

**Tercer Parcial**  
**28/04/2021**

Este es un examen individual con una duración de 90 minutos más 30 minutos para la entrega. El examen consta de dos partes, una primera parte que es un cuestionario que debe ser respondido en el aula virtual y el cual tiene un peso de 1,5 puntos del total de examen. Una segunda parte que corresponden a preguntas de desarrollo (demostraciones) las cuales una vez desarrolladas debe escanearlas y subirlas al aula virtual. La segunda parte tendrá un peso de 3,5 puntos **Las respuestas deben estar totalmente justificadas.**

1. **[1,2 ptos]** Demuestre, usando la definición  $\epsilon - \delta$ , que  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4} = \frac{4}{5}$
2. **[1 pto]** Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una función continua. Considere el conjunto  $S = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \leq x\}$  y sea  $(x_n)$  una sucesión de puntos de  $S$ . Demuestre que si  $\lim x_n$  existe entonces  $\lim x_n \in S$ .
3. **[1,3 ptos]** Sea  $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  continua tal que  $f(0) = f(2)$ . Demuestre que existe  $c \in [0, 2]$  tal que  $f(c) = f(c + 1)$