# Teoría de la Computación

Clase 13: Parsing

Mauro Artigiani

6 septiembre 2021

Universidad del Rosario, Bogotá

# Scanners y Parsers

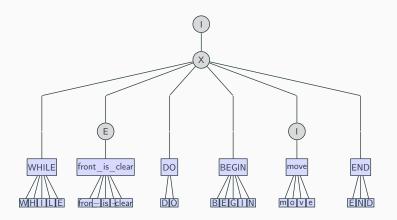
## **Parsing**

Sea G una CFG y sea  $w \in L(G)$ . El problema de parsing para w es encontrar un árbol de parsing (o de análisis) de w en G.

## **Parsing**

Sea G una CFG y sea  $w \in L(G)$ . El problema de parsing para w es encontrar un árbol de parsing (o de análisis) de w en G.

WHILE front\_is\_clear DO BEGIN move END

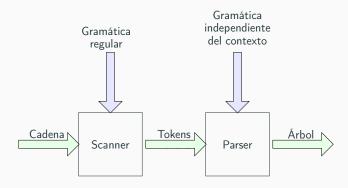


## Scanners y Parsing

Un scanner divide semánticamente, la cadena en palabras o *tokens* y las envía al parser que encuentra un árbol de parsing para cada token.

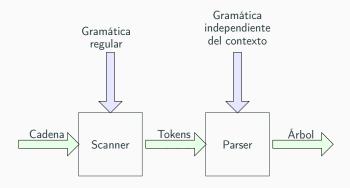
## Scanners y Parsing

Un scanner divide semánticamente, la cadena en palabras o *tokens* y las envía al parser que encuentra un árbol de parsing para cada token.



## Scanners y Parsing

Un scanner divide semánticamente, la cadena en palabras o *tokens* y las envía al parser que encuentra un árbol de parsing para cada token.



Usualmente, los scanners utilizan expresiones regulares (es decir: lenguajes regulares). Los parsers utilizan a menudo CFGs.

Dada una gramática independiente del contexto G y una palabra  $w \in L(G)$ , hay dos métodos para encontrar un árbol de parsing para w:

• El método *top-down* (arriba-abajo), que consiste en arrancar con la variable inicial S de G y buscar una derivación  $S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ .

Dada una gramática independiente del contexto G y una palabra  $w \in L(G)$ , hay dos métodos para encontrar un árbol de parsing para w:

- El método *top-down* (arriba-abajo), que consiste en arrancar con la variable inicial S de G y buscar una derivación  $S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ .
- El método bottom-up (abajo-arriba), que consiste en empezar con la palabra w y buscar escalar hacía la variable inicial S.

Dada una gramática independiente del contexto G y una palabra  $w \in L(G)$ , hay dos métodos para encontrar un árbol de parsing para w:

- El método *top-down* (arriba-abajo), que consiste en arrancar con la variable inicial S de G y buscar una derivación  $S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ .
- El método bottom-up (abajo-arriba), que consiste en empezar con la palabra w y buscar escalar hacía la variable inicial S.

El primer método se puede hacer incluso de fuerza bruta.

Dada una gramática independiente del contexto G y una palabra  $w \in L(G)$ , hay dos métodos para encontrar un árbol de parsing para w:

- El método *top-down* (arriba-abajo), que consiste en arrancar con la variable inicial S de G y buscar una derivación  $S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$ .
- El método bottom-up (abajo-arriba), que consiste en empezar con la palabra w y buscar escalar hacía la variable inicial S.

El primer método se puede hacer incluso de fuerza bruta.

Para el segundo, utilizaremos los *autómatas deterministas*, por lo menos para una clase especial de gramáticas.

Veamos un ejemplo del método top-down para la palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$









Veamos un ejemplo del método top-down para la palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

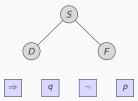
$$G = \{ S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$



Veamos un ejemplo del método top-down para la palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

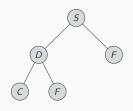
$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$











Veamos un ejemplo del método top-down para la palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

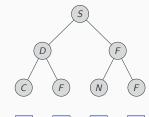
$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$



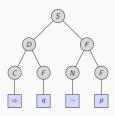
Un computador no sabe adivinar cual es la elección correcta para cada derivación. Entonces tiene que tratar todos los casos, por fuerza bruta.

Un computador no sabe adivinar cual es la elección correcta para cada derivación. Entonces tiene que tratar todos los casos, por fuerza bruta.

Supongamos que G sea en forma normal de Chomsky. En este caso, cualquier árbol de parsing será un árbol binario. Veamos en este caso cuántos casos se necesitan.

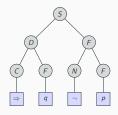
Un computador no sabe adivinar cual es la elección correcta para cada derivación. Entonces tiene que tratar todos los casos, por fuerza bruta.

Supongamos que G sea en forma normal de Chomsky. En este caso, cualquier árbol de parsing será un árbol binario. Veamos en este caso cuántos casos se necesitan.

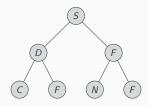


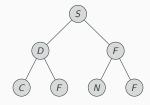
Un computador no sabe adivinar cual es la elección correcta para cada derivación. Entonces tiene que tratar todos los casos, por fuerza bruta.

Supongamos que G sea en forma normal de Chomsky. En este caso, cualquier árbol de parsing será un árbol binario. Veamos en este caso cuántos casos se necesitan.

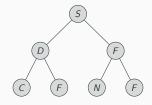


Para una cadena de longitud n se requieren n aplicaciones de reglas de tipo  $A \rightarrow a$ .

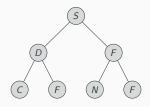




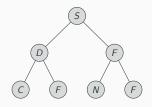
El número de reglas de tipo  $A \rightarrow BC$  es igual a la mitad de aristas del árbol.



El número de reglas de tipo  $A \to BC$  es igual a la mitad de aristas del árbol. En un árbol binario con n hojas tenemos 2(n-1) aristas.

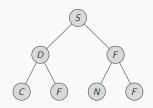


El número de reglas de tipo  $A \to BC$  es igual a la mitad de aristas del árbol. En un árbol binario con n hojas tenemos 2(n-1) aristas. Entonces, necesitamos aplicar n-1 reglas de tipo  $A \to BC$ .



El número de reglas de tipo  $A \to BC$  es igual a la mitad de aristas del árbol. En un árbol binario con n hojas tenemos 2(n-1) aristas. Entonces, necesitamos aplicar n-1 reglas de tipo  $A \to BC$ .

En total tenemos que aplicar n + (n-1) = 2n - 1 reglas.



El número de reglas de tipo  $A \to BC$  es igual a la mitad de aristas del árbol. En un árbol binario con n hojas tenemos 2(n-1) aristas. Entonces, necesitamos aplicar n-1 reglas de tipo  $A \to BC$ .

En total tenemos que aplicar n + (n-1) = 2n - 1 reglas. En conclusión, si la gramática tiene m reglas, hay

$$m^{2n-1}$$

posibles combinaciones.

Veamos ahora un ejemplo del método *bottom-up* para la misma palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$









Veamos ahora un ejemplo del método *bottom-up* para la misma palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$

Veamos ahora un ejemplo del método *bottom-up* para la misma palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

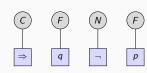
$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$



Veamos ahora un ejemplo del método *bottom-up* para la misma palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

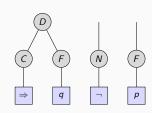
$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$



Veamos ahora un ejemplo del método *bottom-up* para la misma palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

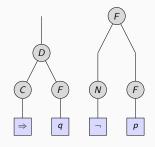
$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$



Veamos ahora un ejemplo del método *bottom-up* para la misma palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

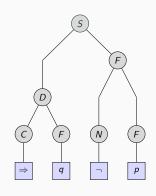
$$G = \{ S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$



Veamos ahora un ejemplo del método *bottom-up* para la misma palabra

$$\Rightarrow q \neg p$$

en la gramática G.

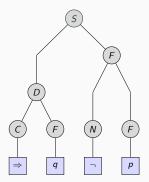
$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q$$

$$D \rightarrow CF$$

$$N \rightarrow \neg$$

$$C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \}$$



Veamos ahora como realizar de manera algorítmica este método.

Autómatas de Knuth

## Manijas

Para escalar se necesitan buenos agarres en la pared. Nuestro agarres serán las manijas.

## Manijas

Para escalar se necesitan buenos agarres en la pared. Nuestro agarres serán las manijas.

Una manija para una cadena w = xhy es una regla de la forma  $A \rightarrow h$ .

### Manijas

Para escalar se necesitan buenos agarres en la pared. Nuestro agarres serán las manijas.

Una manija para una cadena w=xhy es una regla de la forma  $A\to h$ . La regla  $A\to h$  permite reducir la expresión xhy a la expresión xAy. Las manijas se denotan así:

$$xhy \rightarrowtail xAy$$
.

### Manijas

Para escalar se necesitan buenos agarres en la pared. Nuestro agarres serán las manijas.

Una manija para una cadena w = xhy es una regla de la forma  $A \to h$ . La regla  $A \to h$  permite reducir la expresión xhy a la expresión xAy. Las manijas se denotan así:

$$xhy \rightarrow xAy$$
.

Veamos un ejemplo, para la gramática

$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q, F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q, D \rightarrow CF, N \rightarrow \neg, C \rightarrow \land | \lor | \Rightarrow | \Leftrightarrow \},$$

y la palabra  $\Rightarrow q \neg p$ .

### Manijas

Para escalar se necesitan buenos agarres en la pared. Nuestro agarres serán las manijas.

Una manija para una cadena w=xhy es una regla de la forma  $A\to h$ . La regla  $A\to h$  permite reducir la expresión xhy a la expresión xAy. Las manijas se denotan así:

$$xhy \rightarrow xAy$$
.

Veamos un ejemplo, para la gramática

$$G = \{S \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q, F \rightarrow NF \mid DF \mid p \mid q, D \rightarrow CF, N \rightarrow \neg, C \rightarrow \land \mid \lor \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow \},$$

y la palabra  $\Rightarrow q \neg p$ .

$$\Rightarrow q \neg p \rightarrowtail C\underline{q} \neg p \rightarrowtail CF\underline{\neg}p \rightarrowtail CFN\underline{p} \rightarrowtail \underline{CF}NF \rightarrowtail \\ \rightarrowtail D\underline{NF} \rightarrowtail \underline{DF} \rightarrowtail S$$

Describiremos como buscar manijas para una clase más sencilla de gramáticas independientes del contexto:

Describiremos como buscar manijas para una clase más sencilla de gramáticas independientes del contexto:

#### Definición

Decimos que una CFG G es determinista si cada cadena en el procesamiento bottom-up de una palabra w en L(G) tiene sólo una manija.

Describiremos como buscar manijas para una clase más sencilla de gramáticas independientes del contexto:

#### Definición

Decimos que una CFG G es determinista si cada cadena en el procesamiento bottom-up de una palabra w en L(G) tiene sólo una manija.

Determinista:

$$G = \{F \rightarrow NF \mid DF$$
$$D \rightarrow CF\}$$

No determinista:

$$G' = \{S \to NF \mid DF$$
$$\{F \to NF \mid DF$$
$$D \to CF\}$$

Describiremos como buscar manijas para una clase más sencilla de gramáticas independientes del contexto:

#### Definición

Decimos que una CFG G es determinista si cada cadena en el procesamiento bottom-up de una palabra w en L(G) tiene sólo una manija.

Determinista:

$$G = \{F \to NF \mid DF$$
$$D \to CF\}$$

No determinista:

$$G' = \{S \to NF \mid DF$$
$$\{F \to NF \mid DF$$
$$D \to CF\}$$

Ahora construiremos un autómata no determinista mediante el cual buscar cada manija en el procesamiento *bottom-up* de *w*.

Para describir en qué lugar estamos haciendo la comparación de nuestra palabras introducimos las reglas punteadas.

Para describir en qué lugar estamos haciendo la comparación de nuestra palabras introducimos las reglas punteadas. Una regla punteada es una regla más un punto. Por ejemplo, de la regla  $F \to NF$  salen las siguientes reglas punteadas:

$$F 
ightarrow .NF \qquad F 
ightarrow N.F \qquad F 
ightarrow NF.$$

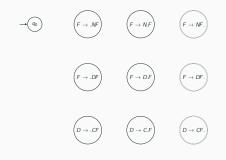
Para describir en qué lugar estamos haciendo la comparación de nuestra palabras introducimos las reglas punteadas. Una regla punteada es una regla más un punto. Por ejemplo, de la regla  $F \to NF$  salen las siguientes reglas punteadas:

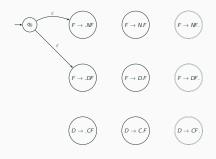
$$F \rightarrow .NF$$
  $F \rightarrow N.F$   $F \rightarrow NF$ .

El NFA K que estamos construyendo tendrá un estado inicial  $q_0$  y todos los estados correspondientes a reglas punteadas.

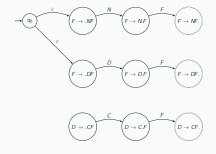
$$\boxed{F \to .NF} \qquad \boxed{F \to N.F}$$

Las reglas en donde un punto esté al final del lado derecho serán nuestro estados de aceptación.

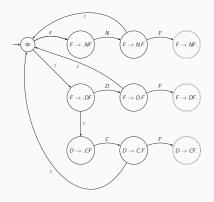




Ponemos transiciones  $\varepsilon$  de  $q_0$  a las reglas con el símbolo inicial.

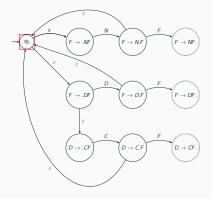


Definimos *shift-moves* (reglas de desplazamiento) entre las reglas punteadas correspondientes:  $B \rightarrow U.AV \xrightarrow{A} B \rightarrow UA.V$ 

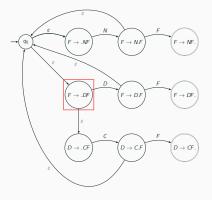


Definimos  $\varepsilon$ -moves desde .C hasta una regla que comienza con C:

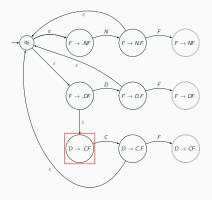
$$\boxed{B \to U.CV} \xrightarrow{\varepsilon} \boxed{C \to .R}$$



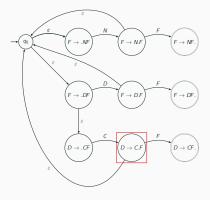
Ejemplo: CFNF



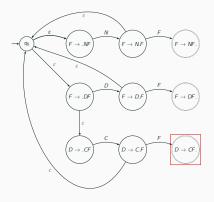
Ejemplo: CFNF



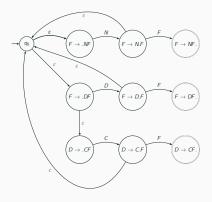
Ejemplo: CFNF



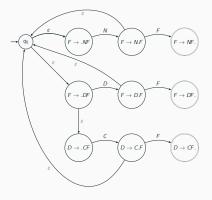
Ejemplo: CFNF



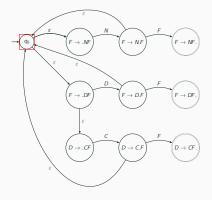
**Ejemplo**: <u>CF</u>NF ¡Se encontró la manija!



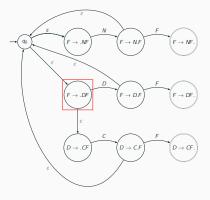
Ejemplo:  $\underline{\mathit{CFNF}} \rightarrowtail \mathit{DNF}$ 



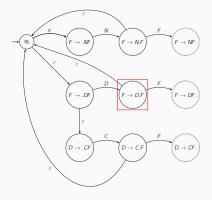
Ejemplo: Ahora se inicializa el autómata para procesar DNF



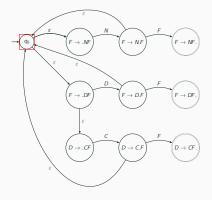
Ejemplo: DNF



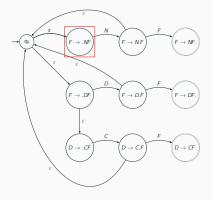
Ejemplo: DNF



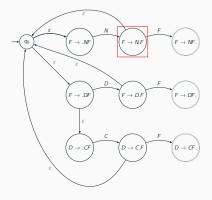
Ejemplo: DNF



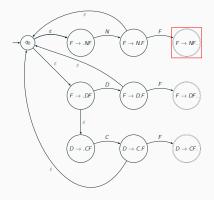
Ejemplo: DNF



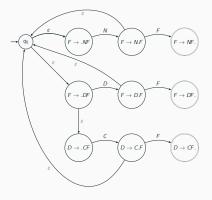
Ejemplo: DNF



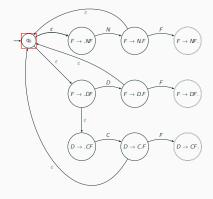
Ejemplo: DNF



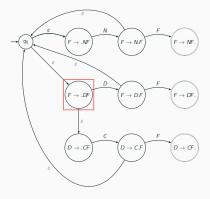
**Ejemplo**:  $D\underline{\mathit{NF}} \rightarrowtail DF$ 



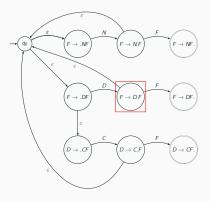
Ejemplo: Ahora se inicializa el autómata para procesar DF



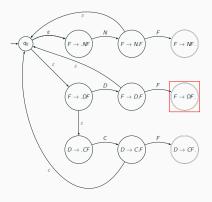
Ejemplo: DF



Ejemplo: DF



Ejemplo: DF



**Ejemplo**:  $\underline{DF} \rightarrowtail F$ 

# Autómata DK

#### DK, La versión determinista de K

Sabemos que cualquier autómata no determinista tiene su equivalente determinista.

#### DK, La versión determinista de K

Sabemos que cualquier autómata no determinista tiene su equivalente determinista.

Desafortunadamente, el procedimiento estándar para transformar el NFA K en DK, su equivalente DFA, produciría un autómata enorme. Por ejemplo, en el ejemplo anterior obtendríamos un autómata con  $2^{10}=1024$  estados!

## DK, La versión determinista de K

Sabemos que cualquier autómata no determinista tiene su equivalente determinista.

Desafortunadamente, el procedimiento estándar para transformar el NFA K en DK, su equivalente DFA, produciría un autómata enorme. Por ejemplo, en el ejemplo anterior obtendríamos un autómata con  $2^{10}=1024$  estados!

Vamos a mostrar una manera más fácil (y económica) para construir *DK*.

## DK, La versión determinista de K

Sabemos que cualquier autómata no determinista tiene su equivalente determinista.

Desafortunadamente, el procedimiento estándar para transformar el NFA K en DK, su equivalente DFA, produciría un autómata enorme. Por ejemplo, en el ejemplo anterior obtendríamos un autómata con  $2^{10}=1024$  estados!

Vamos a mostrar una manera más fácil (y económica) para construir *DK*.

Simplificamos nuestra gramática G quitandole los terminales y la repetición entre las reglas  $S \to \dots$  y  $F \to \dots$  Obtenemos una gramática determinsta:

$$G = \{F \to NF \mid DF, D \to CF\}.$$

Veamos cómo construir el DFA DK.

Veamos cómo construir el DFA DK.

1. Creamos un estado inicial  $q_0$  con todas las reglas punteadas que arrancan con el símbolo inicial y el punto al inicio.

Veamos cómo construir el DFA DK.

- 1. Creamos un estado inicial  $q_0$  con todas las reglas punteadas que arrancan con el símbolo inicial y el punto al inicio.
- Si el estado en consideración tiene una regla de tipo: A → B.C añadimos al estado todas la reglas punteadas que arrancan con .C.

Veamos cómo construir el DFA DK.

- 1. Creamos un estado inicial  $q_0$  con todas las reglas punteadas que arrancan con el símbolo inicial y el punto al inicio.
- Si el estado en consideración tiene una regla de tipo: A → B.C añadimos al estado todas la reglas punteadas que arrancan con .C. Así seguimos este proceso hasta que no se pueda repetir más.

Veamos cómo construir el DFA DK.

- 1. Creamos un estado inicial  $q_0$  con todas las reglas punteadas que arrancan con el símbolo inicial y el punto al inicio.
- Si el estado en consideración tiene una regla de tipo: A → B.C añadimos al estado todas la reglas punteadas que arrancan con .C. Así seguimos este proceso hasta que no se pueda repetir más.

Si tenemos la gramática  $G = \{F \rightarrow NF \mid DF, D \rightarrow CF\}$ , empezamos con el estado inicial:



Veamos cómo construir el DFA DK.

- 1. Creamos un estado inicial  $q_0$  con todas las reglas punteadas que arrancan con el símbolo inicial y el punto al inicio.
- Si el estado en consideración tiene una regla de tipo: A → B.C añadimos al estado todas la reglas punteadas que arrancan con .C. Así seguimos este proceso hasta que no se pueda repetir más.

Si tenemos la gramática  $G = \{F \rightarrow NF \mid DF, D \rightarrow CF\}$ , empezamos con el estado inicial:

$$\rightarrow \begin{pmatrix} F \rightarrow .NF \\ F \rightarrow .DF \\ D \rightarrow .CF \end{pmatrix}$$

Ahora aplicamos el punto 2 al estado  $q_0$ 

3. Consideramos el estado  $q_i$ . Para cada regla punteada del tipo  $B \to U.CA$  en  $q_i$ , añadimos una transición con etiqueta C al estado que contiene todas las reglas  $B \to UC.A$  de  $q_i$ .

3. Consideramos el estado  $q_i$ . Para cada regla punteada del tipo  $B \to U.CA$  en  $q_i$ , añadimos una transición con etiqueta C al estado que contiene todas las reglas  $B \to UC.A$  de  $q_i$ . Si este estado no existe lo creamos.

- 3. Consideramos el estado  $q_i$ . Para cada regla punteada del tipo  $B \to U.CA$  en  $q_i$ , añadimos una transición con etiqueta C al estado que contiene todas las reglas  $B \to UC.A$  de  $q_i$ . Si este estado no existe lo creamos.
- 4. Los estados finales son los que contienen por lo menos una regla punteada completa del tipo  $B \to X$ ..

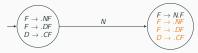
- 3. Consideramos el estado  $q_i$ . Para cada regla punteada del tipo  $B \to U.CA$  en  $q_i$ , añadimos una transición con etiqueta C al estado que contiene todas las reglas  $B \to UC.A$  de  $q_i$ . Si este estado no existe lo creamos.
- 4. Los estados finales son los que contienen por lo menos una regla punteada completa del tipo  $B \to X$ ..

Seguimos el ejemplo anterior de la gramática  $G = \{F \to NF \mid DF, D \to CF\}$ . Consideramos la regla punteada  $F \to .NF$  y obtenemos:



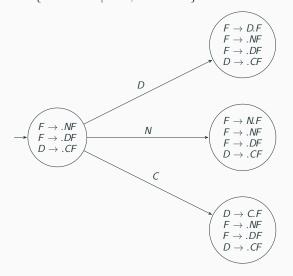
- 3. Consideramos el estado  $q_i$ . Para cada regla punteada del tipo  $B \to U.CA$  en  $q_i$ , añadimos una transición con etiqueta C al estado que contiene todas las reglas  $B \to UC.A$  de  $q_i$ . Si este estado no existe lo creamos.
- 4. Los estados finales son los que contienen por lo menos una regla punteada completa del tipo  $B \to X$ ..

Seguimos el ejemplo anterior de la gramática  $G=\{F\to NF\mid DF,D\to CF\}.$  Consideramos la regla punteada  $F\to .NF$  y obtenemos:

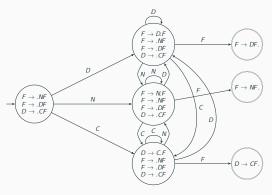


Ahora aplicamos el punto 2 de nuestro algoritmo al estado que acabamos de crear.

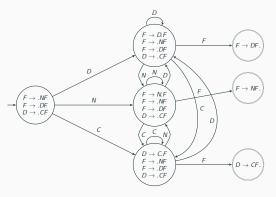
Iterando los pasos 3 y 2 a la gramática  $G = \{F \rightarrow NF \mid DF, D \rightarrow CF\}$  obtenemos:



#### Al final obtenemos:



#### Al final obtenemos:



Es un buen ejercicio realizar el parsing de *CFNF* encontrando las manijas mediante este autómata.

Resumen

#### Resumen

# Hoy aprendimos:

- Qué son un scanner y un parser;
- Qué es el parsing top-down y el parsing bottom-up;
- Cómo calcular la complejidad del método top-down para el caso de las gramáticas en forma normal de Chomsky;
- Cómo construir un autómata de Knuth de una gramática determinista;
- Cómo utilizar un autómata de Knuth de una gramática determinista para buscar las manijas en el método bottom-up.