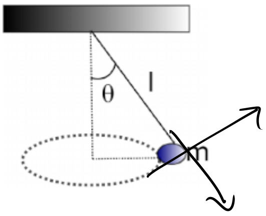
1. Problema 1



- Un pendulo conico consiste de una masa m en movimiento en una trayectoria circular en un plano horizontal. Durante el movimiento el alambre que lo soporta de longitud l, mantiene un angulo constante θ con la vertical. Mostrar que la magnitud del momento angular desde el centro del circulo es:

$$L = \left(\frac{m^2 g l^3 sen^4\theta}{cos\theta}\right)^{\frac{1}{2}} \longrightarrow m\, g^{1/2}\, l^{3/2}\, \frac{sen^2(\theta)}{cos^{1/2}(\theta)}$$

- Encuentre el momento angular desde el centro del circulo.

$\odot$

$$\sum F_r = -T sen(\theta) = ma \longrightarrow m\, a = m \cdot \frac{(\omega r)^2}{r}$$

$$\sum F_y = 0 = T\cos(\theta) - mg \qquad -T sen(\theta) = -m\,\omega^2 r$$

$$\boxed{T = \frac{mg}{\cos(\theta)}} \qquad \omega = \sqrt{\frac{T sen(\theta)}{r\, m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\cancel{m} g\, \cancel{sen(\theta)}}{\cos(\theta)\, l\, \cancel{sen(\theta)}\, \cancel{m}}} = \sqrt{\frac{g}{\cos(\theta)\, l}}$$

Reemplazando ω en $|\vec{L}|$:

$$\begin{aligned} |\vec{L}| &= r(mv) \\ &= r(m\,\omega r) \\ &= r^2 m\,\omega \\ &= l^2 sen^2(\theta)\, m \sqrt{\frac{g}{\cos(\theta)\, l}} \\ &= \sqrt{\frac{m^2 l^3 sen^4(\theta)\, g}{\cos(\theta)}} \end{aligned}$$

$\odot$

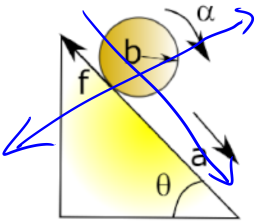
$$\vec{r} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) \\ sen(\omega t) \end{bmatrix} l\, sen(\theta)$$

$$\begin{aligned} \vec{p} = m\vec{v} &= m(\vec{\omega}\, r) \\ &= m\, \dot{\vec{r}}\, r \\ &= m\, r\, \dot{\vec{r}} \\ &= l\, sen(\theta) \cdot \begin{bmatrix} -m\omega\, sen(\omega t) \\ m\,\omega\cos(\omega t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = l^2 sen^2(\theta) \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \cos(\omega t) & sen(\omega t) & 0 \\ -m\omega\, sen(\omega t) & m\,\omega\cos(\omega t) & 0 \end{vmatrix}$$

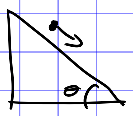
$$= -l^2 sen^2(\theta)\, m\,\omega \left[\cos^2(\omega t) + sen(\omega t)\right] \hat{k}$$

2. Problema 2



- Encontrar la aceleracion a lo largo del plano(hay friccion entre el plano y el disco por esto el sistema rota)
- calcule la friccion.
- Tome como referencia el centro del disco.
- calculelo desde el borde superior del plano inclinado.
- si el sistema no rota se desliza unicamente cual es la aceleracion del sistema.
- calcule el problema anterior para una esfera maciza.
- Calcule el problema ahora para un aro.

① Aceleración a lo largo del plano



$$\sum F_x = mg\,sen(\theta) - \mu_k N = ma$$

$$\sum F_y = N - mg\cos(\theta) = 0$$

$$\boxed{N = mg\cos(\theta)}$$

Reemplazamos:

$$\sum F_x = mg\,sen(\theta) - \mu_k N = ma$$

$$= \cancel{m}g\left(sen\theta - \mu_k\cos(\theta)\right) = \cancel{m}a$$

$$= g\left(sen(\theta) - \mu_k\cos(\theta)\right) = a \rightarrow a = \alpha r$$

$$\vec{\tau}_{cm} = \vec{r}\times\vec{F} = \vec{r}\times\vec{F}_{fricción}$$

Inercia de un disco

$$= -b\cdot F = -I\alpha$$

$$= \quad = -\frac{1}{2}mr^2\alpha$$

$$= \cancel{-}bF_{fricción} = \cancel{-}\frac{b^2}{2}m\alpha$$

$$\boxed{\alpha = \frac{2F_{fricción}}{bm}}$$

Regresamos a reemplazar:

$$a = \alpha r = \left(\frac{2F_{fricción}}{bm}\right)\cdot b = \frac{2F_{fricción}}{m}$$

⊙ la fricción

$$\sum F_x = mg\left(\text{sen}(\theta) - \mu_k \cos(\theta)\right) = \left(\overbrace{\frac{2F_{\text{fricción}}}{m}}^{a}\right)\cdot m$$

$$= mg\,\text{sen}(\theta) - F_{\text{fricción}} = 2F_{\text{fricción}}$$

$$= mg\,\text{sen}(\theta) = 3F_{\text{fricción}}$$

$$\frac{mg}{3}\,\text{sen}(\theta) = F_{\text{fricción}}$$