

1 Задача №1

Возьмем сеть сортировки длины n , пусть между элементами i и $i + 1$ нет компаратора. Подадим на вход нашей сети сортировки последовательность $1, 2, \dots, i - 1, i + 1, i, i + 2, \dots, n$, тогда какие бы компараторы мы не использовали, наша последовательность не изменится, так как в силу отсутствия компаратора между i и $i + 1$ наша последовательность является строго возрастающей последовательностью, которую если объединить элементы i и $i + 1$ в элемент j ($i - 1 < j < i + 2$) можно представить так: $1 < 2 < \dots < i - 1 < j < i + 2 < \dots < n$. А в отсортированной последовательности сортирующая сеть не поменяет ни одного элемента и $i + 1$ так и останется левее i .

2 Задача №2

Данный нам элемент, после слияния с массивом, может стоять на любой из n позиций, и для корректности вставки мы должны сравнить его со всеми позициями. Тогда в первом слое сравним его с каким-нибудь элементом: теперь он может стоять в 2-х позициях, во втором слое сравним каждую из этих позиций с другими двумя позициями — теперь элемент может стоять на 4-х позициях, повторяя эти действия $\log_2 n$ раз наш элемент сможет стоять на всех n позициях, а при меньшем количестве слоев какие то позиции могли бы остаться недостижимыми для нашего элемента — поэтому нам и необходимы минимум $\log_2 n$ слоев.

3 Задача №3

Поймем в каком случае элемент из первой части половины массива попадет во вторую. Последний элемент первого подмассива не будет в n наибольших, если он меньше первого элемента вто-

рого подмассива, так n наибольшими будут все элементы второго подмассива. Предпоследний элемент первого массива не будет в n наибольших, если он меньше второго элемента второго подмассива, так как n наибольшими будут последний элемент первого подмассива и $n-1$ элементов второго подмассива. Повторяя подобные рассуждения для остальных элементов первого массива становится понятно, что нам достаточно n компараторов: 1 и $2n$, 2 и $2n-1, \dots, n$ и $n+1$, чтобы в второй половине подмассива стояли n наибольших элементов, а в первой половине соответственно n меньших. Так как каждая позиция массива относится только к одному компаратору, мы можем поместить все эти компараторы в один слой, тогда нужно нам количество слоев — $O(1)$.

4 Задача №4

Заметим, что антикомпаратор, для сети из обычных компараторов как бы меняет нитки местами, то есть например, если у нас был антикомпаратор между нитками i и j , в которых были записаны числа a и b , то мы можем поменять антикомпаратор на компаратор и поменять нитки местами. Тогда наведем вспомогательный массив $vec[1..n]$, где n -количество ниток, тогда в начале заполним массив так $vec[i] = i$, теперь будем идти по слоям, если встречаем компаратор между i и j нитками, то заменяем его на компаратор между $vec[i]$ и $vec[j]$, а если встречаем антикомпаратор между i и j , то заменяем его на компаратор между $vec[i]$ и $vec[j]$ и сделаем $swap(vec[i], vec[j])$.

Докажем корректность: пусть у нас есть антикомпаратор между нитками i и j в которых стоят значения a и b пусть для определенности $a < b$ (если не так доказательство аналогично), тогда в нитку i будет записано значение b , а в нитку j значение a , то-

гда если мы ставим вместо этого антикомпаратора компаратор, то для для последующих компараторов и антикопараторов значения на нитках будут неверны, для этого и поменяем значения $ves[i]$ и $ves[j]$.