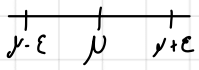
Hoja de fórmulas:

Ley débil números grandes: (LDNG)

Media muestral M_n Converge a μ con n grande.



○ Convergencia de sucesión de vca:

Sucesión ← $\{a_n\}$, $n\in\mathbb{N}$ Converge a, $a\in\mathbb{R}$ ($\lim_{n\to\infty} a_n = a$), si $\forall\varepsilon>0$, $\exists a_n$ tq $|a_n-a|<\varepsilon$, $\forall n\geq n$

Sucesión vca's iid → $\{Y_n\}$ Converge en probabilidad a, $a\in\mathbb{R}$ notado: $Y_n \xrightarrow[n\to\infty]{P} a$ si $\forall\varepsilon>0$ $\lim_{n\to\infty} P(|Y_n-a|\geq\varepsilon)=0$

1. LDNG $\Rightarrow M_n \xrightarrow[n\to\infty]{P} \mu$, $\lim_{n\to\infty} P(|M_n-\mu|\geq\varepsilon)=0$

2. Si todos los Y_n's tienen la misma media μ_Y y si $Var(Y_n)=\sigma^2_{Y_n} \xrightarrow[n\to\infty]{P} 0$ (Varianza tiende a 0) ent $Y_n \xrightarrow[n\to\infty]{P} 0$. (Todos los Vals de las vas tienden a μ)

$$\underbrace{P(|Y_n-\mu_Y|\geq\varepsilon)}_{n\to\infty} \leq \frac{\sigma^2_{Y_n}}{\underbrace{\varepsilon^2}_{0}}$$

$$Y_n \xrightarrow[n\to\infty]{P} \mu$$

3. La dist. de Y_n se concentra en $a\in\mathbb{R}$ Para n grande

Asumiendo que $\{Y_n\} \xrightarrow[n\to\infty]{P} a$

$\{Y_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ Converge en Proba a, $a\in\mathbb{R}$. Si $\forall\varepsilon>0, \forall\delta>0$, $\exists n$ tq:

$$P(|Y_n-a|\geq\varepsilon)\leq\delta \quad \forall n\geq n$$

Nivel de Precisión — Nivel de Confianza (Es $1-\delta$: $\delta\,[0,1)$)

Si necesitan un n lo despejamos.

$$n \geq \frac{1}{\sigma^2\varepsilon^2\cdot\text{Confianza}}$$

$$S_n = X_1+\dots+X_n = n\cdot M_n \quad \left(\begin{matrix}X_i\text{s iid}\\ E(X_i)=\mu, Var(X_i)=\sigma^2\end{matrix}\right) \quad \begin{matrix}Var(S_n)=n\sigma^2\\ E(S_n)=n\mu\end{matrix}$$

Normal ← $Z_n = \dfrac{S_n - n\mu}{\sqrt{n}\cdot\sigma}$ ← Valor esperado; $\sqrt{n}\cdot\sigma$ → Desviación estandar.

$\mu=0, \sigma^2=1$. $\quad Var(Z_n)=1$, $E(Z_n)=0$

Teo Lim. Central: Dist. de Z_n Converge a norm. est. Cuando n Grande ($n\geq30$)

La CDF de Z_n (F_{Z_n}) Converge a la CDF de una normal est Φ.

$$\lim_{n\to\infty} F_{Z_n}(z)=\Phi(z), \forall z$$

$$S_n = \underbrace{\sigma\sqrt{n}}_{\text{cte}}\cdot\underbrace{Z_n}_{\text{normal est.}} + \underbrace{n\cdot\mu}_{\text{Cte}}$$

X_i: disc o Cont ←

1) Solo necesita iid y que μ, σ^2 esten bien definida.

2) Z_n Converge a normal est. (n grande) ent S_n para n grande su dist. es aprox normal

3) Probas con n grande puede aprox con la tabla Φ.

Aproximaciones basadas en TLC:

Si n grande $S_n \to$ normal

$P(S_n \leq c)$

Pasos:

i) Calcular $n \cdot \mu$ y $n\sigma^2$

ii) $Z_n = \frac{c - n \cdot \mu}{\sigma\sqrt{n}}$

iii) $P(S_n \leq c) = P(Z_n \leq z) \approx \Phi(z)$

iv) Buscar $\Phi(z)$ en tabla.

Para X_i bernoulli $M_n \to \Phi(\underbrace{2}_{\text{cota } M_n - p} \cdot \underbrace{\varepsilon}_{\text{error de medición}} \sqrt{n})$ Por teo lim central

Check ← Encontrar m con TLC: (Error pequeño y Confianza alta)

Hacer muchos ejs Pues puedo usar Chebyshev o Phi.

$P(|M_n - p| \leq 0.01) \geq 0.95$ ← Binomial

$P(|M_n - p| \geq 0.01) \leq 0.05$

$P(|M_n - p| \geq 0.01) \leq 2(1 - \Phi(2 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{n})) \leq 0.05$

$$\Phi(2 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{n}) \geq 0.975$$

$$n \geq \frac{(\Phi^{-1}(0.975))^2}{4(\varepsilon)^2}$$

Aprox de Moivre Laplace:

$Y \to$ Binomial con Parámetros n y p $\quad Y = X_1 + \dots + X_n = S_n \quad X_i$ iid bernoulli

$$P(k \leq Y \leq l), k, l \in \mathbb{R} \approx P(k - \tfrac{1}{2} \leq Y \leq l + \tfrac{1}{2}) = \underbrace{\Phi\left(\frac{l + \frac{1}{2} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)}_{P(S_n \leq c)} - \underbrace{\Phi\left(\frac{k - \frac{1}{2} - np}{\sqrt{np(1-p)}}\right)}_{P(S_n \geq c)}$$

Estimadores Hoja Sem. Pasado

Estimadores Puntuales ←

Parámetro objetivo θ	Tamaño muestral	Estimador Puntual $\hat{\theta}$	$E[\hat{\theta}]$	Error estandar $\sigma_{\hat{\theta}}$
μ	n	$\bar{Y}$	μ	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
p	n	$\bar{p}=\frac{Y}{n}$	p	$\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$
$\mu_1-\mu_2$	n_1 y n_2	$\bar{Y}_1-\bar{Y}_2$	$\mu_1-\mu_2$	$\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
p_1-p_2	n_1 y n_2	$\bar{p}_1-\bar{p}_2$	p_1-p_2	$\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n}+\frac{p_2(1-p_2)}{n}}$
desv. estandar σ	n	$S=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}(y_i-\bar{y})}$	"	
σ^2	n	$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=0}^{n}(y_i-\bar{y})^2$		

Cuasidesviación Típica

Para hallar n tamaño de la muestra.

$MSE(\bar{Y})=Var(\bar{Y})$ ya que son insesgados

Error estimación $\varepsilon=|\hat{\theta}-\theta|$ $b=k\sigma_{\hat{\theta}}$, $k\geq 1$

$b\to$ Lim. Probabilístico

$P(|\hat{\theta}-\theta|<b)=P(-b<\hat{\theta}-\theta<b)=P(-b-\hat{\theta}<-\theta<b-\hat{\theta})$

$=P(-b+\hat{\theta}<\theta<b+\hat{\theta})$

$P(\varepsilon<b)=$ alta

$\theta\pm b$ ¡! Si $P(\varepsilon<b)=0.9$

$\int_{\theta-b}^{\theta+b} f(\hat{\theta})\,d\hat{\theta}=90$

$\mu\pm\sigma$	68.2%
$\mu\pm 2\sigma$	95.4%
$\mu\pm 3\sigma$	99.7%

Regla Empírica

Ya conocemos su dis, $c>0$ y $d\in\mathbb{R}$

$P(a\leq X\leq b)=1-\alpha$

$P(ca\leq cX\leq cb)=1-\alpha$

$P(a+d\leq X+d\leq b+d)=1-\alpha$

Contiene θ ← Estimadores de intervalos:

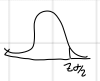
Amplitud pequeña.

$P(\hat{\theta}_{inf}\leq\theta\leq\hat{\theta}_{sup})=1-\alpha$ ← Coeficiente confianza ($100\%\cdot(1-\alpha)$)

usar

$P(\hat{\theta}_L\leq\theta)=1-\alpha$ $[\hat{\theta}_L,\infty)$

$P(\hat{\theta}_S\geq\theta)=1-\alpha$ $(\infty,\hat{\theta}_S]$



Normal estandar

Muestras Grandes ← Pivote (Sust) Hallamos θ → $n>30$ $Z=\frac{\hat{\theta}-\theta}{\sigma_{\hat{\theta}}}$

$n=30$ o $n=5$ para normales

(Trabajar sin θ y al final despejar)

Por def.

$\left[\hat{\theta}-z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\hat{\theta}},\ \hat{\theta}+z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{\hat{\theta}}\right]$

Para P (Binomial) $\theta=P$ / $\hat{\theta}=\hat{P}=X/n$ / $\sigma_{\hat{\theta}}=\sigma_{\hat{P}}=\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\approx\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$

X éxitos n trials

$\hat{\theta}_{inf}=\hat{P}-z_{\alpha/2}\left(\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}\right)$ con + para $\hat{\theta}_{sup}$

$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}},\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{(1-\alpha/2)}}\right)$ ← IC para σ^2

Página de atrás

Estimadores:

2 Tipos:
- Puntuales
- Intervalos

Insesgado: $E(\hat{\theta}) = \mu$ (estimador de μ)

Para saber cual es el mejor est. $\leftarrow$ $MSE(\hat{\theta}) = Var(\hat{\theta}) + \underbrace{B(\hat{\theta})^2}_{\text{Bias / Sesgo}}$

Que tanto se diferencia del real

$B(\hat{\theta}) = |\text{real} - \text{est}|$

$|\mu - \theta|$

Distribución Gamma:

Exponencial es un caso especial de esta

Y tiene dist Gamma con pár $\alpha>0, \beta>0$ si la PDF de Y $f_Y(y)$ es:

$$f_Y(y) = \begin{cases} \dfrac{y^{\alpha-1} \cdot e^{-y/\beta}}{\beta^{\alpha} \cdot \Gamma(\alpha)}, & 0 \le y \le \infty \\ 0 & \text{dlc} \end{cases}$$

$E(Y) = \alpha\beta$

$Var(Y) = \alpha\beta^2$

Γ (Gamma)

$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} y^{\alpha-1} e^{-y}\, dy$ $\quad \Gamma(1) = 1 \quad \Gamma(n) = (n-1)!, n \in \mathbb{N}$ (sin el 0)

X exp con $\lambda>0$, es una Gamma con $\alpha=1$ y $\beta = \frac{1}{\lambda}$ Y $\Rightarrow$ Gamma

Distribución Chi Cuadrada:

Gráfica varía según los grados de libertad. (Muchos gl parece normal)

Se usa en P.H. con varianza.

χ^2 con k gl $(\chi^2_k), k \in \mathbb{N}$ (w/o dist gamma con $\alpha = \frac{k}{2}, \beta = 2$)

$Y \to \chi^2$ con k gl, $E(Y) = k$, $Var(Y) = 2k$

Teo: Si $Z \sim N(\underset{\mu}{0}, \underset{\sigma^2}{1}) \to Z$ normal estandar

$Z^2 \sim \chi^2_{1\,gl}$

Cualquier vca al cuadrado es una χ^2_1 con 1 gl y una suma de estas es una Chi cuadrada con gl = suma de los gl de cada una en este caso de sumar n vca^2, $k=n$.

Si todas las vca son iid

Si $X = Z_1^2 + Z_2^2 + \dots + Z_n^2$ $\quad Z_i \sim N(0,1)$ (vca normal est.), $i = 1, \dots, n$ ind

Ent X tiene dist $(\chi^2_{n\,gl})$ Chi cuadrada con n grados de libertad.

Ademas, si $X = \left(\underbrace{\frac{Y_1 - \mu_1}{\sigma_1}}_{\text{normales estandarizadas}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{Y_n - \mu_n}{\sigma_n}\right)^2 \sim \chi^2_n$ $\to$ Suma de normales est al cuadrado es χ^2_n.

Teo:
1) $\bar{X}$ y S^2 son ind.
2) $\bar{X}$ normal con media μ y Var $\frac{\sigma^2}{n}$
3) $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ tiene dist. χ^2 con $n-1$ gl.

Ojo solo con Normales

Obs: Si X, Y son vca normales y $Cov(X,Y) = 0 \Rightarrow$ X, Y son ind.

Si no se conoce la Var. Poblacional usar dist. t. y n pequeño.

Def: Sean $X_1, \dots, X_n$ iid $X_i \sim \overset{\to \text{normal}}{N(\mu, \sigma^2)}$

Ent $T = \dfrac{\bar{X} - \mu}{\left(\frac{S}{\sqrt{n}}\right)}$ Tiene dist t de Student con n-1 gl y la PDF de un t con p gl es:

$$f_T(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{p+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right)} \cdot \frac{1}{(p\pi)^{1/2}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{t^2}{p}\right)^{\frac{p+1}{2}}}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Usar tabla o Pgrs

La dist T con p gl se obtiene con $T = \dfrac{\mathcal{U}}{\sqrt{\mathcal{V}/p}}$

donde $\mathcal{U} \to$ normal est $\sim N(0,1)$
$\mathcal{V} \to \chi^2_{p \text{ ind}}$

Obs:

1) $X_1, \dots, X_n$ muestra aleatoreca de una población normal.
$\dfrac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \rightsquigarrow t_{(n-1)\,gl}$

2) Dist T no tiene FGM si tiene p gl pues solo están definidos p-1 momentos.

3) $T \sim t_p$ $E(T) = 0, p > 1$
$Var(T) = \dfrac{p}{p-2}, p > 2$

Usamos dist t para estimar μ si no conocemos σ y n pequeño.

$\boxed{\text{Si } n \to \infty \quad S^2 \xrightarrow{P} \sigma^2}$ → Caso donde n es grande

Sea $X_1, \dots, X_n$ una muestra aleatoria de una pobl. normal con media μ_x y Var σ_x^2.

Sea $Y_1, \dots, Y_m$ " " con media μ_y y Var σ_y^2.

Para ver $\overbrace{\text{Como varía una de la otra}}^{\text{Variabilidad}}$ $\dfrac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}$ ← Arriba el más grande

La va $F = \dfrac{S_x^2/\sigma_x^2}{S_y^2/\sigma_y^2}$ tiene dist. F con $\underset{\text{lo de X}}{n-1}, \underset{\text{lo de Y}}{m-1}$ gl

La PDF de una va F con p, q gl es:

$$f_F(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{p+q}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{p}{2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{q}{2}\right)} \cdot \left(\frac{p}{q}\right)^{p/2} \cdot \frac{x^{(p/2)-1}}{\left(1 + \frac{p}{q}\right)^{\left(\frac{p+q}{2}\right)}}, \quad x > 0$$

Usar tabla o Pgrs.

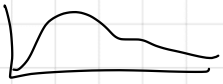
$\underbrace{(\text{Student})^2}_{F_{1,q}}$ dist T

t^2 se aprox a F con 1, q gl

F dif de varianzas

no conocer σ usar t.

Teo: 1) $E(F_{n-1,m-1}) = \frac{m-1}{m-3}$, $m>3$



2) Si $X \overset{\text{Aprox}}{\sim} F_{p,q}$ ent $\frac{1}{X} \sim F_{p,q}$

3) $X \sim t_q$ (Student), $X^2 \sim F_{1,q}$

Propiedades de los estimadores:

Un estimador $\hat{\theta}$ de un parámetro objetivo θ es una función de las vás que conforman la muestra.

Los est son una va y tienen dist que depende de la muestra

Besto est.
- Insesgado
- varianza mínima

Bondad (eficiencia, consistencia y suficiencia)

Eficiencia relativa: → Para comparar 2 o más estimadores.

El mejor est. es el que tenga menor varianza

Def: Sean $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 2 est insesgados de θ, con varianzas $var(\hat{\theta}_1) = \sigma^2_{\hat{\theta}_1}$ y $var(\hat{\theta}_2) = \sigma^2_{\hat{\theta}_2}$ respectivamente. Ent la eficiencia relativa de $\hat{\theta}_1$ relativa a $\hat{\theta}_2$ es:

$$eff(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = \frac{var(\hat{\theta}_1)}{var(\hat{\theta}_2)}$$ → Si $=1$ Son igual de eficientes

- Si $eff(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) > 1$ decimos que $\hat{\theta}_2$ es relativamente + eficiente que $\hat{\theta}_1$,
- Si $eff(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) < 1$ " " $\hat{\theta}_1$ es " que $\hat{\theta}_2$

A medida que n aumenta el est es mejor

Conserva información de los parámetros que esta estimando.

Consistencia: Muestra tamaño n, est $\hat{\theta}_n$ de θ es consistente si:

Mejor manteniendo datos conforme cambia n.

$\forall \varepsilon > 0$

- $\lim_{n\to\infty} P(|\hat{\theta}_n - \theta| \le \varepsilon) = 1$ (Error de est mínimo.)
- $\lim_{n\to\infty} P(|\hat{\theta}_n - \theta| > \varepsilon) = 0$

Una o la otra o las 2

$\hat{\theta}_n \xrightarrow[n\to\infty]{P} \theta$

Teo: Sea $\hat{\theta}_n$ un est. insesgado θ. $\hat{\theta}_n$ es consistente si: $\lim_{n\to\infty} Var(\hat{\theta}_n) = 0$ (Varianza nula)

Completar con teorías.

Check ← Nota:

- Sea $Y_1, \dots, Y_n$ una muestra aleatoria de una dist con media μ y var σ^2 finita.

Ent $\bar{Y}_n = \frac{1}{n}\sum Y_i$ es un estimador consistente de μ.

i) $\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2$ es un est. consist. de $\mu_1 - \mu_2$.

ii) $\hat{P}_1 - \hat{P}_2$ " " $P_1 - P_2$.

$E(\bar{Y}_n) =$

$E(Y_n) = nE(Y) = n\mu$

Entender ejemplo Pg 23 pdf y 99 Cuaderno

Para que un est lo sea verificamos con la verosimilitud. Por medio del criterio de la factorización.

Permite medirlo (el est) con una función que no depende de a que está estimando.

Suficiencia (Suficiente):

→ Buscamos el est suf que mejor resuma la muestra. (Para que estime mejor) → Pues refleja datos recogidos.

Def: Sea $Y_1, \dots, Y_n$ muestra aleatoria de una dist con par. θ

Ent $U = g(Y_1, \dots, Y_n)$ (est de θ) es suficiente para θ si la distribución condicional de $Y_1, \dots, Y_n$ dado $U = u$ no depende de θ.

Si $Y_1 \dots Y_n$ son discret. con PMF conjunta $P_{Y_1 \dots Y_n}(y_1 \dots y_n)$ que depende de θ vamos a notarlo

↳ $P_{Y_1 \dots Y_n}(y_1 \dots y_n | \theta)$

Si las Y_i son continuas → $f_{Y_1 \dots Y_n}(y_1 \dots y_n | \theta)$

→ Para saber que se estima confirmarlo.

Def: Sean $y_1 \dots y_n$ valores muestrales de vcs $Y_1 \dots Y_n$, con dist. que depende de θ ent definimos la verosimilitud de la muestra (Que tan posibles son los valores) como:

$$L(y_1 \dots y_n | \theta) = \begin{cases} P_{Y_1, \dots, Y_n}(y_1 \dots y_n | \theta), & \text{si } Y \text{ discreta} \\ f_{Y_1, \dots, Y_n}(y_1 \dots y_n | \theta), & \text{si } Y \text{ continua} \end{cases}$$

Si $Y_1 \dots Y_n$ son ind:

$$L(Y_1 \dots Y_n | \theta) = \begin{cases} \overbrace{P_{Y_1}(y_1|\theta) \cdot P_{Y_2}(y_2|\theta) \cdot \ldots \cdot P_{Y_n}(y_n|\theta)}^{\prod_{i=1}^{n} P_{Y_i}(y_i|\theta)}, & Y_i \text{ discreta} \\ \underbrace{f_{Y_1}(y_1|\theta) \cdot \ldots \cdot f_{Y_n}(y_n|\theta)}_{\prod_{i=1}^{n} f_{Y_i}(y_i|\theta)}, & Y_i \text{ continua} \end{cases}$$

$\downarrow$ $L(\theta)$ notación alterna

Criterio de la Factorización:

Sea U un est. basado en una muestra aleatoria.

U es suficiente si $L(\theta) = \underbrace{g(u, \theta)}_{\text{Función que depende de } u \text{ y } \theta} \cdot \underbrace{h(y_1, \dots, y_n)}_{\text{Función que no depende de } \theta}$

↳ Puede ser 1. Hack

Pero solo si no hay forma de encontrarla

$\sum y_i = n\bar{y}$

$\bar{y}$ para esto es suficiente (usar $n = 2$ hack)

$\sum_{i=1}^{n} y_i$ es suficiente

Nos ayuda a encontrar el est insesgado con varianza mínima

Teorema Rao-Blackwell:

Sea $\hat{\theta}$ un est insesgado de θ tq:

finita ← $Var(\hat{\theta}) < \infty$, si U es un est suficiente para θ sea $\hat{\theta}^* = E(\hat{\theta}|U)$

ent $E(\hat{\theta}^*) = \theta$ y $Var(\hat{\theta}^*) \leq Var(\hat{\theta})$

Usando Val. Esp. Iterado — Usando Var. Iterada

MVUE

Con FGM podemos sacar est.

Y suficiente

$E(Y) = np$ $\quad E\left(\frac{Y}{n}\right) = p$

$g(Y) = \frac{Y}{n} = \bar{Y} \rightarrow$ MVUE

Despejar el parámetro a estimar. Con $E(g(y))$ (En este caso p)

Aveces es más complicado

Def: El est. insesgado con mín varianza. MVUE → Estimator.
Mín. Var. Unbiased (Insesgado)

Obs: Est insesgado $\hat{\theta}$ de θ y un est U suficiente obtenido con el Criterio de la factorización. La aplicación del Teo Rao-Blackwell nos lleva al MVUE

Obs: Si U → Insesgado Mínvar. es el mejor est. Suficiente y $E(g(U)) = \theta$ ent

$g(U)$ es MVUE (En casi todos los casos)

Distribución Weibull: Parámetro $\frac{1}{\theta} = \lambda$ (Normalmente solo λ)

$$f_Y(y|\theta) = \begin{cases} \left(\frac{2}{\theta}\right) y e^{-y^2/\theta}, & \text{si } y>0 \\ 0, & \text{dlc} \end{cases} \qquad L(\theta) = \underbrace{\left(\frac{2}{\theta}\right)^n e^{-U/\theta}}_{\text{Dep de } U \text{ y } \theta} \cdot \underbrace{\prod^n y_i}_{\text{no dep de } \theta}$$

Sale usando $U = \sum y_i^2$

- Weibull al cuadrado es una exponencial
- Se usa para vidas útiles, supervivencia, TTL. etc.

Pasos:

i.) Definir PMF o PDF
ii) Hayar verosimilitud
iii) Find est. Suficiente.
iv) Usar Teo Rao-Blackwell y despejar $E(\text{est. suf}) = \theta$ para hayar MVUE

o la var

Pues según el caso usamos las fórmulas para find MVUE con todos los datos dados.

$$\text{Est} \pm U_{\alpha/2}$$

Función que no depende del valor a est.

dist. conocida

$$T_i = \frac{2w_i}{\theta}$$

$$f_w\left(\frac{\theta}{2} \cdot T_i\right) \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{\theta t}{2}\right)$$

Exp con $\lambda = \frac{1}{2}$ es una $\chi^2_{2\,gl}$