Teoría de la Computación

Clase 22: Variantes de Máquinas de Turing

Mauro Artigiani

08 Octubre 2021

Universidad del Rosario, Bogotá

Variantes de TM

Existen muchas *variantes* de máquinas de Turing. Por ejemplo:

Variantes de `TM`

Existen muchas *variantes* de máquinas de Turing. Por ejemplo:

- Máquinas múlticintas
- Máquinas no deterministas.
- Cinta bilateral infinita.

Variantes de `TM`

Existen muchas *variantes* de máquinas de Turing. Por ejemplo:

- Máquinas múlticintas
- Máquinas no deterministas.
- Cinta bilateral infinita.

Todas estas variantes tienen el mismo poder computacional.

Una buena analogía es la siguiente: cada variante de una `TM` es como un distinto lenguaje de programación. A la apariencia son muy distintos, pero todos pueden ser utilizados para programar un dato algoritmo.

Máquina multicintas

Sea k un número natural, $k \geq 2$. Consideramos una `TM` con k cintas.

Máquina multicintas

Sea k un número natural, $k \geq 2$. Consideramos una `TM` con k cintas. La función de transición ahora es definida de la siguiente manera:

$$\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^k \times \{L, R, S\}^k,$$
$$(q_i, a_1, \ldots, a_k) \mapsto (q_j, b_1, \ldots, b_k, D_1, \ldots, D_k)$$

Máquina multicintas

Sea k un número natural, $k \geq 2$. Consideramos una `TM` con k cintas. La función de transición ahora es definida de la siguiente manera:

$$\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^k \times \{L, R, S\}^k,$$
$$(q_i, a_1, \ldots, a_k) \mapsto (q_j, b_1, \ldots, b_k, D_1, \ldots, D_k)$$

donde $q_i, q_j \in Q$, $a_i, b_i \in \Gamma$, $D_i \in \{L, R, S\}$. S significa: *stay*, es decir: la cabeza se queda en la misma posición.

Máquina multicintas

Sea k un número natural, $k \geq 2$. Consideramos una `TM` con k cintas. La función de transición ahora es definida de la siguiente manera:

$$\delta : Q \times \Gamma^k \to Q \times \Gamma^k \times \{L, R, S\}^k,$$
$$(q_i, a_1, \ldots, a_k) \mapsto (q_j, b_1, \ldots, b_k, D_1, \ldots, D_k)$$

donde $q_i, q_j \in Q$, $a_i, b_i \in \Gamma$, $D_i \in \{L, R, S\}$. S significa: *stay*, es decir: la cabeza se queda en la misma posición.

Para mostrar que un `TM` con k cintas es equivalente a una con una cinta, debemos mostrar como simular k cintas en un máquina de Turing estándar.

Idea de la simulación

Supongamos que $\Gamma = \{0, 1, \$, \%, \sqcup\}$.

Codificación de la multicinta:

0	0	1	1	...	
$\uparrow$					

$\Rightarrow$

$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	...	
$\uparrow$					

Idea de la simulación

Supongamos que $\Gamma = \{0, 1, \$, \%, \sqcup\}$.

Codificación de la multicinta:

$\hat{0}$	0	1	1	$\ldots$	
$\hat{\sqcup}$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$	

$\uparrow$

0	0	1	1	$\ldots$	

$\uparrow$

$\Rightarrow$

$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\ldots$	

$\uparrow$

Idea de la simulación

Supongamos que $\Gamma = \{0, 1, \$, \%, \sqcup\}$.

Codificación de la multicinta:

0	0	1	1	…	

$\uparrow$

$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	…	

$\uparrow$

$\Rightarrow$

$\hat{0}$	0	1	1	…	
$\hat{\sqcup}$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	…	

$\uparrow$

	$\sqcup$	$\$$	$\%$	$\hat{\sqcup}$	$\hat{\$}$	$\hat{\%}$
$\sqcup$	a	b	c	d	e	f
$\hat{\sqcup}$	g	h	i	j	k	l
0	m	n	o	p	q	r
$\hat{0}$	s	t	u	v	w	x
1	y	z	A	B	C	D
$\hat{1}$	E	F	G	H	I	J

Idea de la simulación

Supongamos que $\Gamma = \{0, 1, \$, \%, \sqcup\}$.

Codificación de la multicinta:

0	0	1	1	$\dots$	

$\uparrow$

$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\dots$	

$\uparrow$

$\Rightarrow$

$\hat{0}$	0	1	1	$\dots$	
$\hat{\sqcup}$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\sqcup$	$\dots$	

$\uparrow$

v	m	y	y	a	$\dots$

$\uparrow$

	$\sqcup$	$\$$	$\%$	$\hat{\sqcup}$	$\hat{\$}$	$\hat{\%}$
$\sqcup$	a	b	c	d	e	f
$\hat{\sqcup}$	g	h	i	j	k	l
0	m	n	o	p	q	r
$\hat{0}$	s	t	u	v	w	x
1	y	z	A	B	C	D
$\hat{1}$	E	F	G	H	I	J

Idea de la simulación

Codificación de la configuración de máquina:

La máquina arranca en la configuración

$$\text{estado} — \# — \#,$$

donde # significa que todavía tiene que procesar esa parte.

Idea de la simulación

Codificación de la configuración de máquina:

La máquina arranca en la configuración

$$\text{estado} — \# — \#,$$

donde # significa que todavía tiene que procesar esa parte.

Ahora la máquina mueve la primera de sus unidades de control virtuales para buscar en la parte superior de la cinta el símbolo correspondiente a la posición de la unidad de control en la primera cinta de la `TM` multicinta:

$$\text{estado} — \text{símbolo cinta } 1 — \#$$

Codificación de la configuración de máquina:

La máquina arranca en la configuración

$$\text{estado} — \# — \#,$$

donde # significa que todavía tiene que procesar esa parte.

Ahora la máquina mueve la primera de sus unidades de control virtuales para buscar en la parte superior de la cinta el símbolo correspondiente a la posición de la unidad de control en la primera cinta de la `TM` multicinta:

$$\text{estado} — \text{símbolo cinta 1} — \#$$

Ahora hace lo mismo para la segunda cinta:

$$\text{estado} — \text{símbolo cinta 1} — \text{símbolo cinta 2}$$

Idea de la simulación

Nuestro simulador se mueve de acuerdo a las reglas de la `TM` multicinta.

Idea de la simulación

Nuestro simulador se mueve de acuerdo a las reglas de la `TM` multicinta. Supongamos que estamos en la configuración

$$q \text{ — } 0 \text{ — } \sqcup,$$

y tengamos

$$\delta(q, 0, \sqcup) = (q', 1, \$, R, R).$$

Idea de la simulación

Nuestro simulador se mueve de acuerdo a las reglas de la TM multicinta. Supongamos que estamos en la configuración

$$q \text{ — } 0 \text{ — } \sqcup,$$

y tengamos

$$\delta(q, 0, \sqcup) = (q', 1, \$, R, R).$$

Entonces el simulador cambia el 0 en la parte superior de la cinta para 1, el $\sqcup$ para \$, mueve las cabezas virtuales a la izquierda y la derecha y se encuentra en la configuración

$$q' \text{ — } \# \text{ — } \#.$$

Idea de la simulación

Simulación:

1. Codificar la entrada;

Idea de la simulación

Simulación:

1. Codificar la entrada;
2. Obtener la configuración de máquina;

Idea de la simulación

Simulación:

1. Codificar la entrada;
2. Obtener la configuración de máquina;
3. Modificar el estado de acuerdo a δ;

Idea de la simulación

Simulación:

1. Codificar la entrada;
2. Obtener la configuración de máquina;
3. Modificar el estado de acuerdo a δ;
4. Reemplazar los símbolos en cada cinta simulada y mover la unidad de control respectiva;

Idea de la simulación

Simulación:

1. Codificar la entrada;
2. Obtener la configuración de máquina;
3. Modificar el estado de acuerdo a δ;
4. Reemplazar los símbolos en cada cinta simulada y mover la unidad de control respectiva;
5. Volver al paso 2.

Resumen

Resumen

Hoy aprendimos:

- Qué las variantes (razonables) de máquinas de Turing tienen todas el mismo poder computacional;
- Cómo simular una máquina de Turing con dos cintas a través de una `TM` estándar.