

Tercer Parcial
06/11/2020

1. [1 pto] Usando la definición límite, muestre que

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 4}{4x - 7} = 12.$$

2. [1 pto] Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continuas, $a \in \mathbb{R}$ y suponga que $f(a) < g(a)$. Muestre que existe $\delta > 0$ tal que $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in (a - \delta, a + \delta)$.
3. [1 pto] Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua, $(x_n) \subset [a, b]$ una sucesión de Cauchy. Muestre que $(f(x_n))$ es de Cauchy. Muestre que si $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ es continua, no necesariamente el resultado anterior es cierto.
4. [1 pto] Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{Q}$ una función. Muestre que f es continua si y sólo si f es constante.
5. [1 pto] Sean $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ funciones continuas, sea

$$A = \{x \in [a, b] : f(x) = g(x)\},$$

y sea $(x_n) \subseteq A$ tal que $x_n \rightarrow x$ cuando $n \rightarrow \infty$. Muestre que $x \in A$.