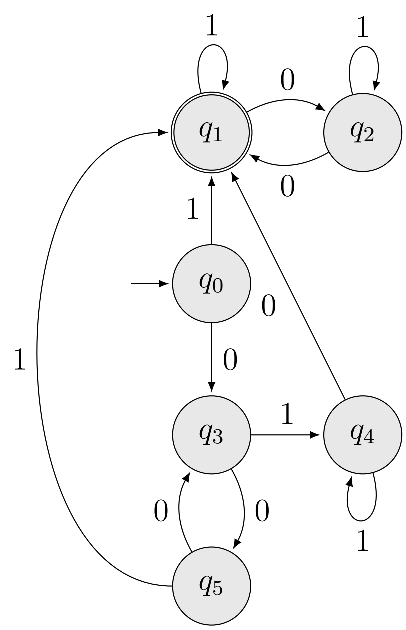
Solución Primer Parcial

23 de agosto de 2021

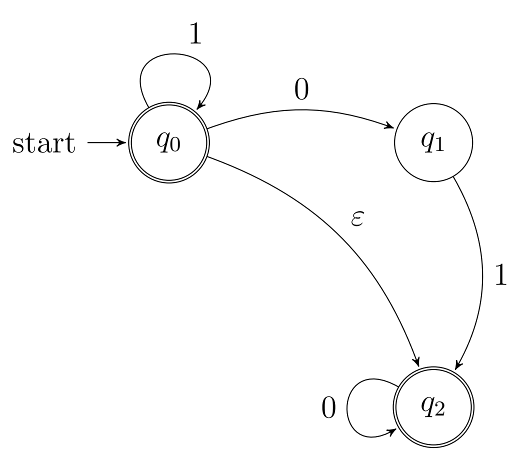
1. Dibuje el diagrama de transiciones de un DFA que acepte el siguiente lenguaje:

$$L = \{w \in \Sigma^* \colon w \text{ tiene un número par de 0s y por lo menos un } 1\}$$

Solución: Por ejemplo



2. Mediante el procedimiento visto en clase, encuentre y dibuje el diagrama de transiciones del DFA equivalente al siguiente NFA:



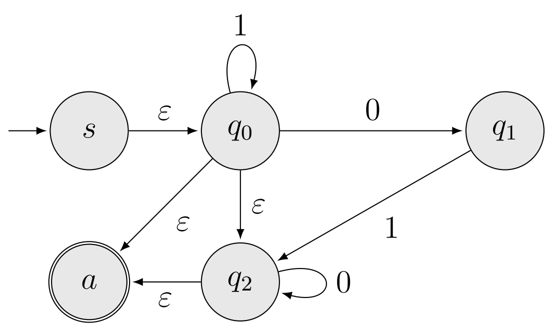
Solución: La función δ' es la siguiente

	0	1
$\{q_0\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$\{q_2\}$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\{q_1, q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$
$\{q_0, q_1, q_2\}$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_0, q_2\}$

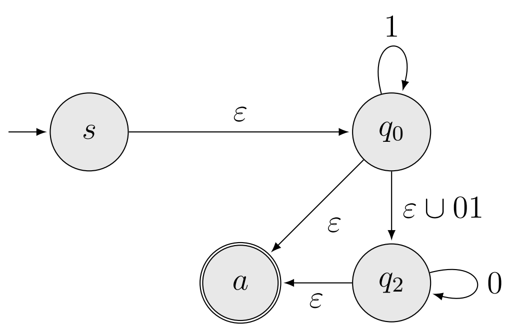
Nótese que los últimos 4 se encuentran uniendo las apropiadas transiciones anteriores. El estado inicial es $E(\{q_0\}) = \{q_0, q_2\}$. Los estados finales son todos los que contienen q_0 y q_2. El diagrama de estados se puede dibujar utilizando la información anterior.

3. Use el procedimiento basado en GNFA para encontrar la expresión regular del NFA del punto anterior.

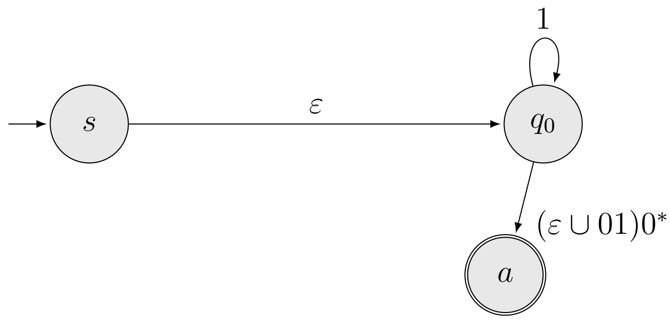
Solución: Primero introducimos un nuevo estado inicial y un nuevo estado final con transición ε desde cada estado que antes era final al nuevo estado final.



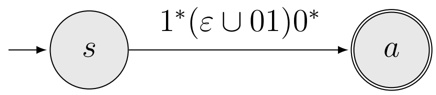
Quitamos q_1:



Quitamos q_2:



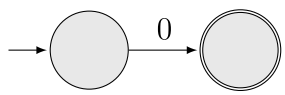
Quitamos q_1:



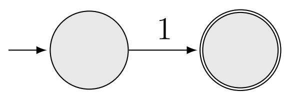
4. [0.5pts.] Use el procedimiento del Teorema de Kleene para encontrar un NFA para la expresión regular $((00^*1) \cup 01)^*$.

Solución: Vamos por pasos.

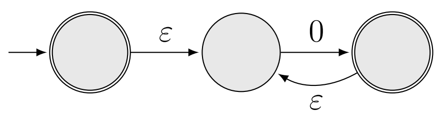
0:



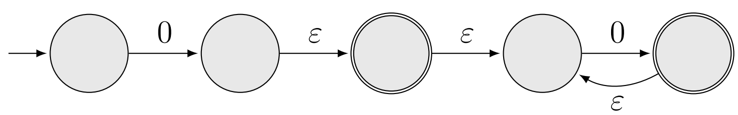
1:



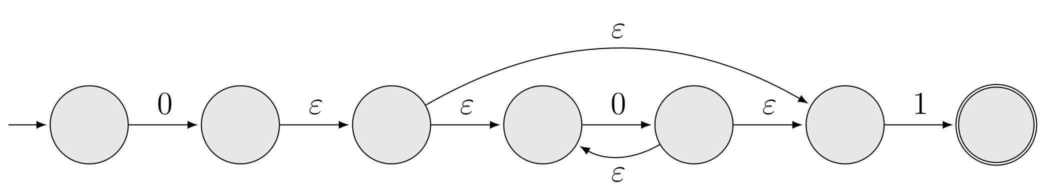
0^*:



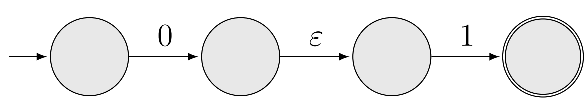
00^*:



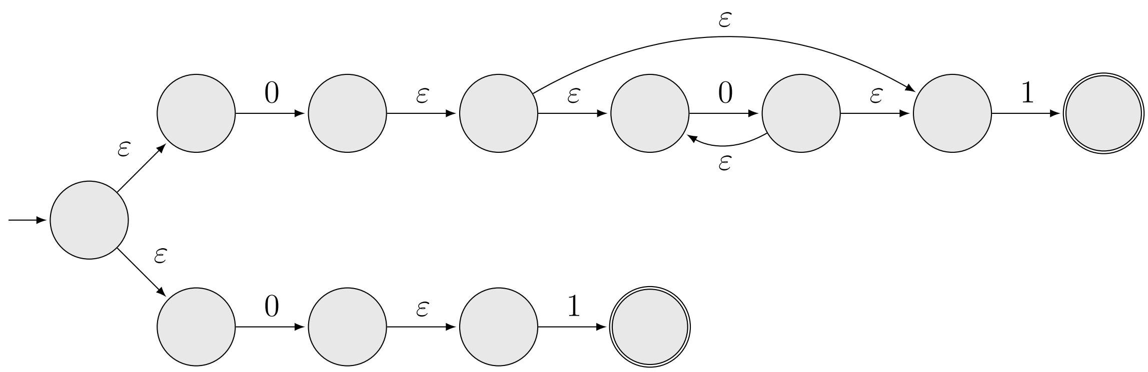
00^*1:



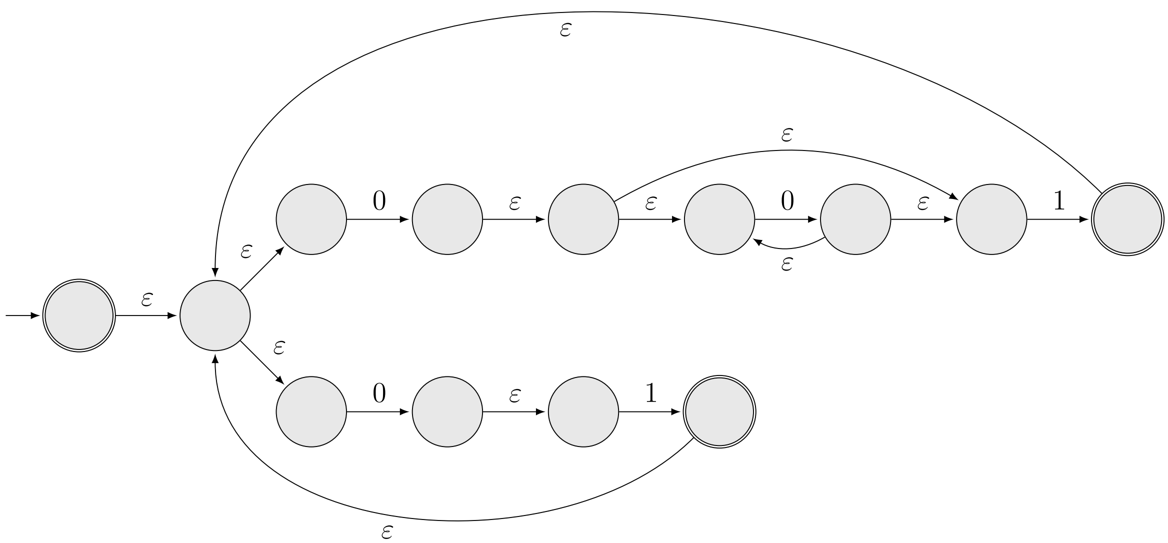
01:



$(00^*1) \cup 01$:



$(00^*1) \cup 01$:



5. [1pt.] Use el lema de bombeo para demostrar que el siguiente lenguaje no es regular:

$$L = \{1^i 0^j : 0 \leq i < j\}$$

Solución: Supongamos, para buscar una contraddicción que L sea regular. Luego, por el Lema de Bombeo, existe p longitud de bombeo.

Consideramos la palabra $w = 1^p 0^{p+1} \in L$. Se tiene $|w| = 2p + 1 \geq p$. Sea xyz una descomposición de w que satifsfaga las conclusiones del Lema de Bombeo. Nótese que la condición $|xy| \leq p$ implica que xy sea una porción, no vacía de la subpalabra 1^p. La condición $|y| > 0$, nos dice que y contiene necesariamente por lo menos un 1. Finalmente, la palabra $xyyz$ contiene por lo menos tantos 1s que 0s y, por esta razón, $xyyz \notin L$. De la contraddicción sigue que L no es regular.

6. [0.5pts.] Use la equivalencia entre expresiones regulares y DFA para demostrar que si R es un lenguaje regular, entonces el complemento de R es un lenguaje regular.

Solución: Sea $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ un autómata finito determinista que reconozca R. Es decir: $L(M) = R$.

Consideramos $M^c = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F^c)$, donde $F^c = \Sigma^* \setminus F$.

Sea ahora $w \in R^c = \Sigma^* \setminus R$. Siendo $w \notin R$ ne sigue que la computación de M de la palabra w termina en un estado que no pertenece a F. Por definición de complemento, entonces la computación de M de la palabra w termina en un estado de F^c. Es decir $w \in L(M^c)$.

De la misma manera se muestra que si $w \in L(M^c)$ entonces $w \in R^c$. Dado que $L(M^c) = R^c$, el lenguaje R^c es regular.