

Monitores Técnicos: Juan Sebastián Caballero y Santiago Ortiz Pérez

Este taller tiene como objetivo acercar al estudiante a los contenidos y competencias de la asignatura. Es un material de apoyo para la preparación del segundo parcial.

Competencias:

1. Solucionar operaciones entre fracciones algebraicas
2. Solucionar ecuaciones
3. Solucionar desigualdades
4. Plantear la ecuación de la recta.

1. Simplifique en cada caso hasta donde sea posible:

- a) $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + x}$
- b) $\frac{a^2 + 2ab - a - 2b}{ax^2y - x^2y}$
- c) $\frac{2x^2 - 5x - 7}{x^3 - x}$
- d) $\frac{3z^2 + 8z + 5}{3z^2 + 3z}$

2. En cada caso efectúe las operaciones y simplifique:

- a) $\frac{x^2 + 2x}{x^3 + 5x^2 + 25x} \cdot \frac{x^3 - 125}{x^2 - 4}$
- b) $\frac{2x^2 - 5x - 7}{x^2 + 2x} \cdot \frac{x^3 + 8}{4x^2 - 14x} \div \frac{x^3 + 2x^2 + 4x}{x^2 + 3x}$
- c) $\frac{2m^2 + 3mn - 2m - 3n}{m^2 - m} \cdot \frac{6m^2}{4m^2 + 6mn}$
- d) $\frac{2x^2 + 9x + 7}{x^2 + 10x + 25} \div \frac{4x^2 + 14x}{x^2 + 7x + 10}$
- e) $\left[\frac{(x-2)x-3}{x^2-9} \right] \left[\frac{x(x+3)-2(x+3)}{x^2-5x+6} \right] \div \left[\frac{x+1}{x-3} \right]$

3. Efectúe las operaciones indicadas y simplifique:

- a) $\frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$
- b) $\frac{2}{x+2} - \frac{x}{x^2+4x+4} + \frac{x+1}{x-2}$
- c) $\frac{1 - \frac{1}{2x+1}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{2x+1}}$
- d) $\frac{3}{2x+6} - \frac{x}{x^2-9} + \frac{2x+1}{x^2+6x+9}$

$$e) 2 - \frac{x}{x - \frac{3}{2 - \frac{1}{x+1}}}$$

4. Racionalice y simplifique:

$$a) \frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$$

$$b) \frac{2-\sqrt{x+4}}{x}$$

$$c) \frac{\sqrt{x+6}+x}{2+x}$$

5. Factorice y simplifique:

$$a) \frac{2(x+2)(x-1)^3 - 3(x+2)^2(x-1)^2}{(x-1)^6}$$

$$b) \frac{x^2(x^2-1)^{-1/2} - (x^2-1)^{1/2}}{x^2}$$

6. Encuentre el valor de m para que la ecuación $2x^2 + mx + 2 = 0$ tenga una única solución real.

7. Encuentre el valor de a y b para el cual la siguiente proposición es cierta:

$$\text{Si } |x-9| \leq 7 \text{ entonces } a \leq \frac{1}{3-2x} \leq b$$

8. Resuelva la siguiente desigualdad, exprese la solución en notación de intervalos:

$$\frac{x+3}{x-4} \leq \frac{x-2}{x+5}$$

9. Sean $P = (-3, 1)$ y $Q = (5, 6)$ dos puntos:

- a) Ubique P y Q en el plano cartesiano.
- b) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto medio del segmento de recta que une a P y Q y que es perpendicular a la recta que pasa por P y Q.
- c) Exprese la ecuación de la recta vertical que pasa por P.

10. Solucionar

$$\frac{7}{2x-1} - \frac{3}{3x+4} = \frac{5x+3}{6x^2+5x-4}$$

11. Para $y = -4x^2 + 20x - 5$ es cierto que la gráfica es una parábola que:

- a) Tiene dos cortes con el eje X, el vértice es un punto del primer cuadrante.
- b) Tiene un solo corte con el eje X, el vértice es un punto del primer cuadrante.
- c) Tiene dos cortes con el eje X, el vértice es un punto del cuarto cuadrante.
- d) Tiene un solo corte con el eje X, la segunda coordenada del vértice es cero.

12. Resolver las siguientes ecuaciones:

$$a) -\{2x+3 - [x-2(x+1) - (3x-4)] - x+2\} = 6$$

b) $x^2 - \{3x + [x(x+1) + 4(x^2 - 1) - 4x^2]\} = 2$

c) $\frac{2x-3}{3} + 4 = \frac{3x-4}{2}$

d) $\frac{4}{x-3} - \frac{3}{x-1} = \frac{10}{x^2 - 4x + 3}$

e) $\frac{4}{3x-1} - \frac{3}{2x-1} + \frac{1}{6x-5} = 0$

13. Resolver las siguientes desigualdades:

a) $2x^2 < 8x - x^3$

b) $\frac{1}{x} - \frac{2x}{x-3} \leq 2$

c) $\frac{x+5}{x-5} < \frac{5}{x+2} + \frac{28}{x^2-4}$

d) $6 - |3x - 5| \leq 2$

e) $3x + 8 \geq \frac{3x+2}{4} + \frac{2-x}{5}$

f) $\frac{(x+4)(x-1)}{3x-4} \geq 1$

g) $\frac{x-10}{x+8} \leq 2$

h) $\left(\frac{2x}{5} - 1\right)(3x+5) \leq 0$

14. Resolver y expresar la solución en forma de intervalo:

a) $\left|\frac{x+1}{3x-2}\right| < 5$

b) $\left|\frac{2x-5}{x-6}\right| < 3$

c) $\left|\frac{2x-11}{1-3x}\right| > 5$

d) $\left|x + \frac{1}{x}\right| \geq 1$

15. Halle la ecuación de la recta que:

a) Tiene pendiente -4 y pasa por el punto (2, -3).

b) Pasa por los puntos (2, -9) y (-8, 11).

c) Es perpendicular a la recta $x - 9y + 14 = 0$ y pasa por el punto (4, -2).

16. Grafique las siguientes rectas:

a) $y = \frac{4}{3}x - 2$

b) $4x + 2y + 9 = 0$

c) $x - 4y - 12 = 0$

17. Los carros se devalúan con su uso. Un auto tiene un valor de \$50.000.000 cuando está nuevo y después de 4 años su valor es de \$35.000.000. Se asume que la relación entre el valor del carro y su edad es lineal.

a) Halle una ecuación que relacione al valor del carro con su edad.

b) ¿A qué edad el valor del carro será la mitad de su costo inicial?

c) Grafique la ecuación hallada.

d) ¿Qué significa una pendiente negativa en este caso?