

Examen parcial #3 - Lunes 9 de mayo de 2022

Nombre del estudiante: José Duarte Sanabria Grupo: 1

Nombre del profesor: Edwin Cubides Calificación: 5.0

**Instrucciones**

Este es un examen individual con una duración de 1 hora y 50 minutos. No se permite el uso de libros, notas de clase, calculadoras o cualquier medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen. El estudiante deberá entregar la solución del examen en una hoja de examen debidamente marcada. **Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen. Las respuestas deben estar totalmente justificadas.**

1. (1.8 pto.) Determine la mayor cantidad de información que pueda obtener de  $f(x)$  y sus respectivas derivadas para poder esbozar la curva:

$$f(x) = \frac{x}{x^3 - 2}$$

Deberá determinar detalladamente los puntos de corte con los ejes, las asíntotas verticales y horizontales, los puntos críticos de la función, los intervalos en los que la función es creciente o decreciente, clasificar los puntos críticos como máximos/mínimos o ninguno. Posteriormente identificar los intervalos en los que la función es cóncava hacia arriba y/o cóncava hacia abajo, y calcular los puntos de inflexión de la función. Al final debe esbozar gráficamente la curva de la función dada.

Tenga en cuenta que

$$y' = \frac{-2x^3 - 2}{(x^3 - 2)^2}$$

$$y'' = \frac{6x^5 + 24x^2}{(x^3 - 2)^3}$$

2. (1.0 pto.) Cuando una persona tose, la tráquea se contrae, permitiendo al aire salir a una velocidad máxima. Se puede demostrar que al toser la velocidad  $v$  del aire está dada por la función

$$v(r) = kr^2(R - r)$$

donde  $r$  es el radio de la tráquea (en centímetros) cuando se tose,  $R$  es el radio normal de la tráquea (en centímetros) y  $k$  es una constante positiva que depende de la longitud de la tráquea. ¿Cuál es el radio que maximiza velocidad a la que sale el aire?, ¿Cuál es esa velocidad máxima?

3. (1.2 pto.) Calcular el límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( e^{1/x} + \frac{1}{x} \right)^x$$

**Ayuda:** Haga un cambio de variable para obtener una forma indeterminada adecuada.

4. (1.0 pto.) Determine y represente gráficamente la cónica cuya ecuación es  $b^2x^2 = a^2b^2 - a^2y^2$ , donde  $a$  y  $b$  son constantes positivas tales que  $a < b$ .