

Monitores Técnicos: Juan Sebastián Caballero y Santiago Ortiz Pérez

Este es un taller preparcial que resulta ser un insumo importante para prepararse para el primer parcial de esta asignatura. Aunque es un insumo, no debería ser la única fuente de ejercicios. Tenga en cuenta las secciones del texto guía que se hacen corresponder con lo que se evaluará la próxima semana, allí encontrará una plétora de ejercicios útiles para esta tarea de estudio.

1. Resuelva y simplifique las siguientes expresiones:

a) $3 - 2 \times 6 \div 3 + 3 \div 2 \times (4 - 2)$

b) $\frac{8}{3} - \left[2 \div \left(\frac{1}{3} - 1 \right) - \frac{5}{2} \right]^2$

c) $1 - \frac{3}{2} \times 4 - \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right)$

2. Verifique que:

a) $\frac{16}{2} - \frac{25}{5} = \frac{16 - 25}{2 - 5}$

b) Del ejercicio anterior se podría decir que $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a - c}{b - d}$, $b \neq d$. Proporcione un ejemplo para explicar que esto en general no se cierto.

3. ¿Cómo se usa la propiedad distributiva para explicar el hecho que $2x + 3x = 5x$?

4. Explique por qué $2 \times (3 \times 4)$ no es igual a $(2 \times 3)(2 \times 4)$

5. Realice las siguientes operaciones y simplifique:

a) $(xy)^{-1}(x^{-1} + y^{-1})^{-1}$

b) $\left(\frac{7}{x}\right)\left(\frac{3}{14x}\right) + \left(\frac{3}{2x}\right)^2$

c) $\frac{3\sqrt{2\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}\sqrt[4]{2}}}}{(\sqrt[3]{2})^4}$

6. Dados los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} : x < 3\}$, $D = \{x \in \mathbb{R} : -2 < x \leq 2\}$, $E = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x < 4\}$ y $F = \{x \in \mathbb{R} : x \leq -2\}$.

a) Expresar cada conjunto en notación de intervalo.

b) Dibuje cada conjunto en la recta real.

c) Encuentre $A \cap B$ y expréselo en notación de intervalo.

d) Encuentre $A \cup B$ y expréselo en notación de intervalo.

e) Encuentre $(A \cap C) \cap B$ y expréselo en notación de intervalo.

f) Encuentre $(A \cap C) \cup B$ y expréselo en notación de intervalo.

7. Multiplique y simplifique las siguientes expresiones algebraicas:

- | | |
|---|---|
| a) $\sqrt{x}(x + \sqrt{x})$ | e) $(b - 3)(b + 3)(b^2 + 9)$ |
| b) $xy(x + y) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)$ | f) $(x + y + z)^2$ |
| c) $x^{3/2}(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})$ | g) $(2x - \sqrt{y})(2x + \sqrt{y})$ |
| d) $(2x - 1)(x + 4)(3x - 2)$ | h) $(\sqrt{x + h} - 1)(\sqrt{x + h} + 1)$ |

8. Use productos notables para dar la respuesta correcta de:

- a) Si $x^2 - y^2 = 28$ y $x - y = 8$, entonces ¿el valor de $x + y$ es?
- b) Si $c^2 + d^2 = 4$ y $(c - d)^2 = 2$, entonces ¿Cuál es el valor de cd ?
- c) Si $\left(\frac{1}{w} + w \right)^2 = 100$, entonces ¿el valor de $\frac{1}{w^2} + w^2$ es?
- d) ¿El valor de $\left(\frac{1}{a} + a \right)^2 - \left(\frac{1}{a} - a \right)^2$ es?

9. Muestre mediante un ejemplo que en general:

- a) $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$
- b) $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

10. Verifique que $ab = \frac{1}{2}((a + b)^2 - (a^2 - b^2))$

11. Establezca la veracidad de las siguientes igualdades, justifique su respuesta:

- a) $5x + 2x = 7x$
- b) $-2(5 - 10y) = 10 + 20y$
- c) $-\frac{x}{y} = \frac{x}{-y} = \frac{-x}{y}$
- d) $x + 0 = 0$ para todo número real x
- e) $\frac{(s/t)}{(r/u)} = \frac{su}{tr}$

12. Usando las propiedades de los números reales indique la igualdad que resulta ser la opción válida:

- a) $\frac{x}{y + z} = \frac{x}{y} + \frac{x}{z}$
- b) $\frac{x}{y + z} = \frac{1}{y}$
- c) $\frac{x + y}{z} = \frac{x}{z} + \frac{y}{z}$
- d) $\frac{x}{y} - \frac{z}{y} = x - z$

13. Considere la fracción $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$, su simplificación es:

- a) $1/2$
- b) 4
- c) $1/4$

d) 2

14. Ordene de mayor a menor los siguientes números racionales:

$$\frac{5}{12}, \frac{2}{15}, \frac{5}{4}, \frac{7}{5}$$

15. Considere los intervalos $A = [-2, +\infty)$, $B = (-\infty, 4)$ y $C = (-1, 5]$. El conjunto $(A \cap B) \cap C$ corresponde a:

a) $(-2, 5)$

b) $[-1, 4)$

c) $(4, 5]$

d) $(-1, 4)$

16. Simplifique y exprese con exponentes positivos:

a) $\left(\frac{x^3 y^4 z^6}{x^5 z^{10}}\right)^5$

b) $x^3 \left(\frac{8x^{-4} y^4 z^4}{16x^3 z^5}\right)^4$

c) $x^{1/2} \left(\frac{x^{3/5} y^{1/5} z^{-3/5}}{12x^{-3} z^4}\right)^{1/3} (x^4 y^{-5})$

17. Simplificar (si es posible):

a) $3\sqrt{80} - 5\sqrt[3]{500} + 6\sqrt{245} - 7\sqrt[3]{108}$

b) $\frac{3\sqrt[3]{384} - 5\sqrt[3]{3}}{4\sqrt[3]{3}}$

18. Simplifique la expresión:

a) $(a^{-1} + a^{-2} + a^{-3})^{-1}$

b) $x^3 y^2 \sqrt[5]{x^{12} y^{10}} \sqrt[3]{x^3 y^{20}}$

19. Simplifique la siguiente expresión:

$$-(12x - \{10y - (25z + 14y) - [x - (10x - 18z)]\})$$

20. Escriba un trinomio de grado 4, donde el coeficiente del segundo término es -7 y que sea 12 el término constante.

21. Efectúe cada una de las siguientes operaciones:

a) $(1 - 2xy - xy^2) - (5x^2 - 4xy + 7)$

b) $(2x + 3xy - 5y^2)(4y + 9)$

c) $(-7x^2 + 9x - 15) + 2x^3(-x + 4)^2 - (x^5 + x^4)^0$

d) $x(3x - 5)(3x + 5) - (7 - 6x)^2$

e) $40a^3 x^2 y^5 \div 16a^2 y^3$

f) $(15x^4 y^8 - 7x^2 y^3 + 5xy^2) \div 5xy^2$

g) $(6x^2 - 5x - 4) \div (3x - 4)$

h) $(3x^3 + 2x^2 - 5x - 7) \div (x^2 + 2x + 1)$

22. Factorice cuando sea posible cada uno de los siguientes polinomios:

- | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $6ax^2y^3 + 15a^2x^3y^2 - 21ax^5y$ | h) $121x^2 - 64$ |
| b) $25x^2 - 30xy + 9y^2$ | i) $x^2 + 3xy + 4x + 12y$ |
| c) $4x - 5y - 20x^2 + 25xy$ | j) $(5x - 1)^2 - (x + 9)^2$ |
| d) $2t^2 - 32t$ | k) $5x^5 - 45x^3$ |
| e) $x^2 - x - 90$ | l) $2x^2 + 3x - 6$ |
| f) $6x^2 - 10x - 56$ | m) $6x(x - 4)^4 + 12x^2(x - 4)^3$ |
| g) $mx + 2nx - 8my - 16ny$ | |

23. Use la división sintética para hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

- a) $(x^5 - x^2 + 3x + 2) \div (x - 2)$
b) $(-x^3 + \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 4) \div (x - \frac{5}{2})$
c) $(x^4 - 3x^2 + 2x) \div (2 + 3x)$

24. Calcular las raíces de los siguientes polinomios:

- a) $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$
b) $Q(x) = 4x^3 - 20x^2 - x + 5$
c) $P(x) = 6x^3 + 23x^2 + 9x - 18$

25. Simplifique las siguientes expresiones:

- a) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2}$
b) $\frac{1 + r - r^2}{r^3 + 3r^2}$
c) $\frac{2x^2 + 7x + 3}{2x^2 - 7x - 4}$