МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ» (ФГБОУ ВПО «МГИУ»)

КАФЕДРА ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ И ТЕХНОЛОГИЙ

КУРСОВАЯ РАБОТА

по дисциплине «Методы хранения и обработки информации» на тему «Вычисление значений выражений, содержащих только записанные в десятичной системе счисления натуральные числа, абсолютная величина которых не превосходит 3999. Вычисление мощности множества точек пересечения границы выпуклой оболочки с замкнутым единичным кругом с центром в начале координат. Нахождение суммы длин проекций полностью невидимых рёбер полиэдра, центр которых находится на расстоянии строго меньше единицы от плоскости x=2»

Группа 141131

Студент Д.А. Хотелов

Руководитель работы к.ф.-м.н., доцент

Е.А. Роганов

Аннотация

Работа посвящена модификации проектов «Стековый копилятор формул», «Выпуклая оболочка» и «Изображение проекции полиэдра». В первом из этих проектов вычислялось значение выражений, содержащих только записанные в десятичной системе счисления натуральные числа, абсолютная величина которых не превосходит 3999. Во втором проекте вычислялась мощность множества точек пересечения границы выпуклой оболочки с замкнутым единичным кругом с центром в начале координат. В третьем проекте находилась сумма длин проекций полностью невидимых рёбер, центр которых находится на расстоянии строго меньше единицы от плоскости x=2.

Содержание

1.	Введение	3
2.	Модификация проекта «Стековый копилятор формул»	3
3.	Модификация проекта «Выпуклая оболочка»	5
4.	Модификация проекта «Изображение проекции полиэдра»	9
5.	Приложение	12

1. Введение

В данной курсовой работе рассматриваются модификации трёх эталонных проектов «Стековый копилятор формул», «Выпуклая оболочка» и «Изображение проекции полиэдра», реализованных на объектно-ориентированном языке программирования высокого уровня Ruby.

Проект «Стековый копилятор формул» [1] представляет собой программную реализацию некоторой функции τ , действующей из множества цепочек одного языка L_1 (в рассматриваемом случае это язык арифметических формул) в множество цепочек другого L_2 (язык программ стекового калькулятора) таким образом, что $\forall \omega \in L_1$ семантика цепочек ω и $\tau(\omega) \in L_2$ совпадает. Говоря другими словами, компилятор реализует перевод с одного языка на другой с сохранением смысла.

Проект «Выпуклая оболочка»[2] решает задачу индуктивного перевычисления выпуклой оболочки последовательно поступающих точек плоскости и таких её характеристик, как периметр и площадь.

Проект «Изображение проекции полиэдра»[3] выполняет построение изображения полиэдра с учётом удаления невидимых линий.

Целями работы являются:

- Проект «Стековый копилятор формул» требуется модифицировать так, чтобы вычислялись значения выражений, содержащих только записанные в десятичной системе счисления натуральные числа, абсолютная величина которых не превосходит 3999.
- В проект «Выпуклая оболочка» добавить вычисление мощности множества точек пересечения границы выпуклой оболочки с замкнутым единичным кругом с центром в начале координат.
- Модифицировать проект «Изображение проекции полиэдра» таким образом, чтобы определялась и печаталась следующая характеристика полиэдра: сумма длин проекций полностью невидимых рёбер, центр которых находится на расстоянии строго меньше единицы от плоскости x=2.

Для того чтобы выполнить полученные задания, необходимо было изучить особенности языка Ruby, подробно разобрать каждый эталонный проект и применить полученные знания в области информатики, компьютерной математики и аналитической геометрии на плоскости и в пространстве.

2. Модификация проекта «Стековый копилятор формул»

Постановка задачи

Модифицируйте эталонный проект таким образом, чтобы вычислялись значения выражений, содержащих только записанные в десятичной системе счисления натуральные числа, абсолютная величина которых не превосходит 3999. Результат должен быть выдан в десятичной системе счисления.

После запуска файла calc.rb пользователю предлагается ввести арифметическое выражение, затем происходит вывод результата вычисленного выражения. Допустим для выражения 45*2-10 должен выводиться ответ 80. В эталонном проекте можно вводить лишь цифры от 0 до 9.

Решение задачи и модификация кода

Чтобы выполнить поставленную задачу, необходимо знать где обрабатывается каждый символ и как обработать число: 10 < n < 5000.

Обработка каждого символа осуществляется в файле compf.rb в методе compile класса Compf. Необходимо уметь обрабатывать символ, длина которого больше одного. Кроме этого следует учитывать проверку каждого символа в файле calc.rb в методе check_symbol класса Calc. Здесь модификация наиболее проста: необходимо допускать длину цифр больше 1 и не допускать значения самих цифр больше 3999. Эта проверка реализована следующим образом:

```
def check_symbol(c)
  raise "Недопустимый символ '#{c}'" if c !~ /[0-9]+/ || c.to_i > 3999
end
```

Сама идея обработки символов заключается в том, чтобы перед обработкой очередного символа увеличивать длину цепочки на число(если это число), пока не встретится любой другой символ. Затем обрабатывается последовательность этих чисел, а именно преобразование из строкого представления в числовое и добавление этого числа в стек для подсчёта итогового результата, и затем обрабрабатывается только что прибывший символ. Реализация метода compile класса Compf:

```
def compile(str)
    @data.clear
    s1 = ""
    "(#{str})".each_char do |c|
        if c = [0-9]/
        s1 += c
        else
            process_symbol(s1) if s1 != ""
        s1 = ""
        end
        process_symbol(c) if s1 == ""
    end
    @data.join(' ')
end
```

Пример работы данной реализации(рис. 1):

```
Арифметическое выражение: 12+12-10
Результат его вычисления: 14
Арифметическое выражение: (1999+1)*2-100
Результат его вычисления: 3900
Арифметическое выражение: 3000/2+250*2
Результат его вычисления: 2000
```

Puc. 1.

3. Модификация проекта «Выпуклая оболочка»

Постановка задачи

Модифицируйте эталонный проект таким образом, чтобы вычислялась мощность множества точек пересечения границы выпуклой оболочки с замкнутым единичным кругом с центром в начале координат.

После запуска программа предлагает пользователю ввести последовательно координаты вершин выпуклой оболочки. Введённая точка индуктивно добавляется в выпуклую оболочку. Нам же необходимо вместе со значениями периметра и площади выпуклой оболочки выводить мощность множества точек пересечения границы выпуклой оболочки с замкнутым единичным кругом с центром в начале координат.

Допустим для точек A(-1,-1), B(1,1) и C(1,-1) программа выдаст в качестве ответа **infinity**, потому что отрезок AB пересекает единичный круг в бесконечном множестве точек, но при добавлении точки D(-1,1) множество перевычисляется, и в качестве ответа выдаётся 4, потому что квадрат ABCD описывает окружность и пересекается с ней в четырёх точках.

Решение и модификация кода

Для решения данной задачи нам необходимо находить расстояние от центра круга до стороны выпуклой оболочки. Это задание сводится к нахождения расстояния от точки до отрезка (точка нам задана O(0,0), а отрезком является сторона выпуклой оболочки).

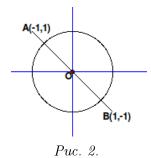
Допустим нам дан отрезок AB и точка O. Расстоянием от точки O до отрезка AB является отрезок OA, OB или высота из точки O до AB (если эта высота падает на AB). Высота падает на AB, если $\angle OAB$ и $\angle OBA$ являются острыми или один из них прямой, другой острый. Нам даны лишь координаты этих точек. С помощью метода dist класса R2Point можно найти расстояние всех трёх сторон. Затем по теореме косинусов находим $\cos \angle A$ и $\cos \angle B$:

$$OB^{2} = AO^{2} + AB^{2} - 2 \cdot AO \cdot AB \cos \angle A \Rightarrow \cos \angle A = \frac{AO^{2} + AB^{2} - OB^{2}}{2 \cdot AO \cdot AB}$$

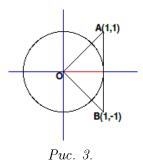
Аналогично находим $\cos \angle B$. Затем определяем — является ли угол острым или прямым. Если выполняется условие: $0 \leqslant \cos \alpha \leqslant 1$, то угол острый или прямой. Саму высоту мы находим из площади треугольника: $S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot h \Rightarrow h = \frac{2 \cdot S}{AB}$. Сторона AB известна, площадь можно найти с помощью метода R2Point.area класса R2Point.

Теперь можно найти растояние от точки до стороны выпуклой оболочки, как наименьшее значение длины среди сторон AO, OB и h.

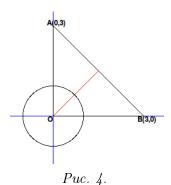
После этого можно найти множество точек пересечения отрезка с замкнутым единичным кругом в начале координат. Если расстояние меньше единицы, то множеством точек пересечения будет являться infinity(puc. 2):



Если расстояние равно единицы, то множеством точек пересечения будет являться 1(рис. 3):



Если расстояние больше единицы, то множеством точек пересечения будет являться 0(рис. 4):



Metod R2Point.intersect, который принимает две точки в качестве аргумента и выдаёт множество точек пересечения этого отрезка с единичным кругом описан в классе R2Point и реализован следующим образом:

```
def R2Point.intersect(p1, p2)
  zero = R2Point.new(0,0)
  ao = p1.dist(zero)
  bo = p2.dist(zero)
  ab = p1.dist(p2)
```

```
cosA = (ao**2+ab**2-bo**2) / (2*ao*ab)
 cosB = (bo**2+ab**2-ao**2) / (2*bo*ab)
 h = nil
 if (0..1).include?(cosA) && (0..1).include?(cosB)
    h = 2.0*R2Point.area(p1, p2, zero).abs/ab
 end
 a = [ao, bo]
 a << h if h != nil
 r = a.min
 if r < 1
    "infinity"
 elsif r == 1
  else
    0
 end
end
```

Теперь можно находить множество точек пересечения стороны выпуклой оболочки с кругом. Рассмотрим это вычисление для всей выпуклой оболочки.

Если выпуклой оболочкой является точка, то множество точек пересечения с кругом будет сама эта точка, либо множество будет равняться нулю. Для отрезка мы уже знаем как найти это множество, а многоугольник рассмотрим подробно.

Так как ответом пересечения стороны выпуклой оболочки и круга может быть число или infinity, то целесообразно хранить сумму этих чисел(@n_point), количество infinity(@n_infinity) и итоговый ответ(@n_points) в разных переменных. Для того, чтобы менять значения этих переменных в зависимости от удаления или добавления ребра выпуклой оболочки, написан метод oper_with_n_p, принимающий на вход две точки для отрезка и ещё один аргумент, позволяющий обрабатывать ситуацию, когда ребро выпуклой оболочки удаляется или добавляется. Этот метод находится в секции private для того, чтобы он был виден только в классе Polygon. Листинг данного метода:

```
def oper_with_n_p(a, b, op = "add")
  case R2Point.intersect(a, b)
  when 1
    op == "add" ? @n_point += 1 : @n_point -= 1
  when "infinity"
    op == "add" ? @n_infinity += 1 : @n_infinity -= 1
  end
  @n_points = (@n_infinity > 0 ? "infinity" : @n_point)
end
```

Теперь с помощью этого метода можно индуктивно вычислять множество точек пересечения замкнутого круга с центром в начале координат.

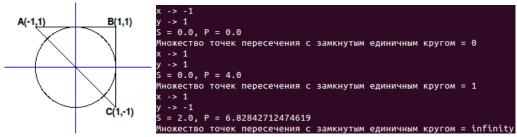
При добавлении новой точки необходимо учитывать удаление освещенных рёбер, соответственно мощность множества точек пересечения необходимо пересчитывать. Чтобы сделать это индуктивно, мы используем дек, в который помещаем значение точек – вершин выпуклой оболочки.

Сам процесс индуктивного перевычеления мощности множества точек пересечнения можно представить в таблице (табл. 1), которая приведена ниже:

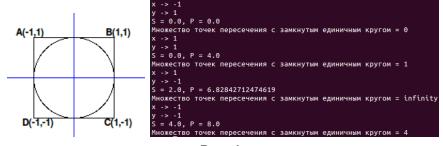
Удаляем ребро, соединяю- щее	oper_with_n_p(@points.last,@points.first,"del")
начало и конец дека, если оно	
освещено нашей точкой:	
Удаляем освещенные реб- ра из	oper_with_n_p(p, @points.first, "del")
начала дека:	
Удаляем освещенные реб- ра из	oper_with_n_p(p, @points.last, "del")
конца дека:	
Обрабатываем два добавлен-	oper_with_n_p(t, @points.first)
ных ребра:	oper_with_n_p(t, @points.last)

Таблица 1.

Пример работы программы представлен на рис. 5. Добавляются точки ABC и результат: infinity. Затем добавляется точка D(рис. 6), множество точек пересчитывается и результатом будет число 4 – четыре точки пересечения выпуклой оболочки с кругом.



Puc. 5.



Puc. 6.

4. Модификация проекта «Изображение проекции полиэдра»

Постановка задачи

Модифицируйте эталонный проект таким образом, чтобы определялась и печаталась следующая характеристика полиэдра: сумма длин проекций полностью невидимых рёбер, центр которых находится на расстоянии строго меньше 1 от плоскости x=2.

При выполнении задания должна использоваться следующая трактовка величин, задающих полиэдр в geom - файле: реальные координаты вершин полиэдра вычисляются с учетом вращений пространства, задаваемых углами Эйлера, и коэффициента гомотетии.

Ребро будем называть полностью невидимым, если оно полностью затемнено и нет ни одного отрезка в переменной **@gaps** класса **Edge**. В переменной **@gaps** хранятся только незатемнённые отрезки от грани.

Решение задачи

Для решения поставленной задачи нам необходимо находить длину проекции невидимого ребра. Так как ребро задаётся двумя точками в пространстве, то проекциями этих точек на плоскость XY будут соответственные точки с координатами (x;y) без учёта z-координаты. Поэтому длину ребра находим через две точки $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ по формуле:

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Так же нам необходим центр ребра, но здесь надо учитывать то, что нам нужна лишь х-координата, потому что мы определяем расстояние от этого центра до плоскости x=2. Для этого нам достаточно найти центр ребра только по х-координате. Нужный центр ребра вычисляем по формуле:

$$\frac{(x_1+x_2)}{2}$$

Остаётся определить условие того, что центр ребра находится на расстоянии строго меньше единицы от плоскости x=2. Центр ребра должен быть больше единицы, но меньше трёх.

Модификация кода

Метод some_len, который находит длину полностью невидимого ребра, центр которого находится на расстоянии строго меньше единицы от плоскости x=2, мы определили в файле shadow/polyedr.rb в классе Edge. Листинг данного метода:

```
def some_len
    s = 0
    if @gaps.empty?
        k = (@beg.x + @fin.x)/2.0
        s = ((@beg.x - @fin.x) ** 2 + (@beg.y - @fin.y) ** 2) ** 0.5 if k < 3 && k > 1
    end
    s
end
```

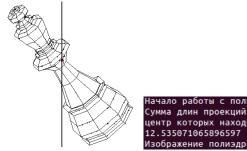
Но нам нужна сумма всех таких рёбер полиэдра. Для этого мы определили метод some_sum_len_edges в классе Polyedr. В данном методе мы обходим все рёбра и складываем нужные нам с помощью метода some_len. Листинг метода some_sum_len_edges:

```
def some_sum_len_edges
  s = 0
  edges.each{|e| s += e.some_len}
  s
end
```

Затем остаётся лишь вывести эту сумму, но она должна выводиться после учёта затемнения рёбер.

Данную сумму выводим в файле run_polyedr.rb: puts poliedr.some_sum_len_edges.

Пример работы данной реализации представлен на рис. 7(Для наглядности нарисуем плоскости x=1 и x=3, а также центры рёбер, попадающие строго в этот диапазон):



```
Начало работы с полиэдром 'king'
Сумма длин проекций полностью невидимых рёбер,
центр которых находится на расстоянии строго меньше 1 от плоскости х = 2:
12.535071065896597
Изображение полиэдра 'king' заняло 20.672304318 сек.
```

Puc. 7.

Список литературы и интернет-ресурсов

- [1] http://edu1.msiu.ru/f/7275-material_ici_toc.zip/index.html Описание проекта «Стековый копилятор формул».
- [2] http://edu1.msiu.ru/f/7561-material_ici_toc.zip/index.html, http://edu1.msiu.ru/f/7591-material_ici_toc.zip/index.html Описание проекта «Выпуклая оболочка».
- [3] http://edu1.msiu.ru/f/7780-material_ici_toc.zip/index.html, http://edu1.msiu.ru/f/7811-material_ici_toc.zip/index.html,

- http://edu1.msiu.ru/f/7863-material_ici_toc.zip/index.html Описание проекта «Изображение проекции полиэдра».
- [4] http://ru.wikipedia.org/wiki/Ruby Википедия (свободная энциклопедия) о языке Ruby.
- [5] С.М. Львовский. *Набор и вёрстка в системе ВТ_ЕX*, 3-е изд., испр. и доп. М., МЦНМО, 2003. Доступны исходные тексты этой книги.
- [6] D. E. Knuth. *The T_EXbook.* Addison-Wesley, 1984. Русский перевод: Дональд Е. Кнут. *Все про Т_EX.* Протвино, РДТ_EX, 1993.

5. Приложение

Изменения, внесённые в эталонный проект «Выпуклая оболочка»

Изменения в файле convex.rb

```
7a7
    def n_points;
24a25,27
    def n_points
     (0p.x**2 + 0p.y ** 2)**(0.5) \le 1 ? 1 : 0
    end
35c38,41
< def add(r)
   def n_points
    R2Point.intersect(@p, @q)
>
    end
   def add(r)
47c53
< attr_reader :points, :perimeter, :area</pre>
> attr_reader :points, :perimeter, :area, :n_points
60a67,72
      @n_infinity = 0 #сколько раз отрезки, пересекающие круг дают в ответе "infinity"
      @n_point = 0 #в скольких точках пересекаются все отрезки, исключая "infinity"
      On_points = 0 #множество точек пересечения с кругом
      oper_with_n_p(a, b)
      oper_with_n_p(c, b)
      oper_with_n_p(a, c)
78c89
___
        oper_with_n_p(@points.last, @points.first, "del")
95a95
         oper_with_n_p(p, @points.first, "del")
92c104,105
< Qarea
              += R2Point.area(t, p, @points.last).abs
---
>
         @area += R2Point.area(t, p, @points.last).abs
         oper_with_n_p(p, @points.last, "del")
98a112.113
       oper_with_n_p(t, @points.first)
       oper_with_n_p(t, @points.last)
102a117,126
   private
    def oper_with_n_p(a, b, op = "add")
      case R2Point.intersect(a, b)
      when 1
       op == "add" ? @n_point += 1 : @n_point -= 1
      when "infinity"
      op == "add" ? On_infinity += 1 : On_infinity -= 1
      @n_points = (@n_infinity > 0 ? "infinity" : @n_point)
    Изменения в файле r2point.rb
41a41.64
    #нахождение количества точек пересечения отрезка с единичной окружностью
    def R2Point.intersect(p1, p2)
     zero = R2Point.new(0,0)
      ao = p1.dist(zero)
     bo = p2.dist(zero)
      ab = p1.dist(p2)
     cosA = (ao**2+ab**2-bo**2) / (2*ao*ab)
     cosB = (bo**2+ab**2-ao**2) / (2*bo*ab)
     h = nil
```

```
if (0..1).include?(cosA) && (0..1).include?(cosB)
       h = 2.0*R2Point.area(p1, p2, zero).abs/ab
>
>
      end
     a = [ao, bo]
     a << h if h != nil
>
>
      r = a.min
     if r < 1
       "infinity"
>
>
      elsif r == 1
      1
     else
     end
    Изменения в файле tk_drawer.rb
17a22,27
    #рисование единичной окружности
    def TkDrawer.draw_new_point
     size = SCALE
      x = SIZE/2
     TkcOval.new(CANVAS, x + size, x + size, x - size, x - size)
    Изменения в файле run_tkconvex.rb
7a9
> TkDrawer.draw_new_point
      TkDrawer.draw_new_point
12a16
     puts "Mhoжество точек пересечения с замкнутым единичным кругом = \#\{fig.n_points\}"
    Изменения в файле convex_spec.rb
   it "Количество точек пересечения нульугольника с единичной окружностью в центре координат = 0" do
     expect(fig.n_points).to be 0
    end
34a40
> let(:fig1) { Point.new(R2Point.new(3,3)) }
59a66,73
   it "Количество точек пересечения точки (0, 0) с единичной окружностью в центре координат = 1" do
     expect(fig.n_points).to be 1
    it "Количество точек пересечения точки (3, 3) с единичной окружностью в центре координат = 0" do
    expect(fig1.n_points).to be 0
    end
99a114,129
> describe Segment do
    let(:fig) { Segment.new(R2Point.new(0.0,0.0), R2Point.new(1.0,0.0)) }
    let(:fig1) { Segment.new(R2Point.new(2.0,0.0), R2Point.new(2.0,3.0)) }
    let(:fig2) { Segment.new(R2Point.new(-1.0,1.0), R2Point.new(2.0,1.0)) }
    context "нахождение количества точек пересечения отрезка с единичной окружностью"
    it "Для отрезка (0,0) (1,0) = infinity" do
     expect(fig.n_points).to eq "infinity"
    end
    it "Для отрезка (2,0) (2,3) = 0" do
     expect(fig1.n_points).to be 0
    end
    it "Для отрезка (-1,1) (2, 1) = 1" do
     expect(fig2.n_points).to be 1
    end
> end
188a219,265
  describe Polygon do
```

```
>
      let(:fig) do
       a = R2Point.new(0.0,0.0)
>
        b = R2Point.new(1.0,0.0)
>
       c = R2Point.new(0.0,1.0)
>
       fig = Polygon.new(a,b,c)
      end
>
      let(:fig1) do
>
        a = R2Point.new(-1.0,-1.0)
       b = R2Point.new(1.0,1.0)
>
       c = R2Point.new(-1.0,1.0)
       d = R2Point.new(1.0,-1.0)
>
       fig1 = Polygon.new(a,b,c)
>
       fig1.add(d)
>
      end
>
      let(:fig2) do
>
      a = R2Point.new(-2.0,-2.0)
>
       b = R2Point.new(2.0, 2.0)
       c = R2Point.new(2.0, -2.0)
>
       d = R2Point.new(-2.0,2.0)
       fig2 = Polygon.new(a,b,c)
>
>
       fig2.add(d)
>
      context "нахождение количества точек пересечения выпуклой оболочки с единичной окружностью:" do
>
>
        it "Для точек (0,0) (1,0) (0,1) = infinity" do
>
         expect(fig.n_points).to eq "infinity"
>
>
        it "Для точек (0,3) (0,-3) (1,0) = infinity" do
>
         fig.add(R2Point.new(0.0,3.0))
         fig.add(R2Point.new(0.0,-3.0))
>
          expect(fig.n_points).to eq "infinity"
>
>
        it "Для точек (0,0) (1,0) (0,1) (1,1) (-1,-1) = infinity" do
>
          fig.add(R2Point.new(1.0,1.0))
          fig.add(R2Point.new(-1.0,-1.0))
>
          expect(fig.n_points).to eq "infinity"
>
        it "Для точек (-1,-1) (1,1) (-1,1) (1,-1) = 4" do
>
         expect(fig1.n_points).to be 4
>
        it "Для точек (2,2) (2,-2) (-2,2) (-2,-2) = 0" do
         expect(fig2.n_points).to be 0
      end
    end
```