

PARCIAL 1  
25 de Agosto de 2022

**Indicaciones generales**

- Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: 9:00 a.m a 11:00 a.m.**
- No se permite el uso de calculadoras. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- El uso de apuntes, libros u otro recurso “analógico” no está permitido.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- ¡Éxitos y ánimo!

1. (15 pts)

a) (5 pts) Hallar todas la soluciones en  $\mathbb{C}$  de la ecuación

$$x^2 + 8x + 64 = 0$$

b) (10 pts) Usar el item anterior para hallar todas las soluciones en  $\mathbb{C}$  de

$$x^6 + 8x^3 + 64 = 0$$

2. (15 pts) Demuestre que,

$$\left| \sum_{k=1}^n z_k \right| \leq \sum_{k=1}^n |z_k|$$

a) Paso base: Demuestre que,  $|z_1 + z_1| \leq |z_1| + |z_2|$ . Ayuda: use la propiedad  $z\bar{z} = |z|^2$  y  $\operatorname{Re} z < |z|$

b) Realice el paso inductivo. Asuma que la desigualdad es valida para  $n$  elementos y demuéstrelo para  $n + 1$  elementos.

3. (10 pts) Escriba  $f(z)$  de la forma  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$

$$\frac{\bar{z}^2}{z} \quad (z \neq 0)$$

4. (10 pts) Hallar todos los valores  $z \in \mathbb{C}$ , tal que la siguiente función sea continua.

$$f(z) = \begin{cases} \frac{z+\bar{z}}{z-\bar{z}} & \text{si } z \neq 0 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$