Primer Parcial

26 de febrero de 2021

Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: de 7:00 a 9:00**.
- Puede tener **una** hoja manuscrita de resumen con fórmulas. Esta hoja debe estar marcada con el nombre del estudiante y entregarse con el parcial.
- No se permite el uso de libros o apuntes, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- La cámara de su computador debe estar encendida todo el tiempo durante la duración del examen.
- No se permite el uso de ningún tipo de dispositivo para buscar soluciones a los puntos del parcial ni para comunicarse con otras personas.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente **justificadas**.

1. [20 ptos.] En la elaboración de un producto P se requiere de una sustancia S. La cantidad de P que se obtiene en el proceso de transformación es menor o igual que el doble de la cantidad de sustancia S utilizada. Por otro lado, la diferencia entre las cantidades de producto P obtenido y de sustancia S utilizada no supera los 2 gramos, mientras que la suma no sobrepasa los 6 gramos. Además se utiliza por lo menos 1 gramo de S y se elabora al menos 1 gramo de P. El precio de la sustancia S en el mercado es de 40 pesos/gramo, y el precio del producto P es de 50 pesos/gramo.

   Plantee este problema como un programa lineal donde se maximice el beneficio neto (ingresos menos egresos) de la actividad de transformación.

2. [20 ptos.] Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned} \max\ & x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{s.a. } & x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 2 \\ & 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

   Responda las siguientes preguntas breve y claramente. **Justifique** adecuadamente.

   a) [10 ptos.] Escriba este problema en formato estándar. ¿Es posible tener x_1 y x_2 como variables básicas al mismo tiempo (en la misma base)?

   b) [10 ptos.] La solución óptima a este problema es $x^* = [1\ 0\ 0]$ y el valor de la función de la función objetivo en este punto es $z^* = 1$. El valor de las variables duales asociadas a las restricciones es $w' = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \end{bmatrix}$. Suponga que el lado derecho de la segunda restricción crece en una unidad tal que $b' = \begin{bmatrix} 2 & 3 \end{bmatrix}$, ¿En cuánto cambiaría el valor de la función objetivo debido al cambio en b?

3. [30 ptos.] Dado el siguiente problema de programación lineal

$$
\begin{aligned}
\min\ & 10x_1 + x_2 \\
\text{s.a. } & x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 2 \\
& 2x_1 + 46x_2 - 2x_4 = 12 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.
\end{aligned}
$$

Utilice el método de las dos fases para encontrar una solución básica factible inicial si existe.

4. [30 ptos.] Dado el siguiente problema de programación lineal

$$
\begin{aligned}
\min\ & 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 - 2x_4 \\
\text{s.a. } & -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \geq 2 \\
& 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 \geq 1 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.
\end{aligned}
$$

a) [10 ptos.] Formule el problema dual asociado.

b) [20 ptos.] A partir de la solución óptima del problema dual, $w^* = \begin{bmatrix} 4 & 1 \end{bmatrix}$, obtenga la solución del problema primal dado.