Valores propios Complejos

Considere el sistema $\frac{d}{dx}\vec{x} = A\vec{x}$

Si los coeficientes de A son constantes tenemos que resolver:

$$e^{rt}(A - Ir)\vec{\xi} = 0$$

Para obtener

$$\vec{x}(t) = \vec{\xi}e^{rt}$$

Vea que: r debe ser un valor propio y $\vec{\xi}$ el vector propio asociado

Si las raices r son complejas entonces vienen por pares conjugados

$$r_1 = \lambda + i\mu \qquad r_2 = \lambda - i\mu$$

Y los vectores propios también son conjugados.

$(A - Ir_1)\vec{\xi}_1 = 0$, su conjugado es: $\overline{(A - Ir_1)\vec{\xi}_1} = 0$

$$= (A - I\overline{r_1})\overline{\vec{\xi}_1}$$
$$= (A - Ir_2)\vec{\xi}_2$$

entonces las dos soluciones son:

$$\underbrace{\vec{x}^{(1)}(t) = \vec{\xi}_1 e^{r_1 t}, \quad \vec{x}^{(2)}(t) = \overline{\vec{\xi}_1}\, e^{\overline{r_1} t}}$$

Son funciones complejas, para una solución tomamos solo la parte real y para otra la imaginaria.

Así:

Si $\vec{\xi}_1 = \vec{a} + i\vec{b} \Rightarrow$
$$\vec{U}(t) = e^{\lambda t}(\vec{a}\cos(\mu t) - \vec{b}\,\text{sen}(\mu t))$$
$$\vec{V}(t) = e^{\lambda t}(\vec{a}\,\text{sen}(\mu t) + \vec{b}\cos(\mu t))$$

(Hacer ejemplos Plox)