

Taller para II Examen Parcial Ecuaciones diferenciales

1. (a) En cada caso diga si las dos funciones dadas son linealmente independientes o no. Justifique su respuesta.
 (b) $f(x) = e^{3x}$ y $g(x) = e^{3(x-1)}$
 (c) $f(t) = t$ y $g(t) = t^{-1}$

2. (a) Dado el problema de valor inicial,

$$y'' + (\cos t)y' + 3(\ln |t|)y = 0, \quad y(2) = -3, \quad y'(2) = 1,$$

¿Cuál es el intervalo más grande en que con seguridad el problema tiene solución única? No trate de resolver el problema.

- (b) Si y_1 y y_2 son soluciones linealmente independientes de

$$ty'' + 2y' + te^t y = 0$$

y el wronskiano $W(y_1, y_2)(1) = 2$, halle el valor de $W(y_1, y_2)(5) = ?$

3. Considere el problema de valor inicial:

$$y'' + 2y' + 2y = 0, \quad y(\pi/4) = 2, \quad y(\pi/4) = -2$$

- (a) Resuelva el problema.
 (b) Haga un bosquejo de la solución, describa su comportamiento cuando t tiende a infinito. Justifique.

4. Hallar la solución general de

$$y'' + 4y' + 4y = t^{-2}e^{-2t}$$

5. Si y_1 y y_2 son soluciones linealmente independientes de

$$t^2 y'' - 2y' + (3 + t)y = 0$$

y si $W(y_1, y_2)(2) = 3$, calcule $W(y_1, y_2)(4)$.

6. Considere el problema de valor inicial

$$2y'' + 3y' - 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -\beta, \text{ con } \beta > 0$$

- (a) Encuentre la solución del problema de valor inicial .

- (b) Para $\beta = 1$ dibuje la solución (puede usar el computador), halle las coordenadas (t_0, y_0) del punto mínimo de la solución en este caso. Muestre que sí se trata de un mínimo.
- (c) Halle el menor valor de β tal que la solución no tiene mínimo.

7. Considere la ecuación

$$y'' - 3y' - 4y = 2e^{-t}. \quad (1)$$

Calcule la solución del problema homogéneo, llame $y_1 = e^{-t}$ la primera solución. Busque la solución del problema no homogéneo de la forma $Y = v(t)y_1 = v(t)e^{-t}$

- (a) Reemplace Y en la ecuación (1) y encuentre una ecuación diferencial para $v(t)$
- (b) Calcule $v(t)$ con la ecuación anterior y presente la solución general de la ecuación no homogénea (1).

8. Encuentre la solución general de

$$y'' + 9y = 9 \csc^2 3t, \quad 0 < t < \pi/6$$

Prof Eliana B y Luz Myriam E