IEL – protokol k projektu

David, Hudák
xhudak03

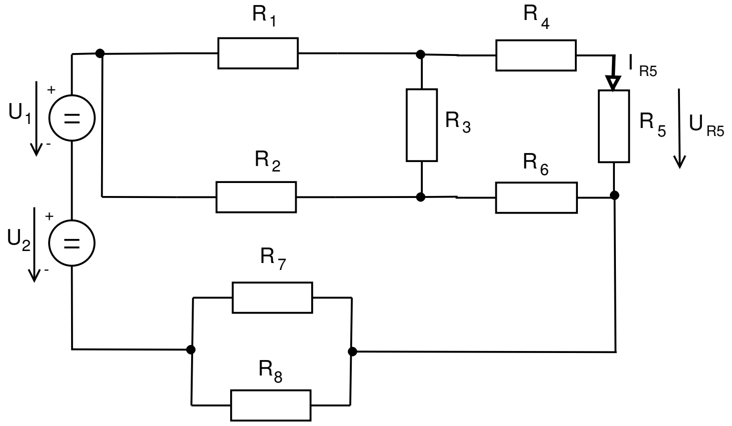
21. prosince 2019

Obsah

Příklad 1

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5}. Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
C	100	80	450	810	190	220	220	720	260	180



Vhodným prvním krokem tohoto příkladu je zjednodušit, co jde.

- Zdroje napětí jsou zapojeny v sérii, tudíž se jejich napětí sčítá.

$$U = U_1 + U_2 = 100 + 80 = 180V \tag{1}$$

- Rezistory R_7 a R_8 jsou zapojeny paralelně, též je lze zjednodušit do jednoho zdroje.

$$R_{78} = \frac{R_7 * R_8}{R_7 + R_8} = \frac{260 * 180}{260 + 180} = 106.3636\,\Omega \tag{2}$$

- Rezistory R_4 a R_5 jsou zapojeny sériově, lze je jednoduše sečíst.

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 220 + 220 = 440\,\Omega \tag{3}$$

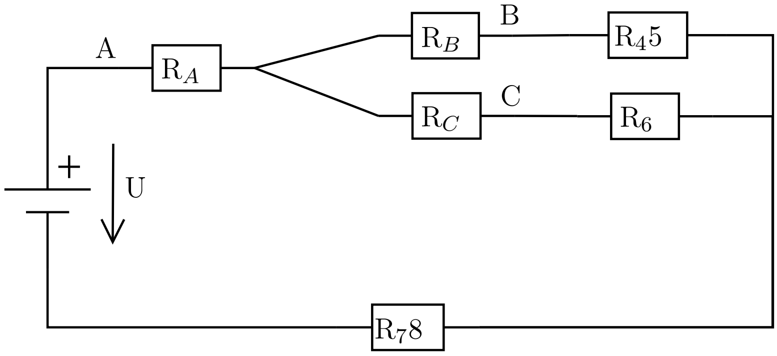
- Rezistory R_1, R_2 a R_3 jsou v sestavě trojúhelník, což není moc příjemné k počítání, tudiž je vhodné si je převést na hvězdu s uzly A, B a C. Vzniknou tak odpory R_A, R_B a R_C.

$$R_A = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{450 * 810}{450 + 810 + 190} = 251.3793\,\Omega \tag{4}$$

$$R_B = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{450 * 190}{450 + 810 + 190} = 58.9655\,\Omega \tag{5}$$

$$R_C = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{810 * 190}{450 + 810 + 190} = 106.1379\,\Omega \tag{6}$$

Vznikne tak zjednodušený obvod (1).



Obrázek 1: Zjednodušení 1

Lze vidět, že rezistory R_B a R_{45} jsou zapojeny v sérii a stejně tak rezistory R_C a R_6, tudíž lze zjednodušit obě větve sečtením.

$$R_{B45} = R_B + R_{45} = 58.9655 + 440 = 498.9655\,\Omega \tag{7}$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 106.1379 + 720 = 826.1379\,\Omega \tag{8}$$

Tyto větve jsou pak paralelně zapojené, takže je také lze zjednodušit.

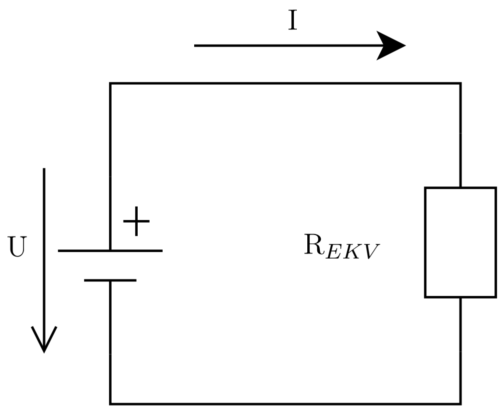
$$R_{B45C6} = \frac{R_{B45} * R_{C6}}{R_{B45} + R_{C6}} = \frac{498.9655 * 826.1379}{498.9655 + 826.1379} = 311.0809\,\Omega \tag{9}$$

Nakonec jsou všechny zjednodušené rezistory zapojeny v sérii, tudiž je lze jednoduše sečíst.

$$R_{EKV} = R_A + R_{B45C6} + R_{78} = 251.3793 + 311.0809 + 106.3636 = 668.8238\,\Omega \tag{10}$$

Ve výsledném zjednodušeném obvodu pak bude pouze jeden zdroj s napětím a jeden rezistor (2). Díky tomu se dá z Ohmova zákona vypočítat proud I.

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{180}{668.8238} = 0.2691A \tag{11}$$



Obrázek 2: Maximálně zjednodušený obvod

Získanou hodnotu proudu pak lze využít při postupném návratu ze zjednodušení ke složitějšímu obvodu. Přitom platí druhý Kirchhofův zákon (součet napětí ve smyčce je nulový). Tedy vyplývá, že:

$$U_{RA} + U_{RB45C6} + U_{R78} - U = 0 \tag{12}$$

$$U_{RB45C6} = U - U_{R78} - U_{RA} \tag{13}$$

$$U_{RB45C6} = U - I * R_{78} - I * R_A \tag{14}$$

$$U_{RB45C6} = 180 - 0.26918 * 106.3636 - 0.2691 * 251.3793 = 83.7228V \tag{15}$$

Protože u U_{RB45C6} se jedná o zjednodušení dvou paralelních větví, pak na R_{B45} a R_{C6} je stejné napětí. Toho se dá využít k vypočtení proudu na R_5, protože na jedné větvi je vždy v sérii stejný proud.

$$I_{RB45} = I_{R_5} = \frac{U_{RB45C6}}{R_{B45}} = \frac{83.7228}{498.9655} = 0.1678A \tag{16}$$

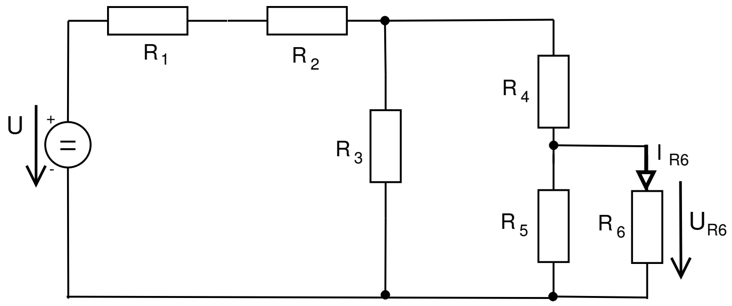
Z toho se dá jednoduše odvodit i napětí U_{R5}.

$$U_{R5} = I_{R5} * R_5 = 0.1678 * 220 = 36.916V \tag{17}$$

Příklad 2

Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6}. Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
D	150	200	200	660	200	550	400



V Théveniovově teorému je třeba vytáhnout část obvodu, která je vyšetřována, a místo napěťových zdrojů udělat zkrat. Vyjde tedy obvod, který je popsán na obrázku 3.

- R_1 a R_2 v sérii se nahrazují zjednodušeným odporem R_{12}.

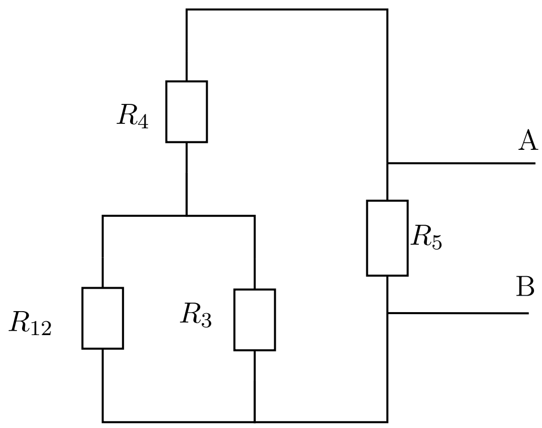
$$R_{12} = R_1 + R_2 = 200 + 200 = 400\,\Omega \tag{18}$$

- A a B značí dráty, od kterých byl odpojen odpor R_6.
- Z obvodu lze vidět, že jsou zde dvě paralelní větve mezi A a B, tedy větev, na které se nachází pouze R_5, a větev, na které se nachází v sérii zapojené R_4 s paralelními odpory R_{12} a R_3. Díky tomu se dá spočítat odpor náhradního odporu R_i ekvivalentního obvodu 4.

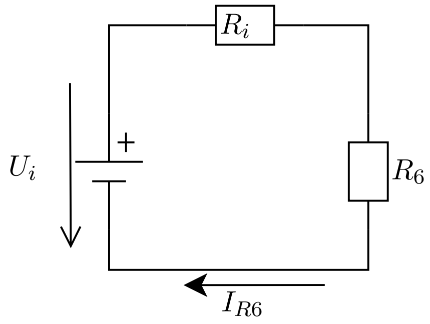
$$R_{123} = \frac{R_{12} * R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{400 * 660}{400 + 660} = 249.06\,\Omega \tag{19}$$

$$R_{1234} = R_{123} + R_4 = 249.06 + 200 = 449.06\,\Omega \tag{20}$$

$$R_i = \frac{R_{1234} * R_5}{R_{1234} + R_5} = \frac{449.06 * 550}{449.06 + 550} = 247.22\,\Omega \tag{21}$$



Obrázek 3: Odpojený zdroj a dotazovaný odpor



Obrázek 4: Náhradní obvod

Dalším krokem je vypočítání napětí U_i pro zjištění napětí a proudu v náhradním obvodu 4. Hodnota U_i se získá z obvodu 5, ve kterém chybí vyšetřovaný odpor. Napětí U_i je pak pro oba obvody ekvivalentní. Jak lze vidět na obrázku 5, napětí U_i je zde paralelně s rezistorem R_5, tedy musí platit:

$$U_i = U_{R5} \tag{22}$$

Naptětí U_i se postupně zjišťuje takto:

- Rezistor R_4 a R_5 jsou v sérii, tudíž je lze sečíst.

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 200 + 550 = 750\,\Omega \tag{23}$$

- Rezistory R_{45} a R_3 jsou zapojeny paralelně.

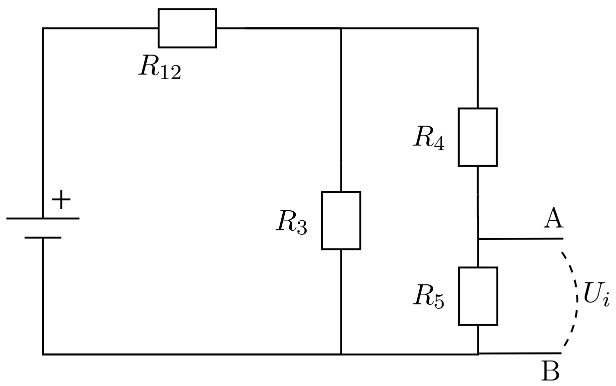
$$R_{345} = \frac{R_3 * R_{45}}{R_3 + R_{45}} = \frac{660 * 750}{660 + 750} = 351.06\,\Omega \tag{24}$$

- Vzniklý odpor R_{345} je v sérii s R_{12}, tudíž je lze jednoduše sečíst.

$$R_{EKV} = R_{12} + R_{345} = 400 + 351.06 = 751.06\,\Omega \tag{25}$$

- Z celkového odporu se pak vypočítat proud v obvodu.

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{150}{751.06} = 0.1997A \tag{26}$$



Obrázek 5: Obvod pro výpočet napětí U_i

Poté je nutno jít zase cestou zpět k získání napětí na odporu R_5 a tedy i získání napětí U_i.

- Z 2. Kirchhofova zákona platí:

$$U_{R345} = U - U_{12} = U - I * R_{12} = 150 - 79.88 = 70.12V \tag{27}$$

- Na paralelních větvích je pak stejné napětí.

$$U_{R3} = U_{R45} = U_{R345} \tag{28}$$

- Z toho se dá vypočítat proud na R_5 (je stejný jako na R_4 a R_{45}).

$$I_{R5} = \frac{U_{R345}}{R_{45}} = \frac{70.12}{750} = 0.09349A \tag{29}$$

- A nakonec pak i napětí U_{R5}

$$U_{R5} = I_{R5} * R_5 = 0.09349 * 550 = 51.4213V \tag{30}$$

- A protože napětí U_i je stejné jako napětí U_{R5}, pak lze dosadit do náhradního obvodu a vypočítat napětí a proud na rezistoru R_6 4.

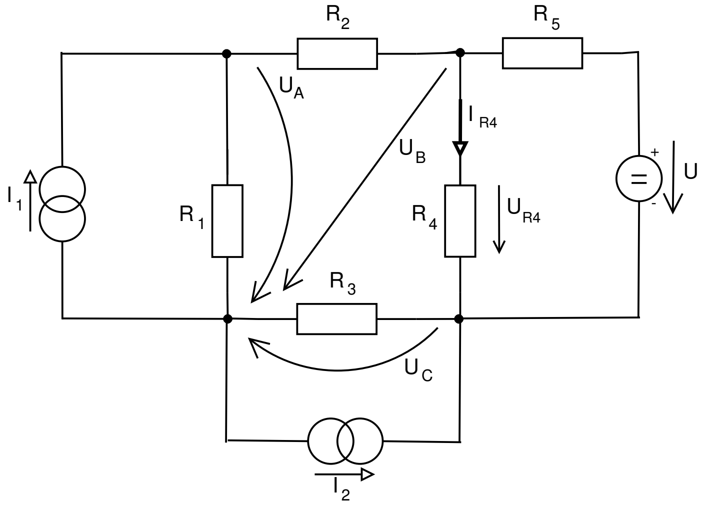
$$I_{R6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = \frac{51.421}{247.22 + 400} = 0.079\,45\,\mathrm{A} \tag{31}$$

$$U_{R6} = I_{R6} * R_6 = 0.07945 * 400 = 31.7796\,\mathrm{V} \tag{32}$$

Příklad 3

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4}. Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
D	115	0.6	0.9	50	38	48	37	28



Tento příklad se má počítat metodou uzlových napětí, tudíž není vhodné udělat cokoliv jiného, než jednotlivé uzly rozepsat dle prvního Kirchhofova zákona (co do uzlu přiteče, to z něj také odteče).

- Pro uzel A platí, že:

$$I_1 + \frac{U_B - U_A}{R_2} - \frac{U_A}{R_1} = 0 \tag{33}$$

- Pro uzel B platí, že:

$$\frac{U - U_B + U_C}{R_5} + \frac{U_A - U_B}{R_2} - \frac{U_B - U_C}{R_4} = 0 \tag{34}$$

- Pro uzel C platí, že:

$$I_2 - \frac{U - U_B + U_C}{R_5} + \frac{U_B - U_C}{R_4} - \frac{U_C}{R_3} = 0 \tag{35}$$

- Ve všech rovnicích jsou už vyjádřeny neznámé I_{R1}, I_{R2} až I_{R5} přes Ohmův zákon z napětí vůči referenčnímu uzlu (myšleno U_A, U_B a U_C).

Ve výše zmíněných třech rovnicích (33) (34) (35) se vyskytují celkem tři neznámé - U_A, U_B a U_C, což vede k postupu řešení tří lineárních rovnic o třech neznámých. Ty se dají řešit různými způsoby. V tomto řešení bude použito Cramerovo pravidlo (jinými vhodnými metodami může být Gaussova eliminační metoda či různé iterační metody (např. Jacobiho)). Dalším krokem výpočtu bude dosazení jednotlivých proměnných do vztahů.
Po úpravách typu zbavení jmenovatelů, součtu stejných neznámých a převedení čísel bez neznámých na pravou stranu, vznikne matice 3krát 4:

$$\begin{pmatrix} -R_1-R_2 & R_1 & 0 & -R_1*R_2*I_1 \\ R_5*R_4 & -(R_2*R_4+R_5*R_4+R_5*R_2) & R_2*R_4+R_5*R_2 & -R_2*R_4*U \\ 0 & R_4*R_3+R_5*R_3 & -R_4*R_3-R_5*R_3-R_5*R_4 & -I_2*R_5*R_4*R_3+U*R_4*R_3 \end{pmatrix}$$

V prvním sloupci se nachází koeficienty neznáme U_A, ve druhém sloupci koeficienty neznámé U_B a ve třetím koeficienty neznáme U_C. Ve čtvrtém se pak nachází hodnoty bez neznámé.

Jelikož se v matici nachází pouze proměnné, pro které známé přesnou hodnotu, můžeme dosadit:

$$\begin{pmatrix} -88 & 50 & 0 & -1140 \\ 1036 & -3506 & 2470 & -161690 \\ 0 & 3120 & -4012 & 159484.8 \end{pmatrix}$$

Jelikož jsou na každém řádku poměrně velká čísla, je vhodné provést nějaké řádkové úpravy. Možností je například vydělení vždy celého řádku prvkem na diagonále (konkrétně jeho absolutní hodnotou).

$$\begin{pmatrix} -1 & 0.5681 & 0 & -12.9545 \\ 0.2955 & -1 & 0.7045 & -46.1181 \\ 0 & 0.7777 & -1 & 39.7519 \end{pmatrix}$$

- Pro výpočet Cramerova pravidla je nejdříve vypočítat determinant matice původní:

$$\begin{vmatrix} -1 & 0.5681 & 0 \\ 0.2955 & -1 & 0.7045 \\ 0 & 0.7777 & -1 \end{vmatrix}$$

$$|A| = -1 + 0 + 0 - 0 + 0.7045 * 0.7777 + 0.5681 * 0.2955 = -0.2842 \tag{36}$$

- Dále pak determinant s nahrazením prvního sloupce:

$$\begin{vmatrix} -12.9545 & 0.5681 & 0 \\ -46.1181 & -1 & 0.7045 \\ 39.7519 & 0.7777 & -1 \end{vmatrix}$$

$$|A_{UA}| = -12.9545+39.7519*0.5681*0.7045+0.7045*0.7777*12.9545-0.5681*46.1181 = -16.1467 \tag{37}$$

- S nahrazením druhého sloupce:

$$\begin{vmatrix} -1 & -12.9545 & 0 \\ 0.2955 & -46.1181 & 0.7045 \\ 0 & 39.7519 & -1 \end{vmatrix}$$

$$|A_{UB}| = -46.1181 + 0.7045 * 39.7519 - 12.9545 * 0.2955 = -21.9409 \tag{38}$$

- A konečně s nahrazením třetího sloupce:

$$\begin{vmatrix} -1 & 0.5681 & -12.9545 \\ 0.2955 & -1 & -46.1181 \\ 0 & 0.7777 & 39.7519 \end{vmatrix}$$

$$|A_{UC}| = 39.7519-0.2955*0.7777*12.9545-46.1181*0.7777-39.7519*0.5681*0.2955 = -5.7645 \tag{39}$$

- Z vypočtených determinantů už pak není problém dopočítat jednotlivé neznámé U_A, U_B a U_C.

$$U_A = \frac{|A_{UA}|}{|A|} = \frac{-16.1467}{-0.2842} = 56.8146V \tag{40}$$

$$U_B = \frac{|A_{UB}|}{|A|} = \frac{-21.9409}{-0.2842} = 77.2023V \tag{41}$$

$$U_C = \frac{|A_{UC}|}{|A|} = \frac{-5.7645}{-0.2842} = 20.2833V \tag{42}$$

Z vypočtených hodnot uzlových napětí vůči referenčnímu uzlu už není nejmenší problém získat požadované hodnoty napětí U_{R4} a I_{R4}. Tedy:

$$U_{R4} = U_B - U_C = 77.2023 - 20.2833 = 56.919\,\mathrm{V} \tag{43}$$

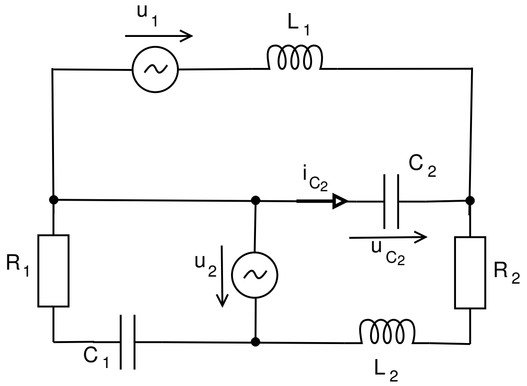
$$I_{R4} = \frac{U_{R4}}{R_4} = \frac{56.919}{37} = 1.5384\,\mathrm{A} \tag{44}$$

Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi f t)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi f t)$.
Ve vztahu pro napětí $u_{C_2} = U_{C_2} \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_{C_2})$ určete $|U_{C_2}|$ a φ_{C_2}. Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [µF]	C_2 [µF]	f [Hz]
C	35	45	10	13	220	70	230	85	75



Na začátku je vhodné rozpočítat jednotlivé smyčkové proudy:

- Primárním cílem je najít proud I_{C2}:
$$I_{C2} = I_C - I_A \tag{45}$$
- Pro obvod se smyčkovým proudem I_A platí:
$$U_L 1 + U_{C2} = -U_1 \tag{46}$$
$$I_A * jX_{L1} + (I_A - I_C) * -jX_{C2} = -U_1 \tag{47}$$
- Pro obvod se smyčkovým proudem I_B platí:
$$U_{R1} + U_{C1} = U_2 \tag{48}$$
$$I_B * R_1 + I_B * -jX_{C1} = U_2 \tag{49}$$
- Pro obvod se smyčkovým proudem I_C platí:
$$U_{C2} + U_{R2} + U_{L2} = U_2 \tag{50}$$
$$(I_C - I_A) * -jX_{C2} + I_C * R_2 + I_C * -jX_{L2} = U_2 \tag{51}$$

Pro výpočet je nutné zjistit kapacitní reaktance kondenzátorů a cívek:

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi 75 * 230 * 10^{-6}} = 9.2263\,\Omega \tag{52}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2\pi 75 * 85 * 10^{-6}} = 24.9654\,\Omega \tag{53}$$

Dále je pak nutné zjistit induktivní reaktance na cívkách:

$$X_{L1} = 2\pi f L_1 = 2\pi 75 * 220 * 10^{-3} = 103.6726\,\Omega \tag{54}$$

$$X_{L2} = 2\pi f L_2 = 2\pi 75 * 70 * 10^{-3} = 32.9867\,\Omega \tag{55}$$

Jelikož z rozepsání jednotlivých smyček vychází tři neznámé a tři rovnice, tak to nabádá k nějakému chytřejšímu řešení soustavy. Podobně jako byl řešen příklad číslo 3, tak i v tomto případě se dá využít Cramerovo pravidlo. Nejdříve tedy převod rovnic do matice:

$$\begin{pmatrix} jX_{L1} - jX_{C2} & 0 & +jX_{C2} & -U_1 \\ 0 & R_1 - jX_{C1} & 0 & U_2 \\ +jX_{C2} & 0 & -jX_{C2} + R_2 + jX_{L2} & U_2 \end{pmatrix}$$

Po dosazení:

$$\begin{pmatrix} 103.6726j - 24.9654j & 0 & +24.9654j & -35 \\ 0 & 10 + 9.2263j & 0 & 45 \\ +24.9654j & 0 & -24.9654j + 13 + 32.9867j & 45 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 128.638j & 0 & +24.9654j & 35 \\ 0 & 10 + 9.2263j & 0 & 45 \\ +24.9654j & 0 & 13 + 8.0213j & 45 \end{pmatrix}$$

Nyní následuje několik standardních kroků Cramerova pravidla (jelikož proud I_{C2} přímo nezávisí na proudu I_B, bude proud I_B zanedbán):

- Nejdříve výpočet determinantu části matice s neznámými: $\begin{vmatrix} 128.638j & 0 & +24.9654j \\ 0 & 10 + 9.2263j & 0 \\ +24.9654j & 0 & 13 + 8.0213j \end{vmatrix}$

$$\begin{aligned} |A| &= (128.638j) * (10 + 9.2263j) * (13 + 57.9521j) - (24.9654j) * (+24.9654j) * (10 + 9.2263j) \\ |A| &= -83744.8 - 46307.2j \end{aligned} \tag{56}$$

- Dále subdeterminant pro výpočet I_A: $\begin{vmatrix} -35 & 0 & +24.9654j \\ 45 & 10 + 9.2263j & 0 \\ 45 & 0 & 13 + 8.0213j \end{vmatrix}$

$$|A_{IA}| = -35*(10+9.2263j)*(13+8.0213j)-(24.9654j)*(10+9.2263j)*45 = 8405.46-18239.9j \tag{57}$$

- A ještě subdeterminant pro výpočet I_C: $\begin{vmatrix} 128.638j & 0 & -35 \\ 0 & 10 + 9.2263j & 45 \\ +24.9654j & 0 & 45 \end{vmatrix}$

$$|A_{IC}| = (128.638j)*(10+9.2263j)*(45)-35*(10+9.2263j)*(+24.9654j) = -45346.5+49149.2j \tag{58}$$

- Nyní stačí vypočítat I_A a I_C

$$\begin{aligned} I_A &= \frac{A_{IA}}{A} = \frac{8405.46 - 18239.9j}{-83744.8 - 46307.2j} = (0.015\,367\,1 + 0.209\,306\mathrm{i})\ \mathrm{A} \\ I_C &= \frac{A_{IC}}{A} = \frac{-45346.5 + 49149.2j}{-83744.8 - 46307.2j} = (0.166\,155 - 0.678\,769\mathrm{i})\ \mathrm{A} \end{aligned} \tag{59}$$

Nyní se dá jednoduše dopočítat I_{C4}:

$$I_{C4} = I_C - I_A = (0.166155 - 0.678769j) - (0.0153671 + 0.209306j) = (0.150788 - 0.888075j)A \quad (60)$$

Z toho jde spočítat fázový posun jako (nejdená se o třeti ani čtvrtý kvadrant, tudíž bez přičtení π):

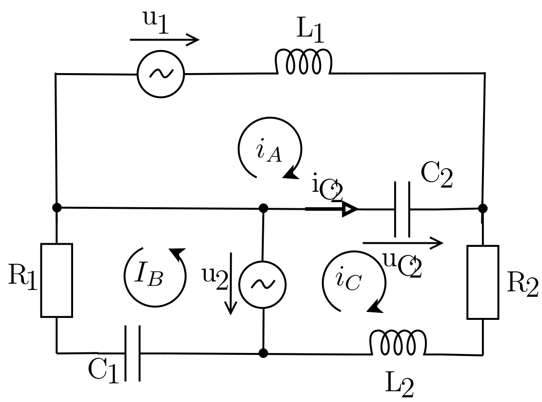
$$\varphi = arctg(\frac{B}{A}) = arctg(\frac{-0.888075}{0.150788}) = -1.4267rad = 2\pi - 1.402608rad = 4.8805rad \quad (61)$$

Také z toho můžeme spočíst napětí na daném kondenzátoru:

$$U_{C2} = I_{C4} * Z_{C2} = (0.150788 - 0.888075j) * (-j * 24.9654) = (-22.1711 - 3.764\,48\mathrm{i})\,\mathrm{V} \quad (62)$$

A nakonec amplitudu napětí na kondenzátoru:

$$|U_{C2}| = \sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{22.1711^2 + 3.76448^2} = 22.4884\,\mathrm{V} \quad (63)$$



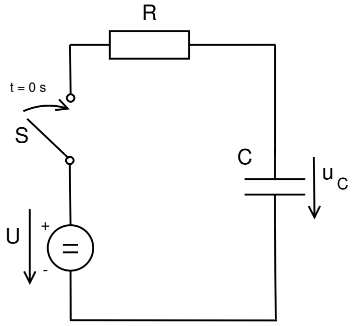
Obrázek 6: Obvod s vyznačenými smyčkovými proudy

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[s]$ sepne spínač S. Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U [V]	C [F]	R [Ω]	$u_C(0)$ [V]
D	25	5	25	12



V tomto příkladu je nutno zjistit funkci vyjadřující napětí na kondenzátoru v čase t. Tento kondenzátor se postupně nabíjí a až se nabije, tak je napětí na něm U, na rezistoru 0 a proud obvodem neprochází žádný. Z obvodu se také dá zanedbat spínač S, protože hraje roli pouze při sepnutí v čase:

$$t = 0s \tag{64}$$

poté už má pouze roli drátu a vlastnosti drátů jsou v tomto řešení zanedbávány.

- Pro obvod musí platit Ohmův zákon:

$$I = \frac{U_R}{R} \tag{65}$$

- Pro obvod také musí platit 2. Kirchhofův zákon o napětí ve smyčce:

$$U = U_R + U_C \tag{66}$$

- Také platí, že:

$$U_C' = \frac{I}{C} \tag{67}$$

- Do (67) lze dosadit (65):

$$U_C' = \frac{U_R}{RC} \tag{68}$$

- A do tohoto vztahu pak dosadit (66)

$$U_C' = \frac{U - U_C}{RC} \tag{69}$$

- Pak lze převést na levou stranu neznámé a na pravou výrazy bez neznámých.

$$U_C' + \frac{U_C}{RC} = \frac{U}{RC} \tag{70}$$

- V tomto příkladu používáme charakteristickou rovnici:

$$\lambda = -\frac{1}{RC} = -\frac{1}{\tau} \tag{71}$$

- Pro tento typ úkolu lze předpokládat řešení, které bude tvaru:

$$U_C(t) = K(t) * e^{-\frac{t}{RC}} \tag{72}$$

- Následně se výraz zderivuje podle proměnné t (derivace násobení se dělá stylem (slovní popis) - derivace prvního krát druhý plus první krát derivace druhého):

$$U_C' = K(t)' * e^{-\frac{t}{RC}} + K(t) * e^{-\frac{t}{RC}} * -\frac{1}{RC} \tag{73}$$

- Do (73) se dosadí dle vztahu (70):

$$\frac{U}{RC} - \frac{U_C}{RC} = \frac{U}{RC} - K(t) * e^{-\frac{t}{RC}} * \frac{1}{RC} = K(t)' * e^{-\frac{t}{RC}} + K(t) * e^{-\frac{t}{RC}} * -\frac{1}{RC} \tag{74}$$

- Tato rovnice se dá zjednodušit:

$$\frac{U}{RC} = K(t)' * e^{-\frac{t}{RC}} \tag{75}$$

$$K(t)' = \frac{U}{RC} * e^{\frac{t}{RC}} \tag{76}$$

- To se zintegruje do tvaru:

$$K(t) = \frac{U}{RC} * e^{\frac{t}{RC}} * RC + k \tag{77}$$

- Toto je tedy vztah pro $K(t)$. Ten se dosadí do výše napsaného vztahu (72), tedy:

$$U_C(t) = (\frac{U}{RC} * e^{\frac{t}{RC}} * RC + k) * e^{-\frac{t}{RC}} \tag{78}$$

- Po drobných úpravách vyjde vztah:

$$U_C(t) = U + k * e^{-\frac{t}{RC}} \tag{79}$$

- Ze zadání je známo počáteční napětí pro čas *t=0*, z něhož vyplývá:

$$U_C(0) = U + k * e^0 = U + k => k = U_C(0) - U \tag{80}$$

- Vychází tedy finální vztah:

$$U_C(t) = U + (U_C(0) - U) * e^{-\frac{t}{RC}} \tag{81}$$

$$U_C(t) = 25 - 13 * e^{-\frac{t}{125}} \tag{82}$$

Na závěr zbývá jen provést kontrolu:

$$U_C(0) = 25 - 13 * e^{-\frac{0}{125}} = 25 - 13 = 12 \tag{83}$$

Shrnutí výsledků

Příklad	**Skupina**	**Výsledky**	
1	C	$U_{R5} = 36.916\,\mathrm{V}$	$I_{R5} = 0.1678\,\mathrm{A}$
2	D	$U_{R6} = 109.835\,\mathrm{V}$	$I_{R6} = 0.1697\,\mathrm{A}$
3	D	$U_{R4} = 56.919\,\mathrm{V}$	$I_{R4} = 1.5384\,\mathrm{A}$
4	C	$\lvert U_{C_2} \rvert = 22.4884\,\mathrm{V}$	$\varphi_{C_2} = 4.8805 rad$
5	D	$u_C = 25 - 13 * e^{-\frac{t}{125}}$	