Tercer Parcial

¿28 de noviembre de 2019?

4.3

Nombre: Isabella Martinez Martinez **Calificación:**

Indicaciones generales

1. Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: de 11:00 a 13:00.**
2. Celulares y otros dispositivos electrónicos deben estar apagados y ser guardados dentro de las maletas.
3. El estudiante solo podrá disponer de hojas en blanco como borrador de apuntes (opcional).
4. El estudiante puede tener una hoja manuscrita de resumen (opcional). Esta hoja debe estar marcada con nombre completo.
5. **Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.**
6. Las respuestas deben estar clara y totalmente justificadas.
7. Antes de resolver el problema, analice cuidadosamente qué es lo que pide el ejercicio y qué información tiene a disposición.
8. Muestre claramente su solución de forma algebraica (y numérica cuando corresponda) encerrándola en una caja.

1. [30 ptos.] Un péndulo simple consiste en una masa puntual, de masa m, que cuelga de una cuerda inextensible de longitud ℓ que no tiene masa, en presencia de la gravedad g (ver figura abajo). La variables relevantes que describen el movimiento del péndulo son:

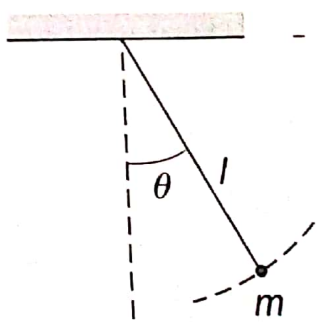
   - El ángulo de la masa con respecto a la vertical, $\theta(t)$ y
   - La velocidad tangencial calculada como $l\dot{\theta}(t)$.

   Cuando las oscilaciones son chicas; es decir $\theta(t) \ll 1$, el péndulo simple exhibe movimiento armónico simple. Suponga que el ángulo del péndulo simple, con este entendido como un oscilador armónico, está dado por

$$\theta(t) = \Theta_0 \cos(\omega_0 t + \phi),$$

   donde Θ_0 es la amplitud máxima del oscilador, $\omega_0^2 = g/l$ es la frecuencia fundamental de oscilación y ϕ es el desfase del oscilador. Suponga, adicionalmente, que no existen otras fuerzas externas actuando sobre el oscilador (péndulo).

   a) Calcule la energía cinética, $K(t)$, como función del tiempo.
   b) Calcule la energía potencial, $U(t)$, como función del tiempo.
   c) Calcule la energía total del oscilador, $E(t)$, como función del tiempo.
   d) ¿Se conserva la energía total, $E(t)$, del oscilador? Justifique.



Recuerde que $\cos x \approx 1 - x^2/2$ y $\sin x \approx x$, cuando $x \ll 1$.

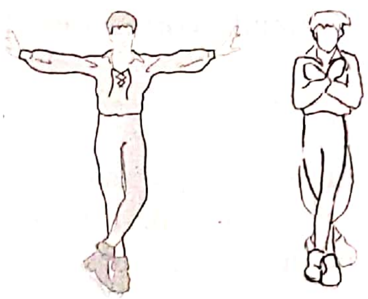
2. [30 ptos.] Una masa oscila al final de un resorte como un oscilador armónico. Este tiene frecuencia angular ω_0 y amplitud A. Para este caso suponga que la energía potencial es cero cuando el oscilador está en equilibrio.

a) ¿Cuáles son las magnitudes del desplazamiento y la velocidad cuando la energía potencial elástica es igual a la energía cinética?

b) ¿Qué tan grande es la energía cinética en comparación con la energía potencial?

Plantee sus respuestas en términos de A y ω_0 y justifíquelas claramente.

3. [40 ptos.] Un patinador artístico se realiza maniobras sobre una pista de hielo sin fricción. Los brazos extendidos del patinador, que se prepara para una vuelta, pueden considerarse una barra delgada que gira alrededor de un eje a través de su centro (ver figura). Cuando los brazos del patinador se envuelven alrededor de su cuerpo para ejecutar el giro, las manos y los brazos pueden considerarse un cilindro hueco de paredes delgadas. Cuando el patinador tiene los brazos pegados a su cuerpo gira con *frecuencia angular* $\nu_i = 0.9$ rev/s. Por otro lado, cuando tiene los brazos extendidos la frecuencia disminuye a $\nu_f = 0.6$ rev/s.



a) ¿Por qué se genera un cambio de frecuencia de angular, $\Delta\nu = \nu_f - \nu_i$, cuando el patinador recoge o extiende sus brazos?

b) Las dos posiciones del patinador tienen distintos momentos de inercia: inicial I_i y final I_f. ¿En qué factor cambia el momento de inercia? Es decir, calcule el cociente I_f/I_i en términos de las *frecuencias angulares* ν_f y ν_i.

Aunque es posible, para resolver este ejercicio no necesita calcular explícitamente los momentos de inercia, solamente su cociente. Recuerde justificar claramente sus respuestas.