



SEGUNDO PARCIAL
11 de octubre de 2019

Indicaciones generales

- o Este es un examen **individual** con una duración de **90 minutos: de 13:00 a 14:30 p.m.**.
- o No se permite el uso de calculadoras o cualquier medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- o El uso de apuntes, libros u otro recurso “analógico” no está permitido.
- o Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- o Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- o **Escoja 5 de los 6 puntos y marque cuales realizó (sólo se corregirán 5).**

1. (10 pts) Sea X una variable aleatoria con función acumulada (CDF): $F_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$. Encuentre la función acumulada (CDF) de $Y = X^+$ donde:

$$X^+ = \begin{cases} X, & X \geq 0 \\ 0, & X < 0. \end{cases}$$

2. (10 pts) Sea X una variable aleatoria continua y $Y = X^2$. Suponga que conoce la función de densidad (PDF) de X . Halle la función de densidad (PDF) de Y en términos de la función de densidad de X . Pista: Halle primero F_Y en términos de F_X .
3. (10 pts) Se selecciona un número con densidad uniforme sobre el intervalo $[1, 3]$. Determine la probabilidad que el primer dígito a la derecha del punto decimal sea 5.
4. (10 pts) Sea X una variable aleatoria normal con media μ y desviación estándar σ .
- a) Determine la probabilidad de los eventos $\{X - \mu \geq k\sigma\}$ para $k = 1, 2, 3$.
 - b) Determine la probabilidad de los eventos $\{|X - \mu| \leq k\sigma\}$ para $k = 1, 2, 3$.
5. (10 pts) En su camino a la universidad, Camilo pasa por 4 semáforos cada día. Cada semáforo tiene la misma probabilidad de estar en rojo o en verde, independiente de los demás.
- a) Determine la f.m.p., la media y la varianza del número de semáforos en rojo que Camilo encuentra.
 - b) Suponga que cada semáforo en rojo retarda a Camilo exactamente 2 minutos. Determine la varianza del retardo de Camilo causado por los semáforos.
 - c) El tiempo de desplazamiento se puede descomponer en dos factores: uno constante debido a la distancia (d) y uno de retardo. Determine el valor esperado y la varianza del tiempo de desplazamiento suponiendo que $d = 25$.
6. (10 pts) El tiempo que le toma cada día desplazarse de la casa a la universidad es una variable aleatoria X con distribución exponencial y media 1 hora. El tiempo que le toma desplazarse de regreso a casa es una variable aleatoria Y con distribución exponencial y media 1 hora, independiente de X .

- Determine la probabilidad de que el tiempo total de desplazamiento en un día $X + Y$ sea de máximo 2 horas.
- Si se sabe que le tomó máximo 2 horas llegar a la universidad ($\{X \leq 2\}$), determine la función de densidad de X condicionada en este evento.
- Se ha definido $Z = 2 + X^2$ como el costo del desplazamiento hacia la universidad. Determine la función de densidad de Z .

Table A.3 (continued) Areas under the Normal Curve

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998