

Taller6AED

David Alsina, Estefanía Laverda, María Fernanda Palacio

4/29/2022

1. considere la matriz de covarianza para el vector aleatorio X

```
Sigma11 = cbind(c(100,0),c(0,1))
Sigma22 = cbind(c(1,0),c(0,100))
Sigma12 = cbind(c(0,0.95),c(0,0))

#Values of U
newMatrix1= solve(sqrtm(Sigma11))%*%Sigma12%*%solve(Sigma22)%*%t(Sigma12)%*%solve(sqrtm(Sigma11))
eigenvectors1= eigen(newMatrix1)$vectors

a1 = eigenvectors1[,1]%*%solve(sqrtm(Sigma11))
a2 = eigenvectors1[,2]%*%solve(sqrtm(Sigma11))
print(c(a1,a2))

## [1] 0.0 1.0 -0.1 0.0

#Values of V
newMatrix2= solve(sqrtm(Sigma22))%*%t(Sigma12)%*%solve(Sigma11)%*%Sigma12%*%solve(sqrtm(Sigma22))
eigenvectors2 = eigen(newMatrix2)$vectors

b1 = eigenvectors2[,1]%*%solve(sqrtm(Sigma22))
b2 = eigenvectors2[,2]%*%solve(sqrtm(Sigma22))
print(c(b1,b2))

## [1] -1.0 0.0 0.0 -0.1

Luego las variables canónicas son

$$U = X_2^{(1)} - 0.1X_1^{(2)}$$

y

$$V = -X_1^{(1)} - 0.1X_2^{(2)}$$

Ahora se calculan las correlaciones canónicas
corr1 = sqrt(eigen(newMatrix1)$values)

print(corr1)

## [1] 0.95 0.00
```

Luego U_1 tiene una correlación de 0.95 con V_1 y U_2 tiene una correlación de 0.00 con V_2 .

2. considere el vecto aleatorio con media μ y covarianza Σ

```
Sigma11 = cbind(c(8,2),c(2,5))
Sigma22 = cbind(c(6,-2),c(-2,7))
Sigma12 = cbind(c(3,-1),c(1,3))

#Values of U
newMatrix1= solve(sqrtm(Sigma11))%*%Sigma12%*%solve(Sigma22)%*%t(Sigma12)%*%solve(sqrtm(Sigma11))
eigenvectors1= eigen(newMatrix1)$vectors

a1 = eigenvectors1[,1]%*%solve(sqrtm(Sigma11))
a2 = eigenvectors1[,2]%*%solve(sqrtm(Sigma11))
print(c(a1,a2))

## [1] -0.3168206  0.3622269 -0.1962489 -0.3016851

#Values of V
newMatrix2= solve(sqrtm(Sigma22))%*%t(Sigma12)%*%solve(Sigma11)%*%Sigma12%*%solve(sqrtm(Sigma22))
eigenvectors2 = eigen(newMatrix2)$vectors

b1 = eigenvectors2[,1]%*%solve(sqrtm(Sigma22))
b2 = eigenvectors2[,2]%*%solve(sqrtm(Sigma22))
print(c(b1,b2))

## [1] -0.36470579  0.09506271 -0.22627464 -0.38582097
```

Luego las variables canónicas son

$$U = -0.3168206^{(1)} + 0.3622269X_2^{(1)} - 0.1962489^{(2)} - 0.3016851X_2^{(2)}$$

y

$$V = -0.36470579X_1^{(1)} + 0.09506271X_2^{(1)} - 0.22627464X_1^{(2)} - 0.38582097X_2^{(2)}$$

Ahora se calculan las correlaciones canónicas

```
corr1 = sqrt(eigen(newMatrix1)$values)

print(corr1)
```

```
## [1] 0.5519301 0.4898610
```

Luego U_1 tiene una correlación de 0.5519301 con V_1 y U_2 tiene una correlación de 0.4898610 con V_2 .

3. considere el vecto aleatorio con media μ y covarianza Σ

```
Ro11 = cbind(c(1,0.615),c(0.615,1))
Ro22 = cbind(c(1,-0.269),c(-0.269,1))
Ro12 = t(cbind(c(-0.111 , -0.266),c(-0.195, -0.085)))

#Values of U
newMatrix1= solve(sqrtm(Ro11))%*%Ro12%*%solve(Ro22)%*%t(Ro12)%*%solve(sqrtm(Ro11))
eigenvectors1= eigen(newMatrix1)$vectors

a1 = eigenvectors1[,1]%*%solve(sqrtm(Ro11))
a2 = eigenvectors1[,2]%*%solve(sqrtm(Ro11))
print(c(a1,a2))

## [1] -1.001589761  0.002588365  0.777892519 -1.268184577
```

```
#Values of V
newMatrix2= solve(sqrtm(Ro22))%*%t(Ro12)%*%solve(Ro11)%*%Ro12)%*%solve(sqrtm(Ro22))
eigenvectors2 = eigen(newMatrix2)$vectors

b1 = eigenvectors2[,1]%*%solve(sqrtm(Ro22))
b2 = eigenvectors2[,2]%*%solve(sqrtm(Ro22))
print(c(b1,b2))
```

```
## [1] 0.6016105 0.9768515 -0.8462094 0.3518049
```

Luego las variables canónicas son

$$U = -1.001589761X_1^{(1)} + 0.002588365X_2^{(1)} + 0.777892519^{(2)} - 1.268184577X_2^{(2)}$$

y

$$V = 0.6016105X_1^{(1)} + 0.9768515X_2^{(1)} - 0.8462094X_1^{(2)} + 0.3518049X_2^{(2)}$$

Ahora se calculan las correlaciones canónicas

```
corr1 = sqrt(eigen(newMatrix1)$values)

print(corr1)
```

```
## [1] 0.3266219 0.1710696
```

Luego U_1 tiene una correlación de 0.3266219 con V_1 y U_2 tiene una correlación de 0.1710696 con V_2 . Estos valores indican que la correlación máxima que se va a obtener entre las variables es de 0.3266219, y esta está explicada por los valores -1.001589761 asociado a la variable $X_1^{(1)}$ y el valor 0.9768515 asociado a $X_2^{(1)}$. A su vez, lo que se está mostrando en términos del problema es que los homicidios primarios están muy relacionados a la severidad de los castigos.