



## Computational and Differential Geometry

### Quiz 4

Professor: Nicolás Avilán Vargas, Ph.D.

#### Indicaciones

1. Único medio de entrega [e-aulas](#).
2. Formato de entrega: Un único archivo **.ipynb** con códigos en python, descripciones de códigos y procesos, y respuestas a las preguntas.
3. Solo es permitido el uso de librerías “básicas” (numpy, sympy, matplotlib, seaborn, pandas, etc). En ningún caso será válida la solución lograda, total o parcialmente, por el uso de una librería especializada para resolver problemas de geometría.
4. El quiz **debe** realizarse **individualmente**.
5. Cualquier tipo de fraude o plagio es causa de anulación directa de la evaluación y correspondiente proceso disciplinario.
6. Las entregas están sujetas a herramientas automatizadas de detección de plagio en códigos.
7. Las tareas no entregadas antes de la hora indicada tendrán calificación de 0.0.

*All the calculations should be developed using the Sympy library in Python.*

Consider the parametrization for the sphere given by

$$\vec{X}(\theta, \phi) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$$

for  $0 < \theta < \pi$  and  $0 < \phi < 2\pi$ .

1. Evaluate the coefficients  $E$ ,  $F$  and  $G$  of the first fundamental form.
2. Write down the metric tensor for the sphere.
3. Which is the angle between tangent vectors  $\vec{X}_\theta$  and  $\vec{X}_\phi$ ?
4. Evaluate  $|\vec{X}_\theta \times \vec{X}_\phi|$ , the area element for the sphere. Verify that it coincides with  $\sqrt{EG - F^2}$ .
5. Calculate the area of the sphere.

**Submit:**

Upload to the platform an **.ipynb** file with answers, codes, descriptions and plots.