



PRIMER PARCIAL
31 de agosto de 2021

Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **60 minutos: de 2:00 a 3:00 p.m.**
- Sólo se permite el uso de calculadoras como medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- Las cámaras deben estar activas durante todo el examen.
- Puede usar una única hoja con apuntes. El uso de libros u otro recurso “analógico” diferente no está permitido.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- Al finalizar, suba a eaulas un **único** archivo .pdf legible con su solución. En caso de problemas con la plataforma envíe su archivo por el chat privado de Teams a martin.andrade@urosario.edu.co.
- ¡Suerte y ánimo!

Parte 1. A Realizar sin R y sin libro:

1. (15 pts)

- Demuestre que una matriz A de dimensión $n \times n$, $n \in \mathbb{Z}^+$, es definida positiva si y sólo si sus valores propios son positivos.

Recuerde que una matrix A es definida positiva si es simétrica y $x'Ax > 0$, $\forall x \neq 0 \in \mathbb{R}^n$.

2. (15 pts) Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Grafique las ocurrencias en $p = 2$ dimensiones y señale la media muestral en su gráfica. Calcule y grafique los vectores desviación \mathbf{d}_1 y \mathbf{d}_2 , calcule sus distancias y el coseno del ángulo entre ellos. ¿Qué representan éstos valores?

3. (20 pts) Determine la distribución del vector aleatorio $Y = AX$ con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},$$



donde $X' = (X_1, X_2)$ tiene una distribución normal estándar bidimensional. Demuestre que las variables aleatorias transformadas Y_1 y Y_2 (las componentes de Y) son independientes.



Parte 2. A Realizar en RStudio con libro abierto y cualquier otro recurso (menos hablar con sus compañeros):

1. (50 pts) Cargue en R el conjunto de datos cars (es solo escribirlo así). Estos datos contienen dos variables speed y dist(velocidad y distancia recorrida).
 - Haga una gráfica de ocurrencias de los valores de las dos variables y grafique los histogramas de los valores para ambas variables.
 - Calcule \bar{x} , S , R .
 - (Asuma normalidad) Determine la T^2 -región de confianza (la elipse) alrededor de la media muestral para las dos variables, con una confianza del 95 %. (No es necesario utilizar alguna librería para graficar, simplemente haga un bosquejo ubicando sus ejes y longitudes respectivas).
 - (Asuma normalidad) Evalúe la hipótesis $H_0 : \mu = \mu_0$ vs $H_a = \mu \neq \mu_0$ con un nivel $\alpha = 0.05$, donde $\mu'_0 = (16, 40)$.
 - (Asuma normalidad en los tiempos) Halle el intervalo de confianza para la media del tiempo de viaje con confianza 0.95 %.