Lógica, teoría de números y conjuntos

Quinto Parcial, 14 de noviembre de 2018

Estudiante: Isabella Martinez Martinez. **Nota:** 4.9

1

PUNTO 1. (1pt) Demuestre que si $a \neq 0$, entonces $f \colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ definida como $f(x) = ax + b$ es sobreyectiva.

1

PUNTO 2. (1pt) Demuestre que si f es inyectiva, entonces f^{-1} es función.

1

PUNTO 3. (1pt) Sea $(a_1, \ldots, a_5)$ una lista de cinco enteros distintos. Decimos que esta lista es creciente si $a_1 < a_2 < \ldots < a_5$ y decreciente si $a_1 > a_2 > \ldots > a_5$. Observe que una lista puede tener distintos patrones de $>$s y $<$s y que dos listas distintas pueden tener el mismo patrón; por ejemplo $(1, 5, 2, 3, 4)$ y $(0, 6, 1, 3, 7)$ tienen el mismo patrón de $>$s y $<$s. Utilice el principio del palomar para demostrar que en cualquier conjunto de 17 de estas listas hay por lo menos dos que tienen el mismo patrón de $>$s y $<$s.

1

PUNTO 4. (1pt) Sean $f \colon A \to B$, $g \colon B \to C$, y $h \colon C \to D$. Demuestre que $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$.

0.9

PUNTO 5. Sea A un conjunto y $f \colon A \to \wp(A)$. Defina

$$B = \{a \in A : a \notin f(a)\}$$

0.2 a) (0.2pts) Demuestre que B no está en la imagen de f.

0.2 b) (0.2pts) Use (a) para demostrar que si $f \colon A \to \wp(A)$, entonces f no es sobreyectiva.

0.2 c) (0.2pts) Considere la siguiente proposición:

Si $|A| = |B|$, entonces existe $f \colon A \to B$ biyectiva

Use esta proposición y (b) para demostrar por reducción al absurdo que $|A| \neq |\wp(A)|$.

0.2 d) (0.2pts) Demuestre que la función $f \colon A \to \wp(A)$ definida como $f(a) = \{a\}$ es inyectiva.

0.1 e) (0.2pts) Concluya que $|A| < |\wp(A)|$.