

Parcial Final Variable Compleja (25%)

Profesor: Alexander caicedo

December 4, 2020

- En este parcial se evalúa el procedimiento, así que para cada ejercicio **muestre el procedimiento de forma ordenada**.
- El parcial es con libro abierto, así que se espera que cualquier detalle, por obvio que parezca, sea mencionado si se requiere para la solución de un problema.
- Recuerde que el examen es individual, cualquier intento de copia será tratado según el proceso indicado por la universidad.
- El parcial debe ser enviado a mi e-mail: alexander.caicedo@urosario.edu.co, dentro de los 15 minutos después de terminadas las dos horas del parcial, es decir a más tardar a las 9:15 a.m. hora Colombiana. Se pueden enviar fotos o archivos escaneados, pero que sean entendibles. Los parciales que se reciban después de esta hora tendrán penalización.

1. (20 puntos) Para las siguientes funciones indique si son analíticas, si lo son indique en que región lo son, y justifique su respuesta.

(a) (10 puntos) $f(z) = \left(x + \frac{x}{x^2 + y^2}\right) + i \left(y - \frac{y}{x^2 + y^2}\right)$

(b) (10 puntos) $f(z) = \frac{z^3 + 2z + i}{z - 5}$.

2. (10 puntos) Indique si es falso o verdadero que $\oint_{|z|=1} \bar{z} dz = \oint_{|z|=1} \frac{1}{z} dz$

3. (20 puntos) Responda y justifique con palabras y formulas matemáticas, si es necesario, cada uno de las siguientes preguntas:

- (a) (10 puntos) ¿Porqué es necesario que una función sea analítica para que tenga una expansión en series de Taylor?
- (b) (10 puntos) ¿Cómo es la región de convergencia de una serie de Laurent? ¿porqué tiene esa forma?

4. (25 puntos) Usando el método de los residuos encuentre las siguientes integrales:

(a) (15 puntos) $\int_0^\pi \tan(\theta + ia) d\theta$

(b) (10 puntos) $\oint_{|z|=5} \frac{\sin(z)}{z^2 - 4} dz$

5. (15 puntos) Reescriba la serie $\sum_{j=-\infty}^{\infty} c_j e^{int}$ en la serie trigonométrica $\sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos(nt) + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \sin(nt)$ y derive las relaciones:

$$\alpha_0 = c_0; \quad \alpha_n = c_n + c_{-n} \quad (n \geq 1); \quad \beta_n = i(c_n - c_{-n}) \quad (n \geq 1).$$

6. (10 puntos) Enuncie y explique las diferencias entre la Serie de Fourier y la Transformada de Fourier.

Mucha suerte!!!