

Temas: Variables aleatorias continuas, función de densidad, función acumulada, valor esperado

1. Sea X una variable aleatoria uniforme en el intervalo $[0, 1]$. Sea $Y = g(X)$ otra variable aleatoria definida en función de X , donde g es

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1/3, \\ 2, & x > 1/3. \end{cases}$$

- a) Determine la función de masa de probabilidad de Y y utilícela para determinar el valor esperado de Y .
- b) Determine el valor esperado de Y usando la regla del valor esperado directamente.
2. Una variable aleatoria X sigue una distribución de exponencial con parámetro $\lambda > 0$ si su función de densidad es igual a

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

Determine el valor esperado y la varianza de X .

3. Una variable aleatoria X sigue una distribución de Laplace con parámetro $\lambda > 0$ si su función de densidad es igual a

$$f_X(s) = \frac{\lambda}{2} e^{-\lambda|s|}$$

- a) Demuestre que f_X es una función de densidad válida.
- b) Determine el valor esperado y la varianza de X .
4. Al llegar a la caja de la cafetería usted se puede encontrar con ninguna o con una persona al frente suyo con la misma probabilidad. El tiempo que toma procesar a una persona es una variable aleatoria exponencial con parámetro λ . Determine la función acumulada de probabilidad de su tiempo de espera.
5. En un juego de dardos el objetivo es un círculo de radio r . Usted siempre da en el objetivo pero sus lanzamientos caen en cualquier punto del círculo con la misma probabilidad. Sea X la distancia del dardo al centro del objetivo.
- a) Determine la función acumulada de probabilidad de X .
- b) Determine la función de densidad de X .
- c) Determine la media y varianza de X .
- d) El objetivo tiene marcado un círculo interno de radio d . Si su lanzamiento cae dentro del círculo interno ($X \leq d$) usted obtiene $S = 1/X$ puntos. De lo contrario ($X > d$), usted obtiene $S = 0$ puntos. Determine la función acumulada de probabilidad de S . ¿Es S una variable aleatoria continua?