



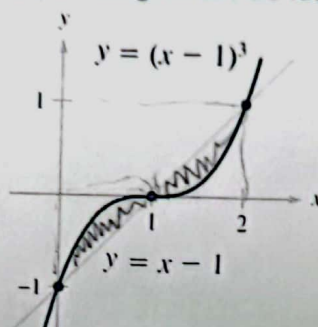
**Examen final de Cálculo 2**

**30 de mayo de 2023**

**Indicaciones generales**

- Este es un examen individual con una duración de 120 minutos: 1:00-3:00 p.m.
- La calculadora es personal e intransferible.
- Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente **justificadas en la hoja de examen**.
- ¡Muchos éxitos!

1. (1.5 pts) Sea  $D$  la región comprendida por las gráficas de las curvas  $y = (x - 1)^3$  y  $y = x - 1$



$$\begin{aligned} u &= x - 1 \\ u + 1 &= x \\ (u + 1)^2 &= x^2 \end{aligned}$$

- a) Calcule el área encerrada por las curvas.
- b) Calcule la integral doble  $\iint_D 3x^2y \, dA$  (sugerencia: al calcular la integral haga la sustitución  $u = x - 1$ )
- c) Plantee la integral del literal anterior cambiando el orden de integración (No calcule esta integral)
2. (1.0 pts) Sean  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh(x)$  y  $g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh(x)$ . Muestre que el volumen del sólido de revolución obtenido al rotar sobre el eje  $x$  el área entre las dos curvas, para  $0 < x < L$  es proporcional a la longitud del eje de rotación del sólido, es decir,  $L$ . Nota: Dos cantidades  $A$  y  $B$  son proporcionales cuando  $A = \alpha B$  donde  $\alpha$  es un número real.

3. (1.0 pts) Determine los valores de  $p$  para los cuales la serie es convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)}{n^p}$$

4. (1.5 pts) Determine el radio y el intervalo de convergencia de la siguiente serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x + 6)^n}{\sqrt{n} 8^n}$$