1. LEYES DE NEWTON

1.1. Leyes de Kepler

En este laboratorio de simulación aplicaremos las leyes de Newton al movimiento de los planetas, como se evidencio en clase los planetas interactuan por medio de la ley de gravitación universal de Newton. Nuestro conocimiento esta basado en las leyes de Kepler.Kepler estableció las tres leyes más importantes sobre el movimiento de los planetas. La primera Ley establece que los planetas gira alrededor del sol en órbitas elípticas ocupando el sol uno de los focos geométricos de la elipse. Autómaticamente de esta ley en la segunda se establece que la velocidad de los planetas no es uniforme si no que estos se mueven mas rapidamente cuando estan cerca al sol, cubriendo tiempos iguales en tiempos iguales. La tercera ley establece que el cubo del semieje mayor de la elipse de cada planeta y el cuadrado del tiempo de revolución mantienen una relación constante. $\frac{T^2}{r^3} = K$ **a.**. Busque estos valores y encuentre los valores de esta constante. **b.**.Encuentre la constante usando Unidades astronómicas.

1.2. Ley de Titius-Bode

Hacia el año 1766 J.B. Titius descubrió una ley empírica sobre la posición de los planetas en el sistema solar. Esta ley fue publicada de manera independiente en 1772 por Johann Elert Bode y fue conocida desde entonces como la ley de Titius-Bode. Esta ley establece que el radio orbital de los planetas sigue una serie matemática progresiva expresada de la siguiente forma. $r_n = 0{,}4 + 0{,}3 \times 2^n$, donde $n = -\infty, 0, 1, 2, 3, 4$, donde n representa el número del planeta. En esta a mercurio se le asigna el $-\infty$, a venus asi sucesivamente. **a.** Realice una grafica de los datos reales y la predicción usando la Ley de Titius-Bode. **b.** Realice una grafica ahora usando unidades astronómicas y comente con relación a la grafica que diferencias se presentan?.**c.** La ley es valida para todos los planetas?.

2. Ley de gravitación universal

La fuerza de gravitación universal se puede escribir como:

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^3}\vec{r} \tag{1}$$

por la segunda ley de Newton se puede escribir como:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{GM}{r^3}x \tag{2}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{GM}{r^3}y \tag{3}$$

Las soluciones son elipticas con la fuente en uno de sus focos. Usando el metodo de Euler discutido en la anterior sesión resuelva la ecuación 2 y 3. Puede ser útil encontrar una expresión para la velocidad, asuma orbitas circulares. Para el programa asigne valores distintos de cero para la v_{yi} y x_0.a. Comience usando $x_0 = 1$ y $v_{yi} = 6{,}28$ y dibuje la trayectoria. Que sucede si la velocidad es reducida a $v_{yi} = 4$.?. Use otros valores y comente. Use la relación $T = 2\pi r/v$ y calcule para el caso de la tierra cual seria la velocidad inicial adecuada(use unidades astronómicas).c. de acuerdo a la segunda ley de kepler planetas barren areas iguales en tiempos iguales. Si se usa un algoritmo con el mismo paso de tiempo fijo, se puede calcular el triangulo barrido en cada intervalo. Está área es igual a la mitad de la base del triángulo por la altura es decir:

$$area = \frac{1}{2}\Delta t\,(xv_y - yv_x) \tag{4}$$

a. Demuestre la anterior ecuación para este hecho puede hacer el producto cruz entre la posición y la velocidad en coordenadas cartesianas.**b.**Grafique el área en función del tiempo para una órbita circular y una eliptica.

3. Corrección relativista a la ley de gravitación

Considere un pequeño cambio en la ley de gravitacion universal, que va como al inverso al cuadrado de la distancia. Por ejemplo considere la siguiente magnitud para la fuerza de atracción entre dos planetas

$$\vec{F}(r) = C\frac{m}{r^{2+\delta}} \tag{5}$$

donde $\delta \ll 1$ y por simplicidad $C = GM$ considere las siguientes condiciones iniciales $x_0 = 1$, $y_0 = 0$, $v_{xi} = 0$ $v_{yi} = 5$, $\delta = 0{,}5$ que tipo de orbita se obtiene?.
La teoria de la relatividad general de Einstein predice una corrección a la fuerza del planeta que varia como $\frac{1}{r^4}$ debido al campo gravitacional débil. El resultado muestra que la ecuación de movimiento para la trayectoria del planeta se escribe como

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2}\left[1 + \alpha\left(\frac{GM}{c^2}\right)^2\frac{1}{r^2}\right]\hat{r} \tag{6}$$

donde el parametro α es adimensional, c es la velocidad de la luz y por conveviencia tomamos $GM = 4\pi^2$ y $\alpha = 10^{-3}$. Realice una grafica de la trayectoria de la Orbita.

4. Satelites, viento solar y arrastre solar

Incorpore en la ecuaciones de movimiento usadas en la verificación de las leyes de Kepler para incorporar la resistencia del aire de un satelite que orbita la tierra asuma como en la caida de los cuerpos que la fuerza es proporcional al cuadrado de la velocidad. Tome la magnitud de esta fuerza de arrastre a un decímo de la fuerza gravitacional. Dtermine las condiciones de tal forma que se pueda obtener una orbita circular en ausencia de la fuerza de arrastre.b.suponga que el satelite es afectado solo por la fuerza gravitacional y por una fuerza constante solo en el eje x.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{GM}{r^3}x + W \tag{7}$$

Escoja condiciones inicales para una orbita circular con ausencia de W y luego escoja un valor de W de tal manera que su magnitud sea del orden del 3 % de la aceleración del campo gravitacional.**a.**Explique el efecto de W.**b.** Si F forma un angulo de 45 grados con respecto al eje x que sucede con la trayectoria.