Tarea 1: Método simplex

Rodrigo Castillo Camargo, Alejandra Campo Archbold, David Alsina

Agosto 2021

1. Introducción

En este documento pretende entregar las pruebas de funcionamiento del script implementado en MATLAB por el grupo de trabajo para la asignatura de Optimización.

2. Casos de prueba:

Nota: En los casos de maximizar un problema, se realiza el cambio a minimizar por simplificación al problema en MATLAB.

2.1. Óptimo finito:

2.1.1. Caso 1:

Formato canónico:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & x_1 - 2x_2 + x_3 \\ \text{sujeto a} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 12 \\ & 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 6 \\ & -x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Formato estándar:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & -x_1 + 2x_2 - x_3 \\ \text{sujeto a} & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 12 \\ & 2x_1 + x_2 - x_3 + x_5 = 6 \\ & -x_1 + 3x_2 + x_6 = 9 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{array}$$

Solución:

Índices obtenidos de la Fase 1:

Índices básicos: [1 2 3], *Índices no básicos:* [4 5 6].

Resultados de la Fase 2:

El vector solución x es: [4,2857 0 2,5714 0 0 13,2857]

El valor de la función objetivo es: −6,8571.

El vector de costos reducidos es: [0,4286 0,2857 3,1429]

Los índices básicos finales son: [1 6 3]

2.1.2. Caso 2:

Formato canónico:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximizar} & 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \\
\text{sujeto a} & x_1 + 3x_2 + x_4 \leq 4 \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 3 \\
 & x_2 + 4x_3 + x_4 \leq 3 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{array}
$$

Formato estándar:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximizar} & 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 \\
\text{sujeto a} & x_1 + 3x_2 + x_4 + x_5 = 4 \\
 & 2x_1 + x_2 + x_6 = 3 \\
 & x_2 + 4x_3 + x_4 + x_7 = 3 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0
\end{array}
$$

Solución:

Índices obtenidos de la Fase 1:

Índices básicos: [1 2 3], *Índices no básicos:* [4 5 6 7].

Resultados de la Fase 2:

El vector solución x es: [1 1 0,5 0 0 0 0]

El valor de la función objetivo es: 6,5.

El vector de costos reducidos es: [0,3500 1,1000 0,4500 0,2500]

Los índices básicos finales son: [1 2 3]

2.1.3. Caso 3:

Formato canónico:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Minimizar} & -x_1 - 2x_2 + x_3 \\
\text{sujeto a} & 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\
 & 2x_2 - x_3 \leq 3 \\
 & x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{array}
$$

Formato estándar:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Minimizar} & -x_1 - 2x_2 + x_3 \\
\text{sujeto a} & 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6 \\
 & 2x_2 - x_3 + x_5 = 3 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{array}
$$

Índices obtenidos de la Fase 1:

Índices básicos: [1 5], *Índices no básicos:* [2 3 4].

Resultados de la Fase 2:

El vector solución x es: [2,25 1,5 0 0 0]

El valor de la función objetivo es: $-5{,}25$.

El vector de costos reducidos es: [0,375 0,75 0,5]

Los índices básicos finales son: [1 2]

2.1.4. Caso 4: Ejercicio de clase

Formato canónico:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximizar} & x_1 + x_2 \\
\text{sujeto a} & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\
 & x_2 \leq 1 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

Formato estándar:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Maximizar} & x_1 + x_2 \\
\text{sujeto a} & x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\
 & x_2 + x_4 = 1 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{array}
$$

Índices obtenidos de la Fase 1:

Índices básicos: [1 2], *Índices no básicos:* [3 4].

Resultados de la Fase 2:

El vector solución x es: [4 0 0   1]

El valor de la función objetivo es: 4.

El vector de costos reducidos es: [1 1]

Los índices básicos finales son: [1 4]

2.2. Óptimo no finito:

2.2.1. Caso 1:

$$
\begin{array}{ll}
\text{Formato canónico:} & \\
\text{Minimizar} & -x_1 + x_2 \\
\text{sujeto a} & -5x_1 + x_2 \leq 3 \\
 & 5x_1 + x_2 \geq 10 \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\
 & x_1, x_2 \geq 0
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\text{Formato estándar:} & \\
\text{Minimizar} & -x_1 + x_2 \\
\text{sujeto a} & -5x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\
 & 5x_1 + x_2 - x_4 = 10 \\
 & 2x_1 + x_2 + x_5 = 4 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0
\end{array}
$$

Solución:

Índices obtenidos de la Fase 1:
Índices básicos: [1 2]
Índices no básicos: [3 4]
Resultados de la Fase 2:
El vector solución x es: []
El valor de la función objetivo es: []
El vector de costos reducidos es: []
Los índices básicos finales son: []

2.2.2. Caso 2:

Formato canónico:

Maximizar $7x_1 - 10x_2$

sujeto a $-2x_1 + -9x_2 \leq 5$

$5x_1 - 2x_2 \geq 9$

$2x_1 + 3x_2 \geq 2$

$x_1, x_2 \geq 0$

Formato estándar:

Maximizar $7x_1 - 10x_2$

sujeto a $-2x_1 + -9x_2 + x_3 = 5$

$5x_1 - 2x_2 - x4 = 9$

$2x_1 + 3x_2 - x5 = 2$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$

Índices obtenidos de la Fase 1:
Índices básicos: [1 3 5]
Índices no básicos: [2 4]
Resultados de la Fase 2:
El vector solución x es: [0]
El valor de la función objetivo es: $-$
El vector de costos reducidos es: $-$
Los índices básicos finales son: $-$

2.2.3. Caso 3: Ejercicio en clase

Formato canónico:

Minimizar $-x_1 - 3x_2$

sujeto a $x_1 - 2x_2 \leq 4$

$-x_1 + x_2 \leq 3$

$x_1, x_2 \geq 0$

Formato estándar:

Minimizar $-x_1 - 3x_2$

sujeto a $x_1 - 2x_2 + x_3 = 4$

$-x_1 + x_2 + x_4 = 3$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Índices obtenidos de la Fase 1:
Índices básicos: [2 3]
Índices no básicos: [1 4]
Resultados de la Fase 2:
El vector solución x es: []
El valor de la función objetivo es: $-$
El vector de costos reducidos es: []

Los índices básicos finales son: []

2.3. Múltiples soluciones:

2.3.1. Caso 1:

Formato canónico:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & 2x_1 + 4x_2 \\ \text{sujeto a} & x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ & x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Formato estándar:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & 2x_1 + 4x_2 \\ \text{sujeto a} & x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ & x_1 + x_2 + x_4 = 4 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

Índices obtenidos de la Fase 1:
Índices básicos: [2 4]
Índices no básicos: [1 3]
Resultados de la Fase 2:
El vector solución x es: [0 2 0 3]
El valor de la función objetivo es: 8
El vector de costos reducidos es: [2 4]
Los índices básicos finales son: [1 3]

2.3.2. Caso 2:

Formato canónico:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & 14x_1 + 6x_2 \\ \text{sujeto a} & 3x_1 + 5x_2 \leq 15 \\ & 8x_1 - 12x_2 \leq 12 \\ & 7x_1 + 3x_2 \leq 14 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Formato estándar:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & 14x_1 + 6x_2 \\ \text{sujeto a} & 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 15 \\ & 8x_1 - 12x_2 + x_4 = 12 \\ & 7x_1 + 3x_2 + x_5 = 14 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array}$$

Índices obtenidos de la Fase 1:
Índices básicos: [1 2 3]
Índices no básicos: [4 5]

Resultados de la Fase 2:
El vector solución x es: [1,8889 0,25 8,03 0 0]
El valor de la función objetivo es: 28
El vector de costos reducidos es: [0 2]
Los índices básicos finales son: [1 2 3]

2.3.3. Caso 3: Ejercicio en clase

Formato canónico:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & -2x_1 - 4x_2 \\ \text{sujeto a} & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & -x_1 + x_2 \leq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Formato estándar:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & -2x_1 - 4x_2 \\ \text{sujeto a} & x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ & -x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{array}$$

Índices obtenidos de la Fase 1:
Índices básicos: [1 2]
Índices no básicos: [3 4]
Resultados de la Fase 2:
El vector solución x es: [0,6 1,6 0 0]
El valor de la función objetivo es: -8
El vector de costos reducidos es: [2 0]
Los índices básicos finales son: [1 2]

2.4. Solución no factible:

2.4.1. Caso 1:

Formato canónico:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & 5x_1 + x_2 \\ \text{sujeto a} & -5x_1 + x_2 \leq 3 \\ & 5x_1 + x_2 \geq 10 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Formato estándar:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & 5x_1 + x_2 \\ \text{sujeto a} & -5x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ & 5x_1 + x_2 - x_4 = 10 \\ & 2x_1 + x_2 + x_5 = 4 \end{array}$$

Índices obtenidos de la Fase 1:
Índices básicos: [1 3 7]
Índices no básicos: [2 4 5]
Resultados de la Fase 2:
El vector solución x es: []
El valor de la función objetivo es: −
El vector de costos reducidos es: []

2.4.2. Caso 2:

Formato canónico:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & x_1 + x_2 \\ \text{sujeto a} & x_1 - 2x_2 \leq 4 \\ & x_1 - 2x_2 \geq 40 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Formato estándar:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & x_1 + x_2 \\ \text{sujeto a} & x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\ & x_1 - 2x_2 - x_4 = 40 \end{array}$$

Índices obtenidos de la Fase 1:
Índices básicos: [1 6]
Índices no básicos: [2 3 4]
Resultados de la Fase 2:
El vector solución x es: []
El valor de la función objetivo es: −
El vector de costos reducidos es: []

2.4.3. Caso 3: Ejercicio en clase

Formato canónico:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & x_1 + x_2 \\ \text{sujeto a} & 6x_1 + 5x_2 \geq 300 \\ & 20x_1 + 20x_2 \leq 100 \\ & x_2 \geq 30 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Formato estándar:

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & x_1 + x_2 \\ \text{sujeto a} & 6x_1 + 5x_2 - x_3 = 300 \\ & 20x_1 + 20x_2 + x_4 = 100 \\ & x_2 - x_5 = 30 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{array}$$

Índices obtenidos de la Fase 1:

Índices básicos: $[2\ \ 3\ \ 8]$

Índices no básicos: $[1\ \ 4\ \ 5]$

Resultados de la Fase 2:

El vector solución x es: []

El valor de la función objetivo es: −

El vector de costos reducidos es: []

Los índices básicos finales son: []