Solución Parcial 2:

1. X va poisson b>0

λ E(x) de una Poisson

$$\frac{\lambda}{b} \geq \sum_{i=b}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}\lambda^i}{i!}$$

Usar Markov.

Sea X va poisson y b>0

Nóte que $P(x \geq b) = \sum_{i=b}^{\infty} P_x(x)$ ← Sumatoria de todos los X's, $x \geq b$.

Com b>0, es no negativo usamos la desigualdad de Markov:

$$\frac{E(x)}{b} \geq P(x \geq b)$$

$$\frac{\lambda}{b} \geq \sum_{i=b}^{\infty} P_x(x) \quad \square$$

vale 30.

FGM ← 2. X exp $\lambda=3$, Y Poisson $\lambda=2$

a. FGM exp es $\frac{\lambda}{\lambda-s} = M_x(s)$

$$E(x) = \left.\frac{d M_x(s)}{ds}\right|_{s=0} = \left.\frac{3}{(3-s)^2}\right|_{s=0} = \frac{1}{3}$$

$$E(x^2) = \left.\frac{d^2 M_x(s)}{ds^2}\right|_{s=0} = \left.\frac{2\cdot 3}{(3-s)^3}\right|_{s=0} = \frac{2\cdot 3}{3^3} = \frac{2}{3^2} = \frac{2}{9}$$

Segundo Momento de X.

b. $FGM(2X+Y) = E\left(e^{s(2X+Y)}\right) = E\left(e^{2Xs}\cdot e^{Ys}\right) \alpha$

Pues son ind. $\rightarrow \alpha = E(e^{2Xs})\cdot E(e^{Ys})$

$$= M_x(2s)\cdot M_y(s)$$

$$= \frac{3}{3-2s}\circ e^{2(e^s-1)}$$

→ FGM de 2X+Y

3. Dice Toss n times (Dado Justo)

Binomiales $\leftarrow$ (X # 3's vistos, Y # 6's vistos) — Parámetros n y $P = \frac{1}{6}$

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$\left(\frac{n!}{x!(n-x)!} \cdot \frac{n!}{y!(n-y)!}\right) = \frac{(n!)^2}{x!\cdot y!(n-x)!(n-y)!}$$

$E(x) = \frac{n}{6} = E(y)$ $\quad E(x)\cdot E(y) = \frac{n^2}{36}$ $\quad Var(x) = Var(y) = n\frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{6}\right)$

$$= \frac{n}{6} - \frac{n}{36}$$

$$= \frac{6n-n}{36} = \frac{5n}{36}$$

$$E(XY) = \sum_{x=1}^{n}\sum_{y=1}^{n} x\cdot y \; P_{xy}(x,y)$$

$$= \sum_{(x=1,y=1)}^{n} x\cdot y \binom{n}{x}\binom{n}{y}\left(\frac{1}{6}\right)^{x+y}\left(1-\frac{1}{6}\right)^{2n-x-y}$$

$$Cov(X,Y) = E(XY) - E(X)\cdot E(Y) = E(xy) - \frac{n^2}{36}$$

$$\rho(x,y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{\left(\frac{5n}{36}\right)^2}} = \frac{Cov(X,Y)}{\frac{5n}{36}} = \frac{36E(XY) - n^2}{5n} = \frac{36E(XY)}{5n} - \frac{n}{5}$$

4.

X: Hora de llegada tren Unif [8, 12] $\quad E(x) = \frac{20}{2} = 10 \leftarrow$ Espero que llegue a las 10 am.

y el retorna 2 horas en Prom.

H: Ingreso Pasajeros exp Con $\lambda(y) = \frac{1}{y} = \frac{1}{x-8}$

Duración

Como el $E(X)=10 \leftarrow$ y: Duración desde las 8 am hasta que llega el tren.

Podemos saber que el tren llega a esa hora, luego $y = 2$ horas

Pues de 8 a 10 hay 2 horas.

$\downarrow$

Luego $\lambda(y) = \frac{1}{2}$

a. $E(H) = E(E(H|X)) = E(X-8) = E(X) - 8$
$= 10 - 8 = 2 \rightarrow$ El tren espera 2 horas en un día Cualquiera.

$$E(H|X=10) = \frac{1}{\lambda(y)} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$E(H|X=n) = n-8$$

$$E(H|X) = X-8$$

b. {Llega y los recoge, Tiempo estimado de esa operación?} J

$E(X) = 10 \leftarrow$ Esperamos que el tren llegue a las 10 am

$J = E(X) + E(H) = 10 + 2 = 12$ esperamos que el tren retorne a las 12m