MACC
Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación

Maximización de ganancias agrícolas

(Proyecto optimización)

Alejandra Archbold - David Alsina - Andrey Lizarazo

26 de noviembre 2021

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Contenido

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Introducción

En este proyecto de optimización buscamos obtener la máxima cantidad de ganancia para una empresa agrícola, teniendo en cuenta el terreno cultivable disponible y buscando no producir un único tipo cultivo. Esto con el fin de evitar los problemas que trae el uso de monocultivos, y así favorecer la rotación de suelos, y además, reducir los riesgos de pérdidas de ingresos de la empresa.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Planteamiento del problema de optimización lineal

A continuación se presenta las variables y restricciones del problema lineal:

1. $\vec{X}$: Vector de las cantidades a cultivar en hectáreas X_i, donde cada i corresponde a una planta en específico.
2. $\vec{I}$: Vector de ingresos por hectárea cultivada de cada cultivo i.
3. $\vec{C}$: Vector de costos por hectárea cultivada de tipo de cultivo i.
4. b_i: Corresponde a un factor que da prioridad o no a un determinado cultivo.

Planteamiento del problema de optimización lineal

A continuación se presenta las variables y restricciones del problema lineal:

1. $\vec{X}$: Vector de las cantidades a cultivar en hectáreas X_i, donde cada i corresponde a una planta en específico.
2. $\vec{I}$: Vector de ingresos por hectárea cultivada de cada cultivo i.
3. $\vec{C}$: Vector de costos por hectárea cultivada de tipo de cultivo i.
4. b_i: Corresponde a un factor que da prioridad o no a un determinado cultivo.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Planteamiento del problema de optimización lineal

A continuación se presenta las variables y restricciones del problema lineal:

1. $\vec{X}$: Vector de las cantidades a cultivar en hectáreas X_i, donde cada i corresponde a una planta en específico.
2. $\vec{I}$: Vector de ingresos por hectárea cultivada de cada cultivo i.
3. $\vec{C}$: Vector de costos por hectárea cultivada de tipo de cultivo i.
4. b_i: Corresponde a un factor que da prioridad o no a un determinado cultivo.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Planteamiento del problema de optimización lineal

A continuación se presenta las variables y restricciones del problema lineal:

1. $\vec{X}$: Vector de las cantidades a cultivar en hectáreas X_i, donde cada i corresponde a una planta en específico.
2. $\vec{I}$: Vector de ingresos por hectárea cultivada de cada cultivo i.
3. $\vec{C}$: Vector de costos por hectárea cultivada de tipo de cultivo i.
4. b_i: Corresponde a un factor que da prioridad o no a un determinado cultivo.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Problema del problema de optimización lineal

Así el sistema planteado queda:

$$\textbf{Max } \vec{I}\cdot\vec{X} - \vec{C}\cdot\vec{X}$$

$$\textbf{s.a. } \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = Area\ total\ cultivable$$

$$X_i \leq \frac{b_i}{n}\cdot Area\ total\ cultivable$$

$$X_i \geq 0, \quad i = 1, \ldots, n$$

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Resultados Planteamiento lineal

Para nuestro planteamiento tomamos productos agrícolas como maíz, frijol, papa y albahaca. Luego, se evaluaron dos casos con dichos productos, pero de esos dos vamos a presentar uno a continuación.

Resultados Planteamiento lineal

Valores iniciales:

- *Íngresos:* [18 10 5 21], *Costos:* [5 4 2 4], por lo tanto el vector de coeficientes de la función de costo es igual $\boldsymbol{c} = [13\ 6\ 3\ 17]^T$.
- Área total: 20
- Cantidad de cultivos: $n = 4$

Factores de prioridad por cultivo:

- Maíz: $b_1 = 1.2$
- Frijol: $b_2 = 1$
- Papa: $b_3 = 1$
- Albahaca: $b_4 = 1.2$

El vector de restricciones es igual a $[6\ 5\ 5\ 6\ 20]^T$.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Resultados Planteamiento lineal

Formato canónico:

$$
\begin{aligned}
\text{Maximizar} \quad & 13x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 17x_4 \\
\text{sujeto a} \quad & x_1 \leq 6 \\
& x_2 \leq 5 \\
& x_3 \leq 5 \\
& x_4 \leq 6 \\
& x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20 \\
& x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0
\end{aligned}
$$

Resultados Planteamiento lineal

Índices obtenidos de la Fase 1:
Índices básicos: [1 2 3 4 5], *Índices no básicos:* [6 7 8].

Resultados de la Fase 2:
El vector solución x es: [6 5 3 6 0 0 2 0]
El vector de costos reducidos es: [3 10 14]
Los índices básicos finales son: [1 2 3 4 7]

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Conclusiones problema lineal

- El maíz y albahaca tienen mayor factor de prioridad respecto a los demás cultivos.
- El maíz, frijol y albahaca deben cultivarse a su mayor restricción posible debido a su relación ingreso-costo, esto para obtener resultados óptimos.
- La papa presenta menores ingresos y mayores costos.
- Los beneficios de la empresa agricultora son iguales a 219 unidades arbitrarias.

Conclusiones problema lineal

- El maíz y albahaca tienen mayor factor de prioridad respecto a los demás cultivos.
- El maíz, frijol y albahaca deben cultivarse a su mayor restricción posible debido a su relación ingreso-costo, esto para obtener resultados óptimos.
- La papa presenta menores ingresos y mayores costos.
- Los beneficios de la empresa agricultora son iguales a 219 unidades arbitrarias.

Conclusiones problema lineal

- El maíz y albahaca tienen mayor factor de prioridad respecto a los demás cultivos.
- El maíz, frijol y albahaca deben cultivarse a su mayor restricción posible debido a su relación ingreso-costo, esto para obtener resultados óptimos.
- La papa presenta menores ingresos y mayores costos.
- Los beneficios de la empresa agricultora son iguales a 219 unidades arbitrarias.

Conclusiones problema lineal

- El maíz y albahaca tienen mayor factor de prioridad respecto a los demás cultivos.
- El maíz, frijol y albahaca deben cultivarse a su mayor restricción posible debido a su relación ingreso-costo, esto para obtener resultados óptimos.
- La papa presenta menores ingresos y mayores costos.
- Los beneficios de la empresa agricultora son iguales a 219 unidades arbitrarias.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Planteamiento del problema de optimización no lineal

A continuación se presenta las variables y restricciones del problema no lineal:

1. $\vec{X}$: En este caso representa la cantidad de árboles x_i del tipo de árbol i a cultivar.
2. r_i : Representa el radio que abarca un árbol por sus raíces en mts.
3. $H(\vec{X})$: Esto representa una función logarítmica de ingresos. Estos ingresos son de Humus que es materia orgánica degradada a su último estado de descomposición por efectos de microorganismos.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Planteamiento del problema de optimización no lineal

A continuación se presenta las variables y restricciones del problema no lineal:

1. $\vec{X}$: En este caso representa la cantidad de árboles x_i del tipo de árbol i a cultivar.
2. r_i : Representa el radio que abarca un árbol por sus raíces en mts.
3. $H(\vec{X})$: Esto representa una función logarítmica de ingresos. Estos ingresos son de Humus que es materia orgánica degradada a su último estado de descomposición por efectos de microorganismos.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Planteamiento del problema de optimización no lineal

A continuación se presenta las variables y restricciones del problema no lineal:

1. $\vec{X}$: En este caso representa la cantidad de árboles x_i del tipo de árbol i a cultivar.
2. r_i : Representa el radio que abarca un árbol por sus raíces en mts.
3. $H(\vec{X})$: Esto representa una función logarítmica de ingresos. Estos ingresos son de Humus que es materia orgánica degradada a su último estado de descomposición por efectos de microorganismos.

Planteamiento del problema de optimización no lineal

- Para $H(\vec{X})$ La función tentativamente es de la forma:

$$\vec{v} \cdot \begin{bmatrix} ln(x_1) \\ ln(x_2) \\ ln(x_3) \\ ln(x_4) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} \vec{v}_i \cdot ln(x_i) \qquad (1)$$

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Planteamiento del problema de optimización no lineal

Luego tenemos otras variables como :

1. $\vec{I}$: Vector de ingresos por hectárea cultivada de cada árbol i.
2. $\vec{C}$: Vector de costos por hectárea cultivada de tipo de árbol i.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Planteamiento del problema de optimización no lineal

Luego tenemos otras variables como :

1. $\vec{I}$: Vector de ingresos por hectárea cultivada de cada árbol i.
2. $\vec{C}$: Vector de costos por hectárea cultivada de tipo de árbol i.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Planteamiento del problema de optimización no lineal

Así finalmente tenemos el sistema planteado de la siguiente manera:

$$\textbf{Max } (\vec{I} - \vec{C}) \cdot \vec{X} + H(\vec{X})$$

$$\textbf{s.a. } \sum_{i=1}^{n} x_i \left(r_i + \frac{r_i}{10}\right)^2 \pi = \text{ Área total}$$

$$x_i \geqslant 1, \quad i = 1, \ldots, n$$

$$x_i \leqslant \frac{b_i \cdot (\text{Área total})}{n\pi \left(r_i + \frac{r_i}{10}\right)^2} \quad i = 1, \ldots, n$$

Resultados planteamiento no lineal

En este caso simulamos la plantación de *cerezos, aguacate, mango y durazno*. Además, Para solucionar este problema implementamos una variante del método de penalización ideada por nosotros e inspirada en algunas otras ideas que hemos visto en el curso y sobre esta variante se presentaron varios casos, y uno de ellos será expuesto.

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Resultados planteamiento no lineal

Los valores de los ingresos, los costos y los factores de prioridad por cultivo fueron:

$$\vec{I} = \begin{bmatrix} 400 & 500 & 200 & 400 \end{bmatrix}$$
$$\vec{C} = \begin{bmatrix} 20 & 50 & 10 & 18 \end{bmatrix}$$

El vector de factores de prioridad es:

$$b = \begin{bmatrix} 1.2 & 1 & 1.3 & 1.3 \end{bmatrix}$$

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Resultados planteamiento no lineal

Con estos coeficientes las cantidades máximas de árboles que pueden plantarse de cada tipo son:

$$\begin{bmatrix} 631.3585 \\ 822.0813 \\ 75.9969 \\ 474.9803 \end{bmatrix}$$

Resultados planteamiento no lineal

El vector solución fue:

$$x^* = \begin{bmatrix} 515.7247 \\ 807.7704 \\ 43.0954 \\ 474.9803 \end{bmatrix}$$

El valor de la función objetivo es: 7.4915e+05

El valor del área ocupada con esta variable: 2.0000e+05

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Conclusiones problema no lineal

- Comenzamos por mantener un factor de penalización ρ constante para todas las restricciones, lo que causaba que el algoritmo no se adaptara tanto a los cambios en la función objetivo que construimos.
- Se dio un fenómeno interesante dado que en todo momento estaban presentes las restricciones de desigualdad, el algoritmo trataba de no alejarse demasiado de ninguna de estas restricciones porque la penalización para alejarse sería cuadrática.
- Pudimos verificar que se cumplen todas las restricciones, tanto las de desigualdad como las de igualdad, esta última es crítica ya que no podemos bajo ningún motivo plantar más árboles de los que permite el espacio

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Conclusiones problema no lineal

- Comenzamos por mantener un factor de penalización ρ constante para todas las restricciones, lo que causaba que el algoritmo no se adaptara tanto a los cambios en la función objetivo que construimos.
- Se dio un fenómeno interesante dado que en todo momento estaban presentes las restricciones de desigualdad, el algoritmo trataba de no alejarse demasiado de ninguna de estas restricciones porque la penalización para alejarse sería cuadrática.
- Pudimos verificar que se cumplen todas las restricciones, tanto las de desigualdad como las de igualdad, esta última es crítica ya que no podemos bajo ningún motivo plantar más árboles de los que permite el espacio

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Conclusiones problema no lineal

- Comenzamos por mantener un factor de penalización ρ constante para todas las restricciones, lo que causaba que el algoritmo no se adaptara tanto a los cambios en la función objetivo que construimos.
- Se dio un fenómeno interesante dado que en todo momento estaban presentes las restricciones de desigualdad, el algoritmo trataba de no alejarse demasiado de ninguna de estas restricciones porque la penalización para alejarse sería cuadrática.
- Pudimos verificar que se cumplen todas las restricciones, tanto las de desigualdad como las de igualdad, esta última es crítica ya que no podemos bajo ningún motivo plantar más árboles de los que permite el espacio

Universidad del Rosario | Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Bibliografía

Ion A. and Turek A.
Linear Programming in Agriculture: Case Study in Region of Development South-Mountenia. (English).
2012.

Factor Humus.
Revolucionario Humus de Lombriz.
s.f.

Maximiliano Salles Scarpari and Edgar Gomes Ferreira de Beauclair.
Optimized agricultural planning of sugarcane using linear programming, volume 31.
Universidad de La Habana, 2010.