

1. Considere la siguiente función $f(x) = \begin{cases} 1/x, & x < 1 \\ 5, & x = 1 \\ 2x - 1, & 1 < x \leq 2 \\ x^2 - 6x + 9, & 2 < x \end{cases}$

a) [0,4 ptos.] Realice la gráfica de la función f

b) [0,3 ptos.] A partir de la gráfica determine la continuidad en los puntos $x = 0$, $x = 1$ y $x = 2$, en caso de ser discontinua indique el tipo de discontinuidad

2. Calcule el valor de los siguientes límites

(a) [0,6 ptos.] $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^4 - 3x^2 - 4}$

(b) [0,6 ptos.] $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$

(c) [0,6 ptos.] $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-1/2} \sin(x)$

(d) [0,6 ptos.] $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2-1}}$

3. [1 pto.] Usando la definición de límite, demuestre que $\lim_{x \rightarrow 5} x^2 + x - 3 = 27$

4. [0,9 ptos.] Compruebe que la ecuación $\cos(x) = x^3$ tiene al menos una raíz real