

Universidade de Itauna	Curso: Ciência da Computação	Disciplina: Matemática Discreta - Teoria
Professor (a): Dayse Anselmo		Lista 8
3º período	Turno: Noite	Semestre: 1º
		Ano: 2021

### NOTAÇÃO DE SOMATÓRIO

$\sum_i^n \rightarrow$  representa a somatória, onde :

i = limite inferior  
n = limite superior

• DEFINIÇÃO:

$$\sum_{i=1}^n ai = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \quad (\text{somatória de } a_i \text{ termos, para } i \text{ variando de 1 até } n)$$

1. Escreva o somatório para :

a)  $\sum_{i=1}^3 xi = 1x+2x+3x$

b)  $\sum_{i=1}^n i = 1+2+3+4+\dots n$

c)  $\sum_{i=5}^{10} i^2 = 5^2+6^2+7^2+8^2+9^2+10^2$

d)  $\sum_{i=1}^4 k = k+k+k+k$

e)  $\sum_{i=1}^5 1 = 1+1+1+1+1$

\*Propriedades da somatória:

P1)  $\sum_{i=1}^n (ai + bi) = \sum_{i=1}^n ai + \sum_{i=1}^n bi$

P2)  $\sum_{i=1}^n (ai - bi) = \sum_{i=1}^n ai - \sum_{i=1}^n bi$

P3)  $\sum_{i=1}^n C.ai = C.\sum_{i=1}^n ai$

P4)  $\sum_{i=p}^n ai = \sum_{i=1}^n ai - \sum_{i=1}^{p-1} ai$

P5)  $\sum_{i=1}^n ai \sum_{j=1}^p bj = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p ai.bj$

P6)  $\sum_{i=p}^n ai = \sum_{i=p+j}^{n+j} a_{i-j}$

2. Prove que:

a)  $\sum_{i=1}^n (ai + bi) = \sum_{i=1}^n ai + \sum_{i=1}^n bi$

b)  $\sum_{i=1}^n C.ai = C.\sum_{i=1}^n ai$

\* Exprimindo somas em forma de somatórios:

$$S = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots$$

$$\sum_{i=1}^n i(i+1)$$

a)  $S = 1+1+1+\dots+1$  (n parcelas)

$$S = n \cdot 1 \sum_{i=1}^n 1$$

b)  $S = k + k + \dots + k$  (n parcelas)

$$\sum_{i=1}^n k$$

c)  $S = 1 + 2 + 3 + \dots + n$

$$\sum_{i=1}^n i \quad (\text{soma dos n primeiros números inteiros de uma PA})$$

d)  $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

$$\sum_{i=1}^n i^2$$

e)  $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

$$\sum_{i=1}^n i^3$$

3. Desenvolva os seguintes somatórios:

a)  $\sum_{x=1}^5 (x^2 - x) = 0+2+6+12+20=40$

b)  $\sum_{j=2}^{\infty} (-1)^j \cdot j = 2-3+4-5+\dots \infty$

c)  $\sum_{n=0}^5 n! a_n = 0! a_0 + 1! a_1 + 2! a_2 + 3! a_3 + 4! a_4 + 5! a_5$

4. Calcule o valor de:

a)  $\sum_{n=0}^5 (-1)^n n! = 1-1+2-6+24-120 = -100$

b)  $\sum_{i=0}^5 i - \sum_{i=0}^5 i^2 = 0+0-2-6-12-20 = -40$

5. Represente:

a)  $S = 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + n^2 = \sum (2i+1)^2$ , onde  $n=0$  e o somatório se estende até  $n$

b)  $S = 1 + 3 + 5 + \dots + n = \sum (2i+1)$ , onde  $n=0$  e o somatório se estende até  $n$

6. Desenvolva:

a)  $\sum_{i=1}^n (2i) = 2+4+6+8+10+\dots+n$

b)  $\sum_{i=1}^n (i^2 + i) = 2+6+12+20+30+\dots+n$

$$c) \sum_{i=1}^n i(k-2) = (k-2) + (2k-4) + (3k-6) + (4k-8) + \dots + n(k-2)$$

$$d) \sum_{i=1}^n \frac{i(i+1)}{2} = 1+3+6+10+15+\dots+n(n+1)/2$$

7. Sendo  $C_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj}$ , obter:

$$a) C_{11} = a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} + a_{13}b_{31} + \dots + a_{1n}b_{n1}$$

$$b) C_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32} + \dots + a_{1n}b_{n2}$$

$$c) C_{23} = a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} + a_{23}b_{33} + \dots + a_{2n}b_{n3}$$

8. Utilizando o símbolo de somatório, represente as somas:

$$a) z_1 + z_2 + z_3 + \dots + z_{27}$$

$$b) x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_{10} y_{10}$$

$$c) (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) + \dots + (a_{15} - b_{15})$$

$$d) 3^3 + 4^3 + 5^3 + \dots + 10^3$$

$$e) b_0 + b_{1x} + b_{2x}^2 + b_{3x}^3 + b_{4x}^4$$

$$f) 1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + \dots + 25^{25}$$

9. Calcule utilizando as propriedades de somatório:

$$a) \sum_{i=0}^{50} (3+i)$$

$$b) \sum_{k=0}^{10} (5+4k)$$

$$c) \sum_{k=1}^n (2k+1)^2 - (5k+1)^2$$

• **Número de termos de um somatório:**

$$NT = (Ls - Li) + 1$$

Ls = limite superior

Li = limite inferior

Se o somatório estiver sujeito a "r" restrições:

$$NT = [(Ls - Li) + 1] - r$$

Exemplo:

$$a) \sum_{i=3}^8 xi$$

NT = 6 termos

$$b) \sum_{\substack{i=1 \\ r=9,11}}^{15} xi$$

NT = 13 termos