



Parcial #3

Estudiante: _____ Nota: _____

Indicaciones generales

- Este es un examen individual con una duración de 110 minutos.
- No se permite el uso de libros o apuntes, calculadoras o cualquier medio electrónico.
- Los celulares deben estar apagados y guardados durante todo el examen.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.

1. [1.0 pt] Demuestre por inducción matemática la siguiente proposición:

$$\frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{3^2 - 1} + \cdots + \frac{1}{(n+1)^2 - 1} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2(n+2)}, \quad \forall n \geq 1.$$

2. [1.0 pt] Observe que:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} \\ \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) &= \frac{1}{3} \\ \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Encuentre una fórmula general y demuéstrela por inducción.

3. [1.0 pt] Calcule el valor de la siguiente suma y demuestre el resultado usando inducción:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1) \cdot (2k+1)} \quad (k+3)(k+1) = k^2 + k + 3k + 3$$

4. [1.0 pt] Calcule el valor de las siguientes sumas:

a. $\sum_{k=1}^{50} (3k - 2)$

b. $\sum_{k=1}^{40} (4k^2 + 6k - 10)$

5. [1.0 pt] Encuentre el conjunto solución de las siguientes desigualdades:

a. $|x - 3| \leq |2x + 1|$

b. $2 < |2x + 1| \leq 5$