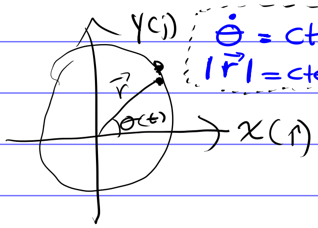
Movimiento circular Uniforme



$\dot{\theta} = cte$
$|\vec{r}| = cte$

radio es constante y la vel angular también

$\vec{r} = r\cos(\theta)\hat{i} + r\,sen(\theta)\hat{j}$
$= r(\cos(\theta)\hat{i} + sen(\theta)\hat{j})$

en función del tiempo:

$\vec{r}(t) = r(\cos(\theta(t))\hat{i} + sen(\theta(t))\hat{j})$

Velocidad:

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = \vec{v} = \dot{\vec{r}}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(r\cdot(\cos(\theta(t))\hat{i} + sen(\theta(t))\hat{j})\right)$$

$$= r\dot{\theta}(-sen(\theta)\hat{i} + \cos(\theta)\hat{j})$$

$\frac{d\theta}{dt}$

Aceleración:

$$\ddot{\vec{r}} = r\dot{\theta}(-\dot{\theta}\cos(\theta)\hat{i} - \dot{\theta}\,sen(\theta)\hat{j})$$
$$= -r\dot{\theta}^2(\cos(\theta)\hat{i} + sen(\theta)\hat{j})$$

Un vector unitario que rota es:

$$\vec{r} = (\cos(\theta)\hat{i} + sen(\theta)\hat{j})\cdot r, \quad r = 1$$

Con lo que nuestra ecuación de aceleración se vuelve:

$$\ddot{\vec{r}} = -r\dot{\theta}^2\cdot\vec{r}, \quad \text{notando } \dot{\theta} = \omega$$

$$\ddot{\vec{r}} = -r\omega^2\cdot\vec{r}$$

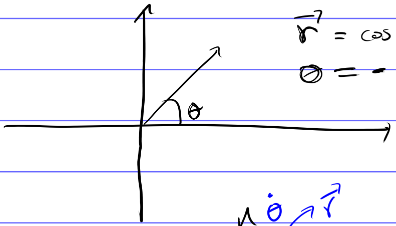
La velocidad lineal es:

$$|\vec{v}| = \omega r$$

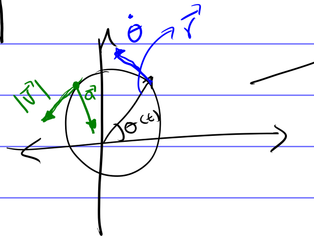
Con esto la aceleración queda:

$$\ddot{\vec{r}} = \frac{-|\vec{v}|^2}{r}\cdot\vec{r}$$

Aceleración centripeta



$\vec{r} = \cos\theta\,\hat{i} + sen\,\theta\,\hat{j}$
$\theta = -sen\,\theta\,\hat{i} + \cos(\theta)\hat{j}$



" la dirección de la velocidad no es uniforme "

Si θ cambia

Angulo final $\Leftarrow$ $\theta_f = \theta_i + \underbrace{\omega_0}_{\text{vel. angular}} t + \frac{1}{2}\underbrace{\alpha}_{\text{acelera. angular}} t^2$

Si r cambia

posición $\leftarrow$ $r = r_0 + \dot{r}_0 t + \frac{1}{2}\ddot{r}t^2$

$\leftarrow$ $\dot{r}_f = \dot{r}_0 + \ddot{r}t$

- $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- $T = \frac{\text{tiempo}}{\#\text{oscilaciones}}$, $f = T^{-1} = \frac{\#\text{oscilaciones}}{\text{tiempo}}$

Movimiento Circular No Uniforme

- $|\vec{r}| \neq cte$
- $\dot{\theta} \neq cte$

- $\vec{r} = r(t) \cdot \vec{r}$
  $= r(t)\ (\cos(\theta(t))\hat{\imath} + \operatorname{sen}(\theta(t))\hat{\jmath})$
- $\dot{\vec{r}} = r \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} + \frac{dr}{dt} \cdot \vec{r}$

- $\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{\theta}$

$\ddot{r} \rightarrow$ aceleración lineal en la dirección radial

$-r\dot{\theta}^2 \rightarrow$ aceleración centripeta

$r\ddot{\theta} \rightarrow$ aceleración lineal en la dirección tangencial

$2\dot{r}\dot{\theta} \rightarrow$ aceleración coriolis

Leyes de newton

→ Primera ley (sistemas inerciales)
$V = cte$

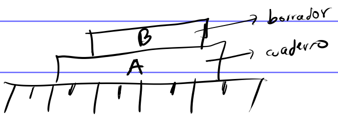
→ Segunda ley $\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F}_i$

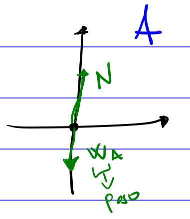
→ tercera ley (Interacción entre sistemas)

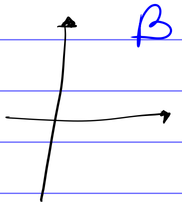
Acción ⟺ Reacción

Aplicaciones de las leyes de newton

1. Mentalmente dividimos el sistema en pequeños sistemas y cada uno es tratado como una masa puntual
2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre.
   → Representar un cuerpo como un punto
   → etiquetalo
   → a cada fuerza asociamos un vector
3. introducir un sistema de coordenadas.
4. ecuaciones de ligadura.

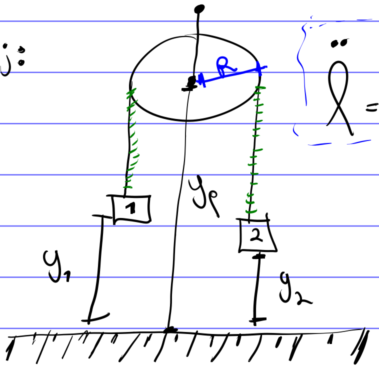






ej.

ej:



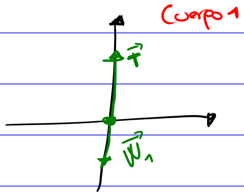
ecuación de ligadura

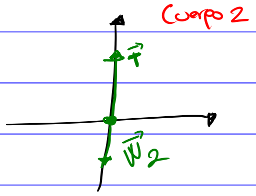
$$\boxed{\ddot{\ell} = (\ddot{y}_p - \ddot{y}_1) + \ddot{\pi} R + (\ddot{y}_p - \ddot{y}_2)}$$

$$0 = (a_p - a_1) + (a_p - a_2)$$
$$= 2a_p - a_1 - a_2 = 0$$
$$\Rightarrow a_p = \frac{a_1 + a_2}{2}, \quad \boxed{a_1 = -a_2}$$

tensión

Si $\begin{matrix} m_2 = 5\,kg \\ m_1 = 3\,kg \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} T = ? \\ a = ? \end{matrix}$, para saberlo hagamos el procedimiento





$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a \quad (1) \qquad \Big| \qquad T - m_2 g = m_2 a \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (1)\quad & T - m_1 g = m_1 a \\ +\ (2)\quad & -T + m_2 g = m_2 a \\ \hline & (m_2 - m_1) g = (m_1 + m_2) a \end{aligned}$$

$$\boxed{a = \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} \cdot g} = \frac{(5-3)}{(5+3)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} g$$

Ahora que sabemos $\vec{a}$ podemos despejar $\vec{T}$ en (1):

$$\rightsquigarrow T = m_1 a + m_1 g$$
$$= \frac{m_1}{4} g + m_1 g = m_1 \left(\frac{1}{4} g + g\right)$$
$$= m_1 \frac{5}{4} g$$