Systèmes et algorithmes répartis

Problèmes génériques

Philippe Quéinnec, Gérard Padiou

ENSEEIHT
Département Sciences du Numérique

10 octobre 2022

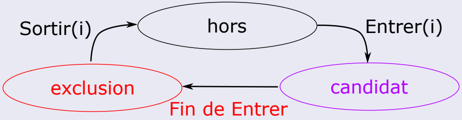
Plan

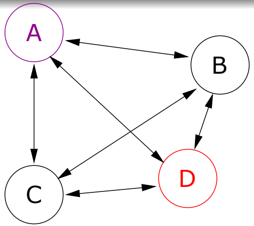
Plan

Spécification du problème

process P(int i) :
. . . ; Entrer(i) ; <SC> ; Sortir(i) ; . . .

Diagramme d'état





D est en exclusion
A est candidat

- Sûreté : Un processus au plus en exclusion
  $\forall i, j :: P_i.exclusion \wedge P_j.exclusion \Rightarrow i = j$
- Vivacité faible : pas d'interblocage (certains candidats finissent par entrer)
- Vivacité forte : Tout candidat finit par entrer
- Protocole : Tout processus en exclusion finit par sortir

[Précis 4.1 pp.63–65]

Élection vs exclusion mutuelle

Problèmes similaires. . .

Isoler un processus parmi tous : introduire une asymétrie

. . . mais bien différents

- Élection d'un quelconque des processus mais exclusion mutuelle parmi les candidats
- L'élection est définitive mais l'exclusion mutuelle se termine et se transmet $\Rightarrow$ évolution dynamique

Algorithme à base de jeton circulant

Algorithme basé sur le contrôle d'un objet circulant

- Anneau logique (indépendant de la structure du réseau physique) : chaque site a un successeur
- Jeton circulant :
  - un site non demandeur transmet le jeton à son successeur
  - un site demandeur attend le jeton pour obtenir l'exclusion mutuelle
  - un site qui sort d'exclusion mutuelle transmet le jeton à successeur

Propriétés

- Sûreté : unicité du jeton
- Vivacité : intégrité de l'anneau (existence et circulation du jeton)

Algorithme à base de jeton circulant

```
Process P(i : 0..N-1) {
 type Etat = {hors,candidat,exclusion}
 Etat EC ← hors;
 bool jeton ← (i = 0); //jeton initialement sur site 0
 on (EC = hors) :                    // hors → candidat
     EC ← candidat;
 on (EC = candidat ∧ jeton) : // candidat → exclusion
     EC ← exclusion;
 on (EC = exclusion) :             // exclusion → hors
     EC ← hors;
     send MsgJeton to P_{i⊕1}
     jeton ← false;
 on reception MsgJeton :           // réception jeton
     jeton ← true;
 on jeton ∧ EC = hors :           // transmission jeton
     send MsgJeton to P_{i⊕1}
     jeton ← false;
}
```

Algorithmes à base de permission

Un processus candidat doit demander à d'autres processus la permission d'entrer en exclusion

- À tout P_i on associe un ensemble D_i contenant les processus à contacter
- Correction : $\forall i \neq j : j \in D_i \vee i \in D_j$
- Deux types de permissions :
  - individuelles : un processus donne son autorisation selon son propre état $\Rightarrow$ n'engage que lui
  - d'arbitre : les processus s'échangent des permissions préexistantes en nombre fixé $\Rightarrow$ engage tous les processus qui dépendent de lui
- Objectif : Minimiser les ensembles D_i

1. *An Optimal Algorithm for Mutual Exclusion in Computer Networks*, Glenn Ricart and Ashok K. Agrawala. Communications of the ACM, January 1981.

Permissions individuelles : Ricart et Agrawala ♪♪♪

Hypothèses

- Chaque processus connaît l'identité des N processus
- Réseau de communication fiable et maillé (non FIFO)
- Pas de défaillance de processus

Solution

- Utilisation de permissions individuelles avec :
  $\forall i : D_i = Tous - \{i\}$
- Ordonnancement des requêtes par datation

Messages

- Message de requête : le site i demande l'autorisation à j
- Message d'autorisation : le site j donne son autorisation à i
- Pas de message de refus : le refus est temporaire

Algorithme de Ricart et Agrawala

Principes

- Requêtes d'entrée totalement ordonnées :
  $\Rightarrow$ Utilisation d'horloges de Lamport
- Chaque processus P_i candidat ou en exclusion connaît la date de sa requête courante $Date(R_i)$
- Un candidat entre en exclusion s'il a obtenu les permissions de tous les autres
  $\Rightarrow$ il possède alors la requête la plus ancienne
- Revient à vérifier que la requête R_i d'un processus P_i est la plus vieille requête des processus candidats ou en exclusion :
  $$\forall k : P_k.Etat \neq hors \Rightarrow Date(R_i) \leq Date(R_k)$$

Algorithme de Ricart-Agrawala

```
Process P(i : 0..N-1) {
 type Etat = {hors,candidat,exclusion}; Etat EC ← hors;
 Date hloc ← new Date(0,i); // horloge locale
 Date dr; // date de la requête de ce site
 Set<int> Att ← ∅;  // sites lui ayant demandé l'autorisation
 Set<int> D;        // sites dont i attend l'autorisation
 on (EC = hors) : // hors → candidat
      EC ← candidat;
      D ← 0..N-1 \ {i};
      dr ← hloc.Top();
      for k ∈ D : send Request(i,dr) to P_k;
 on reception Request(p, d) :
      hloc.Recaler(d);
      if (EC ≠ hors ∧ dr < d) then Att ← Att ∪ {p};
      else send Perm(i) to P_p;
 on (EC = candidat) ∧ reception Perm(p) : // candidat → excl
      D ← D \ {p};
      if (D = ∅) then EC ← exclusion;
 on (EC = exclusion) : // exclusion → hors
      for k ∈ Att : send Perm(i) to P_k;
      Att ← ∅; EC ← hors;
```

Permissions d'arbitres

♪♪♪

Principe

Obtenir la permission de tous les arbitres contactés.
Condition nécessaire : ∃ arbitre commun : $\forall i, j : D_i \cap D_j \neq \emptyset$

Exemple

i prend pour arbitre :	1	2	3	4	5
1		•	•		
2			•	•	
3		•		•	
4		•		•	
5		•	•		

Note : 1 et 5 ne sont pas arbitres

Quorums

Définition

Un système de quorum est un ensemble d'ensembles, tel que tout couple d'ensembles a une intersection non vide :
$\mathcal{Q} = \{Q_1, \ldots, Q_n\}, \forall i, j : Q_i \cap Q_j \neq \emptyset$
Un quorum Q_i est responsable pour l'ensemble total.

Idéalement :

- Effort identique : Tous les quorums ont la même taille : $\forall i : |Q_i| = K$
- Responsabilité identique : Tous les sites appartiennent au même nombre de quorums : $\forall i : |\{j : i \in Q_j\}| = D$
- Minimalité : $K = D =$ le plus petit possible (théorie : $\lceil \sqrt{n} \rceil$)

Permissions d'arbitres

Construction facile d'un système de quorum quasi optimal :

- Construire une matrice arbitraire, éventuellement en dupliquant certains sites, p.e. pour 14 sites :

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & \boxed{6} & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 1 & 2 \end{array}$$

- Tout processus utilise les arbitres de sa colonne et de sa ligne
$$D_6 = \{2, 5, 7, 8, 10, 14\}$$
- Tout processus utilise au plus $2\lceil\sqrt{n}\rceil - 1$ arbitres
- Tout arbitre appartient à au plus $2\lceil\sqrt{n}\rceil - 1$ ensembles

1. *A $\sqrt{n}$ Algorithm for Mutual Exclusion in Decentralized Systems*, Mamoru Maekawa. ACM Transactions on Computer Systems, May 1985.

Permissions d'arbitres

ATTENTION : pas de miracle...

Modèle parallèle processus $\leftrightarrow$ ressources critiques

- Un processus doit collecter des jetons $\equiv$ ressources critiques
- Problème : risque d'interblocage
  - Solution préventive : ordonner les jetons et les demander en respectant cet ordre
  - Solution dynamique :
    - ordonner les requêtes (approche transactionnelle) et appliquer l'algorithme « *wound-wait* » ou « *wait-die* »
    - nécessite un ordre total sur les requêtes :

      $\Rightarrow$ usage d'horloges de Lamport
    - Risque de livelock

Plan

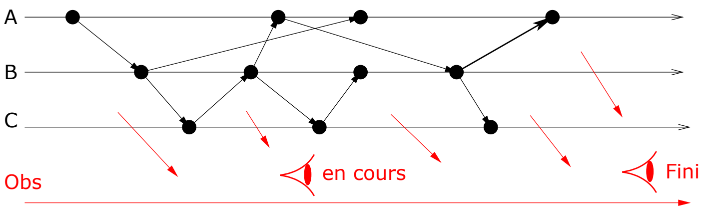
Terminaison : détecter une propriété stable ♪♪♪

Spécification

- Propriété stable à détecter :

Tous les processus sont passifs ET pas de message en transit.

- Sûreté : Pas de fausse détection :
  $Term \Rightarrow (\forall\ i\ ::\ P_i.passif \wedge EnTransit = \emptyset)$
- Vivacité : La terminaison finit par être détectée :
  $(\forall\ i\ ::\ P_i.passif \wedge EnTransit = \emptyset) \leadsto Term$



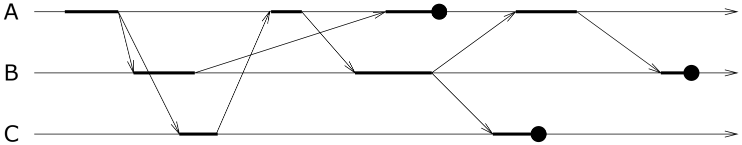
[*Précis 4.2 pp.66–69*]

Calcul diffusant

Définition d'un calcul diffusant

- Un processus initial émet un ou plusieurs messages
- Puis, tous les processus adoptent le même comportement :

loop { /* un pas de calcul */
recevoir(m) ;
traiter m ;
envoyer 0 à $N-1$ messages ;
}



$\Rightarrow$ Les phases actives peuvent être vues comme atomiques

Terminaison sur un anneau (Misra, 1983) ♪♪♪

Principe

Les sites sont organisés en anneau (communication FIFO depuis le précédent / vers le suivant mais à destinataire arbitraire).
Parcourir l'anneau et vérifier que tous les sites sont passifs.

Difficulté

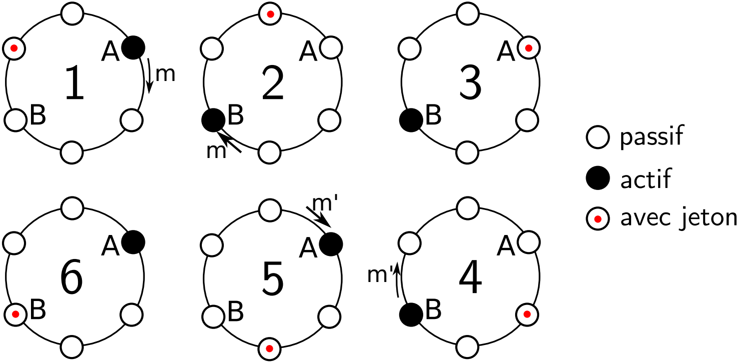
Un message émis avant le passage du visiteur sur le site émetteur peut être reçu après le passage du visiteur sur le site récepteur et réactiver un site trouvé passif

⇒ faire deux tours en vérifiant qu'aucun site n'a changé d'état entre temps

---

1. *Detecting Termination of Distributed Computation Using Markers*, Jayadev Misra. 2nd ACM Symposium on Principles of Distributed Computing, 1983.

Terminaison – Misra



- tous trouvés passifs, mais calcul pas terminé !
- sites A et B trouvés passifs, mais ils ont été actifs entre temps

⇒ faire deux tours en vérifiant qu'aucun site n'a changé d'état entre temps

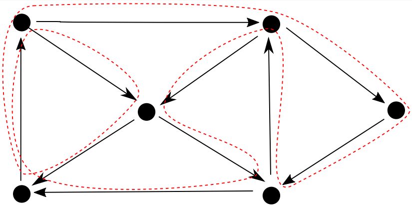
Terminaison sur un anneau

```
Process P(i : 0..N-1) {
 variables : couleur ∈ {blanc,noir}
             état ∈ {actif,passif}
             jeton ∈ {true,false}
 ⋮
  on reception message_applicatif :    // action
       couleur ← noir;
       état ← actif;
  on reception jeton(val) :            // réception jeton
       jeton ← true; nb ← val;
       if (nb = N ∧ couleur = blanc) then TERMINAISON DÉTECTÉE
  on jeton ∧ état = passif :          // envoi jeton
       if (couleur = blanc) then send jeton(nb + 1) to P_{i⊕1}
                                 else send jeton(1) to P_{i⊕1}
       couleur ← blanc;
       jeton ← false;
  else :                              // attente
       état ← passif;
```

Terminaison avec un anneau logique ♪♪♪

Graphe de communication arbitraire

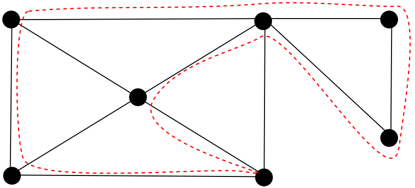
- Circuit logique contenant tous les arcs (éventuellement plusieurs fois)
- Communication FIFO : le jeton ne peut pas dépasser un message antérieur sur le même arc
- Terminaison comme précédemment, avec $N =$ longueur du circuit



Terminaison avec un anneau logique ♪♪♪

Graphe de communication arbitraire – avec la causalité

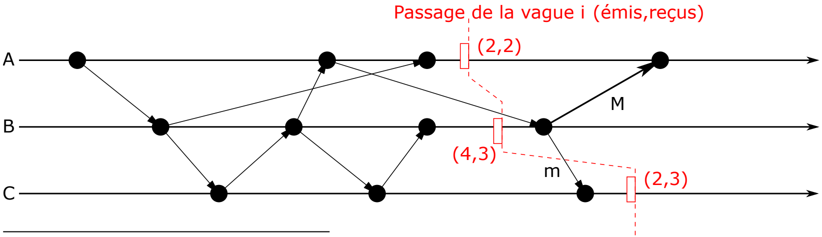
- Circuit logique contenant tous les sites (mais pas nécessairement tous les arcs)
- Communication causale : le jeton en transit depuis un site s ne peut pas arriver sur s' avant les messages émis avant sa visite sur s et envoyés directement de s vers s'
- Terminaison comme précédemment, avec $N =$ longueur du circuit



Algorithme des quatre compteurs ♪♪♪

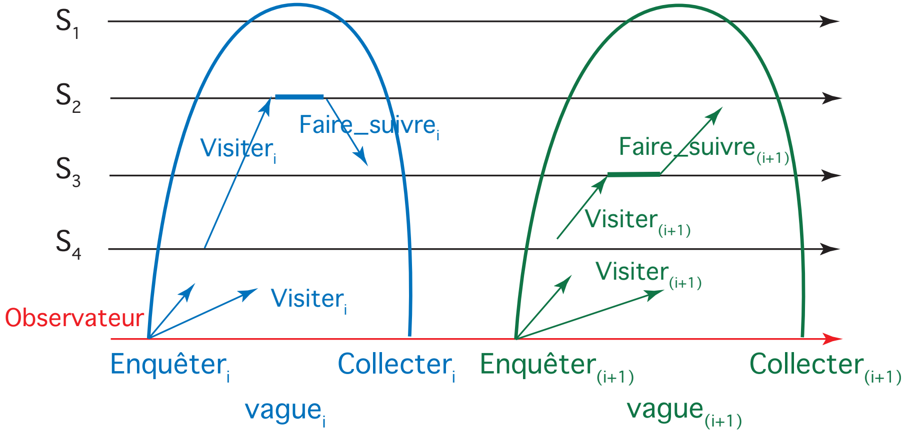
Principe

- Terminaison $\triangleq$ $Emis(t) = Reçus(t)$ mais impossible à évaluer
- Approche : Compteurs locaux des messages émis et reçus
- Mécanisme de vague pour collecter les valeurs des compteurs
- La vague i collecte $R_i \triangleq \sum r_i$ et $E_i \triangleq \sum e_i$



1. *Algorithms for Distributed Termination Detection*, Friedemann Mattern. Distributed Computing, 1987.

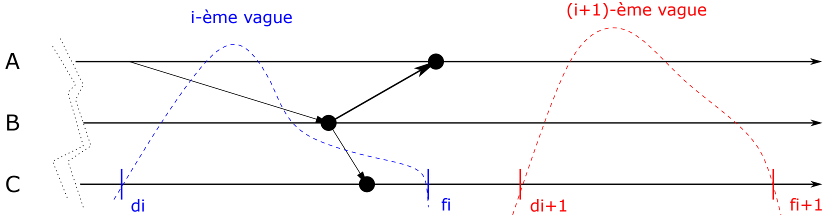
Vague : itération répartie



Algorithme des quatre compteurs

Détection de la terminaison

- Nécessite deux vagues successives
- Terminaison si : $R_i = E_{i+1}$ (car $\Rightarrow \exists t < d_{i+1} : E(t) = R(t)$)
- Détection avec un retard d'au plus la durée de la dernière vague

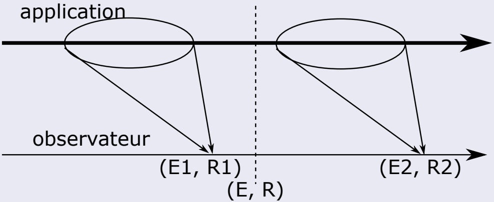


Algorithme des quatre compteurs – preuve

Vivacité : si le calcul est terminé, alors la terminaison est détectée

Calcul terminé $\Rightarrow$ il existe une date à partir de laquelle les compteurs de messages émis/reçus par site ne changent plus $\Rightarrow$ deux vagues successives trouveront $E_1 = R_1 = E_2 = R_2$.

Sûreté : si la terminaison est annoncée, alors le calcul est terminé



(1)	$E \geq R$	*calcul réparti*
(2)	$E_1 \leq E \leq E_2$	*compteurs croissants*
(3)	$R_1 \leq R \leq R_2$	*idem*
(4)	$E_2 = R_1$	*détection annoncée*
(5)	$E \leq R$	*d'après 2,3,4*
	$E = R$	*d'après 1,5*

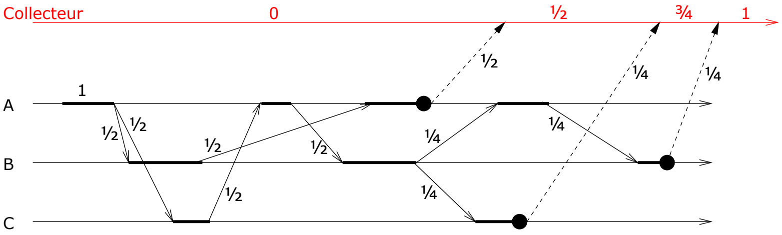
(E, R) valeurs réelles (et inconnues) des compteurs entre deux vagues successives.

Algorithme des crédits (Mattern)

Un peu oublié mais pourtant simple et performant...

Principe

- Le processus initial possède un crédit de 1
- Le crédit courant est partagé entre les messages émis
- Un processus rend son crédit s'il n'envoie pas de message
- Terminaison lorsque la somme collectée égale 1



Plan

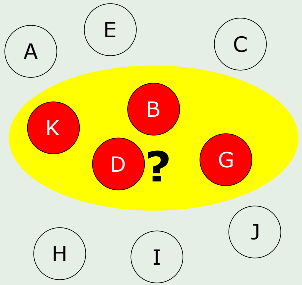
Spécification du problème

Détection d'une propriété stable

- Interblocage dû aux communications : attente de la réception d'un message
- Un processus est-il définitivement bloqué ?
- Sûreté : pas de fausse détection
- Vivacité : un processus bloqué finit par le savoir

Note : définition identique en centralisé, résolutions différentes (absence d'état global)

Exemple



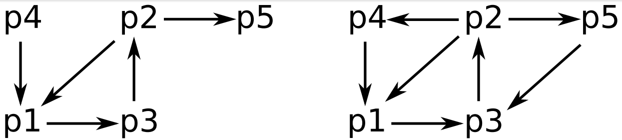
D s'interroge ?
K,B,D,G en interblocage

[Précis 4.3 pp.72–75]

Graphe d'attente

Graphe d'attente

Graphe dont les nœuds sont les processus, et un arc $p_i \rightarrow p_j$ si p_i est bloqué / en attente de p_j



Modèles de communication

- Modèle ET : un processus est bloqué tant qu'il n'a pas reçu un message depuis tous ceux qu'il attend.
- Modèle OU : un processus est bloqué tant qu'il n'a pas reçu un message depuis l'un de ceux qu'il attend.

Caractérisation de l'état d'interblocage

Modèle ET

Existence d'un cycle dans le graphe d'attente

Modèle OU

Existence d'une composante fortement connexe terminale dans le graphe d'attente

Composante fortement connexe terminale (CFCT)

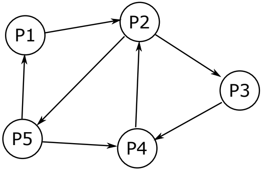
Un sous-graphe G' d'un graphe $G = \{S, A\}$ est une CFCT (*knot*) ssi il existe un chemin entre tout couple de sommets de G' et si tout sommet de G' a ses successeurs dans G' :

$\forall s, s' \in G' : \ \exists\ s \xrightarrow{*} s' \land \forall s \in G' : suc(s) \neq \emptyset \land suc(s) \subset G'$

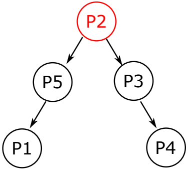
任何两个节点之间都
存在一条路径联通

Algorithme : calcul diffusant et arbre de contrôle

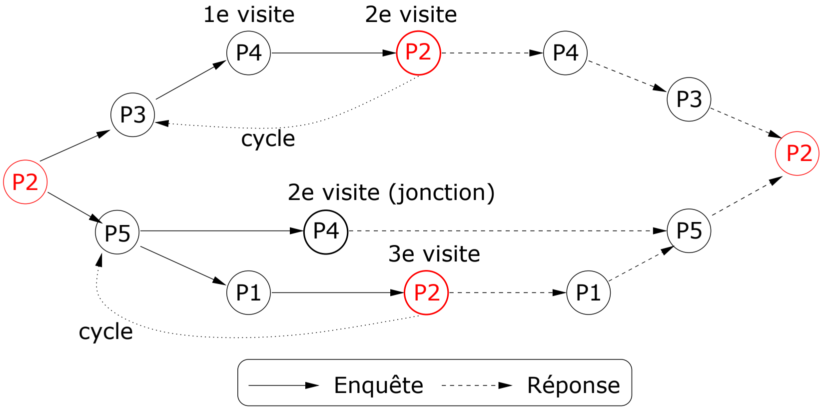
- Phase 1 : construction d'un arbre de recouvrement des sites bloqués (message d'enquête)
- Phase 2 : un site répond lorsqu'il est bloqué et que tous ses successeurs ont répondu, ou qu'il a déjà été visité (dans ce cas, cycle ou jonction avec une enquête en cours)
- Si le site initiateur obtient une réponse de tous ses successeurs, il y a interblocage



Arbre construit



1. *Distributed Deadlock Detection*, K. Mani Chandy, Jayadev Misra and Laura Haas. ACM Transactions on Computer Systems, May 1983.



Propriétés

- Terminaison de la construction de l'arbre $\Rightarrow P_2$ est interbloqué
- Pas de terminaison : Il faudra recommencer. . .

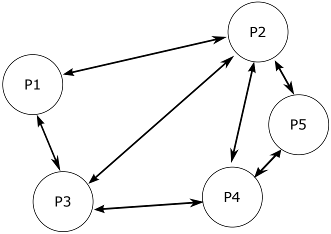
Plan

La diffusion fiable

Envoyer un message à un ensemble de destinataires, tels que tous les processus corrects le délivrent, ou aucun.

Hypothèses

- Réseau point-à-point fiable (tout message finit par arriver, intact, s'il existe un lien entre l'émetteur et le destinataire)
- Réseau connexe, pas nécessairement complet
- Défaillance d'arrêt : un processus peut s'arrêter définitivement, à tout moment



Réalisation par inondation

Diffuser(m), sur p

```
-- p = émetteur, m = message
∀ s ∈ voisins(p) ∪ {p} faire
    envoyer(⟨p,m⟩) à s
fin pour
```

Réception(⟨p,m⟩), sur q

```
si q n'a pas déjà délivré m alors
    si p ≠ q alors                  -- propagation
        ∀ s ∈ voisins(q) faire
            envoyer(⟨p,m⟩) à s
        fin pour
    fin si
    délivrer(m)
fin si
```

Propriétés

- Diffusion fiable *uniforme* : tous les processus (corrects ou ultérieurement défaillants) délivrent le message, ou aucun.
- Tout processus qui délivre un message l'a au préalable envoyé à ses voisins. Pour qu'un processus ne reçoive pas un message, il faudrait donc qu'aucun processus ne le lui ait envoyé, et donc aucun n'a pu le délivrer.
- Nombre de messages nécessaires = nombre de liens de communication ($*2$)
- Le protocole tolère des arrêts de processus, tant que le graphe reste connexe.
- Si le graphe cesse d'être connexe $\Rightarrow$ partitions. La propriété de fiabilité devient ≪ tous les destinataires d'une même partition le délivrent, ou aucun ≫.

Conclusion

Quelques problèmes standards :

- Prise de cliché (chapitre II)
- Élection (chapitre II)
- Exclusion mutuelle
- Interblocage
- Terminaison d'un calcul réparti
- Diffusion fiable