



FIRST MIDTERM
March 3, 2021

Indicaciones generales

1. Fecha de publicación: 3 de marzo de 2021 desde las 10:00.
2. Fecha de entrega: 3 de marzo de 2021 hasta las 12:00.
3. Único medio de entrega: <https://e-aulas.urosario.edu.co>.
4. Formato de entrega: un solo archivo PDF.
Importante: no use acentos ni deje espacios en los nombres de los archivos que cree.
5. La actividad **debe** realizarse **individualmente**.
6. En **e-aulas** puede acceder a las diapositivas y a la sección correspondiente a este parcial.
7. Celulares y otros dispositivos electrónicos deben estar apagados y ser guardados.
8. El estudiante solo podrá disponer de hojas en blanco como borrador de apuntes (opcional).
9. El estudiante puede tener una hoja manuscrita de resumen (opcional). Esta hoja debe estar marcada con nombre completo.
10. **Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.**
11. Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
12. **e-aulas** se cerrará a la hora acordada para el final de la evaluación. La solución de la actividad debe ser subida antes de esta hora. El material entregado a través de **e-aulas** será calificado tal como está. Si ningún tipo de material es entregado por este medio, la nota de la evaluación será 0.0.

1. [40 ptos.] Let A be a given positive constant and $g(x) = 2x - Ax^2$.
 - (a) Show that if fixed-point iteration converges to a nonzero limit, then the limit is $p = 1/A$, so the inverse of a number can be found using only multiplications and subtractions.
 - (b) Find an interval about $1/A$ for which fixed-point iteration converges, provided p_0 is in that interval.

Here, p_0 refers to the “first guess” of the fixed point of $g(x)$.

2. [60 ptos.] Let f be defined on $[a, b]$ and let the nodes $a = x_0 < x_1 < x_2 = b$ be given. A quadratic spline interpolating function S consists of the quadratic polynomials

$$S_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2$$

defined on $[x_j, x_{j+1}]$ with $j = 0, 1$, such that

- (a) $S(x_0) = f(x_0)$, $S(x_1) = f(x_1)$, and $S(x_2) = f(x_2)$.
- (b) $S \in C^1[x_0, x_2]$.

Show that conditions (a) and (b) lead to five equations in the six unknowns a_j , b_j , and c_j with $j = 0, 1$. The problem is to decide what additional condition to impose to make the solution unique. Does the condition $S \in C^2[x_0, x_2]$ lead to a meaningful solution? Define that additional condition so the quadratic spline is well defined.