

Lógica, teoría de números y conjuntos

Cuarto Parcial, 29 de octubre de 2018

Estudiante: Isabella Martinez Martinez Nota: 4.4

PUNTO 1. (1pt) Sea R la relación en \mathbb{Z} definida como sigue:

$$xRy \text{ si } x \equiv y \pmod{12}$$

Demuestre que R es reflexiva, simétrica y transitiva.

PUNTO 2. (1pt) Sea R una relación de equivalencia en A y sean $a, b \in A$. Demuestre que $[a] \cap [b] = \emptyset$ si $[a] \neq [b]$.

PUNTO 3. (1pt) Sean A, B conjuntos. Demuestre que $(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$.

PUNTO 4. (1pt) Sea n un entero positivo. Demuestre por inducción que

$$9 + 9 \times 10 + 9 \times 100 + \dots + 9 \times 10^{n-1} = 10^n - 1$$

PUNTO 5. Sea n un entero positivo.

a) (0.3pts) Sea $i = 1, \dots, 2^n$. Demuestre que $\frac{1}{2^n + i} \geq \frac{1}{2^{n+1}}$

b) (0.3pts) Use (a) para demostrar que $\frac{1}{2^n + 1} + \frac{1}{2^n + 2} + \frac{1}{2^n + 3} + \dots + \frac{1}{2^{n+1}} \geq \frac{1}{2}$

Ayuda: Observe que en el lado izquierdo hay exactamente 2^n términos.

c) (0.4pts) Use (b) para demostrar por inducción que

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2}$$

Ayuda: Observe que en el paso inductivo hay que sumar $\frac{1}{2^n + 1} + \frac{1}{2^n + 2} + \frac{1}{2^n + 3} + \dots + \frac{1}{2^{n+1}}$



Universidad del
Rosario



MACC
Matemáticas Aplicadas y
Ciencias de la Computación