

Temas: Valor esperado y varianza condicionales, transformadas

1. En un juego un participante gana con probabilidad p y pierde con probabilidad $1-p$. Cada repetición del juego es independiente de las anteriores. Si un participante apuesta una cantidad S y gana, recibe S unidades adicionales. Si pierde el juego, pierde lo apostado. Si $p > 1/2$, la estrategia Kelly consiste en siempre apostar una fracción $2p - 1$ de la fortuna actual. Calcule el valor esperado de la fortuna después de n juegos suponiendo que la fortuna inicial es x y se usa la estrategia Kelly.
2. Un profesor retirado llega a la oficina a una hora que se distribuye uniformemente entre las 9:00 a.m. y la 1:00 p.m., realiza una actividad y se va al terminar la actividad. La duración de la actividad se distribuye exponencialmente con parámetro $\lambda(y) = 1/(5-y)$, donde y es la duración del intervalo entre las 9:00 a.m. y el momento en que llega el profesor, en horas.
 - a) Determine el valor del tiempo que el profesor dedica a realizar la actividad un día cualquiera.
 - b) ¿Cuál es la hora esperada a la que el profesor termina su actividad?
3. Sea X una variable aleatoria con función de masa de probabilidad

$$p_X(k) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & k = 1, \\ \frac{1}{4}, & k = 2, 3, \\ 0, & \text{dlc.} \end{cases}$$

Determine la transformada de X y utilícela para calcular los tres primeros momentos de X .

4. Calcule el tercer y cuarto momento de una variable aleatoria normal estándar.
5. Determine el tercer, cuarto y quinto momento de una variable aleatoria exponencial con parámetro λ .
6. Determine la función de densidad de probabilidad de una variable aleatoria continua X con transformada

$$M_X(s) = \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{2-s}\right) + \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{3}{3-s}\right).$$

7. Un vendedor de pizza vende n tipos de pizza. Diariamente lo visitan K clientes, donde K es una variable aleatoria entera no-negativa con transformada conocida $M_K(s) = E[e^{sK}]$. Cada cliente pide una sola pizza, cuyo tipo es seleccionado al azar con la misma probabilidad e independientemente del número de clientes y del tipo de pizza seleccionado por los otros clientes. Determine el valor esperado del *número de diferentes tipos de pizza pedidos* en un día empleando M_K .

Pistas: Defina variables aleatorias $\{X_i\}_{i=1}^n$, donde $X_i = 1$ si al menos un cliente pide el tipo de pizza i y $X_i = 0$ en caso contrario. Condicione en el valor de K para calcular $E[X|K]$, donde $X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$.