Universidad del Rosario

Universidad del Rosario

Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación – MACC

Taller 1. ***Análisis Numérico y Computación Científica***

1. **(valor 2pts)** Emplear los métodos de solución de ecuaciones de una variable para dar solución a las siguientes ecuaciones:
   a. $e^x - 4 + x = 0$
   b. $x - 0.2\sin x - 0.5 = 0$
   c. $e^{\frac{x}{2}} - x^2 - 3x = 0$
   d. $e^x \cos x - x^2 + 3x = 0$
   e. $0.5x^3 + x^2 - 2x - 5 = 0$
   f. $e^x - 4x^2 - 8x = 0$

Evidenciar el proceso, comparar la velocidad de convergencia entre los diferentes métodos para cada uno de los ejercicios y emplear un criterio de parada de $\varepsilon < 10^{-4}$.

2. **(valor 1pts)** La velocidad de una paracaidista se define como:

$$v = \frac{gm}{c}\left(1 - e^{-\left(\frac{c}{m}\right)t}\right)$$

Teniendo presente que el valor aproximado de la gravedad es de $9.81m/s^2$, emplee el método de bisección y de falsa posición, con un error inferior a $\varepsilon_{rr} \leq 0.02\%$ para:

   a. Calcular el valor de la masa que hace que el paracaidista tenga una velocidad de $v = 36m/s$, con un coeficiente de resistencia $c = 15kg/s$ en un tiempo $t = 10s$.
   b. Calcular el valor del coeficiente de resistencia para que un paracaidista de $82kg$ tenga una velocidad de $36m/s$ después de $4s$ de caída libre.

3. **(valor 2pts)** Encuentre el máximo de la siguiente función con un error inferior al $\varepsilon_{rr} \leq 0.05\%$:

$$f(x) = -2x^6 - 1.5x^4 + 10x + 2$$

   a. Emplee el método de iteración de punto fijo.
   b. Emplee el método de Newton – Raphson iniciando en $x_i = 1$.
   c. Emplee el método de la secante a partir de $x_{i-1} = 0$ y $x_i = 1$.
   d. Independiente de la convergencia, seleccione la técnica más adecuada para este problema. Justifique su respuesta.

4. **(valor 1pts)** Para la siguiente tabla de datos:

x	1.6	2	2.5	3.2	4	4.5
$f(x)$	2	8	14	15	8	2

   a. Encuentre el polinomio interpolador de Lagrange que pasa por los puntos de la tabla de datos.
   b. Grafique la tabla de datos y el polinomio interpolador obtenido.
   c. Calcule el valor de $f(2.8)$

5. **(valor 1pts)** Para la siguiente tabla de datos:
   a. Teniendo en cuenta la siguiente tabla de datos:

x	3.0	4.5	7.0	9.0
$f(x)$	2.5	1.0	2.5	0.5

      i. Encuentre el spline cúbico que pase por los puntos de la tabla de datos.
      ii. Grafique la tabla de datos y el spline obtenido.
      iii. Utilice los resultados para estimar el valor en $x = 5$.

   b. Teniendo en cuenta la siguiente tabla de datos:

x	1	2	3	5	7	8
$f(x)$	3	6	19	99	291	444

      i. Encuentre el spline cúbico que pase por los puntos de la tabla de datos.
      ii. Grafique la tabla de datos y el spline obtenido.
      iii. Utilice los resultados para estimar el valor en $x = 4$ y $x = 2.25$.

6. **(valor 2pts)** Desarrolle un código que permita calcular el valor de intermedio en una tabla de datos a partir de Polinomios de Lagrange. El código debe recibir dos arreglos unidimensionales que representan x y $f(x)$ y un valor que se desee estimar a partir de la información contenida en dichos arreglos. El código debe encontrar el intervalo en donde se localiza el valor que se desea estimar y luego aproximarlo mediante polinomios cúbicos de Lagrange. Para los intervalos primero y último emplee polinomios cuadráticos y para valores fuera del rango de datos indique la presencia de un error en la información suministrada. Una vez realizado el código puede probarlo con $f(x) = \ln x$ siendo $x = 1, 2, 3, \dots, 10$.

7. **(valor 1pts)** Para la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$$

   a. Grafique la función en el intervalo de $x = -1$ a 1
   b. Obtenga y grafique el polinomio de Lagrange usando los valores de la función equiespaciados $x = [-1 \quad -0.5 \quad 0 \quad 0.5 \quad 1]$

c. Repita el numeral b empleando spline cúbicos.
d. Explique sus resultados.