)
  2. Construction de liens dans l'arbre abstrait
- ▶ Gestion de la portée des définitions : Table des symboles hiérarchique
  - ▶ Une table pour chaque espace de noms
  - ▶ Relations entre tables qui correspondent à l'inclusion (les recouvrements de portée) des espaces de noms



# Architecture de la table des symboles

## ► Modèle de données fourni :

