



PRIMER PARCIAL
3 de septiembre de 2021

Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: de 2:00 a 4:00pm**.
- Sólo se permite el uso de calculadoras como medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- Las cámaras deben estar activas durante todo el examen.
- Puede usar una única hoja con apuntes. El uso de libros u otro recurso “analógico” diferente no está permitido.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- Al finalizar, suba a eaulas un **único** archivo .pdf con su solución. En caso de problemas con la plataforma envíe su archivo a juanca.yepes@urosario.edu.co.
- ¡Suerte y ánimo!

1. (25 pts) Sean X y Y variables aleatorias con función de densidad conjunta:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} cx + 1, & x, y \geq 0, x + y < 1 \\ 0, & \text{dlc} \end{cases}$$

- Defina el valor c .
- Defina la función de densidad marginal de X .
- Defina la función de densidad marginal de Y .

2. (25 pts) Sea X una variable aleatoria con función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x, & x \in [0, 1] \\ 0, & \text{dlc} \end{cases}$$

Se sabe que para un valor dado de X ($X = x$), la variable aleatoria Y se distribuye uniformemente en $[-x, x]$.

- Defina $f_{Y|X}(y|x)$
- Encuentre la función de densidad conjunta $f_{XY}(x, y)$
- Encuentre la función de densidad marginal de Y .

3. (25 pts) Sean X y Y variables aleatorias con función de densidad conjunta:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} 6xy, & x \in [0, 1], y \in [0, \sqrt{x}] \\ 0, & \text{dlc} \end{cases}$$

¿son las variables X y Y independientes?

4. (25 pts) Sean X y Y dos variables aleatorias discretas independientes con función de distribución acumulada (CDF) F_X , F_Y respectivamente. Sean $W = \max(X, Y)$ y $Z = \min(X, Y)$. Encuentre la función de distribución acumulada de W y de Z