

## TD 1. Systèmes de transitions. (Bi)simulation forte.

### 1 Bisimulation

**Exercice 1 (Bisimulation forte)** Pour chacun des points suivantes, répondre à la question puis prouver cette réponse.



1.  $\mathcal{S}$  est-il simulé par  $\mathcal{S}'$  ?
2.  $\mathcal{S}$  simule-t-il  $\mathcal{S}'$  ?
3.  $\mathcal{S}$  et  $\mathcal{S}'$  sont-ils bisimilaires ?

### 2 Compteurs

On souhaite modéliser, par des systèmes de transitions, des compteurs entiers  $C_N$  à  $N+1$  états parmi  $0, \dots, N$ . Un tel compteur réagit aux événements d'incrément  $+$ , de décrémentation  $-$  et de test à zéro  $0$ . Dans l'état  $0$ , on ne peut qu'incrémenter. Dans l'état  $N$ , on ne peut que décrémentation.

**Exercice 2 (Modélisation)** À l'aide de systèmes de transitions, modéliser les compteurs  $C_2$  et  $C_3$ .

**Exercice 3 (Simulation)**

- a. Trouver une relation de simulation entre  $C_2$  et  $C_3$ .
- b. Calculer la plus grande simulation.

### 3 Ensembles

On souhaite modéliser, par des systèmes de transitions, un ensemble et un multi-ensemble, qui réagissent aux événements  $+_a, +_b, -_a, -_b$  qui permettent d'ajouter et de retirer les éléments  $a$  et  $b$  ainsi qu'à l'événement  $0$  qui permet de savoir si un ensemble est vide ou non. Ces ensembles et multi-ensembles ne pourront pas contenir plus de 2 éléments parmi  $a$  et  $b$ . Les événements superflus, comme retirer un élément à un (multi-) ensemble vide ou en ajouter un à un (multi-) ensemble contenant déjà 2 éléments, ne seront pas pris en compte.

**Exercice 4 (Modélisation)** À l'aide de systèmes de transitions :

- a. modéliser un tel ensemble.
- b. modéliser un tel multi-ensemble.

**Exercice 5 (Simulation)** Y-a-t-il simulation entre l'ensemble et le multi-ensemble, en supposant successivement :

- a. les hypothèses de départ ;
- b. que les événements superflus sont pris en compte, mais n'ont pas d'effet.

**Exercice 6 (Bisimulation à renommage près)** : Dans la modélisation de l'ensemble, on ignore l'élément dans les événements  $+$  et  $-$ . Existe-t-il maintenant une relation de bisimulation entre le compteur  $C_2$  et l'ensemble ?