Segundo Parcial

6 de abril de 2021

Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: de 1:00 a 3:00 p.m.**.
- Sólo se permite el uso de calculadoras como medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- Las cámaras deben estar activas durante todo el examen.
- Puede usar una única hoja con apuntes. El uso de libros u otro recurso "analógico" diferente no está permitido.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- Al finalizar, suba a eaulas un **único** archivo .pdf con su solución. En caso de problemas con la plataforma envíe su archivo por el chat privado de Teams a martin.andrade@urosario.edu.co.
- ¡Suerte y ánimo!

1. (**10 pts**) Suponga que el número de accidentes por semana en una planta industrial es una variable aleatoria Poisson con media 5. Suponga también que el número de trabajadores lesionados en cada accidente es una variables aleatoria (independiente del número de lesionados en otros accidentes) binomial con parámetros $n = 20$ y $p = \frac{1}{8}$. Si el número de trabajadores lesionados en cada accidente es independiente del número de accidentes que ocurren, calcule el número esperado y la varianza de trabajadores lesionados en una semana.

2. (**10 pts**) Sea X una variable aleatoria. Halle la PDF de $|X|^{1/3}$ en términos de la PDF de X. Use su fórmula para hallar la PDF de $|X|^{1/3}$ cuando X es uniforme continua en $[-1, 1]$.

3. (**10 pts**) Muestre que si X es una variable aleatoria con F.G.M $M_X(s)$ y $\Phi(s) = \log(M_X(s))$, entonces:
$$\left.\frac{d^2\Phi(s)}{ds^2}\right|_{s=0} = var(X).$$

4. (**10 pts**) Sea Y una variable aleatoria uniforme en $(0, 1)$. Suponga que, condicionado a $Y = p$, la variable aleatoria X tiene una distribución binomial con los parámetros n y p. Demuestre que es igualmente probable que X tome cualquiera de los valores $0, 1, ..., n$, utilizando funciones generadoras de momentos.

5. (**10 pts**) Muestre que $Cov(X, \mathbb{E}(Y|X)) = Cov(X, Y)$.