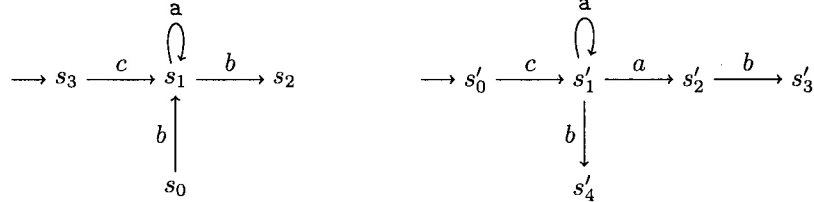


Examen. Documents autorisés. Durée 1h30

1 (Bi)simulation forte

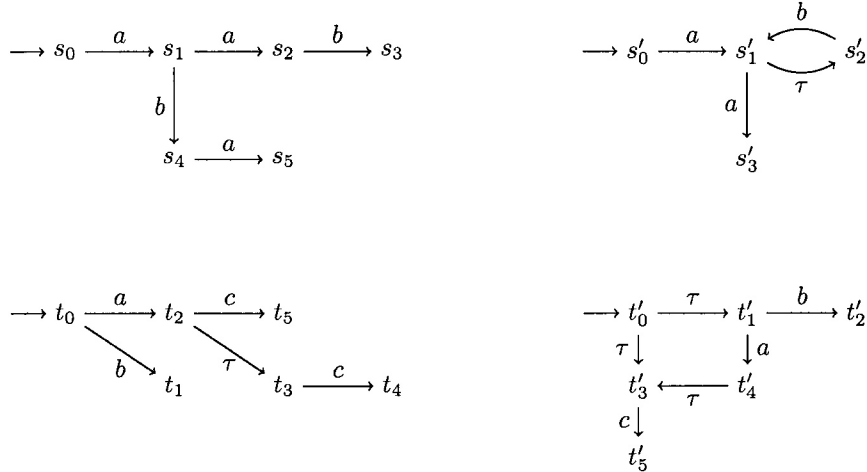
Exercice 1 Soient les systèmes \mathcal{S} et \mathcal{S}' suivants :



1. \mathcal{S} est-il simulé par \mathcal{S}' ?
2. Le prouver.
3. \mathcal{S} simulé-t-il \mathcal{S}' ?
4. Le prouver.
5. \mathcal{S} et \mathcal{S}' sont-ils bisimilaires?
6. Le prouver.

2 Simulation faible

Exercice 2 Soient les systèmes \mathcal{S} , \mathcal{S}' , \mathcal{T} et \mathcal{T}' suivants :



1. \mathcal{S} est-il faiblement simulé par \mathcal{S}' ?
2. Le prouver.
3. \mathcal{T} est-il faiblement simulé par \mathcal{T}' ?
4. Le prouver.

3 Calcul de processus CCS

On rappelle la définition du compteur vu en TD : $C \triangleq \text{plus.}(\text{moins}||C)$.

Exercice 3 (Systèmes de transitions) Dessinez les systèmes de transitions associés aux processus suivants (chaque état sera représenté par un processus CCS) :

$$C \triangleq \oplus (\emptyset \parallel C)$$

1. $P \triangleq \nu \text{plus}.(\text{moins} \parallel \text{moins} \parallel C)$
2. $Q \triangleq \nu \text{plus}.(\overline{\text{plus}} \parallel \text{moins} \parallel C)$
3. $R \triangleq \nu \text{plus}.(\overline{\text{plus}} \parallel \overline{\text{plus}} \parallel C)$

On s'intéresse à un ordonnanceur qui gère l'exécution cyclique de tâches numérotées de 0 à $N - 1$. L'ordonnanceur affiche les événements debut_i et fin_i correspondant respectivement au début et à la fin de la tâche i .

Soit la définition de processus CCS suivante où i est le numéro de la prochaine tâche à exécuter et X est l'ensemble des tâches en cours d'exécution¹ (l'état initial est $\text{Spec}_{0,\emptyset}$) :

$$\text{Spec}_{i,X} \triangleq \begin{cases} \sum_{j \in X} \text{fin}_j. \text{Spec}_{i,X \setminus \{j\}} & , \text{ pour } i \in X \\ \text{debut}_i. \text{Spec}_{i \oplus 1, X \cup \{i\}} + \sum_{j \in X} \text{fin}_j. \text{Spec}_{i,X \setminus \{j\}} & , \text{ pour } i \notin X \end{cases}$$

On se propose de réaliser une implémentation concurrente de cet ordonnanceur au moyen d'un anneau de composants sur lequel circule un jeton, chaque composant gérant une tâche. En plus des événements de début et de fin de tâche, on aura les événements jeton_i (resp. $\overline{\text{jeton}}_i$) correspondant à la réception (resp. l'émission) du jeton entre les composants i et $i + 1$. On a représenté ci-dessous le système de transitions associé au composant i .

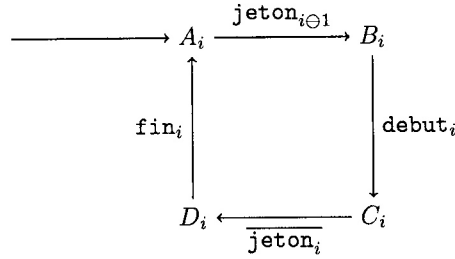


FIGURE 1 – composant i

Exercice 4 (Implémentation)

1. Définir un processus Comp_i représentant un composant (voir figure 1).
2. En déduire un processus Impl comportant les N composants dans leur état initial, synchronisés par le jeton (on veillera à définir les variables jeton_i comme locales).
3. Pour $N = 2$, dessiner le système de transitions associé au processus $\text{Spec}_{0,\emptyset}$ (8 états).
4. Pour $N = 2$, dessiner le système de transitions associé au processus Impl (9 états).

1. Où \oplus est l'addition modulo N .