CONSERVACION MOMENTO LINEAL

CENTRO DE MASA

$$M x_{cm} = m_1 x_1 + m_2 x_2 \qquad M = m_1 + m_2$$

En general.

$$M x_{cm} = m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \dots m_N x_N$$

$$= \sum_i m_i x_i \qquad M = \sum_i m_i$$

$$M y_{cm} = \sum_i m_i y_i \qquad M z_{cm} = \sum_i m_i z_i$$

$$M \vec{r}_{cm} = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots = \sum_i m_i \vec{r}_i$$

$$\boxed{\vec{r}_{cm} = x_{cm}\hat{i} + y_{cm}\hat{j} + z_{cm}\hat{k}}$$

$$M r_{cm} = \int \vec{r}\, dm$$

Movimiento del centro de masas

$$M \frac{d\vec{r}_{cm}}{dt} = m_1 \frac{d\vec{r}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{r}_2}{dt} + \dots = \sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

$$M \vec{V}_{cm} = m_1 V_1 + m_2 V_2 + \dots = \sum_i m_i \vec{V}_i$$

$$M \vec{a}_{cm} = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots = \sum_i m_i \vec{a}_i$$

CONSERVACIÓN MOMENTO LINEAL

$\vec{P} = m\vec{v}$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{d\vec{v}}{dt}m$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F} \qquad \vec{F} = 0 \qquad \boxed{m\vec{v} = \text{constante}}$$

Conservación momento lineal

PROBLEMA 1

Una bola cae al piso con una velocidad de 8 m/s y rebota aproximadamente con la misma velocidad. La bola esta en contacto con el piso 10^{-3} s. ¿Que se puede decir de la fuerza ejercida sobre la bola por el piso?

$\vec{P}_a = -1.6\,\hat{k}$ kg m/s $\qquad t = 10^{-3}$ s $\qquad \vec{P}_b = 1.6\,\hat{k}$ kg m/s

$$\int \vec{F}\,dt = \vec{P}_b - \vec{P}_a = 1{,}6\,\hat{k} - (-1{,}6\,\hat{k})\text{ kg m/s} = 3.2\,\hat{k}\text{ kg m/s}$$

$$\vec{F}_{promedio} = \frac{3.2\,\hat{k}\text{ kg m/s}}{10^{-3}\text{ s}} = 3.200\text{ N }\hat{k}$$

Considerando la gravedad

$$\vec{F}_N = \vec{F}_{piso} + \vec{F}_{grav}$$
$$= \vec{F}_{piso} - mg\,\hat{k}$$

$$\int_0^{10^{-3}} \bar{F}_{piso}\, dt - \int_0^{10^{-3}} Mg\,\hat{n}\, dt = 3.2\,\hat{n}\ kg\, m/s.$$

$$-\int_0^{10^{-3}} Mg\,\hat{n}\, dt = -Mg\hat{n}\int_0^{10^{-3}} dt$$

$$= -1.96\times10^{-3}\ kg.m/s$$ Es despreciable.

IMPULSO

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \bar{F} dt = \int_{t_i}^{t_f} \frac{dp}{dt} dt = \bar{P}_f - \bar{P}_i = \Delta\bar{p}$$

$$\bar{F}_m = \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_f} \bar{F} dt = \frac{\bar{I}}{\Delta t}$$

COLISIONES EN UNA DIMENSIÓN (COLISIONES FRONTALES)

Consideremos un cuerpo de masa m_1 que se mueve con una velocidad inicial V_{1i} hacia un segundo cuerpo de masa m_2 que se mueve con una velocidad V_{2i}. Si $V_{2i} < V_{1i}$ los cuerpos chocarán.

Sean V_{1f} y V_{2f} las velocidades finales de los cuerpos después del choque

$$\boxed{m_1 V_{1f} + m_2 V_{2f} = m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i}}$$ necesitamos otra ecuación

COLISIÓN PERFECTAMENTE INELÁSTICA EN UNA DIMENSIÓN

En las colisiones perfectamente inelásticas, las partículas quedan unidas después de la colisión

$$v_{1f} = v_{2f} = v_{cm}$$

$$\boxed{(m_1 + m_2)\, v_{cm} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}$$

COLISIONES ELÁSTICAS EN UNA DIMENSIÓN

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2$$

COLISIÓN ELÁSTICA ENTRE 2 BLOQUES

Un bloque de 4 kg se mueve hacia la derecha con una velocidad de 6 m/s choca elásticamente con un bloque de 2 kg que también se mueve hacia la derecha pero cuya velocidad es de 3 m/s. Calcular las velocidades finales.

Aplicamos conservación del momento

$$m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}$$

$$(4\,kg)\, v_{1f} + (2\,kg)\, v_{2f} = (4\,kg)(6\,m/s) + (2\,kg)(3\,m/s)$$

Por lo tanto

$$\boxed{2 v_{1f} + v_{2f} = 15\,m/s} \quad (1)$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 V_{1i}^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 V_{2i}^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 V_{2f}^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 V_{1f}^2$$ (5)

$$(4kg)(6m/s)^2 + (2kg)(3m/s)^2 = m_2 V_{2f}^2 + m_1 V_{1f}^2$$

$$144\ kg\ \frac{m^2}{s^2} + 18\ kg\ \frac{m^2}{s^2} = 2kg\ V_{2f}^2 + 4kg\ V_{1f}^2$$

$$\boxed{162\ \frac{m^2}{s^2} = 2V_{2f}^2 + 4V_{1f}^2}\ (2)$$

despejando en la ecuación 1

$\boxed{V_{2f} = 15 - 2V_{1f}}$ Reemplazando en la ecuación 2

$$162 = 2(15 - 2V_{1f})^2 + 4V_{1f}^2$$

$$162 = 2(225 - 60V_{1f} + 4V_{1f}^2) + 4V_{1f}^2$$

$$162 = 450 - 120V_{1f} + 8V_{1f}^2 + 4V_{1f}^2$$

$$0 = 288 - 120V_{1f} + 12V_{1f}^2$$

$$0 = 24 - 10V_{1f} + V_{1f}^2$$ Resolviendo la cuadrática

$$\frac{10 \pm \sqrt{100 - 4(1)(24)}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{2}$$

$$= \frac{10 \pm 2}{2} \begin{cases} \rightarrow 6 m/s \\ 4 m/s \end{cases}$$

$\boxed{V_{1f} = 4 m/s}$ La otra solución es la condición inicial

$$V_{2f} = 15 m/s - 8 m/s = 7 m/s$$

Escaneado con CamScanner

Coeficiente de restitución

$$e = \frac{V_{2f} - V_{1f}}{V_{2i} - V_{1i}}$$

→ Colisión elástica $e=1$

→ Colisión inelástica $e=0$.

SISTEMA DE REFERENCIA DEL CENTRO DE MASA

$$V_{CM} = \frac{m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2}{m_1 + m_2}$$

Usamos velocidades relativas.

$U_1 = V_1 - V_{cm}$

$U_2 = V_2 - V_{cm}$

Colisión elástica entre dos cuerpos

$4kg \rightarrow 6m/s$ $\quad$ $2kg \rightarrow 3m/s$

Calcular el momento lineal antes y después del choque

$$V_{cm} = \frac{m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i}}{m_1 + m_2} = 5m/s$$

$U_{1i} = V_{1i} - V_{cm} = 6m/s - 5m/s = 1m/s$

$U_{2i} = V_{2i} - V_{cm} = 3m/s - 5m/s = -2m/s.$

$U_{1f} = -U_{1i} = -1m/s$

$U_{2f} = -U_{2i} = 2m/s.$

$V_{1f} = U_{1f} + V_{cm} = -1m/s + 5m/s = 4m/s$

$V_{2f} = U_{2f} + V_{cm} = 2m/s + 5m/s = 7m/s$