

Taller preparatorio del I Examen Parcial de Ecuaciones Diferenciales

Indicaciones generales. Escriba de forma clara y organizada. Justifique sus soluciones y respuestas con procedimientos y explicaciones completas, correctas, y claras.

1. Dado el problema de valor inicial

$$3y' - 2y = e^{-\pi t/2}, \quad y(0) = a$$

a) Resuelva el problema de valor inicial.

b) Usted tiene las soluciones en función de la condición inicial, analice cuidadosamente las soluciones buscando un valor, $a = a_0$, inicial crítico en el que aparece un cambio en el comportamiento de las soluciones. ¿En qué consiste este cambio?

2. Resuelva el problema de valor inicial

$$y' = 2y^2 + xy^2, \quad y(0) = 1$$

y determine en qué punto la solución alcanza su mínimo.

3. (Ley de Newton del enfriamiento) Una bola de cobre tiene una temperatura de 100°C ; en el instante $t = 0$ se coloca en agua que se mantiene a 30°C , al cabo de tres minutos la temperatura de la bola se reduce a 70°C . Encuentre el tiempo en el que la temperatura se reduce a 31°C y la temperatura del medio que rodea la bola (Ley de enfriamiento). **Información: La rapidez de cambio de la temperatura con respecto al tiempo de la bola es proporcional a la diferencia entre la temperatura T y la temperatura del medio ambiente.**
4. Un tanque contiene inicialmente 100 galones de agua limpia. Ingresas al tanque agua que contiene $1/2$ libra de sal por galón a una rata de cuatro galones por minuto, salen también cuatro galones de agua con sal por minuto. Luego de 10 minutos cambia el proceso, y comienza a entrar agua limpia a una rata de cuatro galones por minuto y sale a la misma rata. Encuentre la cantidad de sal después de 10 minutos adicionales.
5. Encuentre el valor de b para el cual la ecuación dada es exacta, y luego resuelva la ecuación usando ese valor de b .

$$(2ye^{3xy} + 5x) dx + bxe^{3xy} dy = 0$$

6. Dada la ecuación

$$\frac{dy}{dt} = f(y) = y(y-1)(y-2), \quad y(0) = y_0 \geq 0$$

- a) Haga un bosquejo de la función $f(y)$ versus y .
- b) Determine los puntos de equilibrio y clasifíquelos, ¿asintóticamente estable?, ¿asintóticamente inestable?.
- c) Dibuje la línea de fase.
- d) Haga un bosquejo de diferentes soluciones en el plano $t-y$, para ayudarse determine cuales son crecientes, decrecientes, y si tienen puntos de inflexión.