

Temas: Variables continuas conjuntas, variables aleatorias continuas condicionales, función de densidad condicional, esperanza condicional.

- izi** 1. Se selecciona un punto al azar (de acuerdo con una ley uniforme) dentro del semicírculo

$$\{(x, y) | x^2 + y^2 \leq r^2, y \geq 0\}$$

para un $r > 0$ dado.

- Determine la función de densidad conjunta de las coordenadas X y Y del punto seleccionado.
 - Determine la función de densidad de Y y úsela para determinar el valor esperado de Y .
2. Una empresa opera un local que da servicio a clientes que llegan en automóvil y otro que da servicio a clientes que llegan caminando. En un día elegido al azar, sean X y Y las proporciones de tiempo que cada uno de estos locales está en servicio, respectivamente. La función de densidad de probabilidad conjunta de X y Y es

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{5}(2x + 3y), & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{dlc.} \end{cases}$$

- Verifique que $f(x, y)$ es una función de densidad de probabilidad válida.
 - Calcule $P((X, Y) \in A)$ donde $A = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 0,5, 0,25 \leq y \leq 0,5\}$
 - Calcule $P(X \geq 3Y)$
 - Calcule $P(X + Y \leq 1)$
3. La temperatura ambiente X (en °C) y el tiempo Y (en minutos) que toma iniciar un motor son variables aleatorias continuas con función de densidad de probabilidad conjunta dada por

$$f(x, y) = \begin{cases} c(4x + 2y + 1), & 0 \leq x \leq 40, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{dlc.} \end{cases}$$

- Calcule el valor de c que hace a f una función de densidad válida.
- Calcule la probabilidad de que la temperatura ambiente sea mayor a 20 °C y se requiera al menos un minuto para iniciar el motor.
- Determine las funciones de densidad marginal de X y Y .
- Calcule la probabilidad de que en un día seleccionado al azar se requiera al menos un minuto para iniciar el motor.
- Si la temperatura ambiente es 10 °C, ¿cuál es la probabilidad de que en un día seleccionado al azar se requiera al menos un minuto para iniciar el motor?
- ¿Cómo cambia su respuesta anterior si la temperatura es 30 °C?

- g)* Si toma más de un minuto iniciar el motor, ¿cuál es la probabilidad de que la temperatura sea mayor a 20 °C?
- h)* ¿Son X y Y independientes?