1. Problema 1

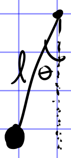
1.1. Problema 1 Pendulo simple

Despues de posarse en un planeta desconocido una exploradora espacial construye un pendulo simple con longitud de $1,5$m y determina que efectua 100 oscilaciones completas en 36 segundos.**a)** Cuanto vale g en ese lugar?**b**para el mismo pendulo que periodo tendra en la tierra.

David Alsina
Juan José Caballero
Nicolás Dussun.

a)

$l = 1,5\,mt$



$$f_{planeta} = \frac{\#\text{ oscilaciones}}{\text{tiempo}} = \frac{100}{36\,s} \,,\quad T_{planeta} = \frac{36\,s}{100} = 0,36\,s$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{2\pi}{T_{planeta}}$$

$$\frac{g}{l} = \left(\frac{2\pi}{0,36\,s}\right)^2$$

$$g_{planeta} = l\left(\frac{2\pi}{0,36\,s}\right)^2$$

$$g_{planeta} = 1,5\left(\frac{2\pi}{0,36\,s}\right)^2$$

$$= 456,9\ \frac{mt}{s^2}$$

b) Periodo en la tierra

$$\sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{2\pi}{T_{tierra}}$$

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}} = T_{tierra}$$

$$2,45\,s = T_{tierra}$$

1.2. Problema2. Movimiento circular uniforme

Demuestre que la ecuacion de un movimiento circular uniforme corresponde a un movimiento armonico simple(ecuacion de un oscilador armonico). (sugerencia use coordenadas polares para encontrar la posicion parametrice la ecuacion usando el tiempo como parametro y encuentre la aceleracion).

$$\vec{r} = r(\cos(\omega t)\,\hat{i} + \operatorname{sen}(\omega t)\,\hat{j})$$

$$\dot{\vec{r}} = r\omega(-\operatorname{sen}(\omega t)\,\hat{i} + \cos(\omega t)\,\hat{j})$$

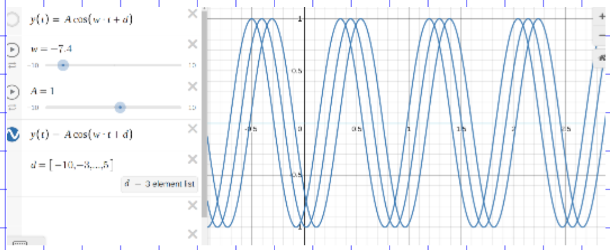
$$\ddot{\vec{r}} = -r\omega^2(\cos(\omega t)\,\hat{i} + \operatorname{sen}(\omega t)\,\hat{j})$$

$$= -\omega^2\vec{r} \quad \Rightarrow \text{ es un MAS } \boxed{\checkmark}$$

1.3. Problema 3. Papel de la fase en una funcion armonica

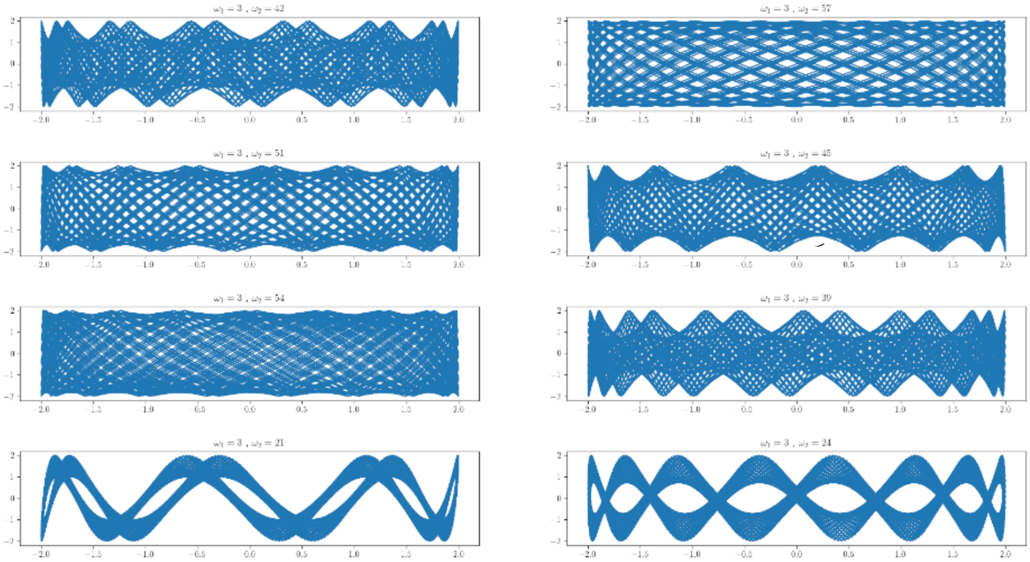
Dibuje la solucion propuesta en clase para la ecuacion de un oscilador armonico $x(t) = Acos(\omega t + \delta)$ minimo para 5 valores distintos asuma lo que considere necesario. Que papel tiene la fase?.Grafique 2 osciladores acoplados en una misma grafica con diferentes proporciones en su fase(minimo 8 proporciones y comente).

a)



⇝ es un corrimiento o desfase de la función.

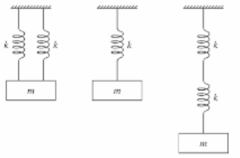
b)



1.4. Resortes en serie y en paralelo

Una masa m cuelga de un resorte uniforme de constante k

1. Cual es el periodo de las oscilaciones del sistema?
2. Cual seria el periodo si la masa se colgase de modo que:?
   a) Estuviese sujeta a dos resortes identicos situados uno junto al otro?
   b) Estuviese sujeta al extremo inferior de dos resortes identicos conectados uno a continuacion del otro?(ver figura)
   c) Compare los periodos con el sistema inicial(masa y un solo resorte).



(a) (b) (c)

1) $\boxed{a}$

$$\frac{1}{k_{neto}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} = \frac{2}{k} \Rightarrow k_{neto} = \frac{k}{2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{neto}}{m}} = \sqrt{\frac{k}{2m}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{2m}}} = T}$$

$\boxed{b}$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{neto}}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = T}$$

$\boxed{C}$ $K_{neto} = K_1 + K_2 = 2K$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{neto}}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\sqrt{\frac{2K}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\boxed{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2K}{m}}} = T}$$

1.5. Movimiento armonico

Comprobar que $x = Ae^{-\alpha t}cos\omega t$ es una posible solucion de la ecuacion

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

b) Hallar α y ω en funcion de γ y ω_0

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x = A e^{-\alpha t} \cos(\omega t)$$

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha A e^{-\alpha t} \cos(\omega t) - A\omega e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$\frac{dx^2}{dt} = \alpha^2 A e^{-\alpha t} \cos(\omega t) + \omega\alpha A e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t) + \omega\alpha A e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t) - A\omega^2 e^{-\alpha t}\cos(\omega t)$$

$$= \alpha^2 A e^{-\alpha t} \cos(\omega t) + 2\omega\alpha A e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t) - A\omega^2 e^{-\alpha t}\cos(\omega t)$$

Reemplazamos

$$\alpha^2 A e^{-\alpha t} \cos(\omega t) + 2\omega\alpha A e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t) - A\omega^2 e^{-\alpha t}\cos(\omega t)$$

$$+ \gamma\left(-\alpha A e^{-\alpha t} \cos(\omega t) - A\omega e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t)\right)$$

$$+ \omega_0^2 A e^{-\alpha t} \cos(\omega t)$$

$$= \alpha A e^{-\alpha t} \cos(\omega t) [\alpha - \gamma]$$

$$+ A\omega e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t) [2\alpha - \gamma]$$

$$+ A e^{-\alpha t} \cos(\omega t) [\omega_0^2 - \omega^2]$$

$$= e^{-\alpha t} \cos(\omega t) [A\omega_0^2 - A\omega^2 + \alpha^2 A - \gamma\alpha A]$$

$$+ e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t) [2A\omega\alpha - A\omega\gamma]$$

tenga en cuenta que

$$e^{-\alpha t} \cos(\omega t) \neq e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t)$$

entonces no van a ser cero a la misma vez.
Por casos tenemos:

- $e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t) = 0 \Rightarrow e^{-\alpha t} \cos(\omega t) \neq 0$

$$e^{-\alpha t} \cos(\omega t) [A\omega_0^2 - A\omega^2 + \alpha^2 A - \gamma\alpha A] = 0$$

$$\therefore \quad \cancel{A}\omega_0^2 - \cancel{A}\omega^2 + \alpha^2 \cancel{A} - \gamma\alpha \cancel{A} = 0$$

$$\omega_0^2 - \omega^2 + \alpha - \gamma\alpha = 0 \qquad (1)$$

tenemos 2 incógnitas 1 ecn. Necesitamos otra ecn.

- $e^{-\alpha t} \cos(\omega t) = 0 \Rightarrow e^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\omega t) \neq 0$

$$\operatorname{sen}(\omega t) [2A\omega\alpha - A\omega\gamma] = 0$$

$$\therefore \quad 2\cancel{A}\cancel{\omega}\alpha - \cancel{A}\cancel{\omega}\gamma = 0$$

$$2\alpha - \gamma = 0$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} \qquad (2)$$

$$\omega_0^2 - \omega^2 + \alpha - \gamma\alpha = 0$$

$$\omega_0^2 + \frac{\gamma}{2} - \frac{\gamma^2}{2} = \omega^2$$

Reemplazando (2) a (1):