



|                              |              |  |  |
|------------------------------|--------------|--|--|
| Universidade de Itauna       |              | Curso: Ciência da Computação                               | Disciplina: Matemática Discreta - Teoria |
| Professor (a): Dayse Anselmo |              | Lista: Sequência e Sucessão - <b>Progressão Geométrica</b> |  |
| 3º período                   | Turno: Noite | Semestre: 1º   | Ano: 2021_1                              |

$$a_n = a_m \cdot q^{(n-m)}$$

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$P_n = a_1^n \cdot q^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

$$\text{Termo Médio} = TM^2 = a_1 \cdot a_n$$

$$\text{Soma dos termos de uma PG infinita} \Rightarrow S_{\infty} = \frac{a_1}{q - 1}$$

### EXERCÍCIOS:

1) Represente os termos  $a_7$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  e  $a_4$ , de uma P.G., em função dos  $a_9$ ,  $a_5$ ,  $a_1$  e  $a_3$  respectivamente.

$$a_7 = a_9 \cdot q^{(-2)} \quad a_2 = a_5 \cdot q^{(-3)} \quad a_3 = a_1 \cdot q^{(2)} \quad a_4 = a_3 \cdot q^{(1)}$$

2) O sexto termo de uma P.G. é igual a 12500. Se a razão é igual a 5, qual é o terceiro termo?

$$a_6 = a_1 \cdot q^{(5)} \quad a_6 = a_1 \cdot q^{(2)} \cdot q^{(3)} \quad a_6 = a_3 \cdot q^{(3)} \quad 12500 = a_3 \cdot 5^{(3)} \quad 12500 = a_3 \cdot 125 \quad 12500/125 = a_3$$

$$a_3 = 100$$

3) Se somarmos os 7 primeiros termos da P.G. ( 7, 21, ... ) qual será o valor obtido?

$$a_1 = 7 \quad a_2 = 21 \quad n = 7 \quad q = 21/7 = 3$$

$$S_n = ((a_1 \cdot (q^n - 1)) / (q - 1)) \quad S_7 = ((7 \cdot (3^7 - 1)) / (3 - 1)) \quad S_7 = ((7 \cdot (2187 - 1)) / (3 - 1)) \quad S_7 = 15302/2 \quad S_7 = 7651$$

4) Qual é o produto da multiplicação dos 5 primeiros termos da P.G. (6, 9, ...)?

$$Q = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \quad q = a_2/a_1 \quad q = 9/6 \quad q = 1,5$$

$$a_1 = 6 \quad q = 1,5 \quad n = 5$$

$$P_n = a_1^n \cdot q^{(n(n-1))/2} \quad P_n = 6^5 \cdot 1,5^{(5(5-1))/2} \quad P_n = 6^5 \cdot 1,5^{10} \quad P_n = 7776 \cdot 57,6650390625$$

$$P_n = 448403,34375$$

5) O sétimo termo de uma P.G. é igual a 1458 e o nono é igual a 13122. O primeiro é igual a quanto?

$$a_7 = 1458 \quad a_9 = 13122 \quad a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)} \quad a_7 = a_1 \cdot q^{(7-1)} \rightarrow 1458 = a_1 \cdot q^6 \rightarrow a_1 = 1458/q^6$$

$$a_9 = a_1 \cdot q^{(9-1)} \rightarrow 13122 = q^1 \cdot q^8 \rightarrow a_1 = 13122/q^8$$

$$1458/q^6 = 13122/q^8 \quad 1/1 = 9/q^2 \quad q^2 = 9 \quad q = 3 \text{ ou } q = -3 \quad a_1 = 1458/3^6 = 1458/729 = 2$$

6) Qual é a soma dos termos da P.G. ( 9, 27, ..., 19683)?

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)} \quad 19683 = 9 \cdot 3^{(n-1)} \quad 2187 = 3^{(n-1)} \quad 3^7 = 3^{(n-1)} \quad 7 = n-1 \quad n = 8$$

$$S_n = a_1 \cdot (q^n - 1) / (q - 1) \quad S_n = 9 \cdot (3^8 - 1) / (3 - 1) \quad S_n = 9 \cdot (6561 - 1) / 2 \quad S_n = 9 \cdot 6560 / 2 \quad S_n = 29520$$

7) Qual é o valor de x na P.G. (x - 40, x, x + 200)?

$$x/x - 40 = x + 200/x \quad x^2 = (x - 40)(x + 200) \quad x^2 = x^2 + 200x - 40x - 8000 \quad 0 = 160x - 8000 \quad 160x = 8000$$

$$x = 8000/160 \quad x = 50$$

$$PG = 10; 50; 250 \dots$$

8) Sabendo-se que x, x + 9 e x + 45, estão em PG, podemos afirmar que a razão desta PG vale:

$$a_2 / a_1 = a_3 / a_2 \quad x + 9 / x = x + 45 / x + 9 \quad (x + 9)^2 = x(x + 45) \quad x^2 + 18x + 81 = x^2 + 45x \quad 18x + 81 = 45x$$

$$27x = 81 \quad x = 81/27 \quad x = 3 \quad (3, 12, 48) \text{ É uma P.G. de razão } 4$$

$$x + 9/x = x + 45/x + 9 \quad x^2 + 18x + 81 = x^2 + 45x \quad x^2 - x^2 + 18x - 45x = -81 \quad -27x = -81 \quad x = 81/27 \quad x = 3$$

$$3, 12, 48 \quad q = 12/3 \quad q = 4$$

9) Calcular o 7º termo da PG onde  $a_1 = 2/9$  e  $q = \sqrt{3}$ , vale:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad a_7 = 2/9 \cdot (\sqrt{3})^{7-1}$$

10) Encontre o primeiro termo de uma PG de razão  $q=2$  e 6º termo  $a_6 = 128$ .

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad a_6 = a_1 \cdot 2^{6-1} \quad 128 = a_1 \cdot 2^5 \quad 128 = a_1 \cdot 64 \quad a_1 = 128/64 \quad a_1 = 2$$

11) Quantos termos possui uma PG onde o primeiro termo é  $1/8$ , a razão é 2 e o último termo é 128?

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad 128 = 1/8 \cdot 2^{n-1} \quad 128 \cdot 8 = 2^{n-1} \quad 1024 = 2^{n-1} \quad 2^{10} = 2^{n-1} \quad 10 = n-1 \quad n = 11$$

12) Calcule a razão de uma PG em que o primeiro termo é  $2/9$  e o sexto é 54.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad a_6 = a_1 \cdot q^{5} = 2/9 \cdot q^5 \quad q^5 = 54 \cdot 9 / 2 \quad q^5 = 243$$

$$q = \sqrt[5]{243} \quad q = 3$$

13) Dada a PG (5,10,20,40,80), determine sua razão.

$$5 \cdot 2 = 10 \quad 10 \cdot 2 = 20 \quad 20 \cdot 2 = 40 \quad 40 \cdot 2 = 80 \quad 20:2=10 \quad 10:2=5$$

Razão 2

14) Verifique se a sequência é uma PG: (4,12,36,108).

$$a_3/a_2 = 12/4 = 3 \quad x = 12/4 = 3 \quad x = 3$$

15) Calcule o valor de x na PG: (8,-6,x)

$$a_1 = 8 \quad a_2 = -6 \quad a_2 = a_1 \cdot q \quad -6 = 8q \quad q = -6/8 \quad q = -3/4 \quad x = a_1 \cdot q^2 \quad x = 8 \cdot (-3/4)^2 \quad x = 8 \cdot 9/16 \quad x = 9/2$$

16) Sabendo que (x,x+9,x+45) é uma PG, determine o valor de x

$$a_2/a_1 = a_3/a_2 \quad x+9/x = x+45/x+9 \quad (x+9)^2 = x(x+45) \quad x^2+18x+81 = x^2+45x \quad 18x+81 = 45x \quad 27x = 81 \quad x = 81/27 \quad x = 3 \quad (3,12,48) \text{ é uma P.G. de razão 4}$$

17) Classifique as frases abaixo como V ou F:

- a) A sequência (6,18,54,162) é uma PG. **V**
- b) Na PG (-2,-6,-18,-54,...) a razão é 3. **V**
- c) A razão da PG (x,x²,x³,x⁴,...) é q = x. **V**
- d) A sequência (15, 15, 15,...) é uma PG de razão zero. **F**
- e) O 5º termo da PG (-81, -27, -9,...) é  $a_5 = -2$ . **F**
- f) A PG (-5,-10,-20,-40) é crescente. **F**
- g) Numa PG em que  $a_1 = 4$  e  $q = 2$ , temos  $a_4 = 32$ . **V**
- h) A razão da PG  $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, 1, \sqrt{3}, \dots\right)$  é positiva. **V**
- i) Considerando a PG (-2,6,-18,54), podemos afirmar que  $a_1 \cdot a_4 = a_2 \cdot a_3$ . **F**

18) Qual o número que se deve somar a 1,3 e 4 para que se tenha nessa ordem, uma PG?

$$PG: x+1; x+3; x+4 \quad (x+3)^2 = (x+1)(x+4) \quad x^2+6x+9 = x^2+5x+4 \quad 6x-5x = -9+4 \quad x = -5$$

$$PG: -5+1; -5+3; -5+4 \quad PG: -4; -2; -1$$

19) Determine o 8º termo da PG  $\left(\frac{1}{81}, \frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \dots\right)$

$$A_8 = (1/81) \cdot 3^{8-1} \quad A_8 = 1/81 \cdot 3^7 \quad A_8 = 3^7/3^4 = 3^3 = 27 \quad \text{O 8º termo da P.G., é 27}$$

20) Determine quantos termos tem a PG (6,18,...,1458)

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad 1458 = 6 \cdot 3^{n-1} \quad 3^{n-1} = 243 \quad 3^{n-1} = 3^5 \quad n-1 = 5 \quad n = 6$$

21) Calcule a razão de uma PG decrescente de 5 termos, sendo o 1º termo igual a  $\frac{2}{3}$  e o último igual a  $\frac{2}{243}$ .

$$A_1 = 2/3;$$

$$a_n = a_5 = 2/243 \quad a_n = a_1 \cdot q^{n-1} \quad a_5 = a_1 \cdot q^{5-1} \quad 2/243 = 2/3 \cdot q^4 \quad q^4 = 2 \cdot 3 / 2 \cdot 243$$

22) Determine a PG alternante de nove termos, sabendo que o 4º termo é 3 e o 8º é 48.

$$\begin{aligned} a_4 &= a_1 q^3 = 3 & a_8 &= a_1 q^7 = 48 & a_1 \cdot q^7 / a_1 \cdot q^3 &= 48/3 & q^4 &= 16 \text{ ou } 2^4 & q &= 2 & a_1 \cdot q^3 &= 3 \\ a_1 \cdot 2^3 &= 3 & a_1 \cdot 8 &= 3 & 8a_1 &= 3 & a_1 &= 3/8 \\ a_1 &= 3/8 & a_2 &= 3/8 \cdot 2 = 6/8 \text{ ou } 3/4 & a_3 &= 3/4 \cdot 2 = 6/4 \text{ ou } 3/2 & a_4 &= 3/2 \cdot 2 = 6/2 = 3 & a_5 &= 3 \cdot 2 = 6 \\ a_6 &= 6 \cdot 2 = 12 & a_7 &= 12 \cdot 2 = 24 & a_8 &= 24 \cdot 2 = 48 & a_9 &= 48 \cdot 2 = 96 \end{aligned}$$

23) Numa PG crescente, a soma dos três primeiros termos é 91 e a diferença entre o 3º e o 1º termos é 56. Escreva a PG.

$$\begin{aligned} a_1 + a_1 \cdot q + a_1 \cdot q^2 &= 91 & a_1 \cdot (1 + q + q^2) &= 91 \\ a_1 \cdot q^2 - a_1 &= 56 & a_1 \cdot (q^2 - 1) &= 56 & a_1 &= 56 / (q^2 - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 \cdot (1 + q + q^2) &= 91 & [56 / (q^2 - 1)] \cdot (1 + q + q^2) &= 91 & 56 \cdot (1 + q + q^2) / (q^2 - 1) &= 91 & 56 \cdot (1 + q + q^2) &= 91 \cdot (q^2 - 1) \\ 56 \cdot 1 + 56 \cdot q + 56 \cdot q^2 &= 91 \cdot q^2 - 91 \cdot 1 & 56 + 56q + 56q^2 &= 91q^2 - 91 & 0 &= 35q^2 - 56q - 147 \\ 35q^2 - 56q - 147 &= 0 \end{aligned}$$

$$q' = -7/5 \quad q'' = 3$$

$$a_1 = 56 / (q^2 - 1) \quad a_1 = 56 / (3^2 - 1) \quad a_1 = 56 / (9 - 1) \quad a_1 = 56 / (8) \quad a_1 = 7$$