

# Tercer Parcial Variable Compleja (15%)

Profesor: Alexander caicedo

November 20, 2020

- En este parcial se evalúa el procedimiento, así que para cada ejercicio **muestre el procedimiento de forma ordenada**.
- El parcial es con libro abierto, así que se espera que cualquier detalle por obvio que parezca sea mencionado si se requiere para la solución de un problema.
- Recuerde que el examen es individual, cualquier intento de copia será tratado según el proceso indicado por la universidad.

1. Discuta sobre la convergencia de las siguientes series y liste razones suficientes para determinar si la serie converge o no.

(a) (10 puntos)  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(3+i)^k}{k!}$

(c) (10 puntos)  $\sum_{k=1}^{\infty} \left( i^k - \frac{1}{k^2} \right)$

(b) (10 puntos)  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k^2)}{k^{3/2}}$

2. (10 puntos) Explique matemáticamente y con sus propias palabras, ¿porqué la región de convergencia de una serie de potencias es un disco?
3. (10 puntos) Indique si el siguiente enunciado es Falso o Verdadero y justifique su respuesta: Toda serie de Potencias de una función analítica con un radio de convergencia mayor a cero, es una serie de Taylor.
4. (15 puntos) Usando el producto de Cauchy encuentre los primeros 3 términos de la serie de Maclaurin de la función  $\frac{e^z}{z-1}$ .
5. (10 puntos) ¿Existe una serie de Potencias que converja para  $z_1 = 3 + 4i$  y no converja para  $z_2 = 1 + 5i$ ? Justifique su respuesta.
6. Encuentre la serie de Laurent de la función  $f(z) = \frac{1}{z+z^2}$  en los siguientes dominios:
  - (a) (15 puntos)  $0 < |z| < 1$
  - (b) (10 puntos)  $1 < |z|$

Mucha suerte!!!