

I Examen Parcial de Ecuaciones diferenciales

NOMBRE: Isabella Martínez Martínez

Punto	1	2	3	4	Definitiva
Calificación	10	10	20	10	5.0
Puntaje	10/50	10/50	20/50	10/50	

~~1.~~ Sea

$$\frac{dy}{dt} = \frac{t}{y-2}, \quad y(-1) = 0$$

- ~~a)~~ Encuentre una fórmula para la solución.
- ~~b)~~ Establezca el dominio de definición de la solución.
- ~~c)~~ Describa qué le ocurre a la solución cuando tiende a los límites de su dominio de solución. ¿Porqué no puede extenderse la solución para más tiempo? (Use el teorema de existencia u unicidad)
- ~~d)~~ Establezca el dominio

~~2.~~ Considere la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{y}{t} + \frac{t-1}{2y} \quad (1)$$

- ~~a)~~ Mediante el cambio de variable  $u = y^2$  transforme la ecuación anterior en una ecuación diferencial de primer orden. lineal en  $u$  y  $t$ .
- ~~b)~~ Resuelva la ecuación lineal.
- ~~c)~~ De la solución del problema de valor inicial ecuación (1) y  $y(1) = 2$

~~3.~~ Sea el modelo logístico con recolección constante

$$\frac{dp}{dt} = f(t, p) = kp \left( 1 - \frac{p}{N} \right) - a. \quad (2)$$

con  $p(t)$  población en el tiempo  $t$ , y  $k, a$  y  $N$  constantes positivas. Si  $a = 0$  es el modelo estudiado en clase.

~~a)~~ Para los parámetros:

$$k = \frac{1}{4}, \quad N = 4, \quad a = 0.16$$

- ~~b)~~ Calcule los puntos de equilibrio y clasifique los equilibrios, estables inestables, semiestables.

- 2) Haga la gráfica de  $f$  contra  $p$ .
- 3) Dibuje la línea de fase y muestre varias soluciones representativas, en el plano  $t - p$ .
- 4) Ahora calcule, en el caso general, ecuación (2).
  - 1) Los puntos de equilibrio en función de los parámetros  $k$ ,  $a$  y  $N$ . ¿para qué valores del parámetro  $a$  tienen sentido poblacional (son positivos) los puntos de equilibrio?. Relaciónelo con la gráfica de  $f$  contra  $p$ .
  - 2) Clasifique los equilibrios, estables inestables, semiestables. ¿Hay cambios en el comportamiento de los equilibrios?
  - 3) En su opinión ¿qué sentido tiene el parámetro  $a$ ?
- 5) Encuentre el valor de  $b$  para que la ecuación

$$(xy^2 + bx^2y)dx + (x + y)x^2dy = 0,$$

sea exacta y halle la solución.

No se permiten celulares, tablet, computador, libros ni apuntes

Agosto 26 2019