Segundo Parcial

01 de octubre de 2021

Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: de 7:00 a 9:00**.
- Puede tener **una** hoja manuscrita de resumen con fórmulas. Esta hoja debe estar marcada con el nombre del estudiante y entregarse con el parcial.
- No se permite el uso de libros o apuntes, presentaciones de la clase. calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Los **celulares deben estar apagados** durante todo el examen.
- La **cámara de su computador debe estar encendida** todo el tiempo durante la duración del examen, y debe debe ubicarse de tal manera que permita observar **PLENAMENTE** su comportamiento durante el examen.
- No se permite ausentarse del área de trabajo o recibir llamadas durante el examen.
- No se permite el uso de ningún tipo de dispositivo para buscar soluciones a los puntos del parcial ni para comunicarse con otras personas.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la **anulación** del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente **justificadas**.

1. [10 ptos.] Usted dispone de 200 metros lineales de cerca para construir un corral rectangular donde la longitud del *largo* del corral es de x^2 metros. Plantee un problema de programación no lineal sin restricciones unidimensional para hallar el valor de x que maximiza el área del corral que se puede construir utilizando la cerca disponible.

2. [20 ptos.] Sea $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$ definida en todo $\mathbb{R}^2$. Muestre que si $f \in \mathcal{C}^1$, la función es convexa.

3. [20 ptos.] Dada la siguiente función,

$$f(x) = 2x_1^2 + (x_2+1)^2 + 4x_1x_2, \ \Omega = \{f(x_1, x_2) : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$$

   Determine si el punto $x^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ es un mínimo local para f.

4. [20 ptos.] Dado el siguiente problema de programación no lineal,

$$\min \ \ x^3 - x^2 - x$$

   Utilice el método de ajuste cuadrático con los puntos iniciales $x_1 = 0$, $x_2 = 2$ y $x_3 = 4$ para encontrar el mínimo de la función en $\mathbb{R}^+$. Realice al menos dos iteraciones, indicando claramente el procedimiento realizado.

5. [30ptos.] Considere la función

$$f(x_1, x_2) = x_1 - x_2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$

a) [10 ptos.] Muestre que $d = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ es una dirección de descenso para f en $\hat{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

b) [20 ptos.] Realice dos iteraciones del método de descenso del gradiente para encontrar el valor de x que minimiza la función, con el punto inicial de búsqueda $x_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Nota: Puede usar la derivada de la función $f(x + \lambda d)$ para encontrar λ.