



PRIMER PARCIAL: COMPLETITUD EN \mathbb{R} Y CARDINALIDAD

23 de Agosto de 2022

Indicaciones generales

- Para la solución del parcial disponen de una hora y veinticinco minutos. No se resuelven ningún tipo de dudas.
- El parcial es individual y no se permite el uso de dispositivos electrónicos, libros o apuntes.
- Todos los puntos deben estar debidamente justificados.
- Durante el examen está prohibido salir del salón de clases.

1. [2.0 Puntos]

a) Demuestre por inducción que $n < 2^n$ para todo $n \in \mathbb{Z}^+$.

b) Demuestre que $\bigcap_{n=1}^{\infty} [0, \frac{1}{2^n}] = \{0\}$.

2. [2.0 Puntos] Sean X y Y conjuntos no vacíos de \mathbb{R} , tales que $x \leq y$ para cualesquiera $x \in X$ y $y \in Y$. Demuestre que $\text{Sup}(X)$ y $\text{Inf}(Y)$ existen, y que satisfacen que $\text{Sup}(X) \leq \text{Inf}(Y)$.

3. [1.0 Puntos] Muestre que si X es un conjunto no numerable y Y es un subconjunto numerable de X , entonces $X - Y$ no es numerable. Use este hecho para justificar que el conjunto de los números irracionales es no numerable.