Nombres: Juan José Caballero, David Alsina, Nicolas Dossan

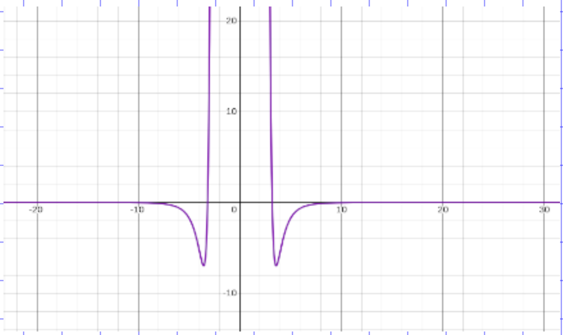
1. Conservación energía

a)

$$U(r) = U_0\left(\left(\frac{a}{r}\right)^{12} - \left(\frac{b}{r}\right)^{6}\right)$$
$$= U_0 \frac{a^{12}}{r^{12}} - U_0 \frac{b^6}{r^6}$$
$$= U_0 a^{12} r^{-12} - U_0 b^6 r^{-6}$$

$$-\frac{d}{dt}(U(r)) = -U_0\left(-12a^{12} r^{-13} + 6b^6 r^{-7}\right)$$
$$= -U_0\left(-12\frac{a^{12}}{r^{13}} + 6\frac{b^6}{r^7}\right) = F$$

b) grafique el potencial



c) encontrar puntos de equilibrio

$$F = \cancel{-U_0}\left(-12\frac{a^{12}}{r^{13}} + 6\frac{b^6}{r^7}\right) = 0$$

$$r^7\left(-12\frac{a^{12}}{r^{13}} + 6\frac{b^6}{r^7}\right) = 0\, r^7$$

$$-12\frac{a^{12}}{r^6} + 6b^6 = 0$$

$$6b^6 = \frac{12a^{12}}{r^6}$$

$$r^6 = \frac{12a^{12}}{6b^6}$$

Puntos de equilibrio $\leftarrow$ $\left[\, r = \pm\frac{a^2}{b}\cdot\sqrt[6]{2}\right.$

d) Determinar la separación de equilibrio o distancia de tal manera que no se ejerce ninguna fuerza entre estos.

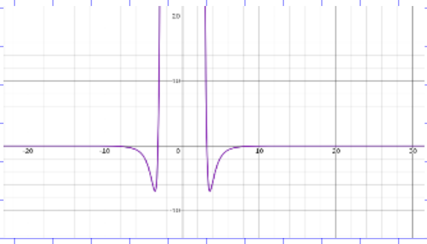
e) calcule los límites cuando $r \to 0$ y $r \to \infty$

$$\lim_{r \to 0} U_0 a^{12} r^{-12} - U_0 b^6 r^{-6}$$

$$= U_0 r^{-6} \left(a^{12} r^{-6} - U_0 b^6 \right) = \infty(\infty) = \infty$$

$$\lim_{r \to \infty} U_0 a^{12} r^{-12} - U_0 b^6 r^{-6} = 0$$

d) es atractiva (entre más se aleje).



1.1. Potencial y campo eléctrico

Cierto potencial el origen se puede escribir como

$$U = \frac{S}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

a) Calcule Fx, Fy y Fz. .

$$F_x = -\frac{d}{dx}(U) = S\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{-1/2}$$

$$= xS\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{-3/2}$$

$$F_y = -\frac{d}{dx}(U) = S\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{-1/2}$$

$$= yS\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{-3/2}$$

$$F_z = -\frac{d}{dx}(U) = S\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{-1/2}$$

$$= zS\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^{-3/2}$$

1.2. Identificación de una fuerza conservativa

a) Uno de estos fuerzas no es un conservativa identifique cuál es? b) Si hay una fuerza conservativa el potencial respectivo.

$$\vec{F} = k\left[xy\hat{i} + 2yz\hat{j} + 3xz\hat{k}\right], \vec{F} = k\left[y^2\hat{i} + (2yx + z^2)\hat{j} + 2yz\hat{k}\right],$$

a)

$$\vec{\nabla} \times F = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\delta}{\delta x} & \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times F = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ \frac{\delta}{\delta x} & \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = 0$$

$$\left[\frac{d}{dy}(F_z) - \frac{d}{dz}(F_y)\right]\hat{\imath} + \left[\frac{d}{dx}(F_z) - \frac{d}{dz}(F_x)\right]\hat{\jmath} + \left[\frac{d}{dx}(F_y) - \frac{d}{dy}(F_x)\right]\hat{k}$$

$F_x = xy\,\hat{\imath}$
$F_y = 2yz\,\hat{\jmath}$
$F_z = 3xz\,\hat{k}$

$$[0 - 2y]\hat{\imath} + [3z - 0]\hat{\jmath} + [0 - x]\hat{k}$$

$$-2y\hat{\imath} \quad 3z\hat{\jmath} \quad -x\hat{k} \neq \vec{0}$$

$F_x = y^2\,\hat{\imath}$
$F_y = 2yx + z^2$
$F_z = 2yz$

$$\left[\frac{d}{dy}(F_z) - \frac{d}{dz}(F_y)\right]\hat{\imath} + \left[\frac{d}{dx}(F_z) - \frac{d}{dz}(F_x)\right]\hat{\jmath} + \left[\frac{d}{dx}(F_y) - \frac{d}{dy}(F_x)\right]\hat{k}$$

$$[2z - 2z]\hat{\imath} + [0 - 0]\hat{\jmath} + [2y - 2y]\hat{k}$$

$$0\hat{\imath} + 0\hat{\jmath} + 0\hat{k} = \vec{0}$$

b)

$$\int F_x\, dx = y^2 x \qquad E_{pot.} = -K(y^2x + z^2y)$$

$$\int F_y\, dy = y^2 x + z^2 y$$

$$\int F_z\, dz = yz^2$$

---

2. Conservación del momento

2.1. Problema 1

a) Demuestre que la energía cinética K y la magnitud del momento lineal p de una partícula de masa m están relacionadas por la expresión $K = \frac{p^2}{2m}$ **b)** Un cardenal (Richmondena cardinalis) de 0.040 kg y una pelota de béisbol de 0.145 kg tienen la misma energía cinética. Cuál tiene mayor magnitud de momento lineal? Cuál es la razón entre las magnitudes del momento lineal del cardenal y de la pelota? **c)** Un hombre de 700 N y una mujer de 450 N tienen el mismo momento lineal. Quién tiene mayor energá cinética? Cuál es la razón entre las energás cinéticas del hombre y de la mujer?

a)

$$p = mv, \quad U_{cinetica} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(mv)v$$

$$v = \frac{p}{m}, \qquad = \frac{1}{2}pv$$

$$= \frac{1}{2}\frac{p^2}{m}$$

b)

$$\cancel{\tfrac{1}{2}}\frac{p_1^2}{m_1} = \cancel{\tfrac{1}{2}}\frac{p_2^2}{m_2}$$

$$p_1^2 = \frac{m_1}{m_2}p_2^2$$

$$p_1^2 = \frac{(0{,}04\,kg)}{(0{,}145\,kg)}p_2^2$$

$$p_1^2 = 0{,}27\,p_2^2$$

$$p_1^2 < p_2^2$$

c) $W_{man} = mg = 700N$

$m = 71,42 \text{ Kg}$

$W_{woman} = mg = 450 N$

$m = 45,9 \text{ Kg}$

Como el momento es el mismo hay tenemos que:

$$E_{man} = \frac{p^2}{2 \cdot 71,42 \text{ Kg}}$$

$$E_{woman} = \frac{p^2}{2 \cdot 45,9 \text{ Kg}}$$

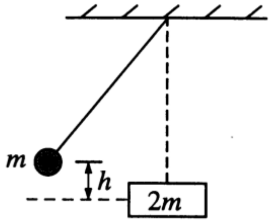
Se observa claramente que la energía cinética $E_{man} < E_{woman}$

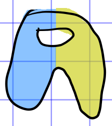
¿cuál es la razón entre las energías?

$$\frac{E_{man}}{E_{woman}} = \frac{\frac{\cancel{p^2}}{\cancel{2} \cdot 71,42 \text{Kg}}}{\frac{\cancel{p^2}}{\cancel{2} \cdot 45,9 \text{Kg}}} = \frac{45,9 \text{ Kg}}{71,42 \text{ Kg}} = 0,64$$

2.2. Problema 2

Una bola de masa m suspendida de una cuerda es soltada desde una altura h y colisiona elasticamente en el punto más bajo con una masa 2m que se encuentra en reposo sobre una superficie sin fricción. Después de la colisión la bola que altura alcanza.





$E_{pot} = mgh$

$E_{cin} = \cancel{m}gh = \frac{1}{2} \cancel{m} v^2$

$2gh = v^2$

$\sqrt{2gh_{ini}} = v$

$mv \rightarrow cte$

$E_{cinetica} \rightarrow Cte$

- $m_1 \cdot V_{1\,inicial} = m_2 V_{2\,final} + m_1 V_{1\,final}$ (1)

- $\frac{1}{2} m V_{1\,inicial}^2 = \frac{1}{2} m_1 V_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{2f}^2$ (2)

de (1) sale:

$$m_1 \sqrt{2gh_{ini}} = m_2 V_{2\,final} + m_1 V_{1\,final}$$

$$V_{1\,final} = \frac{m_1 \sqrt{2gh_{ini}} - m_2 V_{2\,final}}{m_1}$$

$$V_{1\,final} = \sqrt{2gh_{ini}} - \frac{m_2}{m_1} V_{2\,final}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}} m v_{1\,inicial}^2 = \cancel{\frac{1}{2}} m_1 v_{1f}^2 + \cancel{\frac{1}{2}} m_2 V_{2f}^2 \qquad (2)$$

$$2 m_1 g h = m_1 \left(\sqrt{2 g h_{ini}} - \frac{m_2}{m_1} V_2\,final\right)^2 + m_2 V_{2f}^2$$

$$2 m_1 g h_i = -m_2 V_{2f} \sqrt{8 g h_i} + 2 g h_i m_1 + \frac{m_2^2 V_{2f}^2}{m_1} + m_2 V_{2f}^2$$

$$0 = V_{2f}^2 \left(\frac{m_2^2}{m_1} + m_2\right) + V_{2f}\left(-m_2 \sqrt{8 g h_i}\right) + (0)$$

$\rightarrow$ $m_1 = m$
$m_2 = 2m$

$$0 = V_{2f}^2 \left(\frac{4m^2}{m} + 2m\right) + V_{2f}\left(-2m \sqrt{8 g h_i}\right) + (0)$$

$$0 = 6 \cancel{m} V_{2f}^2 - 2\cancel{m} \sqrt{8 g h_i}\, V_{2f}$$

$$0 = 6 V_{2f}^2 - 2\sqrt{8 g h_i}\, V_{2f}$$

$$0 = V_{2f} \left(6 V_{2f} - \sqrt{8 g h_i}\right)$$

$$\Rightarrow V_{2f} = 0 \quad ó \quad V_{2f} = \frac{\sqrt{8 g h_i}}{6}$$

Ahora despejando V_1 final con V_2 final:

$$V_1\,final = \sqrt{2 g h_{ini}} - \frac{m_2}{m_1} V_2\,final$$

$$V_1\,final = \sqrt{2 g h_i} - \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{\sqrt{8 g h_i}}{6} = \sqrt{2 g h_i} - 2 \cdot \frac{\sqrt{8 g h_i}}{6}$$

$$= \sqrt{2 g h_i} - \frac{\sqrt{8 g h_i}}{3}$$

Ahora calculemos la h_{final} ó h_2:

$$\cancel{m_1} g h_2 = \left(\sqrt{2 g h_i} - \frac{\sqrt{8 g h_i}}{3}\right)^2 \frac{\cancel{m_1}}{2}$$

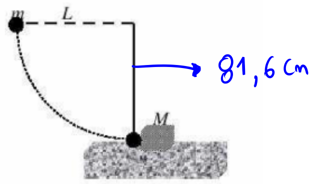
$$\cancel{g} h_2 = \cancel{g} h_i - \frac{8 \cancel{g} h_i}{6} + \frac{8 \cancel{g} h_i}{18}$$

$$h_2 = h_i - \frac{8 h_i}{6} + \frac{8 h_i}{18}$$

$$h_2 = \frac{1}{9} h_i$$

2.3. Problema 3

Una masa m = 500g se encuentra atada a una cuerda de masa despreciable de longitud 81.6cm y es soltada cuando la cuerda esta en forma horizontal(como se muestra en la figura). En el punto más bajo de la trayectoría la masa colisiona con un bloque de masa M = 2.5Kg que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. Suponga que la colisión es elástica. Encuentre la distancia que el bloque recorre a lo largo del plano si el coeficiente cinético entre el bloque y la superficie es de 0.3.



Recuerde que de antes:

$$0 = V_{2f}^2\left(\frac{m_2^2}{m_1}+m_2\right)+V_{2f}\left(-m_2\sqrt{8gh_i}\right)+(0)$$

$$0 = V_{2f}^2\left(\frac{(2.5kg)^2}{0,5kg}+2.5kg\right)+V_{2f}\left(-2.5kg\sqrt{8\cdot g\cdot 0,816\,mt}\right)$$

$$0 = V_{2f}^2(15\,kg) + V_{2f}\left(-20\,kg\,\frac{mt}{s}\right)$$

$$V_{2f} = 0\,\frac{mt}{s} \quad ó \quad V_{2f} = \frac{4}{3}\,\frac{mt}{s}$$

$$N\cdot\mu_K = F_{fricción}$$

$$(2.5kg\cdot g)(0,3) = F_{fricción}$$

$$F_{fricción} = 7,3575$$

$$E_{cinetica} = \frac{1}{2}m_2 V_{2f}^2$$

$$= \frac{1}{2}(2,5kg)\,\frac{16}{9}\,mt^2/s^2 = E_{fricción}$$

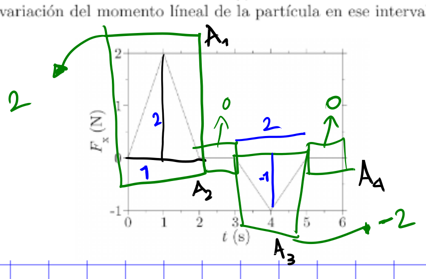
$$\frac{1}{2}(2,5kg)\,\frac{16}{9}\,mt^2/s^2 = F_{fricción}\cdot\Delta x$$

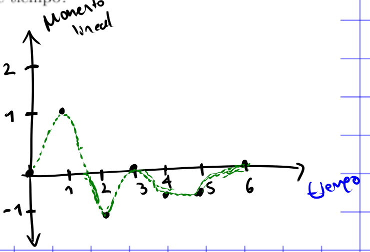
$$\frac{\frac{1}{2}(2,5kg)\,\frac{16}{9}\,mt^2/s^2}{F_{fricción}} = \Delta x$$

$$0,30\,mt = \Delta x$$

2.4. Problema 4

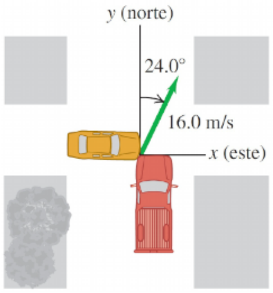
El grafico representa la fuerza $FX(t)$ que actua sobre una partícula en movimiento a lo largo del eje x. cuál es la variación del momento líneal de la partícula en ese intervalo de tiempo?





2.5. Problema 5

En el cruce de la Avenida Texas y el Paseo Universitario, un auto subcompacto amarillo de 950kg que viaja al este por el Paseo choca con una camioneta pickup color rojo de 1900kg que viaja al norte por la Avenida Texas y se paso el alto de un semaforo . Los dos vehiculos quedan pegados despues del choque, y se deslizan a $16m/s$ en direccion 24 grados al este del norte. Calcule la rapidez de cada vehhiculo.



$V_f = 16$ mt/s

$m_1 = 950$ kg

$m_2 = 1900$ kg

$$m_1 V_1 + m_2 V_2 = (m_1 + m_2) V_f$$
$$= (2850 \text{ kg}) \, 16 \text{ mt/s}$$
$$= 45600 \frac{\text{kg mt}}{\text{s}}$$

$$\text{sen}(24°) \, 45600 \frac{\text{kg mt}}{\text{s}} = v_2 \, m_2 = 18547{,}19 \frac{\text{kg mt}}{\text{s}} \div 1900 \text{kg}$$

$$\cos(24°) \, 45600 \frac{\text{kg mt}}{\text{s}} = v_1 \, m_1 = 41657{,}67 \frac{\text{kg mt}}{\text{s}} \div 950 \text{kg}$$

$$V_1 = 9{,}76 \frac{\text{mt}}{\text{s}} \qquad V_2 = 43{,}850 \frac{\text{mt}}{\text{s}}$$