suave

1. Se tienen 4 ingredientes y se desea preparar una mezcla (un kilo) a partir de estos ingredientes. La mezcla debe cumplir con ciertos requisitos en cuanto a 3 nutrientes: debe tener entre 15 y 20 unidades por kilo del nutriente A, a lo sumo 25 unidades por kilo del nutriente B, y por lo menos 8 unidades por kilo del nutriente C. Las concentraciones (por kilo) de estos nutrientes en cada uno de los ingredientes se resumen en la siguiente tabla:

	Ingrediente			
Nutriente	1	2	3	4
A	25	10	15	20
B	15	20	25	30
C	10	8	3	5

Los precios por kilo de los ingredientes 1, 2, 3 y 4 son 10, 12, 8, y 10, respectivamente. Se quiere encontrar la mezcla de mínimo costo. Plantee este problema como un programa lineal. Identifique claramente las variables de decisión, defina la función objetivo y las restricciones.

suave

2. Una red inalámbrica tiene n estaciones de transmisión, y hay m receptores que esperan recibir la señal. Cada estación transmite con potencia p_i, para $1 \leq i \leq n$. La ganancia de la estación i al receptor j es g_{ij}, es decir, la potencia recibida por el receptor j desde la estación i es $p_i g_{ij}$, para $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$. Se quiere minimizar la suma total de las potencias a las que transmiten las estaciones, asegurando que la potencia recibida en cada receptor sea de al menos P. Plantee este problema como un programa lineal.

suave

3. En la elaboración de un producto P se requiere de una sustancia S. La cantidad de P que se obtiene en el proceso de transformación es menor o igual que el doble de la cantidad de sustancia S utilizada. Por otro lado, la diferencia entre las cantidades de producto P obtenido y de sustancia S utilizada no supera los 2 gramos, mientras que la suma no sobrepasa los 6 gramos. Además se utiliza por lo menos 1 gramo de S y se elabora al menos 1 gramo de P. El precio de la sustancia S en el mercado es de 40 pesos/gramo, y el precio del producto P es de 50 pesos/gramo.

   Plantee este problema como un programa lineal donde se maximice el beneficio neto (ingresos menos egresos) de la actividad de transformación.

suave

4. En una zona industrial se tienen n plantas que utilizan m tipos de combustible. La energía requerida diariamente por la planta j es de b_j BTUs, para $1 \leq j \leq n$. El costo del combustible tipo i por tonelada es c_i, para $1 \leq i \leq m$. La energía producida por tonelada de combustible tipo i en la planta j es α_{ij}, para $1 \leq j \leq n$, $1 \leq i \leq m$. Se sabe que las emisiones, medidas en microgramos por metro cúbico, por tonelada de combustible tipo i consumido en en la planta j son iguales a d_{ij}, para $1 \leq j \leq n$, $1 \leq i \leq m$. El nivel de polución en el aire permitido en esta zona es de β microgramos por metro cúbico. Para calcular el aporte al nivel de polución de la planta j se deben ponderar sus emisiones por γ_j, un parámetro metereológico adimensional.

(a) Plantee un problema de programación lineal que determine cuanto combustible de cada tipo se debe utilizar en cada planta para minimizar el costo total por combustible, teniendo en cuenta las restricciones de energía y polución.

(b) Modifique el programa lineal del anterior numeral para minimizar las emisiones totales, sin restricciones de costo.

(c) Modifique el programa lineal del anterior numeral teniendo en cuenta que la planta j puede asumir un costo máximo de k_j, para $1 \leq j \leq n$.

5. Una panadería prepara dos tipos especiales de tortas. La torta tipo 1 requiere para su elaboración medio kilo de azúcar y 8 huevos, y tiene un precio de venta de 8 pesos. La torta tipo 2 necesita 1 kilo de azúcar y 8 huevos, y tiene un precio de venta de 10 pesos. En el almacén hay disponibles 10 kilos de azúcar y 120 huevos.

   (a) Plantee el problema y represente gráficamente el conjunto de soluciones.

   (b) Cuántas unidades de cada torta se deben producir para obtener el mayor ingreso por ventas?

6. Una empresa de químicos ha sido contratada para producir 55 gr de un producto M1 y 60 gr de un producto M2, los cuales requieren tres materiales fuente distintos. Sin embargo, esta empresa solo puede procesar los materiales de una fuente distinta cada día, con el fin de evitar contaminación cruzada de las fuentes. La capacidad diaria de procesamiento de materiales de cada fuente (en gramos por día), así como sus los costos de procesamiento por día (en $ por día), se describen en la siguiente tabla:

	M1 gr/día	M2 gr/día	Costo $/día
Fuente F1	4	4	10
Fuente F2	6	4	15
Fuente F3	2	6	12

   Plantee este problema como un programa lineal donde determine el número de días que deberá dedicar la empresa a cada fuente para procesar los materiales si ha de cumplir su compromiso a un costo total mínimo y en menos de dos semanas.

7. Escriba en formato estándar el siguiente problema de programación lineal

$$
\begin{aligned}
\max\ & -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 12 \\
\text{s.a. } & x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\
& 2x_1 + 3x_2 - x_3 \geq 5 \\
& x_1 + x_3 = 2 \\
& x_1 \geq 0 \\
& x_2 \leq 0 \\
& x_3 \text{ no restringida}
\end{aligned}
$$

8. Encuentre las soluciones básicas factibles de la región determinada por las siguientes inecuaciones

$$\begin{aligned}
&x_1 + x_2 \leq 6 \\
&x_1 + 9x_2 \geq 3 \\
&4x_1 - 2x_2 \geq -2 \\
&x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}$$

9. Considere el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned}
\min\ & 2x_1 + 3x_2 \\
\text{s.a. } & x_1 + 2x_2 \geq 4 \\
& 2x_1 - 3x_2 \geq -6 \\
& x_1 \leq 5 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}$$

   (a) Resuélvalo gráficamente. Cuál es la solución óptima? El valor óptimo de la función objetivo?
   (b) Si cambia la tercera restricción por $x_1 \leq 10$, cambia la solución óptima? Si así es, calcúlela.
   (c) Si se elimina la primera restricción, cambia la solución óptima? Si así es, calcúlela.

10. Considere el siguiente problema de programación lineal

$$\begin{aligned}
\min\ & x_1 - x_2 \\
\text{s.a. } & 2x_1 + x_2 \leq 6 \\
& x_1 \geq 1 \\
& x_1 \leq 5 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}$$

   (a) Plantee el problema en formato estándar.
   (b) Encuentre todas las bases para este problema.
   (c) Encuentre todas las soluciones básicas factibles.
   (d) Cuál es la solución óptima? El valor óptimo de la función objetivo?
   (e) Resuelva el problema gráficamente y verifique sus resultados.