

**SEGUNDO PARCIAL**  
01 de octubre de 2021**Indicaciones generales**

- Este es un examen **individual** con una duración de **120 minutos: de 7:00 a 9:00**.
- Puede tener **una** hoja manuscrita de resumen con fórmulas. Esta hoja debe estar marcada con el nombre del estudiante y entregarse con el parcial.
- No se permite el uso de libros o apuntes, presentaciones de la clase, calculadoras o cualquier otro medio electrónico. Los **celulares deben estar apagados** durante todo el examen.
- La **cámara de su computador debe estar encendida** todo el tiempo durante la duración del examen, y debe ubicarse de tal manera que permita observar **PLENAMENTE** su comportamiento durante el examen.
- No se permite ausentarse del área de trabajo o recibir llamadas durante el examen.
- No se permite el uso de ningún tipo de dispositivo para buscar soluciones a los puntos del parcial ni para comunicarse con otras personas.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la **anulación** del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente **justificadas**.

1. [10 ptos.] Usted dispone de 200 metros lineales de cerca para construir un corral rectangular donde la longitud del *largo* del corral es de  $x^2$  metros. Plantee un problema de programación no lineal sin restricciones unidimensional para hallar el valor de  $x$  que maximiza el área del corral que se puede construir utilizando la cerca disponible.
2. [20 ptos.] Sea  $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$  definida en todo  $\mathbb{R}^2$ . Muestre que si  $f \in \mathcal{C}^1$ , la función es convexa.
3. [20 ptos.] Dada la siguiente función,

$$f(x) = 2x_1^2 + (x_2 + 1)^2 + 4x_1x_2, \quad \Omega = \{f(x_1, x_2) : x_1 \geq 0, x_2 \geq 0\}$$

Determine si el punto  $x^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  es un mínimo local para  $f$ .

4. [20 ptos.] Dado el siguiente problema de programación no lineal,

$$\min x^3 - x^2 - x$$

Utilice el método de ajuste cuadrático con los puntos iniciales  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$  y  $x_3 = 4$  para encontrar el mínimo de la función en  $\mathbb{R}^+$ . Realice al menos dos iteraciones, indicando claramente el procedimiento realizado.

5. [30ptos.] Considere la función

$$f(x_1, x_2) = x_1 - x_2 + 2x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$$



- a) [10 ptos.] Muestre que  $d = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$  es una dirección de descenso para  $f$  en  $\hat{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .
- b) [20 ptos.] Realice dos iteraciones del método de descenso del gradiente para encontrar el valor de  $x$  que minimiza la función, con el punto inicial de búsqueda  $x_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

**Nota:** Puede usar la derivada de la función  $f(x + \lambda d)$  para encontrar  $\lambda$ .