Taller 4 teórico

Friday, September 24, 2021 7:57 AM

4. Dada la función,

$$f(x) = (x_1 + x_2 - 3)^2 + (x_1 - x_2 + 1)^2.$$

(a) Use el método de newton multidimensional a partir del punto $x_0 = (3, 5)$ para minimizar $f(x)$.

(b) Use el método de direcciones conjugadas para minimizar $f(x)$.

a

$$q(x) = f(x_k) + \nabla f(x)^t (x - x_k) H(x_k)(x - x_k)$$

$$x_0 = [3 \quad 5]$$

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} 2(x_1 + x_2 - 3) + 2(x_1 - x_2 + 1) \\ 2(x_1 + x_2 - 3) - 2(x_1 - x_2 + 1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2x_1 + \cancel{2x_2}^{0} - 6 + 2x_1 - \cancel{2x_2}^{0} + 2 \\ \cancel{2x_1}_{0} + 2x_2 - 6 - \cancel{2x_1}_{0} + 2x_2 - 2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4x_1 - 4 \\ 4x_2 - 8 \end{bmatrix}$$

$$H(x) = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\nabla f(x_0) = \begin{bmatrix} 4(3) - 4 \\ 4(5) - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = x_0$$

$$H(x_0) = H(x)$$

$$\sim \quad -H(x_0)^{-1} \nabla f(x_0)$$

$$x_1 = x_0 - H(x_0)^{-1} \nabla f(x_0)$$

$$= \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1/4 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

① Repetimos

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} 4x_1 - 4 \\ 4x_2 - 8 \end{bmatrix}$$

$$\nabla f(x_1) = \begin{bmatrix} 4(1) - 4 \\ 4(2) - 8 \end{bmatrix} = \vec{0}$$

(b) Use el método de direcciones conjugadas para minimizar $f(x)$.

Dada la función,

$$f(x) = (x_1 + x_2 - 3)^2 + (x_1 - x_2 + 1)^2.$$

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} 4x_1 - 4 \\ 4x_2 - 8 \end{bmatrix} \qquad c' = \begin{bmatrix} -4 & -8 \end{bmatrix}$$

Son los coefs. que no tienen que ver con las vars. x_i

$$H(x) = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

① escogemos d_1 arbitrario: $d_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

buscamos d_2 así:

$$d_1' H d_2 = 0 \quad , \quad d_2 = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ b \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \cancel{(a)0}^{\to 0} + 4b = 0$$

$$b = 0$$

Note que "a" puede ser cualquier cosa:

$$d_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$ pero d_2 no debe ser Lin. dependiente de d_1, (sino el conj. paila)

Ahora calcularemos los λ's correspondientes:

$$\lambda_1 = -\left(\frac{c' d_1 + d_1' H x_i}{d_1' H d_1} \right), \quad x_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = -3$$