# Primer Parcial

27 de febrero de 2019

**Estudiante:** Isabella Martinez Martinez **Nota:** 4.7

4.7

1. 0.5 a) [0.5pt.] Defina de manera recursiva las funciones $P[A]$, la cual cuenta el número de ocurrencias de letras proposicionales de $A$, y $C[A]$, la cual cuenta el número de ocurrencias de conectivos de $A$. Observe que, por ejemplo, $P[\neg(p \wedge \neg p)] = 2$ y $C[\neg(p \wedge \neg p)] = 3$.

   0.5 b) [0.5pts.] Presente el paso a paso de cada una de estas funciones sobre la fórmula:

$$\neg(p \to q) \wedge p$$

   0.7 c) [1pt.] Demuestre que $\log_2(P[A]) \leq C[A]$. [Ayuda: $\log_2(x) = y$ sii $x = 2^y$.]

1 2. [1pt.] Sea $U = \{A_1, \ldots, A_n\}$ un conjunto de fórmulas. Demuestre que si $U$ es insatisfacible y $A_i$ es válida para algún $i = 1, \ldots, n$, entonces $U - \{A_i\}$ es insatisfacible.

2 3. [2pts.] Demuestre el teorema de sustitución salva veritate: Sea $B$ una fórmula arbitraria y $A$ y $A'$ fórmulas tales que $A \in \text{Subforms}(B)$ y $A \equiv A'$. Se tiene que $B \equiv B\{A \to A'\}$.

Ayuda: Puede asumir los siguientes lemas:

**Lema I:** Sean $A$ y $B$ fórmulas. Si $A \equiv B$, entonces $\neg A \equiv \neg B$.

**Lema II:** Sean $A$, $B$ $A'$ y $B'$ fórmulas. Si $A \equiv A'$ y $B \equiv B'$, entonces $A \odot B \equiv A' \odot B'$, para $\odot \in \{\wedge, \vee \to, \leftrightarrow\}$.

**Lema III:** $\neg B\{A \leftarrow A'\} = \neg(B\{A \leftarrow A'\})$

**Lema IV:** $(B \odot C)\{A \leftarrow A'\} = B\{A \leftarrow A'\} \odot C\{A \leftarrow A'\}$, para $\odot \in \{\wedge, \vee \to, \leftrightarrow\}$.