Segundo Parcial

15 de octubre de 2021

Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: de 2:00 a 4:00 p.m.**.
- Sólo se permite el uso de calculadoras como medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- Las cámaras deben estar activas durante todo el examen.
- Puede usar una única hoja con apuntes. El uso de libros u otro recurso "analógico" diferente no está permitido.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- Al finalizar, suba a eaulas un **único** archivo .pdf con su solución.

1. (**25 pts**) Sea X una variable aleatoria. Halle la PDF de $\sqrt{|X|}$ en términos de la PDF de X. Use su fórmula para hallar la PDF de $\sqrt{|X|}$ cuando X es uniforme continua en $[-10, 10]$.

2. (**25 pts**) Muestre que si X es una variable aleatoria con F.G.M $M_X(s)$ y $\Phi(s) = \log(M_X(s))$, entonces:
$$\left.\frac{d^2\Phi(s)}{ds^2}\right|_{s=0} = var(X).$$

3. (**25 pts**) Sea Y una variable aleatoria uniforme en $(0, 1)$. Suponga que, condicionado a $Y = p$, la variable aleatoria X tiene una distribución binomial con los parámetros n y p. Demuestre que es igualmente probable que X tome cualquiera de los valores $0, 1, ..., n$, utilizando funciones generadoras de momentos.

4. (**25 pts**) Muestre que $Cov(X, \mathbb{E}(Y|X)) = Cov(X, Y)$.