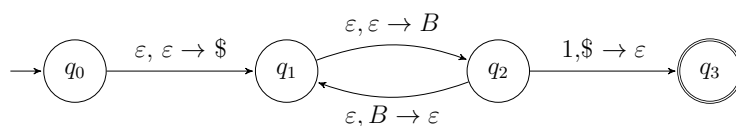


EJERCICIO 1: Usando el procedimiento descrito en clase, encuentre el PDA equivalente a la siguiente CFG:

$$G = \{S \rightarrow 0S0 \mid 0S1 \mid 1S0 \mid 1S1 \mid \varepsilon\}$$

EJERCICIO 2: Escriba las reglas de la forma $A_{pq} \rightarrow aA_{rs}b$ que corresponden a la CFG que genera el lenguaje del siguiente PDA:



EJERCICIO 3: Complete las partes faltantes de la demostración del siguiente teorema:

Teorema 1. Sea $L = \{0^i 1^j 2^k : i \leq j \leq k\}$. No existe una CFG G tal que $L = L(G)$.

Demostración. Supongamos por absurdo que existe una gramática independiente del contexto G tal que $L = L(G)$. Por el lema de bombeo existe una constante de bombeo p . Sea $s = 0^p 1^p 2^p$. Observe que $s \in L$ y que $|s| \geq p$. Entonces $s = uvxyz$ y se tienen las afirmaciones siguientes:

Afirmación 1. Ni v ni y pueden contener más de un tipo de símbolo 0, 1 o 2 (p.ej., no pueden ser 01).

Demostración de la afirmación 1.

Supongamos por absurdo que $v = 01$ (los demás casos son similares). Por la propiedad (i) del lema de bombeo se tiene que

$(\rightarrow \leftrightarrow)$. Por lo tanto ni v ni y contienen más de un tipo de símbolo.

□

Afirmación 2. Como y y v sólo tienen un tipo de símbolo, entonces se tienen tres casos. El primero es que el símbolo que y y v no contienen sea 0. En este caso se sigue que $0^p 1^r 2^s \in L(G)$ donde $r < p$ o $s < p$.

Demostración de la afirmación 2.

Supongamos sin pérdida de generalidad que $|v| > 0$. Entonces, por la propiedad (i) del lema de bombeo se tiene que

□

Afirmación 3. Si el símbolo que y y v no contienen es 1, entonces $0^r 1^p 2^s \in L(G)$ donde o bien $r > p$, o bien $s < p$.

Demostración de la afirmación 3.

Por la propiedad (iii) del lema de bombeo se sigue que v e y constan del mismo signo (o bien 0 o bien 2). Supongamos sin pérdida de generalidad que $|v| > 0$. Entonces, por la propiedad (i) del lema de bombeo se tiene que

□

Afirmación 4. Si el símbolo que y y v no contienen es 2, entonces $a^r b^s c^p \in L(G)$ donde o bien $r > p$, o bien $s > p$.

Demostración de la afirmación 4.

Supongamos sin pérdida de generalidad que $|v| > 0$. Entonces, por la propiedad (i) del lema de bombeo se tiene que

□

Por la afirmación 1 se sigue que y sólo puede cumplir alguno de los casos considerados por las afirmaciones 2, 3 y 4, y en todos ellos se sigue que existe $w \in L(G)$ tal que $w \notin L$ ($\rightarrow \leftrightarrow$). Por lo tanto, no existe una gramática independiente del contexto G tal que $L = L(G)$.

□

EJERCICIO 4: Demuestre que el siguiente lenguaje no es independiente del contexto. Suponga que $\Sigma = \{0, 1\}$:

$$L = \{ww : w \in \Sigma^*\}$$

EJERCICIO 5: Demuestre que el siguiente lenguaje no es independiente del contexto. Suponga que $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ y que $N_a(w)$ es el número de ocurrencias del símbolo a en la cadena w :

$$L = \{w \in \Sigma^* : N_0(w) = N_1(w) = N_2(w)\}$$