

## 1 Задача 1

Заведем два массива —  $sub$  и  $pref$ , будем обрабатывать данные нам запросы. Пусть нам даны  $k, x, l, r$ , совершим следующие операции:

1.  $pref[l] += x$
2.  $pref[l + 1] += -x + k$
3.  $pref[r + 1] += -x - k(r - l + 1)$
4.  $pref[r + 2] += x + k(r - l)$

Заполним массив  $sub$  префиксными суммами массива  $pref$ , тогда очевидно  $sub[l] = x$ ,  $sub[l + 1 \dots r] = k$ ,  $sub[r + 1] = -x - k(r - l)$ ,  $sub[r + 2] = 0$ . Легко заметить что  $sub$  это разность соседних элементов массива  $a$  к которому делаем прибавление. Сделав много операций прибавления прогрессии этот инвариант сохранится тк они не влияют друг на друга.

Насчитаем префиксные суммы массива  $sub$ , они будут выглядеть так —  $pref[l] = x$ ,  $pref[l + 1 < i \leq r] = x + k(i - l)$ ,  $pref[r + 1 \dots n] = 0$ , тогда очевидно в массиве префиксных сумм будут лежать значения массива которые нужно прибавить к элементам массива  $a$  чтобы получить нужную нам последовательность после всех модификаций.

Каждый запрос выполняется за 4 прибавления в массиве те  $O(1)$ , запросов  $m$ , за  $O(n)$  насчитаем префиксные суммы, итоговая ассимптотика —  $O(n + m)$ .

## 2 Задача 4

Аналогична пятой только без снятия пометки.

## 3 Задача 5

Построим на дереве  $hld$ , на каждом пути построим дерево отрезков на самую высокую непомеченную вершину и самую низкую непомеченную вершину.

Если нам пришел запрос снять пометку или поставить пометку, то соответствующим образом изменим ДО.

Если нам пришел запрос ответа от двух вершин, то найдем их  $lca$  за  $O(\log n)$  подъемом по  $hld$ , сделаем запрос в ДО на котором лежит  $lca$  за  $O(\log n)$  — самая низкая непомеченная на отрезке от  $lca$  до корня пути, если такая существует то это и есть ответ, иначе пойдём по путям вверх и на каждом пути будем смотреть в корень дерева, если самая высокая непомеченная вершина существует и она выше вершины пути в котором мы стоим, то ответ содержится в этом дереве и мы найдем его запросом на самую низкую вершину на пути от вершины в которой мы стоим до корня пути, иначе свободной вершины на нужной нам части пути нет и мы пойдём вверх к корню.

Тогда итоговая ассимптотика  $O(\log n)$ , тк мы найдем  $lca$  за  $O(\log n)$ , поднимемся в  $hld$  за  $O(\log n)$ , и сделаем запрос в двух ДО(в которой лежит  $lca$  и в которой существует непомеченная вершина на части пути которая ведет к корню дерева) за  $O(\log n)$ , предподсчет за  $O(n \log n)$  тк строим  $hld$ .