Universidad del Rosario

Escuela de Ingeniería, Ciencia y Tecnología

Matemáticas Aplicadas y Ciencias de la Computación – MACC

Taller 3. *Análisis Numérico y Computación Científica*

1. Métodos directos para resolver sistemas lineales:
   a. Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones empleando los métodos de eliminación gaussiana con sustitución hacia atrás, pivoteo parcial y pivoteo escalado. Concluya a partir de la comparación con la solución exacta y con el número de operaciones entre los tres métodos:
      i. $$\begin{aligned} 2x_1 - 6x_2 - x_3 &= -38 \\ -3x_1 - x_2 + 7x_3 &= -34 \\ -8x_1 + x_2 - 2x_3 &= -20 \end{aligned}$$
      ii. $$\begin{aligned} -3x_2 + 7x_3 &= 2 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 &= 3 \\ 5x_1 - 2x_2 &= 2 \end{aligned}$$
   b. Utilice la factorización matricial para determinar la matriz inversa y la solución del sistema:
      i. $$\begin{aligned} 3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 &= 7.85 \\ 0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 &= -19.3 \\ 0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 &= 71.4 \end{aligned}$$

   Para ello tenga en cuenta que si la matriz inversa de la matriz A se denota con $M = A^{-1}$, la columna $n - ésima$ de M se podrá encontrar mediante:

   $$Ld = c \qquad Ux = d$$

   Donde el vector c corresponde a un vector con un 1 en la $n - ésima$ fila y ceros en las demás. Así:

   $$M(:, n) = x$$

2. Métodos iterativos para resolver sistemas lineales
   a. Utilice el método de Jacobi y de Gauss – Siedel para resolver los siguientes sistemas de ecuaciones con un error estimado menor del 0.1%:
      i. $$\begin{aligned} 15c_1 - 3c_2 - c_3 &= 3800 \\ -3c_1 + 18c_2 - 6c_3 &= 1200 \\ -4c_1 - c_2 + 12c_3 &= 2350 \end{aligned}$$
   b. Utilice el método de Jacobi y de Gauss – Siedel para resolver los tres ejercicios del numeral 1 de este taller con un error estimado menor del 0.1%.
   c. Utilice refinamiento iterativo para resolver los tres ejercicios del numeral 1 de este taller con una precisión de 5 dígitos.

3. Regresión por mínimos cuadrados:

a. Para la siguiente tabla de datos:

x	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
y	17	24	31	33	37	37	40	40	42	41

i. Ajuste los datos a una línea recta

ii. Ajuste los datos a un modelo de tasa de crecimiento de saturación

iii. Ajuste los datos a una ecuación de potencias

iv. Ajuste los datos a una parábola.

v. Grafique la tabla de datos y los ajustes encontrados en el intervalo en que están contenidos los datos.

vi. ¿Existe algún ajuste superior a los demás? Justifique.

b. Para la siguiente tabla de datos:

x	3	4	5	7	8	9	11	12
y	1.6	3.6	4.4	3.4	2.2	2.8	3.8	4.6

i. Aproxime los datos mediante un polinomio genérico de grado 3, grado 4 y grado 5.

ii. Aproxime los datos mediante funciones ortogonales (Polinomios de Legendre)

iii. Grafique la tabla de datos y los polinomios de aproximación obtenidos en el intervalo en que están contenidos los datos.

iv. Encuentre el error estimado y el coeficiente de correlación.

c. Utilizando polinomios de Legendre:

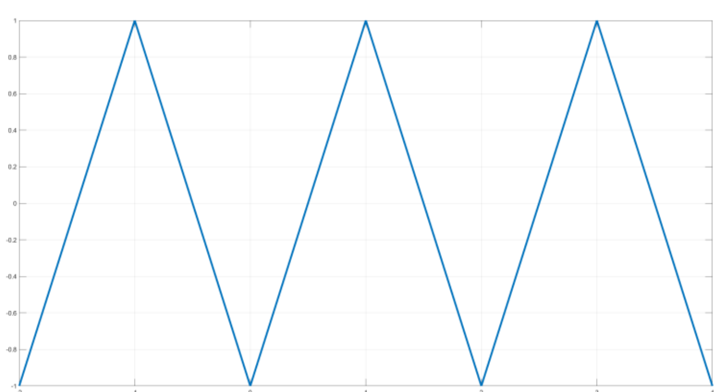
i. Sea la función $f(x) = e^x$ en el intervalo $[-1,1]$. Aproxime la función mediante una recta y una parábola de mínimos cuadrados. Compare las dos gráficas.

ii. Aproxime la función $f(x) = 1/x$ en el intervalo $[1,2]$ por una recta, una parábola y una ecuación cúbica de mínimos cuadrados. Compare gráficamente.

iii. Aproxime la función $f(x) = (2x)^3$ en el intervalo $[0,1]$ mediante una recta y una parábola de mínimos cuadrados. Compare las dos gráficas.

d. Utilice las series de Fourier para encontrar la aproximación de:

i. La siguiente función:



ii. La siguiente tabla de datos:

x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0	1,9990	1,1	$-0{,}5253$	2,2	0,8726	3,3	$-0{,}8509$	4,4	$-0{,}1269$	5,6	$-0{,}1269$

0,1	0,5253	1,2	−0,8726	2,3	0,8509	3,4	0,1269	4,5	0,0000	5,7	0,8509
0,2	0,8726	1,3	−0,8509	2,4	−0,1269	3,5	0,0000	4,6	0,1269	5,8	0,8726
0,3	0,8509	1,4	0,1269	2,5	0,0000	3,6	−0,1269	4,7	−0,8509	5,9	0,5253
0,4	−0,1269	1,5	0,0000	2,6	0,1269	3,7	0,8509	4,8	−0,8726	6	1,9990
0,5	0,0000	1,6	−0,1269	2,7	−0,8509	3,8	0,8726	4,9	−0,5253	6,1	0,5253
0,6	0,1269	1,7	0,8509	2,8	−0,8726	3,9	0,5253	5	−1,9990	6,2	0,8726
0,7	−0,8509	1,8	0,8726	2,9	−0,5253	4	1,9990	5,1	−0,5253		
0,8	−0,8726	1,9	0,5253	3	−1,9990	4,1	0,5253	5,2	−0,8726		
0,9	−0,5253	2	1,9990	3,1	−0,5253	4,2	0,8726	5,3	−0,8509		
1	−1,9990	2,1	0,5253	3,2	−0,8726	4,3	0,8509	5,4	0,1269		