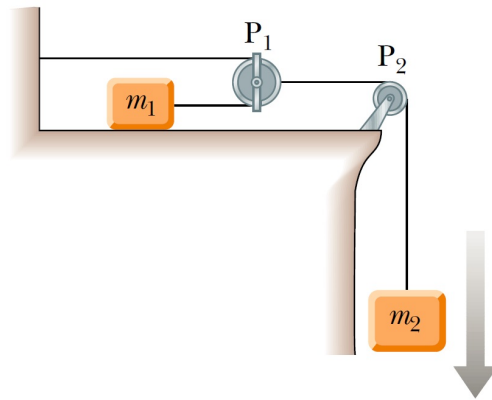


1. LEYES DE NEWTON

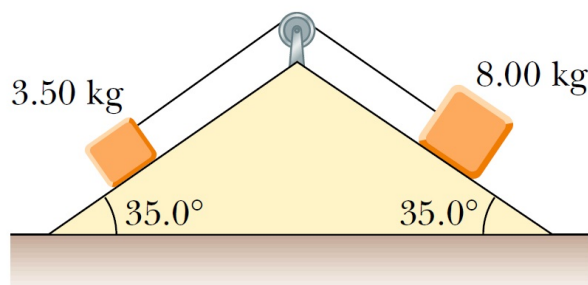
1.0.1. Problema 1

Un objeto de masa m_1 está sobre una superficie sin fricción y a su vez esta conectada con una masa m_2 por medio de dos poleas de masa despreciable. **a)** Si a_1 y a_2 son las aceleraciones para los cuerpos. Que relación hay entre ellas? **b)** Encuentre la tensión en las cuerdas. **c)** las aceleraciones en términos de m_1 , m_2 y g .



1.0.2. Problema 2

Dos objetos están conectados por una cuerda ligera que pasa por una polea sin fricción. **a)** Dibuje el diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos. **b)** encuentre la aceleración y la tensión del sistema.

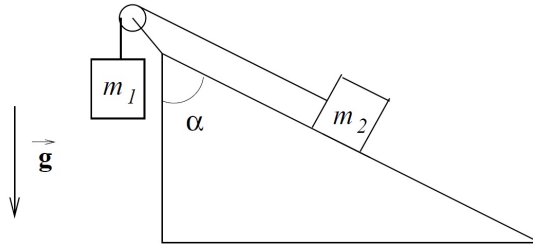


1.1. Fricción

1.1.1. Problema 1

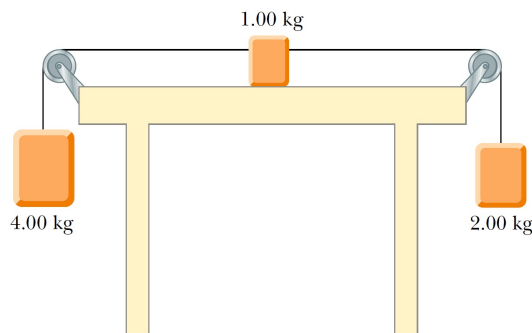
Considerar la situación mostrada en la figura. El bloque de masa $m_2 = 1,50\text{ kg}$ presenta fricción con la superficie del plano inclinado, con un coeficiente de fricción estático $\mu_s = 0,500$ y coeficiente de fricción cinético $\mu_k = 0,450$. El ángulo $\alpha = \pi/6$ radianes. **Situación de no deslizamiento : los bloques no se mueven** **a)** Determinar la máxima masa m_1 que se puede suspender de la cuerda para que los bloques se mantengan en equilibrio (es decir que el bloque 1 no baje, ni el bloque 2 suba por la rampa). **b)** Determinar la mínima masa m_1 que se puede suspender de la cuerda para que los bloques se mantengan en equilibrio (es decir que el bloque 1 no suba, ni

el bloque 2 baje por la rampa). **Situación cinética** Ahora el bloque 1 tiene masa $m_1 = 1,90\text{kg}$, de modo que el sistema se pone en movimiento. **C)** Describir cualitativamente el movimiento : cuál bloque sube, cuál bloque baja ? **d)** Determinar la aceleración de los bloques. **e)** Desde una situación inicial de reposo, qué distancia alcanza recorrer el bloque 2 en un tiempo $t = 2.50\text{ s}$?



1.1.2. Problema 2

Tres objetos son conectados, uno de ellos se encuentra sobre una superficie rugosa con un coeficiente de fricción cinético de 0,35. **a)** Dibuje el digrama de cuerpo libre para los objetos **b)** Determine la aceleración de cada uno de los cuerpos y sus direcciones **c)** Determine la tensión en las dos cuerdas.



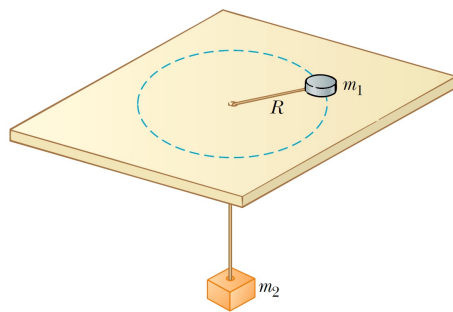
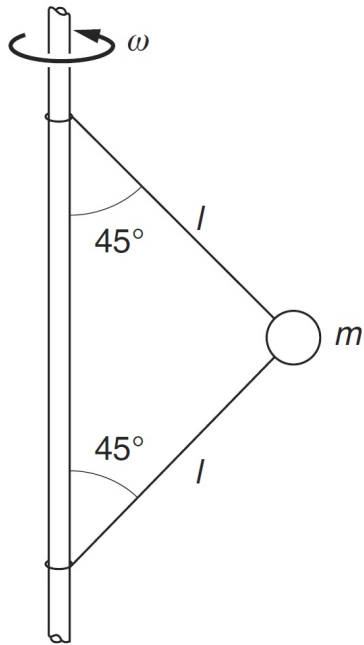
1.2. Movimiento circular

1.2.1. Problema 3

Una masa m está conectada a una vertical y está atada por dos cuerdas de longitud l cada una formando un ángulo de 45° como se muestra en la figura y girando con una velocidad angular ω . La gravedad es dirigida hacia abajo. **a)** Dibuje el digrama de cuerpo libre para m **b)** Encontrar la tensión.

1.2.2. Problema 4

Una masa m_1 es atada a una cuerda y realiza un movimiento circular de radio R sobre una superficie sin fricción. El otro extremo pasa por un agujero y está conectado con una masa m_2 la cual permanece en reposo. **a)** Identifique la ligadura del sistema **b)** Encontrar la tensión en la cuerda. **c)** La velocidad necesaria para que la masa m_2 esté en equilibrio.



2. Integración numérica metodo de Euler

Si una partícula se mueve bajo la influencia de una fuerza constante, su aceleración es constante y para la determinación de su velocidad y aceleración se usan las formulas cinemáticas que en el caso de aceleración constante se han usado ya previamente. Consideremos ahora una partícula que se mueve bajo la acción de una fuerza, y por consiguiente, de una aceleración que depende de la posición y de la velocidad de la partícula. La posición y la velocidad y la aceleración de la partícula en un instante de tiempo determinarán la posición velocidad en el siguiente instante que a su vez determinan la aceleración. La posición, la velocidad y aceleración, la velocidad y la aceleración real de un objeto cambian continuamente con el tiempo, se suele aproximar esta situación mediante el método de Euler que consiste en reemplazar esta variación continua con el tiempo por pequeños intervalos de tiempo Δt de tal forma que la aceleración en cada instante sea constante. Si el intervalo es pequeño el cambio de la aceleración es pequeño y puede despreciarse. Sean x_0 , v_0 y a_0 la posición, velocidad y aceleración iniciales de la partícula en un instante de tiempo t_0 . Si suponemos que durante Δt la aceleración es constante la velocidad en el tiempo $t_1 = t_0 + \Delta t$ viene dado por

$$v_1 = v_0 + a_0 \Delta t \quad (1)$$

similarmente, si despreciamos cualquier cambio de velocidad durante el intervalo de tiempo, la nueva posición es :

$$x_1 = x_0 + v_0 \Delta t \quad (2)$$

a partir de los valores de v_1 , x_1 calculamos la aceleración a_1 usando la segunda ley de Newton y posteriormente usamos x_1 , v_1 , a_1 para calcular x_2 , v_2

$$x_2 = x_1 + v_1 \Delta t \quad (3)$$

$$v_2 = v_1 + a_1 \Delta t \quad (4)$$

la conexión entre la posición y la velocidad en el tiempo t_n y el tiempo $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ viene dada por

$$x_{n+1} = x_n + v_n \Delta t \quad (5)$$

$$v_{n+1} = v_n + a_n \Delta t \quad (6)$$

por lo tanto para determinar la posición y velocidad en un tiempo t dividimos el intervalo de tiempo $t - t_0$ en un gran número de pequeños intervalos Δt empezando en un tiempo t_0 . Es un cálculo simple y repetitivo que mediante un computador es facil de hacer. La técnica de dividir el intervalo de tiempo en pequeños intervalos de tiempo y calcular la aceleración se denomina integración numérica.

2.1. Fuerza de resistencia

Para hacer uso de la integración numérica, consideremos el problema de un paracaidista que salta en caída libre partiendo desde el reposo, desde una altura determinada de modo que su movimiento depende únicamente de la gravedad y de la resistencia del aire que es proporcional al cuadrado de la velocidad. Tenemos que calcular la velocidad y la distancia recorrida x en función del tiempo

$$mg - bv^2 = ma \quad (7)$$

La aceleración es:

$$a = g - \frac{b}{m} v^2 \quad (8)$$

Conviene escribir la constante b/m en función de la velocidad limite v_1 . Si $a = 0$

$$\frac{b}{m} = \frac{g}{v_1^2} \quad (9)$$

Entonces se tiene que

$$a = g \left(1 - \frac{b}{m} v^2 \right) \quad (10)$$

Para resolver la ecuación numericamente se usan los valores de g y v_1 , una velocidad limite razonable es de $60m/s$. para determinar la velocidad y la posición en un tiempo de 20 segundos, dividallo en intervalos de tiempo muy pequeños realicelo escribiendo un codigo en Python y graficando la posicion y velocidad en función del tiempo. Cuál es la precisión de los calculos? se puede estimar usando el mismo programa con un intervalo de tiempo más pequeño.