

A continuación (1, 2, 3, 4, 6)

TERCER PARCIAL
19 de octubre de 2019

Andrés Felipe Flórez
Quintán

Indicaciones generales

- Este es un examen individual con una duración de 120 minutos: de 13:00 a 15:00 p.m..
- Sólo se permite el uso de calculadoras como medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- El uso de apuntes, libros u otro recurso "analógico" no está permitido.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- Escoja 5 de los 6 puntos y marque cuales realizó (sólo se corregirán 5).

1) (10 pts)

- Enuncie y demuestre la desigualdad de Markov.
- Enuncie y demuestre la desigualdad de Chebyshev usando la desigualdad de Markov.

2) (10 pts) Sea $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias donde $P(X_n = 0) = 1 - \frac{1}{n}$ y $P(X_n = n) = \frac{1}{n}$.

- Determine si la sucesión converge en probabilidad a algún límite y en caso de hacerlo halle el límite.
- Determine si la sucesión de valores esperados $(E(X_n))_{n \in \mathbb{N}}$ converge a algún límite y en caso de hacerlo halle el límite.
- ¿Qué puede concluir?

3) (10 pts) Sea X una variable aleatoria que toma valores enteros no negativos y que tiene función generadora de momentos:

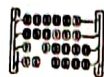
$$M_X(s) = c \frac{3 + 4e^{2s} + 2e^{3s}}{3 - e^s}, \quad c \in \mathbb{R}.$$

- Determine c . (Pista: Calcule $M_X(0)$).
- Determine $E(X)$.
- Determine $E(X^2)$.

4) (10 pts) Sea X una variable aleatoria que satisface: $E(X) = 0$, $E(X^2) = 1$, $E(X^3) = 0$ y $E(X^4) = 3$. Sea $Y = a + bX + cX^2$. Halle $\rho(X, Y)$.

5) (10 pts) Use funciones generadoras de momentos para demostrar que la suma de un número (con distribución Poisson) de variables aleatorias independientes con distribución Bernoulli es una variable aleatoria Poisson.

$$\rho(X, Y) = \frac{\text{COV}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X) \text{Var}(Y)}}$$



6. (10 pts) Determine aproximadamente el número mínimo de veces que debe lanzarse una moneda (justa) de tal manera que con una probabilidad de al menos 0.9, la fracción de caras que usted obtiene difiera a lo sumo 0.01 de la media real. Use el teorema del límite central.

Table A.3 (continued) Areas under the Normal Curve

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998