



## QUIZ

## 14 de febrero de 2023

## Indicaciones generales

- o Este es un examen individual con una duración de 45 minutos.
- o No se permite el uso de calculadoras. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- o Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- o Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- ¡Éxitos y ánimo!
  - 1. (15 pts) Una partición de un conjunto X es una colección de subconjuntos disjuntos (dos a dos) cuya unión es X. En particular, cada partición de X es una sub-base para una topología sobre X. Pruebe que si  $\mathcal{S}$  es una partición de X que contiene exactamente 4 subconjuntos, entonces la topología generada por  $\mathcal{S}$  tiene exactamente 16 abiertos.
  - 2. (15 pts) Sea  $(X, \mathcal{T})$  un espacio topológico. Pruebe que si  $\{x_0\} \in \mathcal{T}$  para algún  $x_0 \in X$ , entonces  $\{x_0\} \in \mathcal{B}$  para cada base  $\mathcal{B}$  que genera la topología  $\mathcal{T}$ .
  - 3. (20 pts) Denote por  $\mathcal{T}_{orden}$  la topología del orden en  $\mathbb{Z}$  con respecto al orden usual. Pruebe que  $\mathcal{T}_{orden}$  es la topología discreta. **Ayuda:** Es suficiente probar que los subsconjuntos  $\{n\}$  son abiertos en la topología del orden. ¿Por qué?