Parcial final

1 de junio de 2023

Nombre del estudiante: ______________________________ Grupo: ______

Nombre del profesor: ______________________________ Calificación: ______

Descripción general
Este es un examen individual con una duración de 90 minutos: 7:00-8:30 a.m. NO se permite el uso de libros, apuntes o cualquier medio electrónico a excepción de una calculadora que será personal e intrasferible. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen. Sólo se atenderán dudas relacionadas con el enunciado o la logística de la prueba. Cada estudiante deberá entregar la solución del cuestionario en una hoja de examen debidamente marcada. **Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen. Todas las respuestas deben estar totalmente justificadas. !Éxitos y ánimo¡.**

1. [2 ptos.] Si

$$M = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

   a) Calcule los valores y vectores propios de la matriz M.
   b) Determine si la matriz M es diagonalizable. Justifique su respuesta.
   c) Factorice la matriz M como $M = S\Lambda S^{-1}$.
   d) Teniendo en cuenta el numeral anterior calcule M^4.

2. [2 ptos.] Sea $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ una aplicación definida por

$$T(x, y, z) = (x + z, x + y, y - z)$$

   a) Muestre que T es una transformación lineal.
   b) Encuentre la matriz A_T asociada a la transformación lineal.
   c) Utilizando A_T determine el núcleo y la nulidad de T.
   d) Utilizando A_T determine la imagen y el rango de T.

3. [1 pto.] Por medio del método de la regla de Laplace (usando cofactores) encuentre el determinante de la siguiente matriz 3×3

$$A = \begin{bmatrix} 12 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -1 \\ -10 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$