

1. Sea  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  una muestra aleatoria de una distribución uniforme en el intervalo  $[0, \theta]$ . Considere el estimador  $\frac{n+1}{n}Y_{max}$  ¿El estimador propuesto es consistente?
2. Sea  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  una muestra aleatoria de una población con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ . Considere los siguientes tres estimadores para  $\mu$ :

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}(Y_1 + Y_2), \quad \hat{\mu}_2 = \frac{1}{4}Y_1 + \frac{Y_2 + \dots + Y_{n-1}}{2(n-2)} + \frac{1}{4}Y_n, \quad \hat{\mu}_3 = \bar{Y}$$

- Demuestre que cada uno de los tres estimadores es insesgado
  - Encuentre la eficiencia de  $\hat{\mu}_3$  con respecto a  $\hat{\mu}_2$  y  $\hat{\mu}_1$ , respectivamente.
3. Sea  $Y_1, \dots, Y_n$  una muestra aleatoria de una distribución normal con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ .
    - Si  $\mu$  es desconocida y  $\sigma^2$  es conocida, demuestre que  $\bar{Y}$  es suficiente para  $\mu$
    - Si  $\mu$  es conocida y  $\sigma^2$  es desconocida, demuestre que  $\sum_{i=1}^n (Y_i - \mu)^2$  es suficiente para  $\sigma^2$
    - Si  $\mu$  y  $\sigma^2$  son desconocida, demuestre que  $\sum_{i=1}^n Y_i$  y  $\sum_{i=1}^n Y_i^2$  son conjuntamente suficientes para  $\mu$  y  $\sigma^2$  (luego  $\bar{Y}$  y  $\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$  son conjuntamente suficientes para  $\mu$  y  $\sigma^2$ ).
  4. Suponga que  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  constituyen una muestra aleatoria de una distribución de Poisson con media  $\lambda$ . Encuentre un estimador para  $\lambda$  a través del método de momentos.
  5. Si  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  denotan una muestra aleatoria de una distribución normal con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ , encuentre los estimadores de  $\mu$  y  $\sigma^2$  por medio del método de momentos.
  6. Sean  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  variables aleatorias uniformes independientes y distribuidas idénticamente en el intervalo  $(0, 3\theta)$ . Deduzca un estimador para  $\theta$  a través del método de momentos.
  7. Suponga que  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  constituyen una muestra aleatoria de una distribución uniforme con función de densidad de probabilidad

$$f(y, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\theta+1}, & 0 \leq y \leq 2\theta + 1, \\ 0, & \text{de lo contrario.} \end{cases}$$

- a) Encuentre el MLE de  $\theta$