Taller 4 colectivo

Tuesday, September 21, 2021 6:07 PM

Temas: Valor esperado y varianza condicionales, transformadas

1. En un juego un participante gana con probabilidad p y pierde con probabilidad $1-p$. Cada repetición del juego es independiente de las anteriores. Si un participante apuesta una cantidad S y gana, recibe S unidades adicionales. Si pierde el juego, pierde lo apostado. Si $p > 1/2$, la estrategia Kelly consiste en siempre apostar una fracción $2p-1$ de la fortuna actual. Calcule el valor esperado de la fortuna después de n juegos suponiendo que la fortuna inicial es x y se usa la estrategia Kelly.

- Las v.a's implicadas son:

- X_i: gana o pierde en el intento i

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & p \\ 0, & 1-p \end{cases}$$

- $$Y = \sum^{n} X_i$$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \end{cases}$$

- La ganancia en el intento i

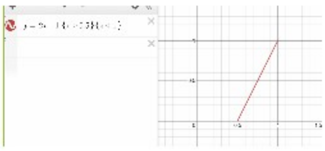
Reward$_i$ = R_i

$$f_R(r) = \begin{cases} r, & p \\ -r, & 1-p \end{cases}$$

- la Ganancia total

$$G = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

la forma de apostar de kelly:



- Vamos a calcular el valor esperado a través de la FGM de Y:

$$FGM_Y = \left((1-p) + pe^t\right)^n$$

$$FGM_X = (1-p) + pe^t$$

- Reemplazamos FGM_X en FGM_Y

$$\left((1-p) + p\cdot\left[(1-p)+pe^t\right]\right)^n$$

$$\left((1-p)+p\cdot[(1-p)+pe^{t}]\right)$$

$$= (1-\cancel{p}+\cancel{p}-p^2+p^2e^t)^n$$

$$= \frac{d}{dt}(1-p^2+p^2e^t)^n = n(1-p^2+p^2e^t)^{n-1}\cdot p^2e^t$$

$$n(1-p^2+p^2e^t)^{n-1}\cdot p^2e^t \Big|_{t=0}$$

$$= n(1\cancel{-p^2+p^2e^0})^{n-1}\cdot p^2$$

$$= n(1)^{n-1}p^2 = \underbrace{np^2}$$ ⇒ Valor esperado de #victorias

fortuna actual en intento i:

$$\underbrace{x_{i+1}}_{\substack{\text{fortuna actual}\\ \text{después del}\\ \text{juego (si gano)}}} = \underbrace{2}_{\text{ganancia}}\cdot \underbrace{x_i\cdot(2p-1)}_{\text{aposté}} + \underbrace{x_i\cdot 2(1-p)}_{\text{lo que no aposté}}$$

dinero que queda en caso de que gane

$$\underbrace{x_{i+1}}_{\substack{\text{fortuna actual}\\ \text{después del}\\ \text{juego (si pierdo)}}} = \underbrace{x_i\cdot 2(1-p)}_{\text{lo que no aposté}}$$

juego (si pierdo)