

# Trabalho 2

## Disciplina de Reconhecimento de Padrões

Davi de Lima Cruz  
mat: 474377

6 de agosto de 2025

### Introdução

O objetivo deste trabalho é comparar diferentes classificadores de reconhecimento de padrões aplicados a imagens de rostos de pessoas. Serão utilizados classificadores como Quadrático, MaxCorr, DMC e 1-KK, além de aplicar normalizações e PCA (Análise de Componentes Principais). O código utilizado para este trabalho está disponível no repositório do GitHub: [https://github.com/Davi0Cruz/Reconhecimento\\_de\\_Padrees](https://github.com/Davi0Cruz/Reconhecimento_de_Padrees). Um resumo teórico sobre cada classificador utilizado será apresentado:

- **Classificador Quadrático:** Presupõem que os preditores seguem uma distribuição gaussiana multivariada, a partir disso calcula a matrix de covariância e a média de cada classe, e para testar ele ver qual das classes tem a distribuição que deu o maior valor de densidade de probabilidade ou menor discriminante.
- **A variante 1 do classificador Quadrático** é uma versão que adiciona uma pequena constante  $\lambda$  à diagonal da matriz de covariância, sendo equivalente a adicionar um pouco de ruído aos dados.
- **A variante 2 do classificador Quadrático** pondera as matrizes de covariância de todas as classes e calcula a densidade de probabilidade a partir disso.
- **A variante 3 do classificador Quadrático** é um meio termo entre o Classificador Quadrático e a variante 2, ele interpola as matrizes de covariância de cada classe com a gerada pela variante 2.

- **A variante 4 do classificador Quadrático** considera apenas a diagonal da matriz de covariância, ou seja, assume que as variáveis são independentes. A vantagem disso é que computacionalmente é muito mais barato inverter uma matriz diagonal do que uma matriz completa.
- **Classificador MaxCorr:** É um classificador baseado na correlação, é calculada a média de cada classe é comparada qual média tem a maior correlação com o vetor de teste.
- **Classificador DMC:** É um classificador baseado na distância dos centroides, onde a distância é medida em relação à média de cada classe.
- **Classificador 1-KK:** É um classificador baseado no KNN (K-Nearest Neighbors), onde  $K=1$ , ou seja, ele pega o vizinho mais próximo e atribui a classe desse vizinho ao preditor.

## Atividade 1

Abrir e executar o arquivo `face_preprocessing_column.m` sem aplicação do PCA. Ou seja, comentar as linhas 56-60. Escolha as dimensões para redução das imagens na linha 37. Note que quanto maior os valores da redução, maior será a dimensão dos vetores de atributos após a vetorização das imagens e, obviamente, maior será o tempo de treinamento/teste dos classificadores.

O script foi executado com o tamanho da imagem sendo 20x20 pixels, pois mais do que isso aumentava bastante o tempo de execução.

## Atividade 2

Abrir e executar o arquivo `compara_todos.m` usando  $P_{train} = 80$ ; ou seja, 80% dos vetores de atributos serão usados para treinar os classificadores. Faça também  $N_r = 50$  (número de repetições independentes de treino/teste). Executar o código e preencher a tabela de estatísticas de desempenho abaixo. A figura de mérito é a taxa de acerto do classificador, determinando-se suas estatísticas descritivas ao final das 50 rodadas independentes, tais como valor médio, desvio padrão, valores mínimos/máximos e mediana.

Foram implementadas as normalizações ZScore,  $[0, 1]$  e  $[-1, 1]$  para cada Classificador MaxCorr, DMC e 1-KK. Para o 1-KK e o DMC, o melhor foi sem normalização, para o MaxCorr foi a  $[0, 1]$ .

Além disso, para comparar melhor os resultados colocamos uma seed referente a cada rodada de execução em todos os algoritmos, ou seja a divisão entre treino e teste foi a mesma para todos os algoritmos, essa separação se repete para as próximas comparações.

Outra modificação feita foi mudar a forma como era calculado o discriminante dos classificadores Quadrático e suas variantes, O termo  $\ln(\det(C))$  acabava tendo o determinante zerado, o que fazia com que o discriminante ficasse indefinido, então foram calculados os autovetores e autovalores da matriz de covariância, e substituímos essa parte pela soma dos logaritmos dos autovalores. Como os autovetores já foram calculados, aproveitamos eles para calcular a matrix inversa da matriz de covariância.

Classificador	Média	Mínimo	Máximo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo de Execução (s)
<b>Quadrático</b>	16.727	3.030	36.364	15.152	7.198	56.855
<b>Variante 1</b>	80.121	69.697	96.970	78.788	6.188	55.924
<b>Variante 2</b>	44.000	27.273	66.667	42.424	10.194	7.606
<b>Variante 3</b>	36.970	15.152	51.515	36.364	9.081	58.247
<b>Variante 4</b>	15.939	0.000	30.303	15.152	7.518	11.798
<b>MaxCorr</b>	80.364	66.667	93.939	80.303	6.037	0.481
<b>DMC</b>	78.909	66.667	93.939	78.788	6.242	0.256
<b>1-KK</b>	78.848	60.606	96.970	78.788	7.485	2.013

Tabela 1: Tabela de resultados sem a aplicação de PCA

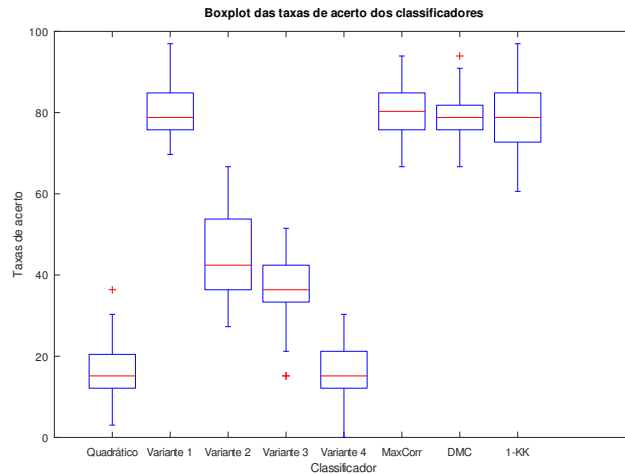


Figura 1: Boxplot dos resultados sem a aplicação de PCA

## Questão 1

O que se pode concluir sobre os desempenhos dos classificadores avaliados?

Para os classificadores Quadrático e suas variantes, as matrizes de covariância apresentaram o warning sobre o condicionamento, menos para a variante 1. O que fez com que os resultados fossem muito ruins para esses classificadores. Já os outros métodos tiveram resultados melhores e mais rápidos, tendo o de MaxCorr como o melhor resultado médio com 80% de acerto.

## Questão 2

Qual deles teve o melhor desempenho em relação à taxa de acerto? E em relação ao tempo?

O classificador que teve o melhor resultado médio foi o de MaxCorr com 80% de acerto. Quanto ao tempo de execução, o DMC foi o mais rápido, levando apenas 0.25 segundos.

## Questão 3

Houve problemas de inversão das matrizes de covariância? Se sim, para quais classificadores? Este problema foi contornado por alguma das variantes avaliadas? Se sim, descreva sucintamente o mecanismo usado para resolvê-lo.

Os classificadores Quadrático e suas variantes não conseguiram inverter suas matrizes por conta do condicionamento, o que fez com que os resultados fossem muito ruins. A variante 1 conseguiu contornar isso com a regularização, lembrando que essa variante 1 funciona por meio da adição de uma diagonal com um valor pequeno (0.01) à matriz de covariância, isso ajuda a dar independência linear entre as linhas da matriz.

## Atividade 3

Executar o arquivo `face_preprocessing_column.m` com aplicação do PCA. Ou seja, descomentar as linhas 56-60. Faça  $q = 400$  ou  $q = 900$  na linha 57, a depender do redimensionamento das imagens escolhido na Atividade 1. Note que para este valor de  $q$ , a aplicação de PCA não conduz a uma redução da dimensionalidade dos vetores de atributos, mas sim promove apenas a diagonalização da matriz de covariância dos dados transformados. Em outras palavras, os atributos para o novo conjunto de dados  $Z$  são descorrelacionados entre si.

## Atividade 4

Executar novamente a Atividade 2, preenchendo a tabela de desempenho abaixo.

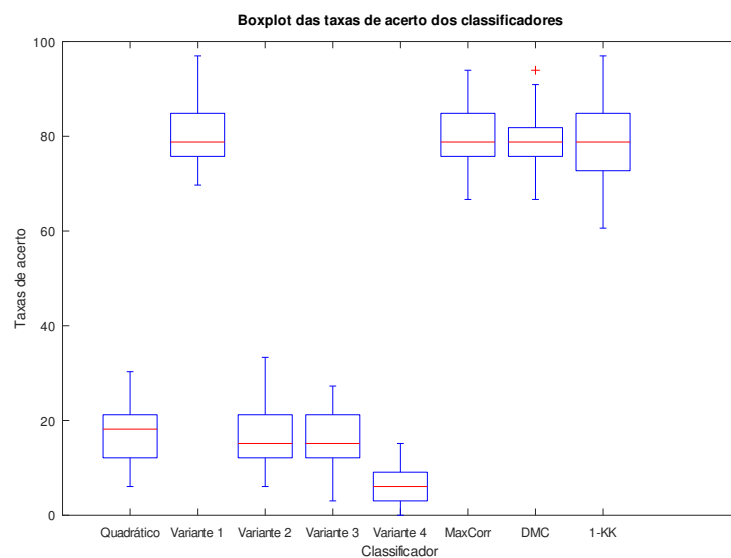


Figura 2: Boxplot dos resultados com PCA (sem redução)

Classificador	Média	Mínimo	Máximo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo de Execução (s)
<b>Quadrático</b>	16.848	6.061	30.303	18.182	5.972	52.371
<b>Variante 1</b>	80.121	69.697	96.970	78.788	6.188	49.189
<b>Variante 2</b>	16.364	6.061	33.333	15.152	7.113	4.869
<b>Variante 3</b>	15.818	3.030	27.273	15.152	5.817	48.728
<b>Variante 4</b>	6.061	0.000	15.152	6.061	3.463	11.664
<b>MaxCorr</b>	80.182	66.667	93.939	78.788	6.159	0.320
<b>DMC</b>	78.909	66.667	93.939	78.788	6.242	0.209
<b>1-KK</b>	78.848	60.606	96.970	78.788	7.485	1.867

Tabela 2: Resultados com PCA (sem redução)

## Questão 4

(i) O que se pode concluir sobre os desempenhos dos classificadores avaliados? Houve alguma mudança (melhora ou piora) nos desempenhos dos classificadores avaliados em relação à tabela anterior? (ii) Note que, com a aplicação de PCA aos dados originais, a matriz de covariância dos dados transformados é diagonal. Isso faz com que o classificador quadrático e a Variante 4 sejam teoricamente equivalentes. Estes classificadores tiveram de fato desempenho equivalente nos experimentos relacionados?

- Os classificadores quadráticos que não tiveram regularização todos pioraram muito seus resultados, basicamente as matrizes estavam todas mal condicionadas, o que fez com que os resultados fossem muito ruins.
- Não, pois note que a PCA foi aplicada em todo o conjunto de dados, tanto de teste quanto de treino. Quando os dados de treino são selecionados, a matriz de covariância não é mesma que foi diagonalizada pela PCA. Essa pequena mudança foi suficiente para que o condicionamento das matrizes de covariância fosse piorado.

A variante 1 do classificador Quadrático se beneficiou bastante do PCA, pois conseguiu inverter a matriz de covariância.

## Atividade 5

Com base na figura gerada durante a execução da atividade anterior, que mostra a variância explicada acumulada em função do número de componentes considerado, escolher um valor para  $q$  que preserve pelo menos 98% da informação (i.e., variância) dos dados originais. O valor de  $q$  adequado pode ser escolhido visualizando o conteúdo do vetor  $V_{Eq}$ , como sendo aquela componente cujo valor é maior que 98%. Executar o arquivo `face_preprocessing_column.m` com aplicação do PCA para o valor de  $q$  escolhido. Note que para este valor de  $q$ , a aplicação de PCA conduz a uma redução da dimensionalidade dos vetores de atributos, além de promover a descorrelação dos atributos dos dados transformados.

## Questão 5

Qual foi a dimensão de redução  $q$  escolhida, de modo a preservar 98% da informação do conjunto de dados original?

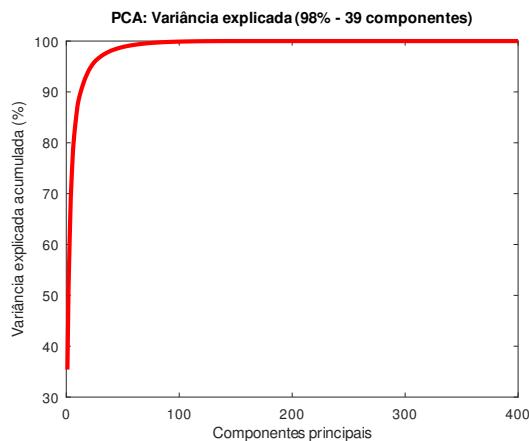


Figura 3: Variância acumulada em função do número de componentes.

Podemos ver que a partir de 39 componentes já temos mais de 98% da variância acumulada, então escolhemos  $q = 39$ .

## Atividade 6

Com base no valor escolhido para  $q$  na Atividade 5 e no conjunto de dados gerados correspondente, preencha a tabela de desempenho abaixo.

Classificador	Média	Mínimo	Máximo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo de Execução (s)
Quadrático	54.667	33.333	78.788	54.545	9.562	0.568
Variante 1	79.273	66.667	96.970	78.788	6.576	0.579
Variante 2	95.576	84.848	100.000	96.970	3.735	0.416
Variante 3	95.091	87.879	100.000	95.455	3.511	0.596
Variante 4	76.121	63.636	93.939	75.758	7.363	0.495
MaxCorr	95.152	84.848	100.000	96.970	4.329	0.217
DMC	92.667	81.818	100.000	93.939	4.977	0.168
1-KK	87.212	72.727	96.970	87.879	5.687	1.451

Tabela 3: Resultados com PCA (com redução)

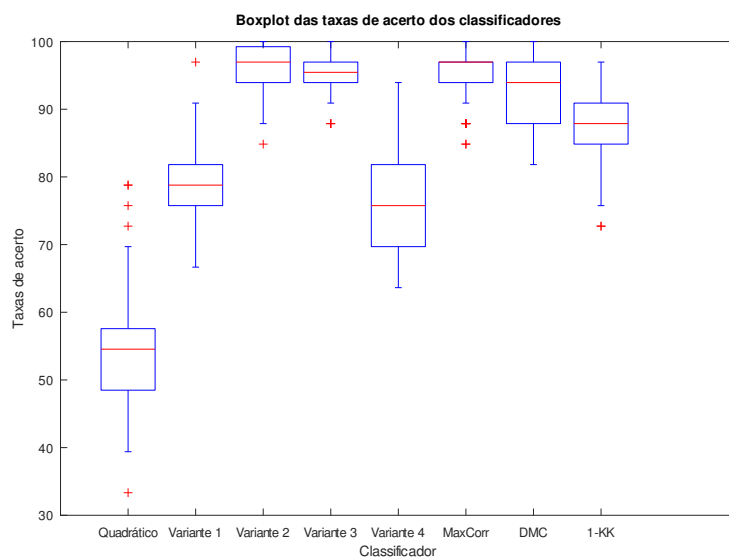


Figura 4: Boxplot dos resultados com PCA (com redução)



## Questão 6

O que se pode concluir sobre os desempenhos dos classificadores avaliados com a realização da redução de dimensionalidade via PCA? Houve alguma mudança (melhora ou piora) nos desempenhos dos classificadores avaliados em relação à tabela anterior? Quais classificadores pioraram/melhoraram de desempenho com a redução de dimensionalidade via PCA?

Com a redução de dimensionalidade, os classificadores Quadrático e suas variantes tiveram uma melhora significativa, pois as matrizes de covariância ficaram muito mais bem condicionadas, o que fez com que os resultados fossem muito melhores. O classificador quadrático ainda teve dificuldade de condicionamento e por isso não teve resultados tão bons quanto os outros classificadores.

Os classificadores MaxCorr, DMC e 1-KK tiveram uma melhora significativa nos resultados. Além disso, o tempo de execução dos classificadores Quadrático e suas variantes diminuiu abruptamente, pois o número de atributos foi reduzido. Chegando a concorrer com os outros classificadores baseados em distância euclidiana.

## Atividade 7

Repita a Atividade 6, porém aplicando a transformação de BOX-COX ao conjunto de dados original antes de aplicar PCA.

Classificador	Média	Mínimo	Máximo	Mediana	Desvio Padrão	Tempo de Execução (s)
<b>Quadrático</b>	49.758	36.364	72.727	48.485	8.419	0.768
<b>Variante 1</b>	82.848	69.697	96.970	81.818	5.698	0.703
<b>Variante 2</b>	97.515	87.879	100.000	96.970	2.916	0.416
<b>Variante 3</b>	96.848	87.879	100.000	96.970	3.351	0.730
<b>Variante 4</b>	75.212	57.576	93.939	75.758	7.975	0.474
<b>MaxCorr</b>	94.788	81.818	100.000	96.970	4.583	0.263
<b>DMC</b>	91.515	78.788	100.000	90.909	5.808	0.177
<b>1-KK</b>	84.545	69.697	96.970	84.848	5.944	1.365

Tabela 4: Resultados com PCA (com Box-Cox)

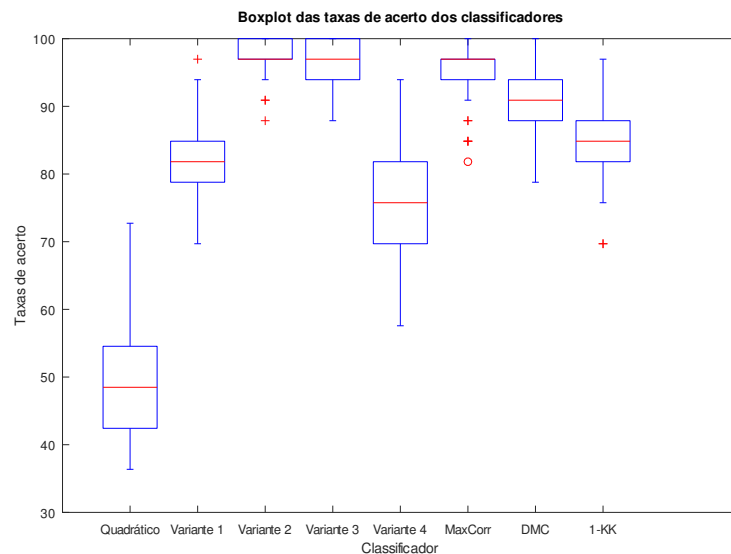


Figura 5: Boxplot dos resultados com PCA (com Box-Cox)

## Questão 7

Houve alguma mudança (melhora ou piora) nos desempenhos dos classificadores avaliados em relação aos resultados da Atividade 6? Quais classificadores pioraram/melhoraram de desempenho com a aplicação da transformação BOX-COX juntamente com PCA?

A maioria dos classificadores tiveram uma leve piora nos resultados, mas nada muito significativo. Os classificadores MaxCorr e DMC caíram 1 ponto percentual, e o 1-KK caiu 3 pontos percentuais. O quadrático ainda teve dificuldade de condicionamento.

A variante 1 melhorou 3 pontos percentuais. As variantes 2 e 3 melhoraram 2 pontos percentuais, Como essas duas variantes dependem da matriz de covariância ponderada, o box-cox ajudou a melhorar o quão gaussiano são as classes. A variante 4 piorou 1 ponto percentual.

## Atividade 8

Projetar classificadores baseado em distância para aplicações de controle de acesso. Modelo 1: Imagens vetorizadas + Classificador baseado em distância de Mahalanobis. Modelo 2: Imagens vetorizadas + PCA + normalização z-escore + Classificador baseado em distância euclidiana. OBS: Adicione 11 imagens próprias ao conjunto de dados para atuar como “intruso”; ou seja, indivíduo ao qual não deve ser dado acesso.

Foram adicionadas 11 imagens de rostos da mesma pessoa, as imagens tiveram um pré-processamento para ficarem em escala de cinza e em formato gif, além de terem sido redimensionadas para 20x20 pixels.

### Questão 8

Calcule os seguintes índices de desempenho para os classificadores implementados: acurácia, taxa de falsos negativos (proporção de pessoas às quais acesso foi permitido incorretamente) e taxa de falsos positivos (pessoas às quais acesso não foi permitido incorretamente), sensibilidade e precisão. Os valores devem ser médios com inclusão de medida de dispersão (e.g., desvio padrão) para 50 rodadas.

Para o modelo 1, foi escolhida a variante 1 do classificador Quadrático, pois foi a que teve o melhor resultado e não teria problema com o condicionamento das matrizes. Além disso foi retirado o termo da probabilidade a priori da função discriminante. Para o modelo 2, foi escolhido o classificador DMC, pois foi o que teve o melhor tempo de execução e bons resultados.

Métrica	Média	Desvio Padrão
<b>Acurácia</b>	98.4	2.3
<b>Falso Positivo</b>	1.7	2.5
<b>Falso Negativo</b>	0.0	0.0
<b>Sensibilidade</b>	100.0	0.0
<b>Precisão</b>	84.3	20.4

Tabela 5: Resultados do Modelo 1.

Na definição do limiar de decisão, foi calculada a maior distância entre os indivíduos internos e a menor distância entre os indivíduos intrusos dos

valores de treino, então foi retirada a média dessas duas distâncias e considerado o limiar de decisão. Se a distância do Classificador for maior que o limiar, o indivíduo é considerado intruso.

<b>Métrica</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio Padrão</b>
<b>Acurácia</b>	98.6	1.8
<b>Falso Positivo</b>	0.9	1.8
<b>Falso Negativo</b>	10.0	22.6
<b>Sensibilidade</b>	90.0	22.6
<b>Precisão</b>	88.8	20.5

Tabela 6: Resultados do Modelo 2.