1. Considere el siguiente programa lineal:

$$\begin{aligned} \max\ & x_1 + x_2 \\ \text{s.a.}\ & -x_1 + x_2 \leq 4 \\ & 2x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ & 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

   (a) Resuelva el problema usando el método gráfico.

   (b) Encuentre todas las soluciones básicas. Cuales de las soluciones son factibles? Cuales de las soluciones son degeneradas?

2. Se tiene el siguiente programa lineal:

$$\begin{aligned} \min\ & -2x_1 - x_2 - 3x_3 \\ \text{s.a.}\ & x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 3 \\ & -2x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

   (a) Re-escriba este problema en forma estándar.

   (b) La solución $x = [1/2, 1/2, 1/2]$ es factible para el problema original. Determine la solución asociada al incluir las variables de holgura para convertir el problema a formato estándar. ¿Es ésta una solución básica factible? Si no lo es, utilice el método de prueba del Teorema Fundamental de PL para encontrar una solución básica factible a partir de esta solución.

   (c) ¿Es la solución básica factible óptima?

3. Se tiene el siguiente programa lineal:

fui a hacer este y paila
me da una solución que es
"óptima" pero no es factible

osea los coef reducidos no negativos
pero x_b es inviable

$$\begin{aligned} \max\ & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a.}\ & x_1 + x_2 \leq 9 \\ & x_1 \leq 5 \\ & x_2 \leq 7 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

   (a) Re-escriba este problema en forma estándar.

   (b) Resuelva este problema usando el método simplex. Tenga en cuenta que la base inicial se puede construir a partir de las variables de holgura. ¿Cuál es la solución óptima? ¿Es el problema no acotado?

   (c) Resuelva el problema gráficamente y verifique sus resultados. Muestre la secuencia de puntos extremos visitados por el método simplex.

4. Considere el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned} \min\ & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.a.}\ & x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ & 2x_1 - 3x_2 \geq -6 \\ & x_1 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

   (a) Plantee el problema en formato estándar.
   (b) Considere la solución $x_1 = 5$, $x_2 = 0$. ¿Es esta una solución básica factible? ¿Por qué? Si no lo es, construya una solución básica factible.
   (c) A partir de la solución básica factible del punto anterior y usando el método simplex encuentre la solución óptima al problema.
   (d) Resuelva el problema gráficamente y verifique sus resultados. Muestre la secuencia de puntos extremos visitados por el método simplex.

5. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned} \max\ & x_1 + x_2 + x_3 \\ \text{s.a.}\ & x_1 + 2x_2 + 6x_3 \leq 2 \\ & 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 2 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

   (a) Considerando el problema en formato estándar, ¿cuántas posibles soluciones básicas tiene este problema?
   (b) El conjunto de puntos $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ se puede considerar un hiperplano de soporte para el problema planteado?
   (c) Escriba este problema en formato estándar. ¿Es posible tener x_1 y x_2 como variables básicas al mismo tiempo (en la misma base)?
   (d) La solución óptima a este problema es $x^* = [1\ 0\ 0]$ y el valor de la función de la función objetivo en este punto es $z^* = 1$. El valor de las variables duales asociadas a las restricciones es $w' = \begin{bmatrix}0 & 1/2\end{bmatrix}$. Suponga que el lado derecho de la segunda restricción crece en una unidad tal que $b' = \begin{bmatrix}2 & 3\end{bmatrix}$, ¿En cuánto cambiaría el valor de la función objetivo debido al cambio en b?

6. Se tiene un programa lineal en forma estándar con m restricciones y n variables de decisión:

$$\begin{aligned} \min\ & c'x \\ \text{s.a.}\ & Ax = b \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

(a) En una iteración del método simplex, ¿cuánto cambia la función objetivo si se ha decidido que entra la variable no-básica x_j, cuyo costo reducido $\bar{c}_j = -4$, y el criterio de la razón mínima ha arrojado un valor de 3?

(b) Sea $\bar{x}$ una solución factible con m entradas diferentes de cero. ¿Es esta solución un punto extremo del poliedro que define la región factible?

(c) ¿Es posible que una solución óptima tenga más de m variables estrictamente positivas?

7. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned} \min\ & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.a. } & x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ & 2x_1 - 3x_2 \geq -6 \\ & x_1 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(a) Plantee este problema en formato estándar.

(b) Adicione una variable artificial para encontrar un solución factible inicial. ¿Qué solución encuentra? ¿Qué puede concluir sobre la factibilidad del problema?

8. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned} \min\ & 2x_1 + 3x_2 \\ \text{s.a. } & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & -2x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ & x_1 \geq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(a) Plantee este problema en formato estándar.

(b) Adicione dos variables artificiales para encontrar un solución factible inicial. ¿Qué solución encuentra? ¿Qué puede concluir sobre el problema?

9. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned} \max\ & x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \text{s.a. } & x_1 - 2x_2 + x_3 = 6 \\ & -x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

(a) ¿Puede $I_b = \{1, 2\}$ ser una base factible para inicializar el método simplex?

(b) Utilice el método simplex enseñado en clase con una base factible inicial $I_b = \{1, 3\}$ para encontrar una solución óptima al problema si existe.

10. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned} \min\ & 10x_1 + x_2 \\ \text{s.a. } & x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 2 \\ & 2x_1 + 6x_2 - 2x_4 = 12 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{aligned}$$

Utilice el método de las dos fases para encontrar una solución básica factible inicial si existe.

11. En una fabrica de metales se produce una aleación metálica que contiene al menos 90 % de hierro, cobre entre el 5 % y 8 %, y el resto de otros metales. Esta fabrica ha recibido un pedido para fabricar 1000 kg de esta aleación a un precio de 450 pesos/kg. La aleación se puede fabricar a partir de dos materiales reciclados, los cuales contienen los materiales requeridos en diferentes concentraciones:

	Hierro	Cobre	Otros
material 1	95 %	3 %	2 %
material 2	85 %	1 %	14 %

El costo del material 1 es de 150 pesos/kg, mientras que el costo del material 2 es de 50 pesos/kg. Sin embargo, la fabrica también puede usar materiales puros. Estos tiene un costo de 150 pesos/kg el cobre y de 500 pesos/kg el hierro. Ademas, fundir un kg de ya sea de material o de metal puro le cuesta a la fabrica 50 pesos/kg.

(a) Plantee un problema de programación lineal que determine cuanto de cada material debe ser cargado en el horno para que la fabrica maximice sus utilidades.

(b) Re-escriba el programa lineal del anterior numeral en formato estándar.

(c) Encuentre una solución factible inicial con la fase 1 del método de las dos fases.

12. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned} \max\ & w_1 + w_2 - 2w3 \\ \text{s.a. } & -w_1 + 2w_2 + 2w_3 \leq 10 \\ & w_1 + -w_3 \leq 9 \\ & w_1 + 2w_2 = 3 \\ & -w_1 + 2w_2 + w_3 \geq 5 \\ & w_1, w_2, w_3 \geq 0. \end{aligned}$$

Formule el problema primal a partir del problema dual dado.

13. Dado el siguiente problema de programación lineal (primal)

$$\begin{aligned}
\max\ & -x_1 + 2x_2 - 3x_3 \\
\text{s.a. } & x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 1 \\
& 2x_1 - x_2 - 3x_3 \leq 4 \\
& x_1 + x_2 + 5x_3 \leq 2 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0.
\end{aligned}$$

    Plantee el sistema de ecuaciones que le permite encontrar la solución del problema dual (valor óptimo de las variables duales), a partir de la solución óptima del problema primal.

14. Dado el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned}
\min\ & 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 - 2x_4 \\
\text{s.a. } & -x_1 + x_2 + x_3 - x_4 \geq 2 \\
& 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 \geq 1 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.
\end{aligned}$$

    (a) Formule el problema dual asociado.
    (b) A partir de la solución óptima del problema dual, $w^* = \begin{bmatrix} 4 & 1 \end{bmatrix}$, obtenga la solución del problema primal dado.