Teoría de la Computación

Clase 17: Lenguajes independientes del contexto y autómatas de pila

Mauro Artigiani

20 septiembre 2021

Universidad del Rosario, Bogotá

Equivalencia entre CFL y PDA

La equivalencia

Estamos en la mitad de la demostración del siguiente:

Teorema

Un lenguaje es independiente del contexto si y solo si es reconocido por un autómata de pila.

La equivalencia

Estamos en la mitad de la demostración del siguiente:

Teorema

Un lenguaje es independiente del contexto si y solo si es reconocido por un autómata de pila.

En la otra clase hemos introducidos todas las ideas atrás de la demostración de la implicación inversa, que hoy acabamos.

La implicación inversa: la gramática G

Definiciones

Supongamos que $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \{q_{\text{accept}}\})$.

Las variables de la gramática G, que será equivalente a P, son $\{A_{pq}, p, q \in Q\}$. La variable inicial es $A_{q_0 q_{\text{accept}}}$.

Definiciones

Supongamos que $P = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \{q_{\text{accept}}\})$.

Las variables de la gramática G, que será equivalente a P, son $\{A_{pq}, p, q \in Q\}$. La variable inicial es $A_{q_0 q_{\text{accept}}}$.

Las reglas de G son las siguientes:

1. Para cada $p, q, r, s \in Q$, $u \in \Gamma$, $\mathtt{a}, \mathtt{b} \in \Sigma_\varepsilon$, si $(r, u) \in \delta(p, \mathtt{a}, \varepsilon)$ y $(q, \varepsilon) \in \delta(s, \mathtt{b}, u)$, definimos la regla $A_{pq} \to \mathtt{a} A_{rs} \mathtt{b}$.
2. Para cada $p, q, r \in Q$ ponemos la regla $A_{pq} \to A_{pr} A_{rq}$.
3. Finalmente, para cada $p \in Q$ ponemos $A_{pp} \to \varepsilon$.

La gramática G es equivalente a P

G es equivalente a P

Queremos demostrar ahora que la gramática G que acabamos de describir genera todas las palabras del lenguaje de P, y nada más.

G es equivalente a P

Queremos demostrar ahora que la gramática G que acabamos de describir genera todas las palabras del lenguaje de P, y nada más.

Más precisamente, queremos mostrar que A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$ si y solo si en P podemos ir desde p a q, empezando y terminando con la pila vacía, leyendo $\mathtt{x}$.

G es equivalente a P

Queremos demostrar ahora que la gramática G que acabamos de describir genera todas las palabras del lenguaje de P, y nada más.

Más precisamente, queremos mostrar que A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$ si y solo si en P podemos ir desde p a q, empezando y terminando con la pila vacía, leyendo $\mathtt{x}$.

Proposición

Si A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$, entonces $\mathtt{x}$ lleva P del estado p con la pila vacía a q con la pila vacía.

En manera sintética, se puede escribir

$$A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x} \implies (p, \mathtt{x}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (q, \varepsilon, \varepsilon)$$

G es equivalente a P

Queremos demostrar ahora que la gramática G que acabamos de describir genera todas las palabras del lenguaje de P, y nada más.

Más precisamente, queremos mostrar que A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$ si y solo si en P podemos ir desde p a q, empezando y terminando con la pila vacía, leyendo $\mathtt{x}$.

Proposición

Si A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$, entonces $\mathtt{x}$ lleva P del estado p con la pila vacía a q con la pila vacía.

En manera sintética, se puede escribir

$$A_{pq} \stackrel{*}{\Rightarrow} \mathtt{x} \implies (p, \mathtt{x}, \varepsilon) \stackrel{*}{\vdash} (q, \varepsilon, \varepsilon)$$

La demostración es *por inducción* sobre el número de derivaciones desde A_{pq} hasta $\mathtt{x}$.

G es equivalente a P: primera parte

Paso base: la derivación es de longitud 1.

En este caso aplicamos una única regla, que necesariamente no tiene ninguna variable en el lado derecho.

G es equivalente a P: primera parte

Paso base: la derivación es de longitud 1.

En este caso aplicamos una única regla, que necesariamente no tiene ninguna variable en el lado derecho. Las únicas reglas de G sin variables en el lado derecho son $A_{pp} \to \varepsilon$. En este caso P va desde p hasta p empezando y terminando con la pila vacía.

G es equivalente a P: primera parte

Paso base: la derivación es de longitud 1*.*

En este caso aplicamos una única regla, que necesariamente no tiene ninguna variable en el lado derecho. Las únicas reglas de G sin variables en el lado derecho son $A_{pp} \to \varepsilon$. En este caso P va desde p hasta p empezando y terminando con la pila vacía.

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para derivaciones de longitud $k \geq 1$ *o menos y demostrémola por derivaciones de longitud* $k+1$*.*

G es equivalente a P: primera parte

Paso base: la derivación es de longitud 1*.*

En este caso aplicamos una única regla, que necesariamente no tiene ninguna variable en el lado derecho. Las únicas reglas de G sin variables en el lado derecho son $A_{pp} \to \varepsilon$. En este caso P va desde p hasta p empezando y terminando con la pila vacía.

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para derivaciones de longitud $k \geq 1$ *o menos y demostrémola por derivaciones de longitud* $k + 1$*.*

La primera derivación puede ser $A_{pq} \Rightarrow \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$ o $A_{pq} \Rightarrow A_{pr}A_{rq}$.

Consideramos los dos casos separadamente.

G es equivalente a P: primera parte

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para derivaciones de longitud $k \geq 1$ *o menos y demostrémolas por derivaciones de longitud* $k + 1$.

Si la primera derivación es $A_{pq} \Rightarrow A_{pr}A_{rq}$, llamemos y y z los pedazos de x que son generados por A_{pr} y por A_{rq} respectivamente, con $\mathrm{x} = \mathrm{yz}$.

G es equivalente a P: primera parte

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para derivaciones de longitud $k \geq 1$ o menos y demostrémolas por derivaciones de longitud $k + 1$.

Si la primera derivación es $A_{pq} \Rightarrow A_{pr}A_{rq}$, llamemos y y z los pedazos de x que son generados por A_{pr} y por A_{rq} respectivamente, con $\mathrm{x} = \mathrm{yz}$.

Dado que $A_{pr} \overset{*}{\Rightarrow} \mathrm{y}$ en máximo k pasos, por hipótesis inductiva, sabemos que P va desde p a r empezando y terminando con la pila vacía.

G es equivalente a P: primera parte

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para derivaciones de longitud $k \geq 1$ o menos y demostrémolas por derivaciones de longitud $k + 1$.

Si la primera derivación es $A_{pq} \Rightarrow A_{pr}A_{rq}$, llamemos y y z los pedazos de x que son generados por A_{pr} y por A_{rq} respectivamente, con $\mathrm{x} = \mathrm{yz}$.

Dado que $A_{pr} \stackrel{*}{\Rightarrow} \mathrm{y}$ en máximo k pasos, por hipótesis inductiva, sabemos que P va desde p a r empezando y terminando con la pila vacía. Lo mismo vale para $A_{rq} \stackrel{*}{\Rightarrow} \mathrm{z}$.

G es equivalente a P: primera parte

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para derivaciones de longitud $k \geq 1$ o menos y demostrémolas por derivaciones de longitud $k + 1$.

Si la primera derivación es $A_{pq} \Rightarrow A_{pr}A_{rq}$, llamemos y y z los pedazos de x que son generados por A_{pr} y por A_{rq} respectivamente, con $\mathrm{x} = \mathrm{yz}$.

Dado que $A_{pr} \overset{*}{\Rightarrow} \mathrm{y}$ en máximo k pasos, por hipótesis inductiva, sabemos que P va desde p a r empezando y terminando con la pila vacía. Lo mismo vale para $A_{rq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathrm{z}$.

Entonces x lleva a P desde p a q empezando y terminando con la pila vacía.

G es equivalente a P: primera parte

Si la primera derivación es $A_{pq} \Rightarrow \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$, llamemos $\mathtt{y}$ el pedazo de $\mathtt{x}$ generado por A_{rs}, de manera que $\mathtt{x} = \mathtt{ayb}$.

G es equivalente a P: primera parte

Si la primera derivación es $A_{pq} \Rightarrow \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$, llamemos $\mathtt{y}$ el pedazo de $\mathtt{x}$ generado por A_{rs}, de manera que $\mathtt{x} = \mathtt{ayb}$.

Dado que $A_{rs} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{y}$ en máximo k pasos, por hipótesis inductiva, sabemos que $(r, \mathtt{y}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (s, \varepsilon, \varepsilon)$

G es equivalente a P: primera parte

Si la primera derivación es $A_{pq} \Rightarrow \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$, llamemos $\mathtt{y}$ el pedazo de $\mathtt{x}$ generado por A_{rs}, de manera que $\mathtt{x} = \mathtt{ayb}$.

Dado que $A_{rs} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{y}$ en máximo k pasos, por hipótesis inductiva, sabemos que $(r, \mathtt{y}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (s, \varepsilon, \varepsilon)$ Además, dado que G contiene la regla $A_{pq} \to \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$, sabemos que existe un símbolo u del álfabeto de la pila tal que

$$p \xrightarrow{a, \varepsilon \to u} r \qquad \text{y} \qquad s \xrightarrow{b, u \to \varepsilon} q$$

G es equivalente a P: primera parte

Si la primera derivación es $A_{pq} \Rightarrow \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$, llamemos $\mathtt{y}$ el pedazo de $\mathtt{x}$ generado por A_{rs}, de manera que $\mathtt{x} = \mathtt{ayb}$.

Dado que $A_{rs} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{y}$ en máximo k pasos, por hipótesis inductiva, sabemos que $(r, \mathtt{y}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (s, \varepsilon, \varepsilon)$ Además, dado que G contiene la regla $A_{pq} \to \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$, sabemos que existe un símbolo u del álfabeto de la pila tal que

$$p \xrightarrow{a, \varepsilon \to u} r \qquad \text{y} \qquad s \xrightarrow{b, u \to \varepsilon} q$$

Entonces, P empieza desde p con la pila vacía, lee $\mathtt{a}$ y se mueve hasta r escribiendo u en la pila. De allí sigue leyendo $\mathtt{y}$ y termina en s siempre con u en la pila. Finalmente, lee $\mathtt{b}$ y borra u de la pila.

G es equivalente a P: primera parte

Si la primera derivación es $A_{pq} \Rightarrow \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$, llamemos $\mathtt{y}$ el pedazo de $\mathtt{x}$ generado por A_{rs}, de manera que $\mathtt{x} = \mathtt{ayb}$.

Dado que $A_{rs} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{y}$ en máximo k pasos, por hipótesis inductiva, sabemos que $(r, \mathtt{y}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (s, \varepsilon, \varepsilon)$ Además, dado que G contiene la regla $A_{pq} \to \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$, sabemos que existe un símbolo u del álfabeto de la pila tal que

$$p \xrightarrow{a,\varepsilon \to u} r \quad \text{y} \quad s \xrightarrow{b,u \to \varepsilon} q$$

Entonces, P empieza desde p con la pila vacía, lee $\mathtt{a}$ y se mueve hasta r escribiendo u en la pila. De allí sigue leyendo $\mathtt{y}$ y termina en s siempre con u en la pila. Finalmente, lee $\mathtt{b}$ y borra u de la pila.

Resumiendo, hemos mostrado que P se mueve desde p con la pila vacía hasta q con la pila vacía, como queríamos, lo que acaba nuestra demostración por inducción.

G es equivalente a P: segunda parte

Proposición

Si $\mathtt{x}$ lleva P desde p hasta q, empezando y terminando con la pila vacía, entonces A_{pq} genera $\mathtt{x}$.

G es equivalente a P: segunda parte

Proposición

Si $\mathtt{x}$ lleva P desde p hasta q, empezando y terminando con la pila vacía, entonces A_{pq} genera $\mathtt{x}$.

En manera sintética, se puede escribir

$$(p, \mathtt{x}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (q, \varepsilon, \varepsilon) \implies A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$$

G es equivalente a P: segunda parte

Proposición

Si $\mathtt{x}$ lleva P desde p hasta q, empezando y terminando con la pila vacía, entonces A_{pq} genera $\mathtt{x}$.

En manera sintética, se puede escribir

$$(p, \mathtt{x}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (q, \varepsilon, \varepsilon) \implies A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$$

También esta demostración será *por inducción* sobre el número de pasos computacionales para llegar desde p hasta q en P.

G es equivalente a P: segunda parte

Proposición

Si x lleva P desde p hasta q, empezando y terminando con la pila vacía, entonces A_{pq} genera x.

En manera sintética, se puede escribir

$$(p, \mathrm{x}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (q, \varepsilon, \varepsilon) \implies A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathrm{x}$$

También esta demostración será *por inducción* sobre el número de pasos computacionales para llegar desde p hasta q en P.

Paso base: la computación tiene 0 *pasos.*

G es equivalente a P: segunda parte

Proposición

Si $\mathtt{x}$ lleva P desde p hasta q, empezando y terminando con la pila vacía, entonces A_{pq} genera $\mathtt{x}$.

En manera sintética, se puede escribir

$$(p, \mathtt{x}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (q, \varepsilon, \varepsilon) \implies A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$$

También esta demostración será *por inducción* sobre el número de pasos computacionales para llegar desde p hasta q en P.

Paso base: la computación tiene 0 *pasos.*

En este caso necesariamente P empieza y termina en el mismo estado p. Dado que en 0 pasos P no lee ningún símbolo necesariamente $\mathtt{x} = \varepsilon$ y, de hecho, G tiene la regla $A_{pp} \to \varepsilon$.

G es equivalente a P: segunda parte

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para un número de computaciones igual a $k \geq 1$ *o menos y demostrémola por* $k+1$ *computaciones.*

G es equivalente a P: segunda parte

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para un número de computaciones igual a $k \geq 1$ *o menos y demostrémola por* $k + 1$ *computaciones.*

También en este caso hay dos posibilidades: si P lee $\mathtt{x}$ y se mueve desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía la pila puede vaciarse en algún punto intermedio o no.

G es equivalente a P: segunda parte

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para un número de computaciones igual a $k \geq 1$ *o menos y demostrémola por* $k + 1$ *computaciones.*

También en este caso hay dos posibilidades: si P lee $\mathtt{x}$ y se mueve desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía la pila puede vaciarse en algún punto intermedio o no.

Si la pila se vacía en un estado r intermedio, cada porción de la computación desde p hasta r y desde r hasta q tiene máximo k pasos.

G es equivalente a P: segunda parte

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para un número de computaciones igual a $k \geq 1$ o menos y demostrémola por $k + 1$ computaciones.

También en este caso hay dos posibilidades: si P lee $\mathtt{x}$ y se mueve desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía la pila puede vaciarse en algún punto intermedio o no.

Si la pila se vacía en un estado r intermedio, cada porción de la computación desde p hasta r y desde r hasta q tiene máximo k pasos. Sean $\mathtt{y}$ el input leído desde p hasta r y $\mathtt{z}$ el input leído desde r hasta q.

G es equivalente a P: segunda parte

Paso inductivo: asumamos que la Proposición sea cierta para un número de computaciones igual a $k \geq 1$ o menos y demostrémola por $k+1$ computaciones.

También en este caso hay dos posibilidades: si P lee $\mathtt{x}$ y se mueve desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía la pila puede vaciarse en algún punto intermedio o no.

Si la pila se vacía en un estado r intermedio, cada porción de la computación desde p hasta r y desde r hasta q tiene máximo k pasos. Sean $\mathtt{y}$ el input leído desde p hasta r y $\mathtt{z}$ el input leído desde r hasta q.

Por hipótesis inductiva $A_{pr} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{y}$ y $A_{rq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{z}$. Dado que en G está la regla $A_{pq} \to A_{pr}A_{rq}$, hemos mostrado que $A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$.

G es equivalente a P: segunda parte

Finalmente, asumamos que P lea $\mathtt{x}$ y se mueva desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía sin que la pila se vacíe en algún punto intermedio y mostremos que $A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$.

G es equivalente a P: segunda parte

Finalmente, asumamos que P lea $\mathtt{x}$ y se mueva desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía sin que la pila se vacíe en algún punto intermedio y mostremos que $A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$.

En este caso, el primer símbolo que escribimos en la pila será también el último que borraremos, llamémoslo u.

G es equivalente a P: segunda parte

Finalmente, asumamos que P lea $\mathtt{x}$ y se mueva desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía sin que la pila se vacíe en algún punto intermedio y mostremos que $A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$.

En este caso, el primer símbolo que escribimos en la pila será también el último que borraremos, llamémoslo u.

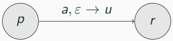
Supongamos de empezar leyendo $\mathtt{a}$, moviéndonos desde p hasta r. De manera similar, el último símbolo leído se llamará $\mathtt{b}$ y P se moverá desde s hasta q.

G es equivalente a P: segunda parte

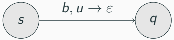
Finalmente, asumamos que P lea $\mathtt{x}$ y se mueva desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía sin que la pila se vacíe en algún punto intermedio y mostremos que $A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$.

En este caso, el primer símbolo que escribimos en la pila será también el último que borraremos, llamémoslo u.

Supongamos de empezar leyendo $\mathtt{a}$, moviéndonos desde p hasta r. De manera similar, el último símbolo leído se llamará $\mathtt{b}$ y P se moverá desde s hasta q.



y



G es equivalente a P: segunda parte

Finalmente, asumamos que P lea $\mathtt{x}$ y se mueva desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía sin que la pila se vacíe en algún punto intermedio y mostremos que $A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$.

En este caso, el primer símbolo que escribimos en la pila será también el último que borraremos, llamémoslo u.

Supongamos de empezar leyendo $\mathtt{a}$, moviéndonos desde p hasta r. De manera similar, el último símbolo leído se llamará $\mathtt{b}$ y P se moverá desde s hasta q.

Por definición de G, tenemos la regla $A_{pq} \to \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$.

G es equivalente a P: segunda parte

Sea $\mathtt{x} = \mathtt{ayb}$. Dado que $\mathtt{y}$ lleva P desde r hasta s empezando y terminando con el símbolo u en la pila, también lleva P desde r hasta s empezando y terminando con la pila vacía.

G es equivalente a P: segunda parte

Sea $\mathtt{x} = \mathtt{ayb}$. Dado que $\mathtt{y}$ lleva P desde r hasta s empezando y terminando con el símbolo u en la pila, también lleva P desde r hasta s empezando y terminando con la pila vacía.

Dado que tenemos

$$\underbrace{(p, \mathtt{ayb}, \varepsilon) \vdash (r, \mathtt{yb}, u) \overset{*}{\vdash} (s, \mathtt{b}, u) \vdash (q, \varepsilon, \varepsilon)}_{k+1 \text{ pasos computacionales}},$$

entonces

$$\underbrace{(r, \mathtt{y}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (s, \varepsilon, \varepsilon)}_{k-1 \text{ pasos computacionales}} \quad ,$$

y entonces, por hipótesis inductiva, tenemos $A_{rs} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{y}$.

G es equivalente a P: segunda parte

Sea $\mathtt{x} = \mathtt{ayb}$. Dado que $\mathtt{y}$ lleva P desde r hasta s empezando y terminando con el símbolo u en la pila, también lleva P desde r hasta s empezando y terminando con la pila vacía.

Dado que tenemos

$$\underbrace{(p, \mathtt{ayb}, \varepsilon) \vdash (r, \mathtt{yb}, u) \overset{*}{\vdash} (s, \mathtt{b}, u) \vdash (q, \varepsilon, \varepsilon)}_{k+1 \text{ pasos computacionales}},$$

entonces

$$\underbrace{(r, \mathtt{y}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (s, \varepsilon, \varepsilon)}_{k-1 \text{ pasos computacionales}} \quad ,$$

y entonces, por hipótesis inductiva, tenemos $A_{rs} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{y}$.

Dado que $A_{pq} \to \mathtt{a}A_{rs}\mathtt{b}$ y $A_{rs} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{y}$, tenemos que $A_{pq} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$, lo que acaba la demostración por inducción.

Resumen de la demostración

Hemos demostrado que A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$ si y solo si P se mueve desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía, lo que demuestra que G genera todas (y solamente) las palabras aceptadas por P.

Resumen de la demostración

Hemos demostrado que A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$ si y solo si P se mueve desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía, lo que demuestra que G genera todas (y solamente) las palabras aceptadas por P.

Supongamos entonces que P acepte $\mathtt{x}$.

Resumen de la demostración

Hemos demostrado que A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$ si y solo si P se mueve desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía, lo que demuestra que G genera todas (y solamente) las palabras aceptadas por P.

Supongamos entonces que P acepte $\mathtt{x}$. Es decir: $(q_0, \mathtt{x}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (q_{\text{accept}}, \varepsilon, \varepsilon)$.

Resumen de la demostración

Hemos demostrado que A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$ si y solo si P se mueve desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía, lo que demuestra que G genera todas (y solamente) las palabras aceptadas por P.

Supongamos entonces que P acepte $\mathtt{x}$. Es decir:
$(q_0, \mathtt{x}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (q_{\text{accept}}, \varepsilon, \varepsilon)$.

Luego G puede generar $\mathtt{x}$: $A_{q_0 q_{\text{accept}}} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$.

Resumen de la demostración

Hemos demostrado que A_{pq} genera la palabra $\mathtt{x}$ si y solo si P se mueve desde p hasta q empezando y terminando con la pila vacía, lo que demuestra que G genera todas (y solamente) las palabras aceptadas por P.

Supongamos entonces que P acepte $\mathtt{x}$. Es decir:
$(q_0, \mathtt{x}, \varepsilon) \overset{*}{\vdash} (q_{\text{accept}}, \varepsilon, \varepsilon)$.

Luego G puede generar $\mathtt{x}$: $A_{q_0 q_{\text{accept}}} \overset{*}{\Rightarrow} \mathtt{x}$.

La recíproca es similar. Entonces $L(G) = L(P)$, lo que acaba la demostración de la equivalencia entre `CFLs` y `PDAs`.

Resumen

Resumen

Hoy aprendimos:

- Cómo construir una gramática independiente del contexto equivalente a un `PDA`.