UFPI – CCN – DC
Estruturas de Dados

Árvores 2-3 de Busca

Prof. Raimundo Moura
rsm@ufpi.edu.br

Árvore 2-3 de Busca

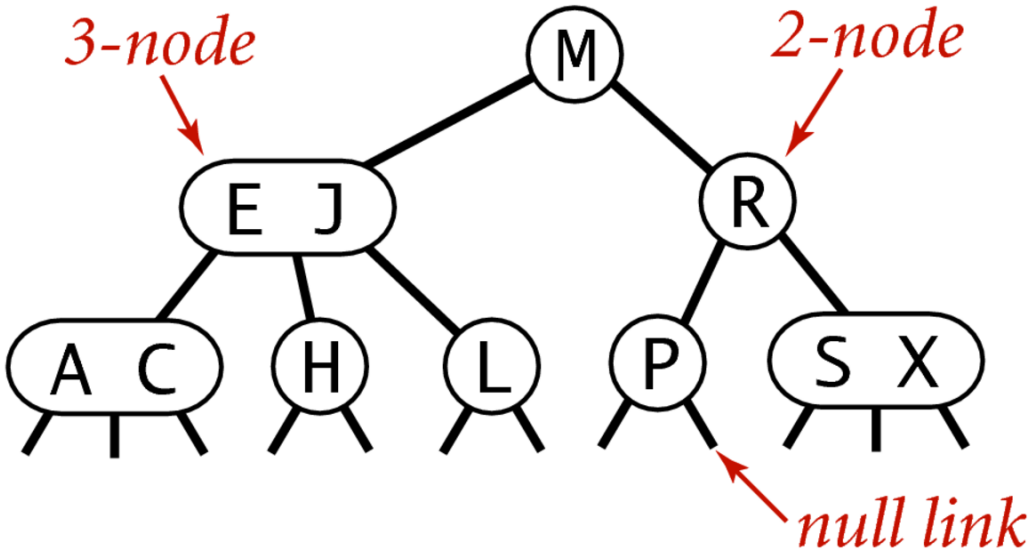
- Como implementar uma tabela de símbolos em uma BST de modo que a árvore permaneça aproximadamente balanceada (ou seja, tenha altura próxima de lg *N*, sendo *N* o número de nós) qualquer que seja a sequência de buscas e inserções aplicada à árvore?

Árvore 2-3 de Busca

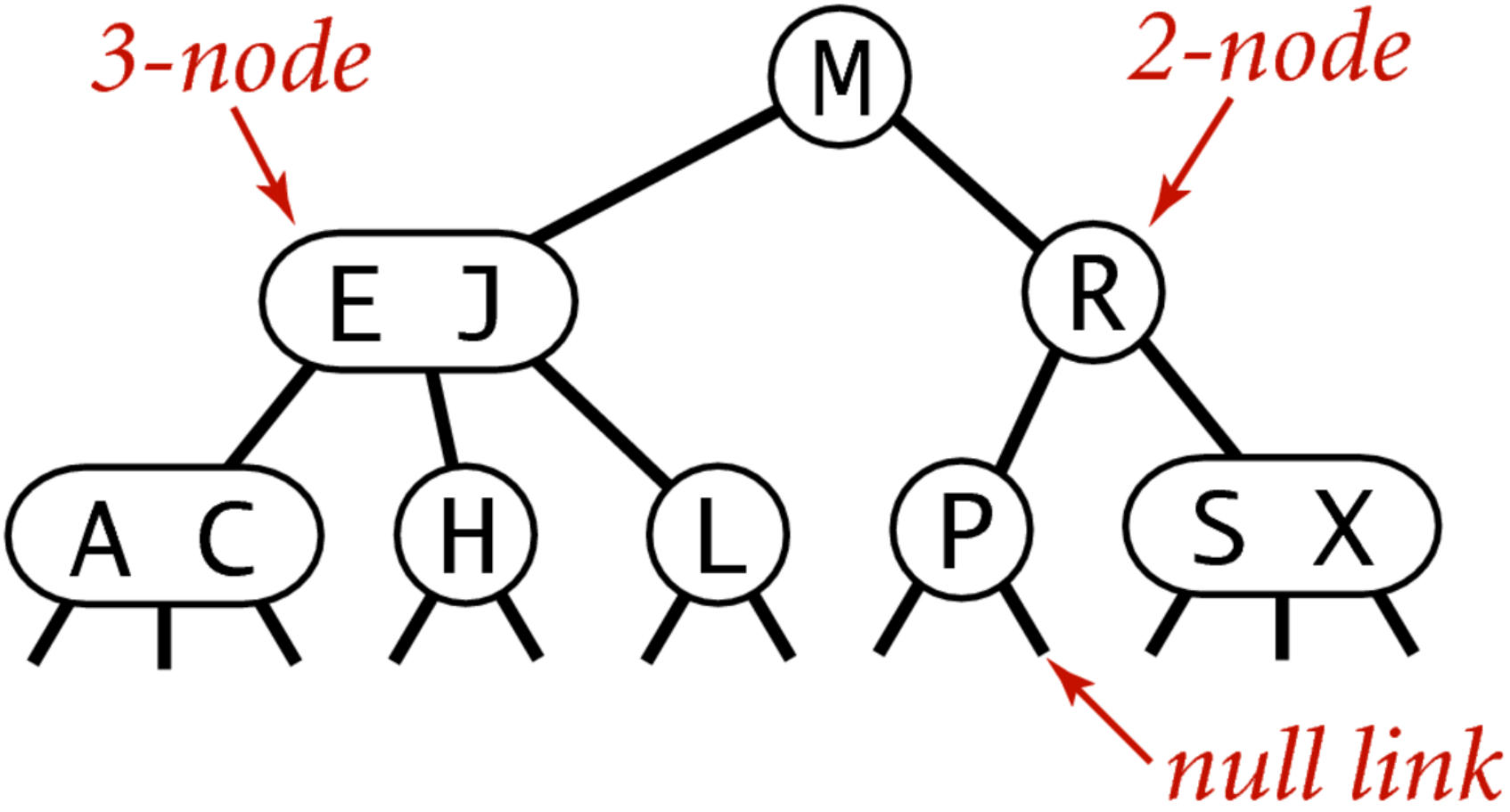
- Por que a altura de uma BST cresce?
  - Cada inserção (*put*) pode criar um novo nó e assim pode aumentar a altura da árvore.
- Solução: colocar mais de uma chave em cada nó!
- Difícil: fazer isso de modo que nenhum nó tenha mais que 2 chaves.

Árvore 2-3 de Busca

- A árvore, que era binária, torna-se ternária. Na verdade, uma mistura de binária e ternária.



Anatomy of a 2-3 search tree



Anatomy of a 2-3 search tree

Árvore 2-3 de Busca (*2-3 Search Tree*)

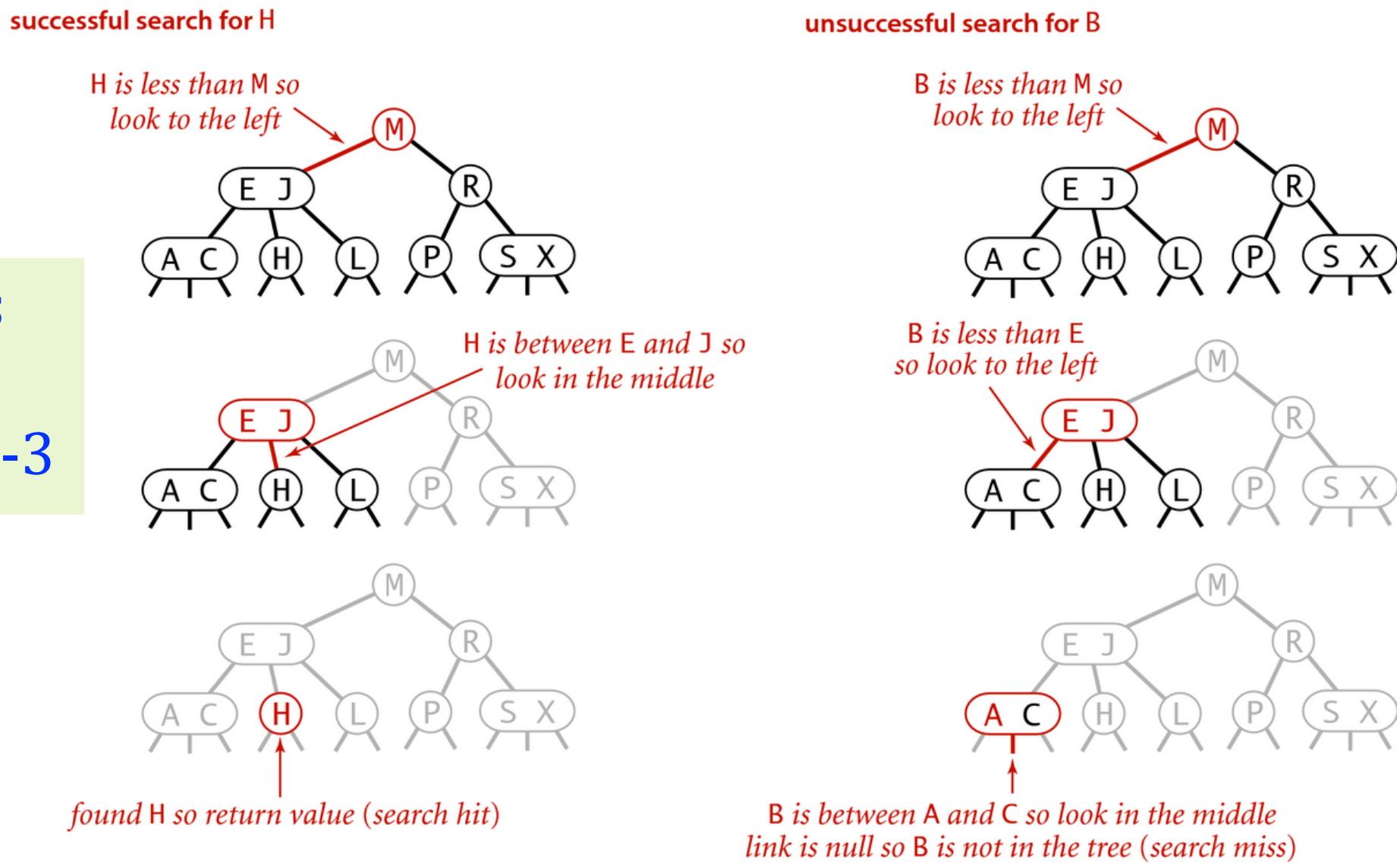
- uma árvore vazia;
- ou um *nó simples*, que contém uma chave e dois links: um link esquerdo para uma árvore 2-3 que tem chaves menores que a chave do nó e um link direito para uma árvore 2-3 que tem chaves maiores;
- ou um *nó duplo*, que contém duas chave e três links: um link esquerdo para uma árvore 2-3 que tem chaves menores; um link do meio para uma árvore 2-3 que tem chaves entre as duas chaves do nó; e um link direito para uma árvore 2-3 que tem chaves maiores.

Árvore 2-3 de Busca (*2-3 Search Tree*)

- Árvores 2-3 têm esse nome porque cada nó tem 2 ou 3 links

- Toda árvore 2-3 é *perfeitamente balanceada*: todos os links null estão no mesmo nível.

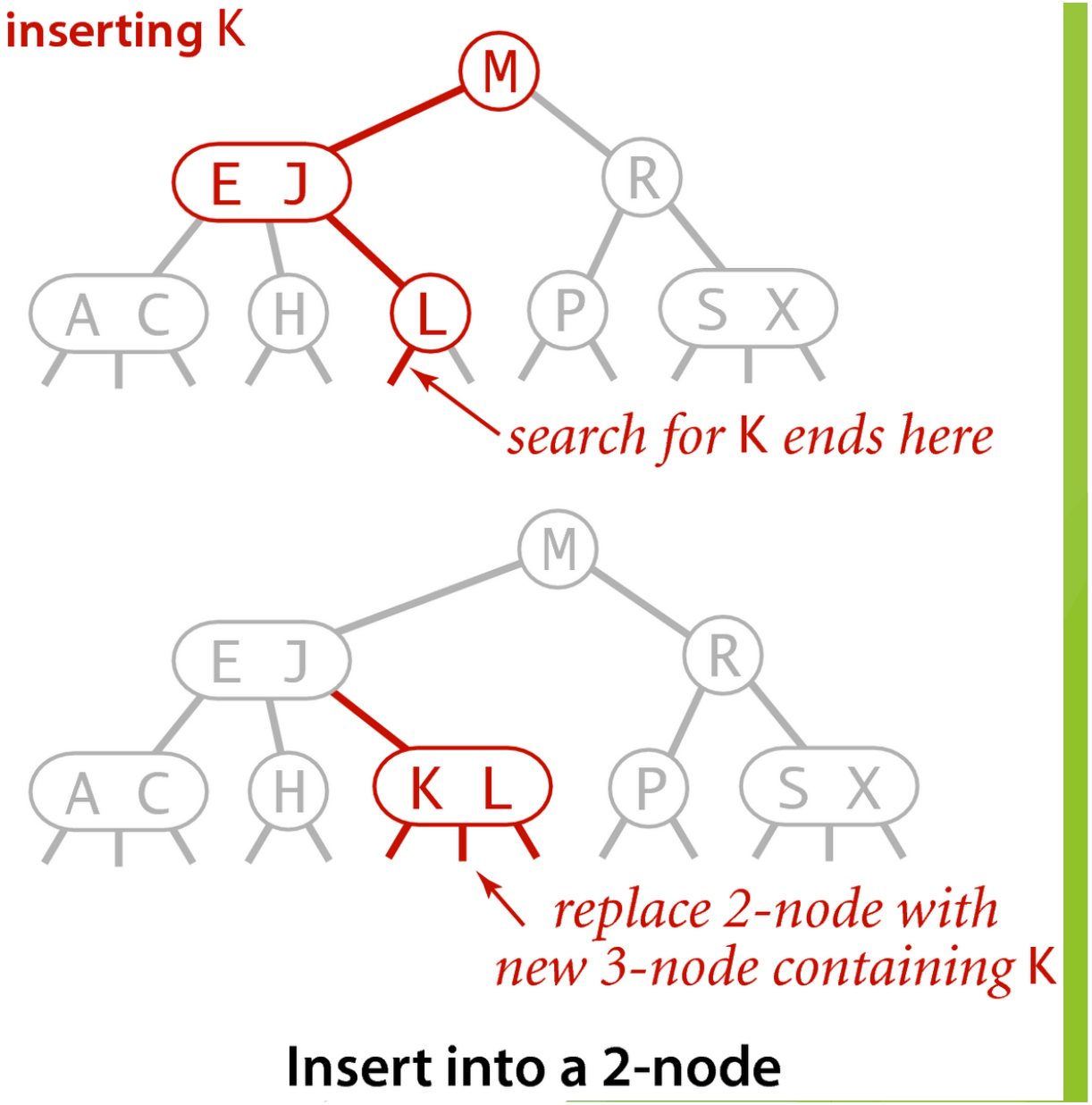
Buscas em Árvore 2-3



Search hit (left) and search miss (right) in a 2-3 tree

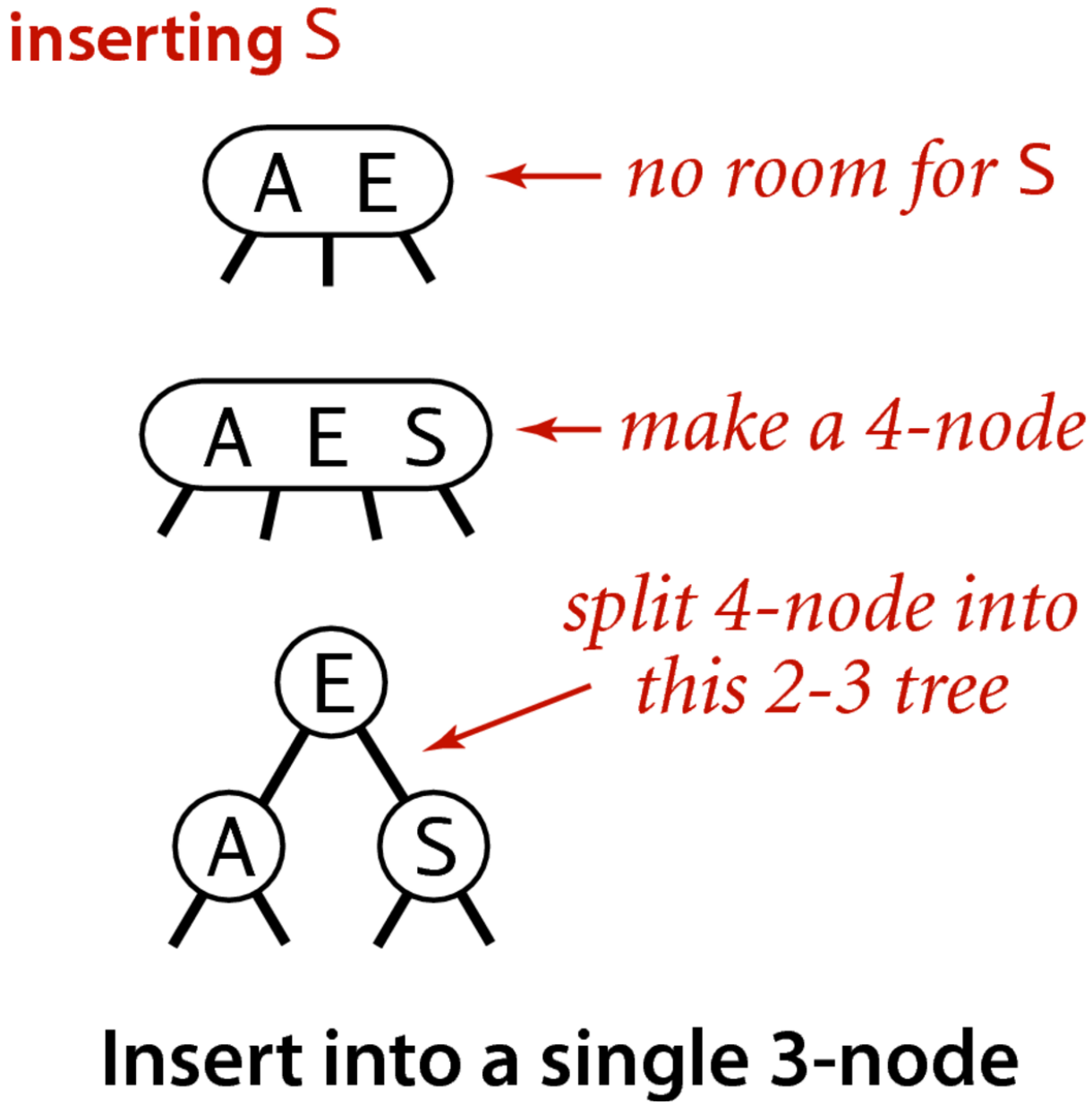
Árvore 2-3: Inserção

- Inserção em um nó simples:
  - A operação não estraga o balanceamento



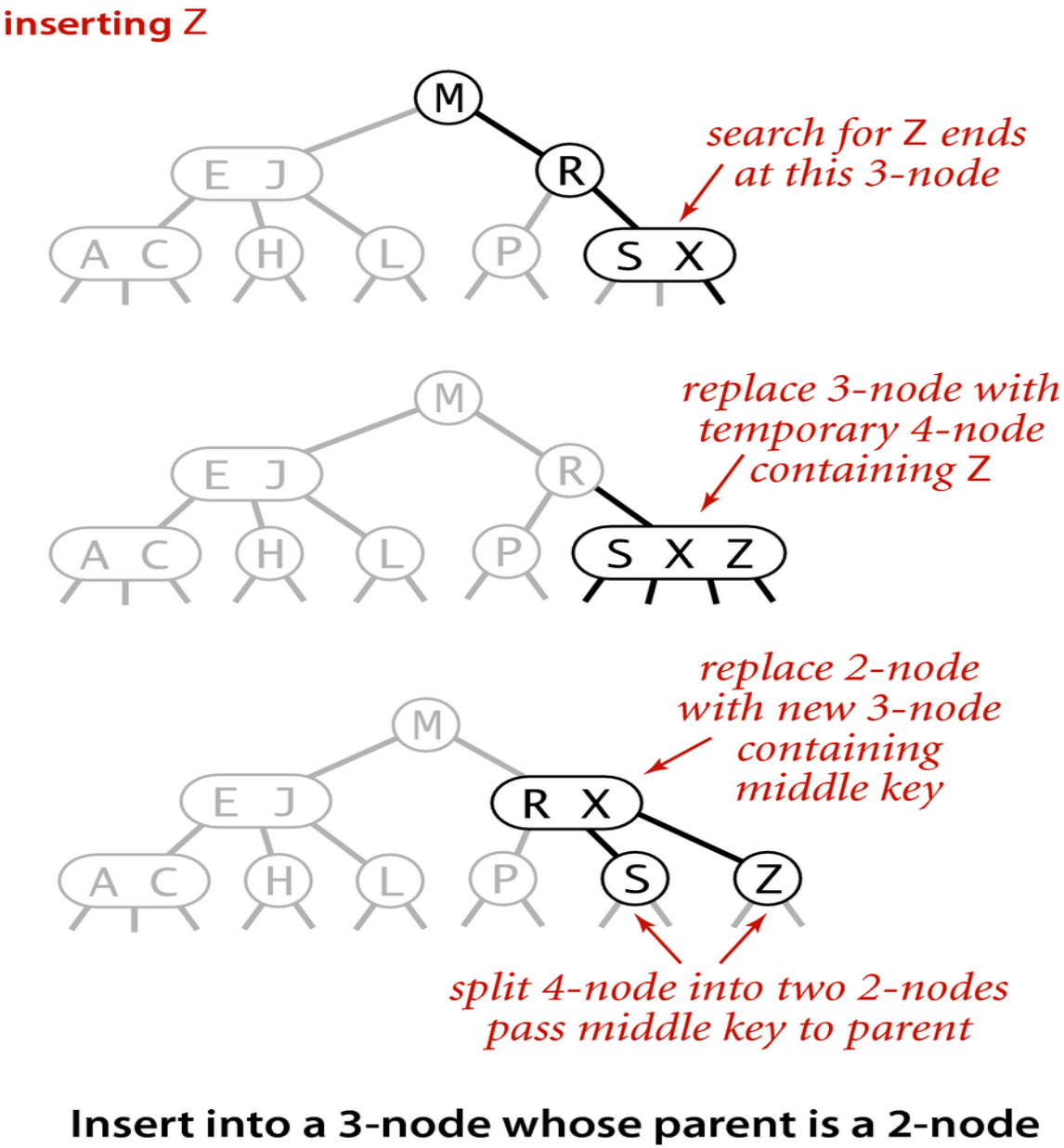
Árvore 2-3: Inserção

- Inserção em um nó duplo isolado



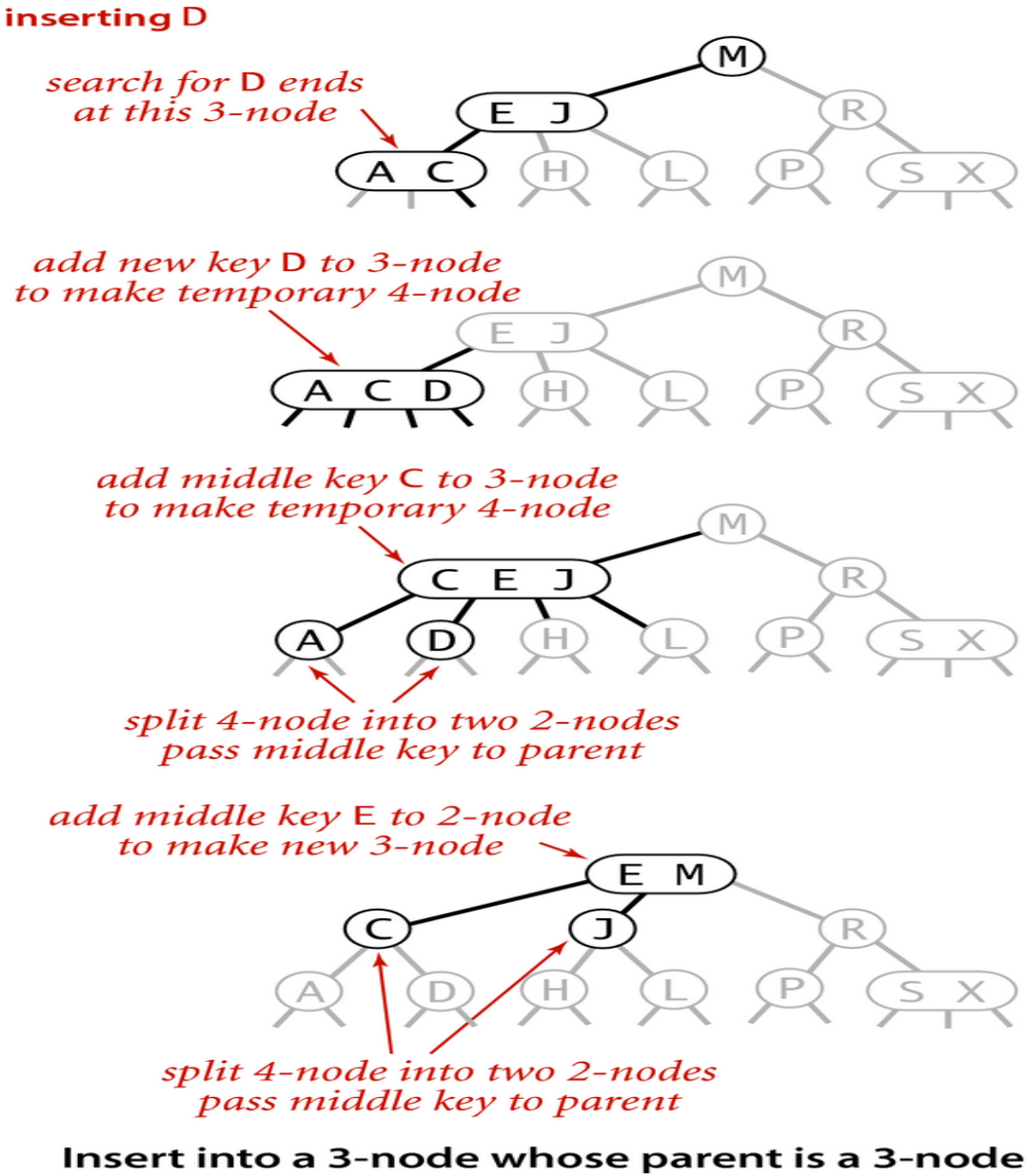
Árvore 2-3: Inserção

- Inserção em um nó duplo cujo pai é um nó simples:
  - A operação não estraga o balanceamento



Árvore 2-3: Inserção

- Inserção em um nó duplo cujo pai é um nó duplo

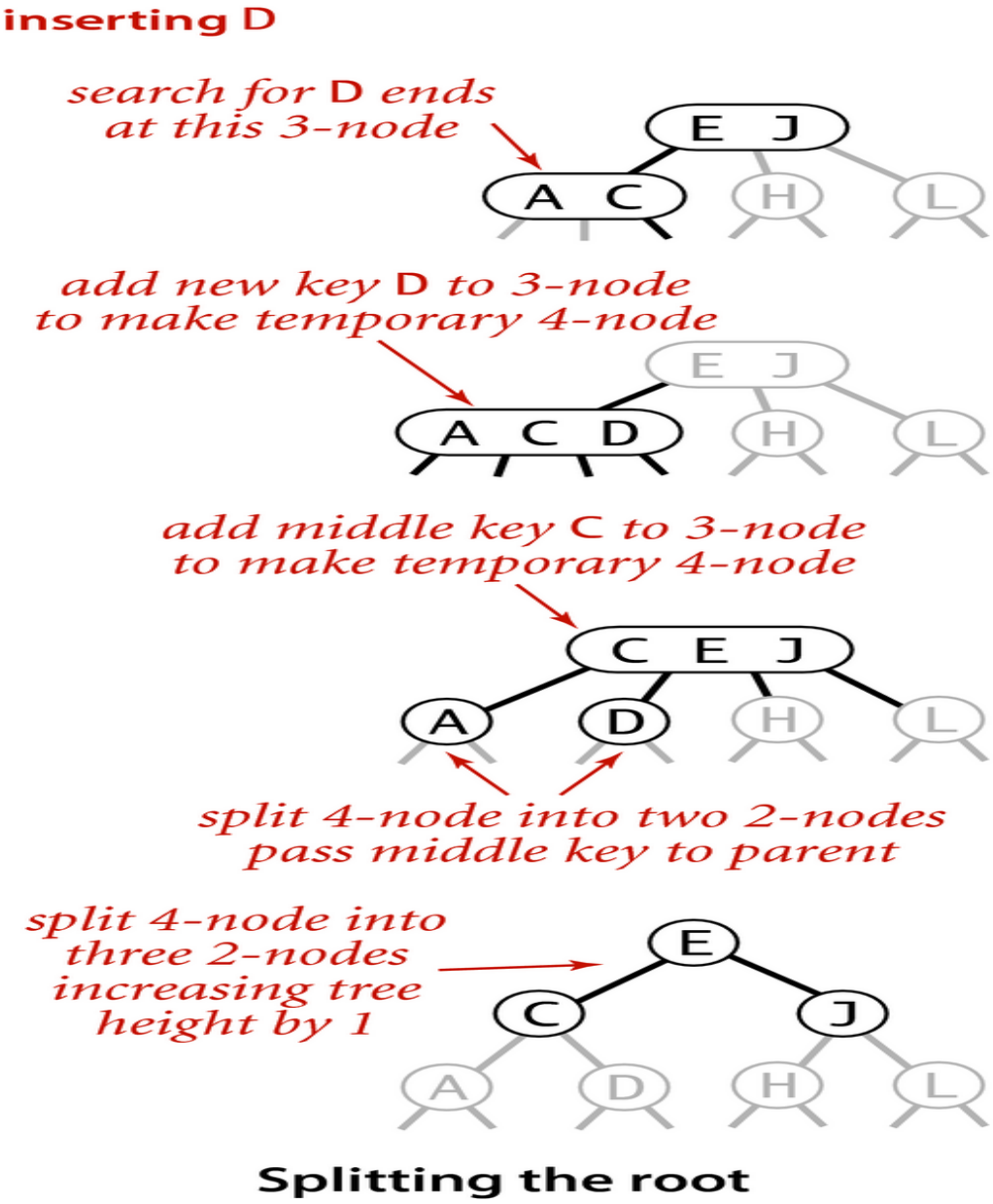


Árvore 2-3: Inserção

- Inserção em um nó duplo cujo pai é um nó duplo:
  - Repitir a operação subindo em direção à raiz até encontrar um nó simples (nesse caso a altura não aumenta) ou até encontrar a raiz (nesse caso a altura aumenta). A operação não estraga o balanceamento.

Árvore 2-3: Inserção

- Divisão da raiz:
  - Não estraga o balanceamento, mas aumenta a altura

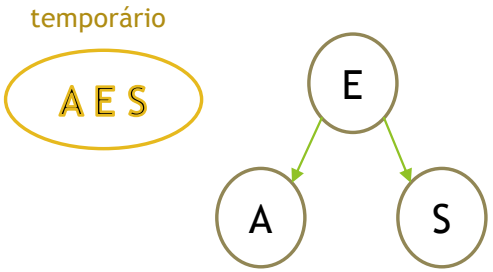


S E A R C H X M P L (Parte 1)

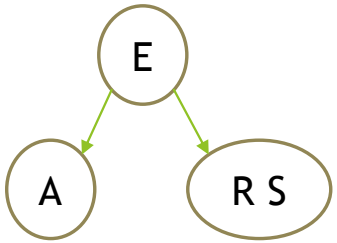
1º (S):

2º (E):

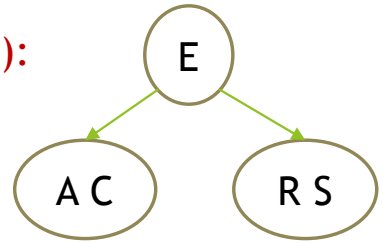
3º (A):



4º (R):

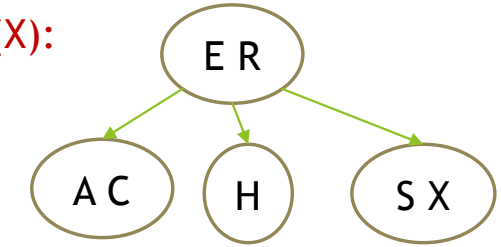


5º (C):

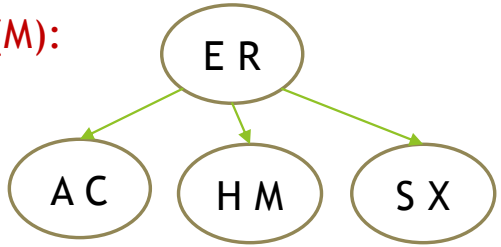


6º (H):

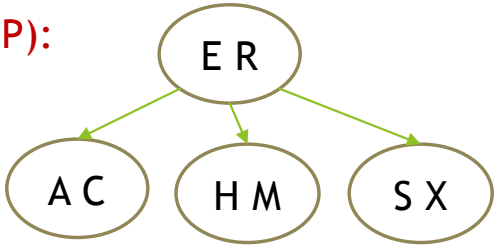
7º (X):



8º (M):

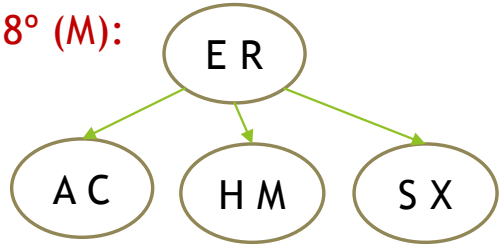


9º (P):

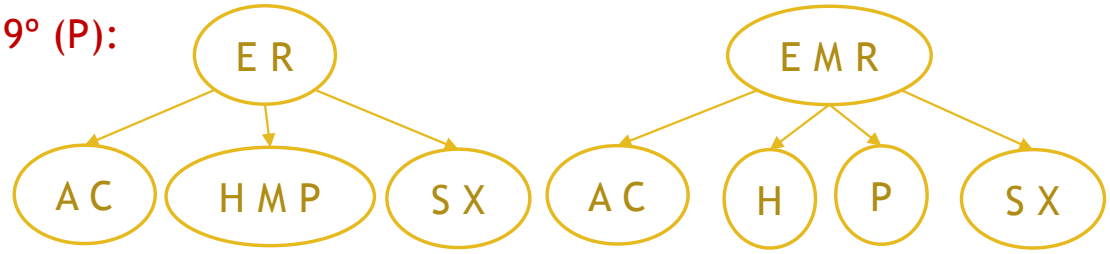


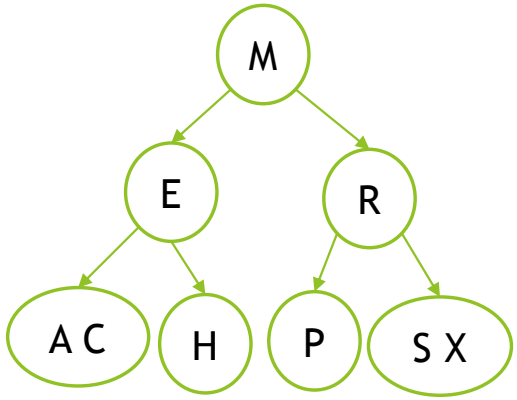
S E A R C H X M P L (Parte 2)

8º (M):

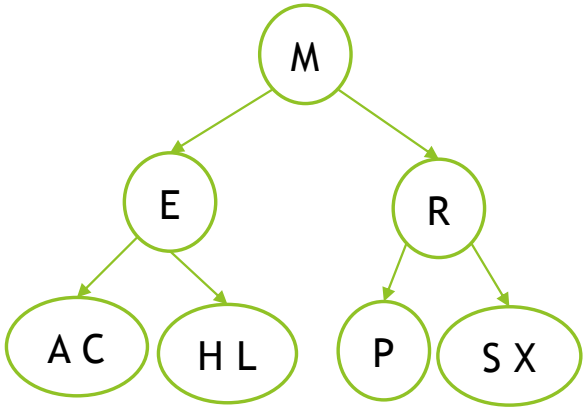


9º (P):



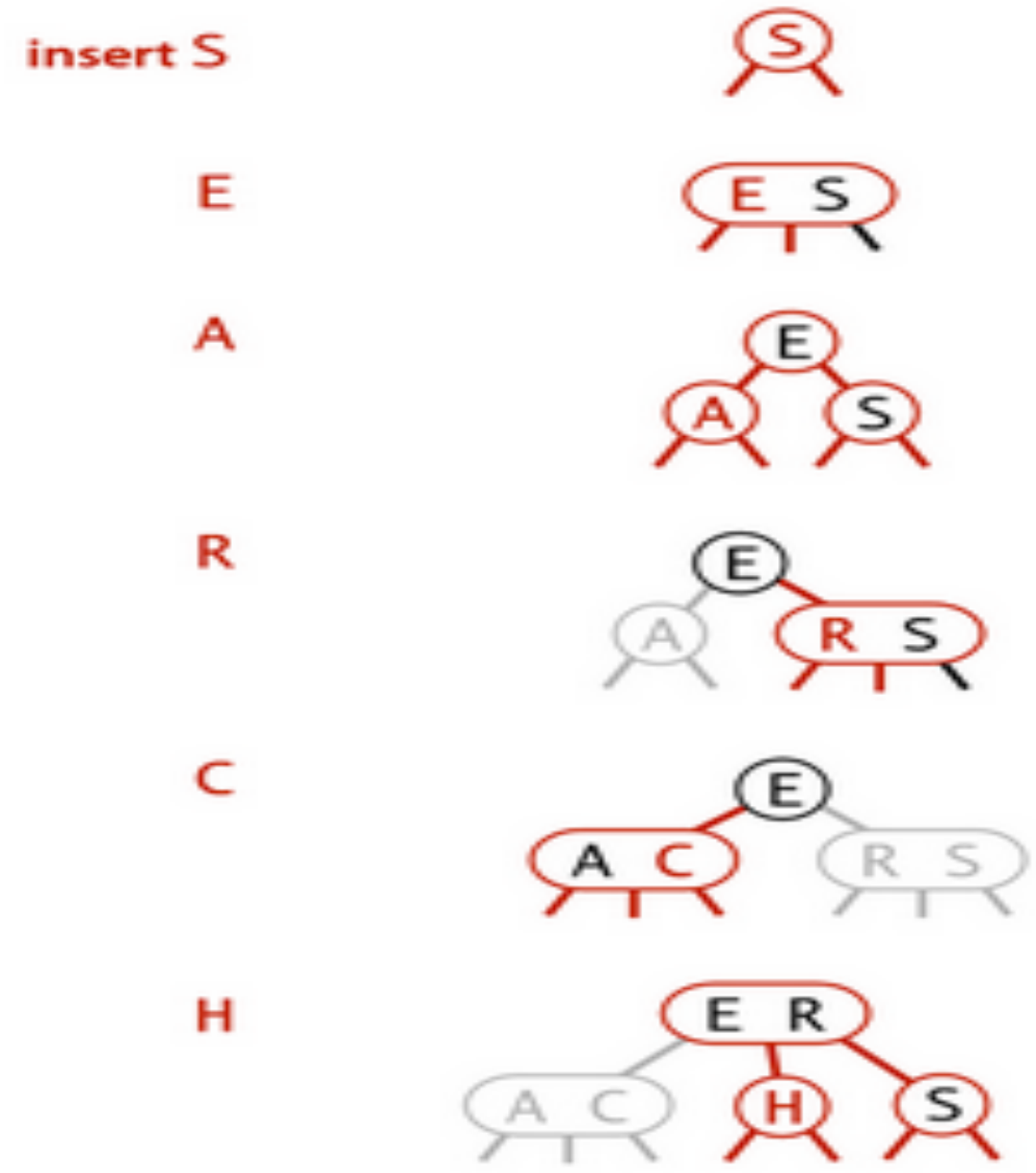


10º (L):



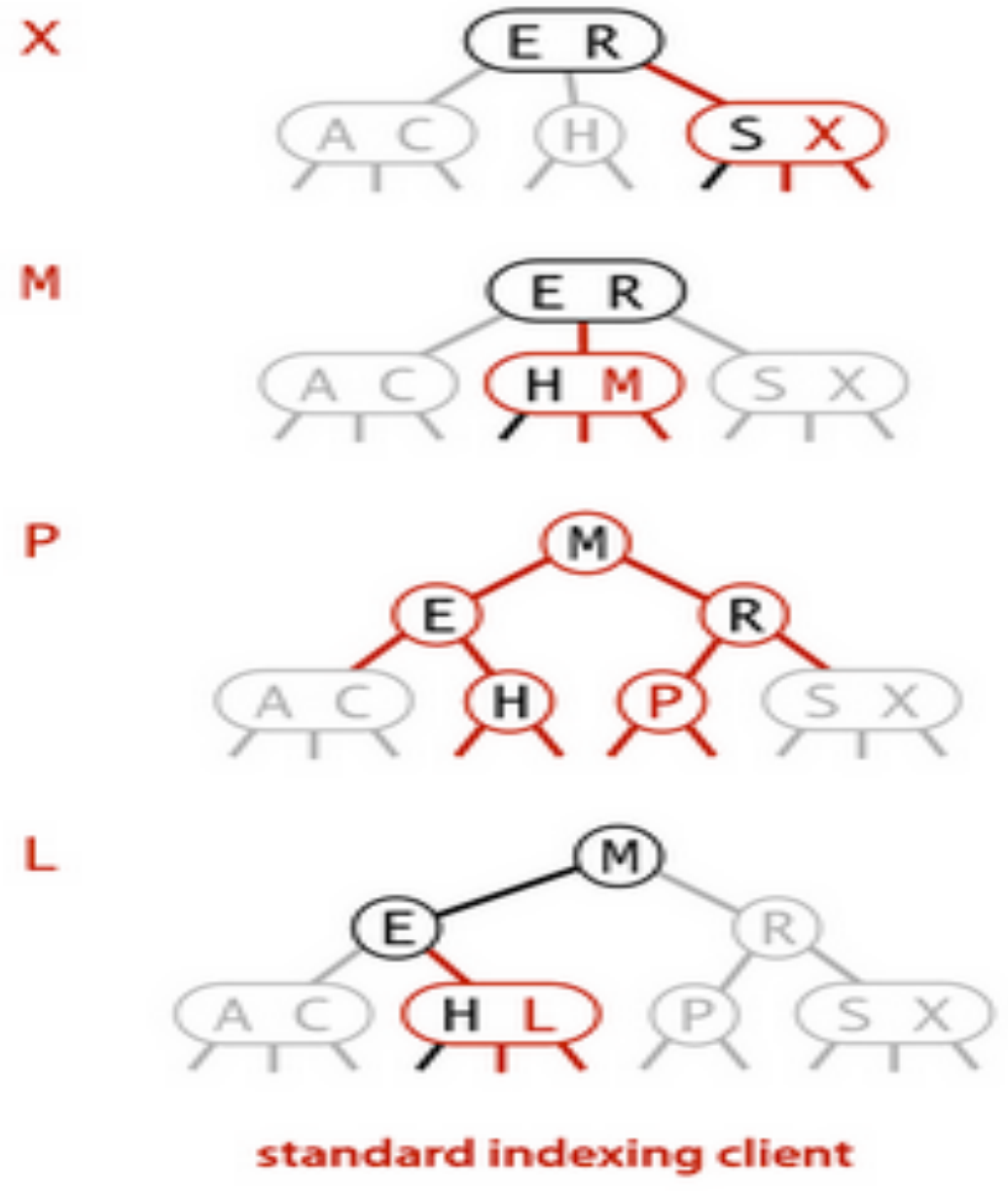
Árvore 2-3

- Construção da árvore: passo a passo *(Ordem qualquer)*



Árvore 2-3

- Construção da árvore: passo a passo *(Ordem qualquer)*



Árvore 2-3 de Busca (*2-3 Search Tree*)

- Ver o vídeo com ilustrações de operações de busca e inserção sobre uma árvore 2-3:
  - algs4.cs.princeton.edu/lectures/33Demo23Tree.mov

Atividade de participação

1) Inserir as seguintes chaves em uma Árvore de Busca 2-3:
   a) J R O B U S C A E X M P L
   b) G B F I E X A M P L S R C H U

2) Inserir as seguintes chaves em uma Árvore de Busca Rubro-Negra:
   a) J R B U S C A E X M P L O
   b) G B U F I E X A M P L S R C H