Matrices

$$\overbrace{A}^{\text{Matriz}}\underbrace{\vec{x}}_{\substack{\text{eigen}\\\text{vector}\\\text{de } A}} = \underbrace{\lambda}_{\substack{\text{eigen}\\\text{value}\\\text{de } A}}\vec{x} \quad , \quad \vec{x} \neq \vec{0}$$

→ ¿Cómo calcular un eigen value?

$$A\vec{x} = \lambda\vec{x}$$
$$A\vec{x} = \lambda\vec{x}I$$
$$A\vec{x} - \lambda\vec{x}I = 0$$
$$(A - \lambda I)\vec{x} = 0$$

este sistema tiene solución si $\boxed{\det(A - \lambda I) = 0}$

con esto se despeja el eigen value

→ ¿Cómo obtener los eigenvector?

Cuando calculamos los λ_i los podemos reemplazar en esta expresión y tendremos un sistema de ecuaciones

$$(A - \lambda_i I)\vec{x}_i = 0$$

Casos particulares

Matriz triangular

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \quad ó \quad \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix}$$

Valores propios:

$$\det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} a-\lambda & b \\ 0 & c-\lambda \end{vmatrix} = (a-\lambda)(c-\lambda) = 0$$

encuentre las raíces de $(a-\lambda)(c-\lambda) = 0$ y tendrá los λ_i

$\boxed{\lambda_1 = a \ , \ \lambda_2 = c}$ → los eigenvalues son los números de la diagonal

---

Eigen values Complejos Si los eigen values son complejos los eigenvectors también.

Se soluciona todo como en reales.

(*) Si los valores propios son conjugados entonces los vectores propios también.

- Para cada matriz (1)calcule los $\boxed{\text{valores propios}}$ y los vectores propios correspondientes.(2) verifique la propiedad que dice que la suma de los valores propios es la traza de la matriz y el producto de los valores propios es el determinante.
- . También pinte $v, y\ Av.$ v el vector propio
- 1) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 2) $\begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$

(1) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ $\det\left(\begin{bmatrix} 2-\lambda & 3 \\ 0 & -1-\lambda \end{bmatrix}\right) = (2-\lambda)(-1-\lambda) - 0 = 0$

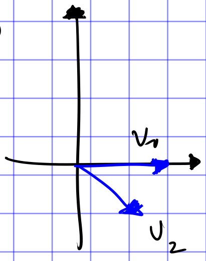
$\lambda_1 = 2 \quad \lambda_2 = -1$

- $(A - \lambda_1 I)X = 0$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x_2 \\ -2x_2 \end{bmatrix} = 0$$

$3x_2 = 0$ $\quad v_1 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix}$

$x_2 = 0$



- $(A - \lambda_2 I)X = 0$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x_1 + 3x_2 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$3x_1 + 3x_2 = 0$ $\quad v_2 = \begin{bmatrix} a \\ -a \end{bmatrix}$

$x_1 = -x_2$

(1.2)

- $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -2 = \det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -2$

- $\lambda_1 + \lambda_2 = 1 = a_{11} + a_{22} = 1$

$(2) + (-1)$

$$\lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + \det(A) = 0$$