



EXAMEN FINAL
24 de noviembre de 2021

Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: de 10:00 a 12:00 a.m.**
- Sólo se permite el uso de calculadoras como medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- Las cámaras deben estar activas durante todo el examen.
- Puede usar una única hoja con apuntes. El uso de libros u otro recurso “analógico” diferente no está permitido.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- Al finalizar, suba a eaulas un **único** archivo .pdf con su solución y su hoja de formulas llamado apellido nombre Examen final.

1. (25 pts) Sean X y Y variables aleatorias continuas con PDF conjunta:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} 2 & \text{si } y + x \leq 1, x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{d.l.c.} \end{cases}$$

Encuentre $COV(X, Y)$

2. (25 pts) Sea X el número de defectos en un circuito eléctrico. El jefe de control de calidad afirma que el número de defectos en un circuito eléctrico sigue una distribución Poisson con media igual a 0.7. Se toma una muestra aleatoria de $n = 60$ circuitos y se mide el número de defectos que tiene cada uno. Los resultados obtenidos fueron:

Número de defectos	Frecuencia observada
0	32
1	15
2	9
3	4

¿Existe evidencia suficiente para decir que el jefe de control de calidad tiene razón en su afirmación con un valor $\alpha = 0.05$?

3. (25 pts)

Sean X y Y variables aleatorias continuas con PDF conjunta:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} cx + 1 & \text{si } y + x \leq 1, x \geq 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{d.l.c.} \end{cases}$$



- a) Realice una gráfica en el plano $x - y$ mostrando el rango de X y Y
- b) Determine el valor de la constante c
- c) Encuentre las PDFs marginales $f_X(x)$ y $f_Y(y)$

4. (25 pts) Sean X, Y y Z variables aleatorias independientes, donde X es Bernoulli con parámetro $1/3$, Y exponencial con parámetro 3 y Z Poisson con parámetro 2.

- a) Considere la nueva variable aleatoria $U = XY + (1 - X)Z$. Encuentre la función generatriz de momentos asociada con U .
- b) Encuentre la función generatriz de momentos asociada con $2Z + 3$.
- c) Encuentre la función generatriz de momentos asociada con $Y + Z$.