taller 4

Tuesday, September 21, 2021 10:09 AM

Temas: Valor esperado y varianza condicionales, transformadas

1. En un juego un participante gana con probabilidad p y pierde con probabilidad $1-p$. Cada repetición del juego es independiente de las anteriores. Si un participante apuesta una cantidad S y gana, recibe S unidades adicionales. Si pierde el juego, pierde lo apostado. Si $p > 1/2$, la estrategia Kelly consiste en siempre apostar una fracción $2p-1$ de la fortuna actual. Calcule el valor esperado de la fortuna después de n juegos suponiendo que la fortuna inicial es x y se usa la estrategia Kelly.

- X_i : i ésimo juego, $f_{X_i}(x) = \begin{cases} 1, & p \\ 0, & 1-p \end{cases}$

- $Y|N = \sum_{i=1}^{N} X_i$, $Y|N$ es la binomial dados

- Vamos a hacer una variable aleatoria R (reward) que tomará valores S si se gana en ese turno ó $-S$ si se pierde en ese turno:

$$f_R(r) = \begin{cases} r, & p \\ -r, & 1-p \end{cases}$$

- Con base a lo anterior también crearemos una variable aleatoria que se corresponde con la ganancia total dados N juegos:

$$G|N = \sum_{i=1}^{N} R_i$$

$$E(G|N=n) = E\left(\sum_{i=1}^{n} R_i\right),$$ dado que son indep.

$$= \sum_{i=1}^{n} E(R_i)$$

$$= n \cdot E(R_i)$$

$$= n \cdot (rp + -r(1-p))$$

$$= n \cdot (rp - r + rp)$$

$$= n \cdot (2rp - r)$$

$$= nr(2p-1)$$

Generalizando para un Valor de N no dado:

$$E(G|N) = N \cdot r \cdot (2p-1)$$

---

2. Un profesor retirado llega a la oficina a una hora que se distribuye uniformemente entre las 9:00 a.m. y la 1:00 p.m., realiza una actividad y se va al terminar la actividad. La duración de la actividad se distribuye exponencialmente con parámetro $\lambda(y) = 1/(5-y)$, donde y es la duración del intervalo entre las 9:00 a.m. y el momento en que llega el profesor, en horas.

   a) Determine el valor del tiempo que el profesor dedica a realizar la actividad un día cualquiera.

   b) ¿Cuál es la hora esperada a la que el profesor termina su actividad?

a

a) Determine el valor del tiempo que el profesor dedica a realizar la actividad un día cualquiera.

Llega entre las 9 y las 13

- llega entre las 9 y las 13

Sea A la hora de llegada

$$f_A(a) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & si \quad a = 9, 10, 11, 12, 13 \\ 0, & d/c \end{cases}$$

- Para la Variable aleatoria $\lambda(y) = 1/(5-y)$

por la def. de y se puede reescribir $\lambda(y)$ como:

$$\lambda | A = \frac{1}{5-(A-9)} = \frac{1}{14-A}$$

$$f_{\lambda|A}(\lambda|A) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & \lambda = \frac{1}{14-A} \\ 0, & d/c \end{cases}$$

- Para la V.a. de la duración de la actividad se tendría que el λ varraría en función de la hora de llegada.

$D|A$: duración de la actividad dada la hora de llegada

$$f_{D|A}(D|A) = \begin{cases} \left(\frac{1}{14-a}\right) \cdot e^{\frac{-x}{14-a}}, & x \geq 0 \\ 0, & d/c \end{cases}$$