

# Projecto - Séries Temporais

Análise da série temporal do preço semanal do ouro desde 1980 a 2020.

**Alunos:** Davi Santos (up202310061), Antonio Alberto (up202301619)

**Objetivo:** Neste trabalho iremos estudar a série temporal do retorno do ouro entre 1980 e 2020 em uma frequência semanal. Para isso iremos analisar a existência de heterocedasticidade, característica de séries temporais financeiras; estimar o modelo adequado e os parâmetros do modelo; avaliar e realizar previsões com o modelo.

## 1. Importação e limpeza dos dados:

Os dados foram obtidos na plataforma [Kaggle](#) e tratam-se de observações diárias e irregulares do preço do ouro desde 1970-01-01 a 2020-03-13. Os dados das observações anteriores a 1980 apresentam intervalos irregulares e por esse motivo decidiu-se fazer uma amostragem a partir de 1980-01-01 até 2020-03-13. Com essa abordagem foi eliminada a irregularidade nos intervalos de observações, o que evitou a imputação dos “missing values” para enquadramento da série temporal em uma sequência regular. A série temporal resultante apresenta uma frequência semanal, desde 1980 a 2020.

Visto que os dados já estão amostrados e limpos, pode-se prosseguir para a conversão em uma série temporal considerando uma frequência = 52, dado que a amostragem é semanal. O dataset resultante contém 2091 observações semanais.



Figura 1. - Série temporal do preço do ouro entre 1980 e 2020

## 2.Introdução à série temporal do retorno (preço do ouro entre 1980 e 2020)

No estudo de séries temporais relacionadas com o mercado financeiro, torna-se mais relevante o estudo do retorno (perda/ganho em períodos consecutivos) do que o valor bruto de uma ação ou preço de uma commodity (eg:ouro). Uma característica que pode-se notar na figura 2 é a ocorrência de períodos de alta volatilidade dos retornos em *clusters* ou grupos contrastando com períodos de maior estabilidade.

Muitas vezes a distribuição de densidade dos retornos não são gaussianas (normais), no nosso caso isso também acontece pois assemelha-se a uma distribuição leptocúrtica. O valor de p-value ( $p\text{-value} < 2.2e-16$ ) obtido em um teste Shapiro-Wilk comprova a distribuição não gaussiana estatisticamente para os dados aqui estudados.

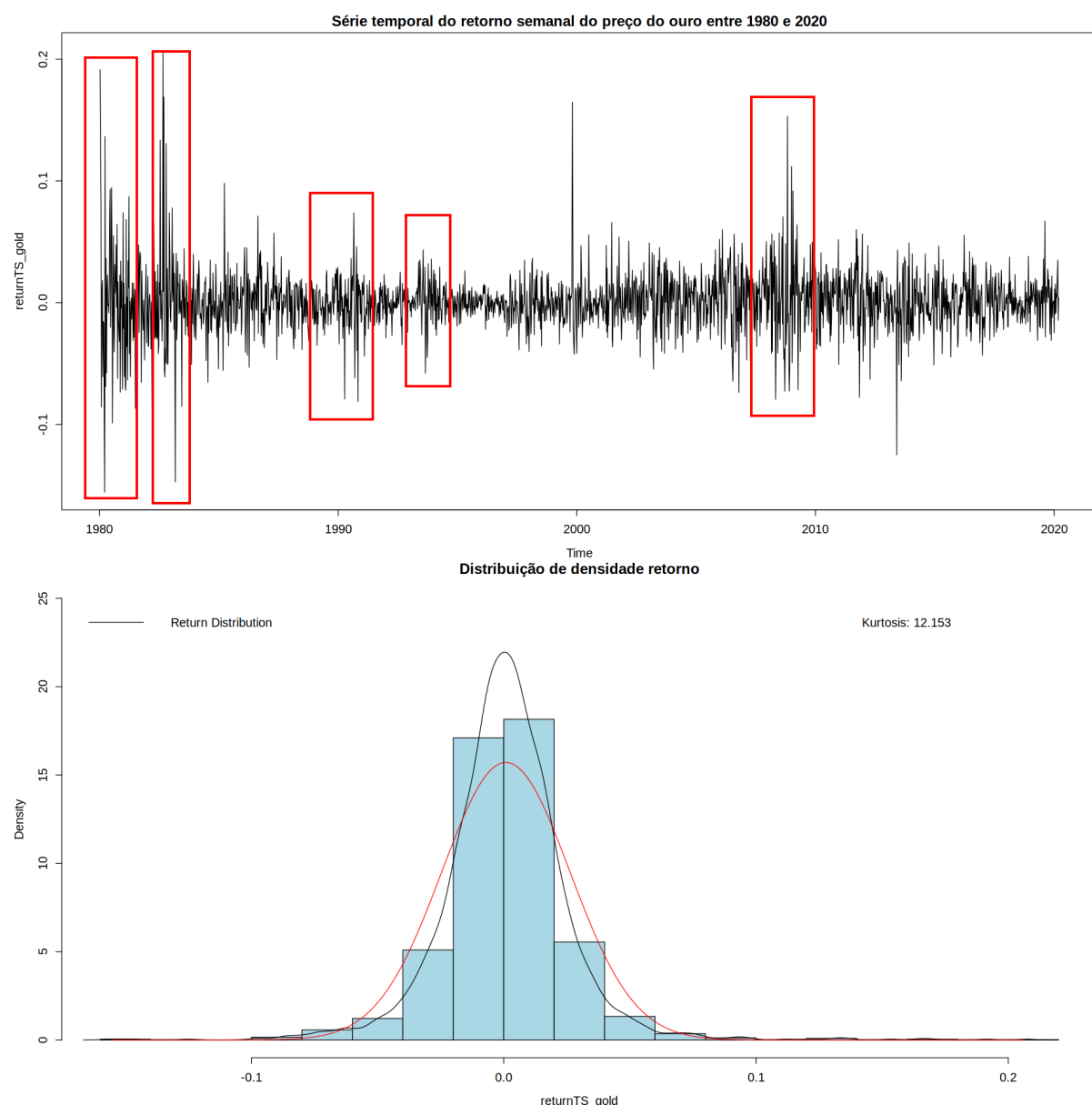


Figura 2. Clusters de volatilidade e distribuição de densidade do retorno com histogramas

Neste sentido, em séries temporais financeiras é característico a heteroscedasticidade, a variância não constante, volátil. Para o estudo destas séries temporais a família de modelos ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) introduzido por Engle [1982] e GARCH (Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity) introduzido por Bollerslev [1986] são frequentemente empregados por sua capacidade em lidar com a heteroscedasticidade.

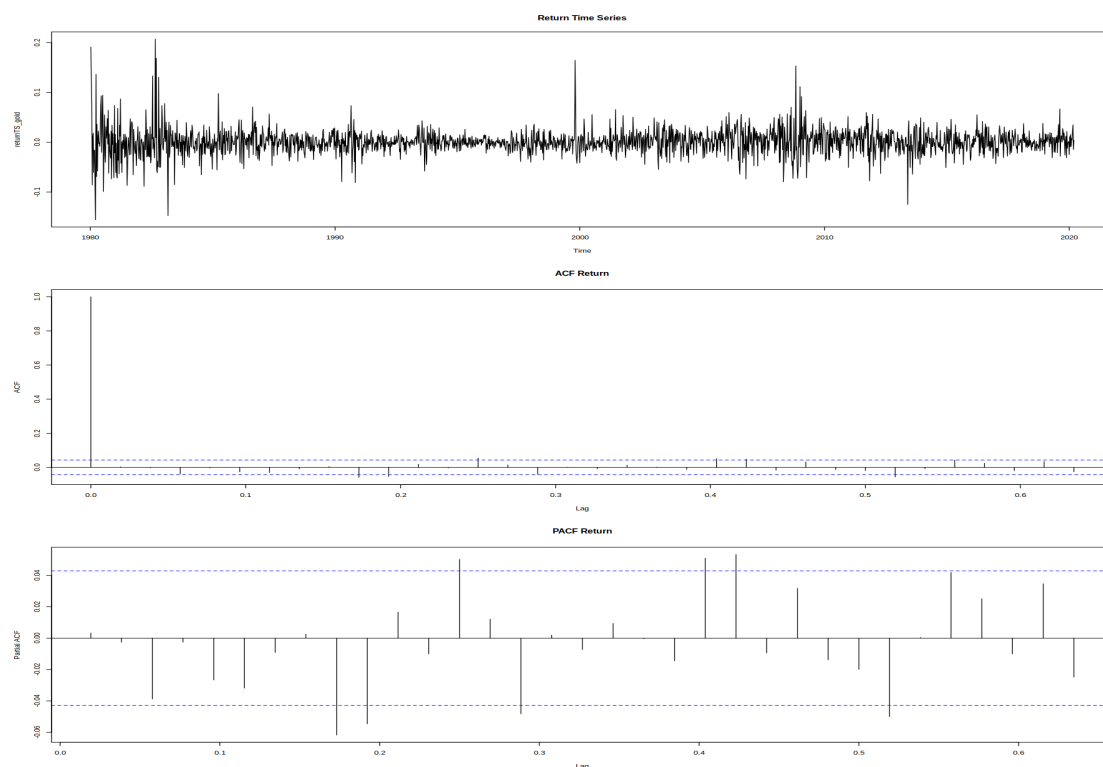
### 3. Análise do da série temporal do retorno.

No estudo das séries temporais dos retornos é relevante o estudo da autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF) entre os eventos, o que pode ser estatisticamente comprovado pelo Ljung-Box Q-test. Para além disso, torna-se relevante também a análise da existência de efeito ARCH pelo teste de Lagrange Multiplier ARCH (LM ARCH test), isto é, volatilidade não constante.

Isso nos permite entender se o problema pode ser modelado na ordem linear ou não. Portanto, nos indica se devemos utilizar os modelos apropriados para 1ª ordem ou por modelos de ordem superior. Pode indicar também se poderemos usar um modelo ARCH( $p$ ) ou GARCH( $p, q$ ) e estimar a ordem de  $p$  de acordo com a significância da correlação entre os eventos.

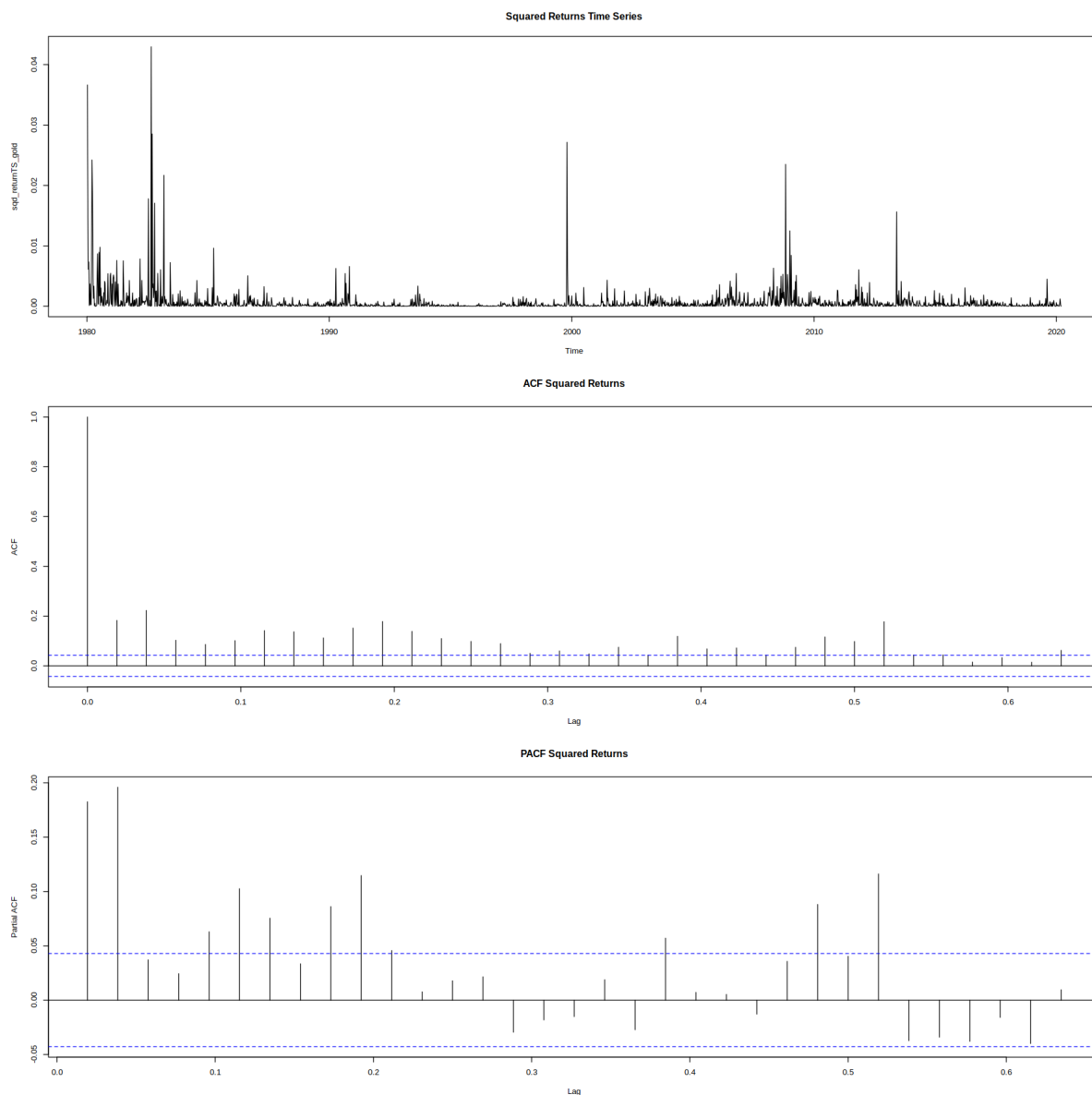
No nosso caso, teremos apenas autocorrelação significativa em 2ª ordem (retornos elevados ao quadrado). Para escolha do modelo adequado para a nossa série temporal devemos considerar que:

- Se P/ACF indicar um AR( $p$ ), devemos usar um ARCH( $p$ );
- Se P/ACF indicar um ARMA( $p$ ), devemos usar um GARCH( $p$ ).



*Figura 3. - Retorno do ouro, ACF e PACF*

Podemos notar na figura acima (figura 3) que não temos valores significativos em P/ACF em nos retornos em primeira ordem. Devemos então seguir para o estudo dos retornos em segunda ordem.



*Figura 4. Quadrado do retorno do ouro, ACF e PACF*

Entretanto, em segunda ordem nota-se valores de P/ACF significativos nos gráficos de autocorrelação da figura 4, indicativos de  $ARMA(p,q)$  o que sugere também que a série deve ser modelada por um  $GARCH(p,q)$ .

Para além da análise da autocorrelação, a validação estatística da existência do efeito ARCH - via LM ARCH test- confirma que temos heterocedasticidade em nossa série temporal. Visto que p-value > 0.05, rejeita-se a hipótese nula da não existência de efeito ARCH:

ARCH LM-test; Null hypothesis: no ARCH effects

data: returnTS\_gold

Chi-squared = 188.33, df = 12, p-value < 2.2e-16

## 4. Estudo dos parâmetros do modelo GARCH( $p, q$ ).

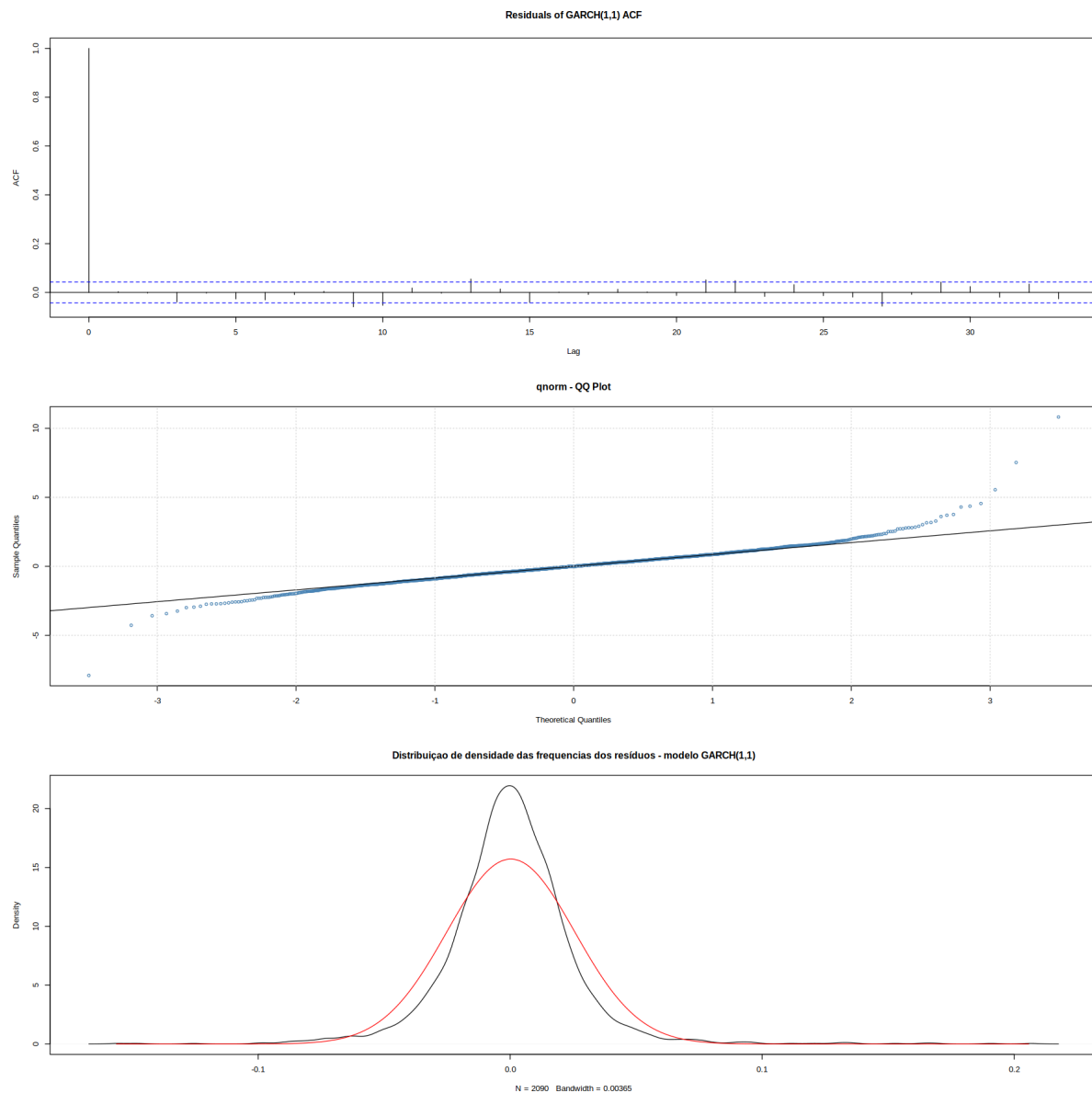
Para validar a qualidade entre os modelos gerados com os parâmetros, faz-se necessário avaliar a significância dos parâmetros, estudar os valores de AIC e também P/ACF dos resíduos entre outros fatores. Aqui vamos listar alguns modelos e seus respectivos valores.

Model	Significância dos Coeficientes	AIC	Shapiro-Wilk p-value	LM Arch Test
GARCH(1,1)	mu = 0.165; omega = 4.32e-06; alpha1 = 5.37e-14; beta1 = 2e-16	-4.785284	0.0000000	0.9996245
GARCH(2,1)	mu = 0.125281; omega = 4.05e-06; alpha1 = 0.032106; alpha2 = 0.000575; beta1 = 2e-16	-4.778103	0.0000000	0.9975311
GARCH(2,2)	mu = 0.125; omega = NaN; alpha1 = NaN; alpha2 = NaN; beta1 = NaN; beta2 = NaN.	4.777146	0.0000000	0.9975313

*Tabela 1. Dados do sumário estatístico dos modelos testados.*

O modelo GARCH(1,1) teve melhor performance considerando o score de avaliação *Akaike information criterion* (AIC), que penaliza modelos inflados com parâmetros excessivos e o overfitting. Dos valores de “*Significância dos coeficientes*” listados na tabela 1 todos os modelos parecem ter coeficientes significativos, exceto o GARCH(2,2), que não possui valores no output. Os valores resultantes do LM Arch test nos resíduos dos modelos avaliados indicam que não há efeito ARCH nos resíduos, isso indica que o modelo foi capaz de representar essa característica e os resíduos já não tem mais o efeito ARCH. Em todos os modelos listados os resíduos padronizados não apresentam distribuição normal de acordo com os resultados dos testes Shapiro-Wilk

## 5. Estudo dos resíduos padronizados



*Figura 5. ACF dos resíduos padronizados, QQ plot dos resíduos padronizados e distribuição de densidade*

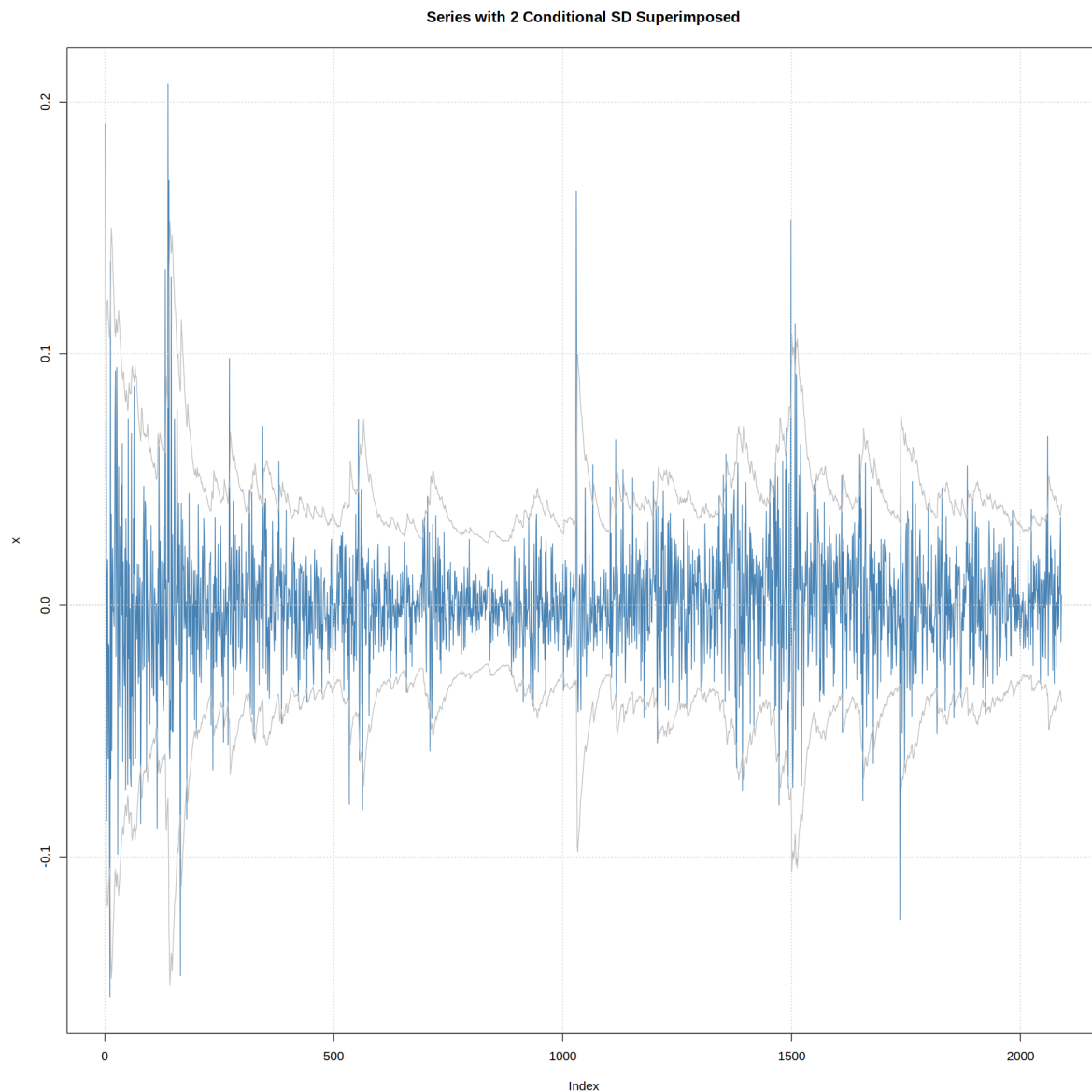
Nesse sentido, usando o GARCH (1,1) pode-se notar que o modelo gerou resíduos sem autocorrelação significativa (figura 5.). Estatisticamente isso é evidenciado pelos resultados dos testes Ljung-Box para os resíduos padronizados (GARCH(1,1)):

Standardized Residuals Tests:

			Statistic	p-Value
Ljung-Box Test	R	Q(10)	9.5307574	0.4825788
Ljung-Box Test	R	Q(15)	11.4864547	0.7174103
Ljung-Box Test	R	Q(20)	17.2700779	0.6353731
Ljung-Box Test	R <sup>2</sup>	Q(10)	2.1278883	0.9952627
Ljung-Box Test	R <sup>2</sup>	Q(15)	2.8077599	0.9997340
Ljung-Box Test	R <sup>2</sup>	Q(20)	3.2375142	0.9999921

Os resíduos não apresentam distribuição normal visto que, como listado na tabela 1, o *p-value* resultante do teste Shapiro-Wilk descartou a hipótese de normalidade, isso pode ser visualizado nos gráficos QQ e de distribuição de densidade na figura 5.

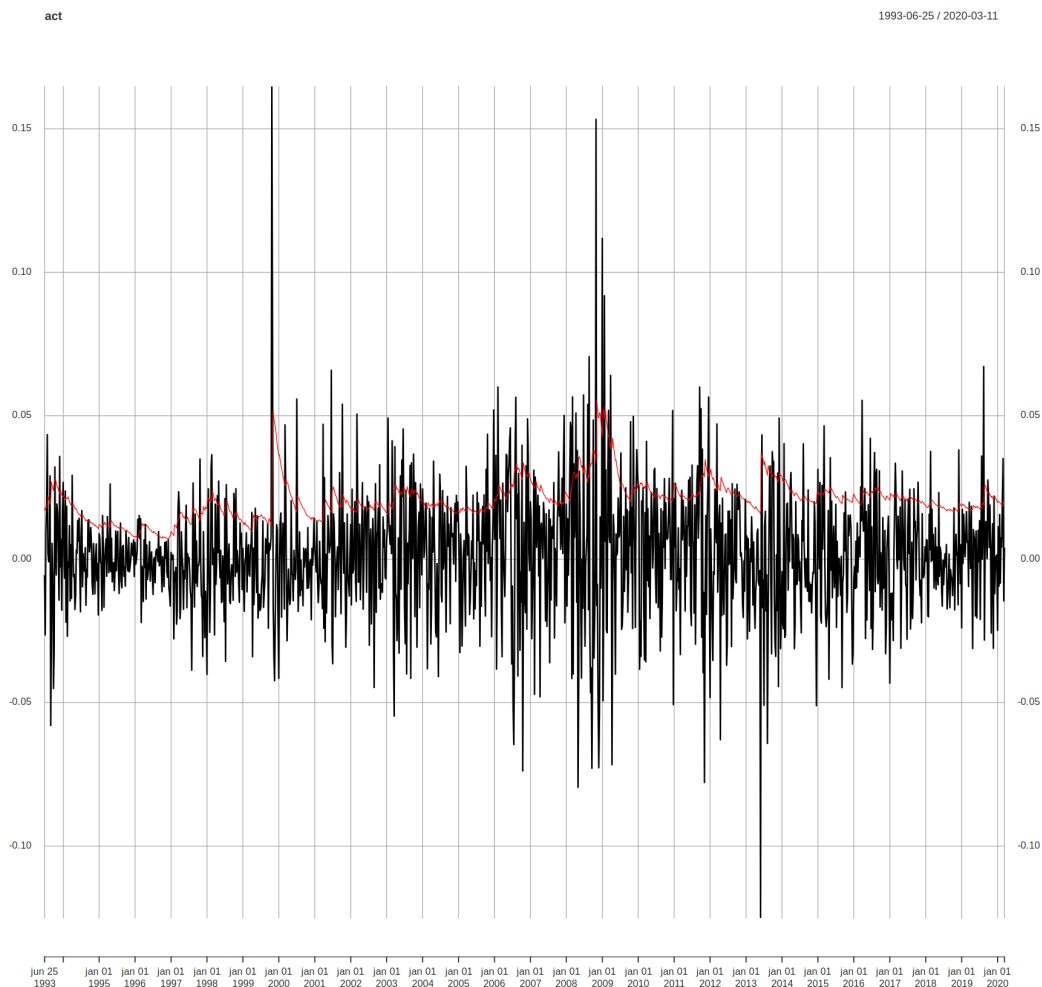
Na figura 6 temos representado os limiares de volatilidade modelados pelo GARCH(1,1). Nota-se que apesar da existência de eventos extremos, o modelo conseguiu captar as variações entre períodos de estabilidade e instabilidade na volatilidade.



*Figura 6. Limites superior e inferior da volatilidade estimada pelo GARCH(1,1) sobreposta nos retornos do ouro entre 1980-2020 em uma série semanal.*

Uma outra abordagem para análise da performance do modelo GARCH(1,1) é visualizar sua performance em “*backtesting*”, utilizando janelas móveis. Nessa abordagem, modelamos os dados considerando janelas (*window\_size=700*), sucessivamente de evento em evento. Visto que os primeiros 700 casos foram utilizados na primeira janela de modelagem, temos então as 1391 semanas seguintes descritas na figura 7. Em vermelho temos o limite superior da volatilidade estimada. Eventos extremos não são bem capturados pelo modelo, o que pode ser um ponto de

melhoria em uma outra abordagem ao problema.



*Figura 7. Limite superior da estimativa da volatilidade utilizando janelas móveis (n=700) com repetições de remodelagem em 1 período.*

## 6. Previsão utilizando o GARCH(1,1):

Os modelos GARCH foram desenvolvidos para atender uma necessidade do mercado financeiro em prever/estimar a possível variação futura dos retornos, prever a volatilidade. Nesse sentido, o valor extraído de uma modelagem GARCH pode ser atribuído à melhor compreensão dos momentos de volatilidade/estabilidade no retorno daquela ação/commodity. Na figura 8 temos representada uma predição para 100 períodos à frente. Pode-se então estimar os limiares de volatilidade que o retorno do ouro pode alcançar.



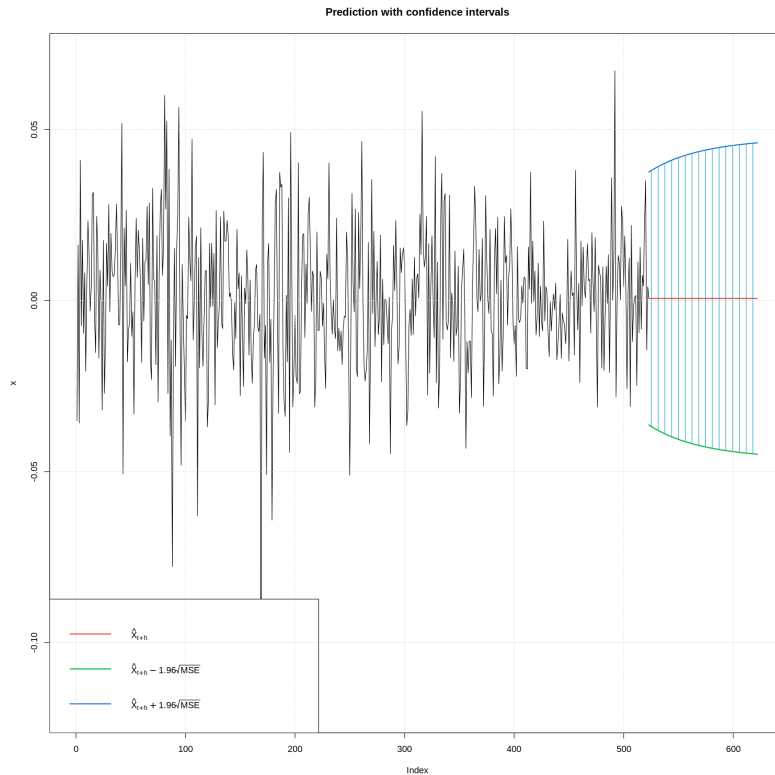


Figura 8. Previsão de limites de volatilidade estimada para 100 semanas seguintes.

Uma outra maneira de representar a predição é a visualização da curva do valor de sigma, a volatilidade estimada. Na figura 9, temos valores de sigma para as semanas seguintes ao fim do dataset (2020-03-13), ou seja, o limite estimado para retorno naquele período.

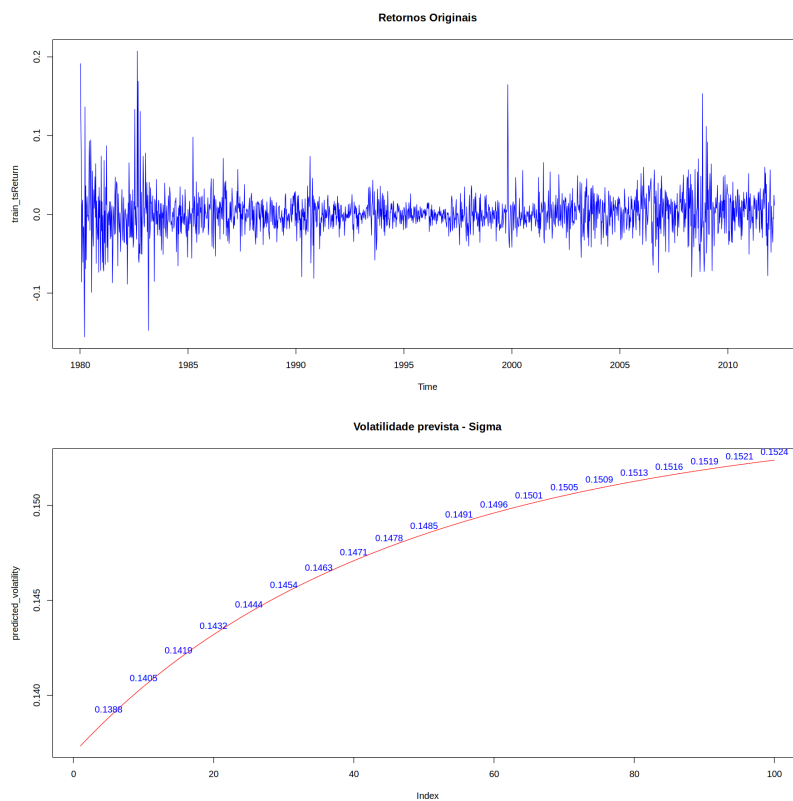


Figura 9. Retorno original e volatilidade prevista nas 100 semanas seguintes.

## 7. Conclusão

Os modelos GARCH conseguem estimar os limites de volatilidade dos retornos futuros em séries temporais financeiras. Para tal é preciso a validação da existência de alguns condicionantes na série, como a heterocedasticidade. Durante o projeto foi possível notar que eventos externos que resultam em retornos extremos e inesperados não foram bem estimados pelo modelo. Uma possível abordagem para esse problema pode ser a adição de uma variável dummy para a sinalização de eventos extremos (guerras, crises financeiras, pandemias) que impactam diretamente no efeito dos retornos. Seria necessário validar e avaliar a performance do modelo com essa abordagem para então concluir se seria eficaz.