

Primer Parcial
17/02/2021

1. Este es un examen individual con una duración de 90 minutos.
2. Adicionalmente tendrá 10 minutos para tomar fotos del examen y subir sus respuestas en formato .pdf al aula virtual.
3. No se permite el uso de libros, apuntes ni está permitido consultar en internet.
4. Las respuestas deben estar totalmente justificadas Las cámaras deben estar encendidas durante todo el examen
5. Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.
6. **Cualquier tipo de fraude es un autoengaño en detrimento de su formación académica y profesional**

-
1. **[1,3 pto]** Demostrar, usando únicamente los axiomas de cuerpo, que si a, b, c son números reales $a \neq 0$ y $b^2 \geq 4ac$ entonces la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ tiene por solución a

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Recuerde que \sqrt{w} es el único número real no negativo z tal que $z^2 = w$. Indique el axioma usado en cada paso

2. **[1,2 pto]** Muestre que si C es un conjunto infinito y B es un conjunto finito entonces $C \setminus B$ es infinito
3. **[1,3 pto]** Considere el conjunto $\mathbb{R}^n = \{x = (x_1, x_2, \dots, x_n) : x_i \in \mathbb{R}\}$, considere la expresión $\|x\| = \sup \{|x_i| : i \in \{1, 2, \dots, n\}\}$. Muestre que si $x, y \in \mathbb{R}^n$ entonces

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

4. **[1,2 pto]** Muestre que $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ es irracional