Taller 1

David Alsina, Jairo Gudiño, Juan Ávila

Diciembre 2020

1. Muestre que $Re(iz) =$ -$Im(z)$ para todo numero complejo z.
2. Sea k un número entero. Muestre que:
   a) $i^{4k} = (i^4)^k = (1)^k = 1$
   b) $i^{4k+1} = (i^4)^k \cdot i^1 = (1)^k \cdot i^1 = i$
   c) $i^{4k+2} = (i^4)^k \cdot i^2 = (1)^k \cdot -1 = -1$
   d) $i^{4k+3} = (i^4)^k \cdot i^3 = (1)^k \cdot -i = -1$
3. Encuentre el valor de las siguientes potencias de i.
4.
5. Encuentre $z_1 y z_2$ tal que se satisfaga el siguiente sistema de ecuaciones:

$$(1-i)z_1 + 3z_2 = 2 - 3i \tag{1}$$

$$z_2 = \frac{2 - 3i - (1-i)z_1}{3}$$

$$iz_1 + (1+2i)z_2 = 1 \tag{2}$$

$$z_1 = \frac{1 - (1+2i)z_2}{i} = -i + (1+2i)z_2 i$$

Ahora evaluando z_1 en z_2:

$$\begin{aligned}
z_2 &= \frac{2}{3} - i - \left[\frac{(1-i) \cdot (-i + (1+2i)z_2 i)}{3}\right] \\
&= \frac{2}{3} - i - \left[\frac{-i + z_2 i - 2z_2 - 1 + z_2 + 2iz_2}{3}\right] \\
&= \frac{2}{3} - i - \left[\frac{-i + 3iz_2 - z_2 - 1}{3}\right] = 1 - \frac{2}{3}i - iz_2 + \frac{z_2}{3} \\
z_2\left(\frac{2}{3} + i\right) &= 1 - \frac{2}{3}i \\
z_2 &= \frac{1 - \frac{2}{3}i}{\frac{2}{3} + i} = \text{-i}
\end{aligned}$$

6.

7.

8. Sea $z = 3 - 2i$. Grafique los puntos z, -z, z̄, -z̄ en el plano complejo.

   La gráfica de z, -z, z̄, -z̄ es:

figure