Parcial #2

Estudiante: ______________________ **Nota:** ______

Indicaciones generales

- Este es un examen individual con una duración de 120 minutos.
- No se permite el uso de cualquier medio electrónico.
- Los celulares deben estar apagados y guardados durante todo el examen.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.

1. [1 pt] Sea A un dominio euclídeo, con función euclídea d. Demuestre que si $a \in A$, tal que $a \neq 0$ satisface $d(1) = d(a)$ entonces a es una unidad.

2. [1 pt] Sean a y b dos enteros positivos cuya suma es un primo p. Demuestre que un máximo común divisor entre ellos es 1.

3. [1 pt] Encuentre las unidades en $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}] = \{a + b\sqrt{-2}, a, b \in \mathbb{Z}\}$.

4. [1 pt] Sean n y m dos enteros. Demuestre que un máximo común divisor entre ellos en $\mathbb{Z}$ es también máximo común divisor entre ellos en $\mathbb{Z}[i]$.

5. [1 pt] Demuestre que un elemento irreducible en un PID es un elemento primo.
Obs: En un dominio entero D, un elemento $a \in D$ se dice primo si para cuales $a, b \in D$ tales que $a|bc$ entonces $a|b$ o $a|c$.

Parcial #2

Estudiante: ______________________________ **Nota:** ______

Indicaciones generales

- Este es un examen individual con una duración de 120 minutos.
- No se permite el uso de cualquier medio electrónico.
- Los celulares deben estar apagados y guardados durante todo el examen.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.

1. [1 pt] Sea A un dominio euclídeo, con función euclídea d. Demuestre que si $a \in A$ es una unidad entonces $d(a) = d(1)$.

2. [1 pt] Demuestre que $\langle x \rangle$ es un ideal primo de $\mathbb{Z}[x]$ pero no es maximal.

3. [1 pt] Encuentre las unidades en $\mathbb{Z}[i]$.

4. [1 pt] Demuestre que un elemento primo en un dominio de integridad es irreducible.

5. [1 pt] Sean a y b dos enteros. Demuestre que si $a \mid b$ en $\mathbb{Z}[i]$ entonces $a \mid b$ en $\mathbb{Z}$.