Exercício 3 - MLP

Implemente uma rede neural e utilize o treinamento com o algoritmo de retropropagação para modelar as seguintes funções:

a.
$$f(x)=rac{1}{x}, \ \ 1\leq x\leq 100$$

b.
$$f(x) = \log_{10} x, \ 1 \le x \le 10$$

c.
$$f(x) = \exp(-x), \ 1 \le x \le 10$$

$$\operatorname{d.} f(x) = \operatorname{sen}(x), \ \ 0 \le x \le \frac{\pi}{2}$$

- Implemente uma rede neural com uma entrada, um número variável de neurônios na camada oculta e uma saída. Para tanto, uma sugestão é implementar duas funções:
 - Treinamento, que recebe o sinal de entrada, o passo de adaptação, o número de épocas e o número de neurônios da camada oculta e retorna os pesos da rede treinada e um sinal com o valor da função custo ao longo das épocas;
 - o *Inferência*: que recebe os pesos da rede, o número de neurônios na camada oculta (também poderia obter essa informação a partir dos pesos) e uma entrada e retorna a saída da rede.
- Utilize uma função sigmoidal como função de ativação para os neurônios da camada oculta e da camada de saída (note que as funções sempre retornam valores entre 0 e 1 nos intervalos indicados);
- Faça a implementação **usando apenas vetores, tensores e operações aritméticas**, sem utilizar recursos de *frameworks* para redes neurais como Keras ou PyTorch;
- Crie dois conjuntos de dados, um deles para treinamento da rede e outro para o teste. Considere entre 1000 a 10000 pontos para treinamento e 1000 para teste;
- Avalie o desempenho da rede para cada caso, usando o erro quadrático médio obtido no conjunto de teste, considerando os seguintes números de neurônios na camada oculta: 3, 4, 5, 10, 15, 20, 50, 100.

Ao final do exercício, você deverá apresentar:

- 1. Os códigos utilizados para treinar e fazer a inferência com os seus modelos;
- 2. Uma tabela com o erro médio quadrático obtido no teste, para cada função, com diferentes números de neurônios na camada oculta.

A sugestão é que o relatório seja elaborado utilizando um Jupyter Notebook e a linguagem Python, já que essas são as ferramentas que estamos utilizando neste bloco do curso. No entanto, isso não é obrigatório e você pode usar outra linguagem de programação, caso queira.

Instruções para entrega

- O exercício pode ser feito em dupla ou individualmente;
- A entrega deve incluir:
 - Um vídeo de no **máximo 40s**, mostrando a resolução do exercício;
 - Os códigos-fontes dos programas, preferencialmente organizados em um Jupyter Notebook, descrevendo o experimento e mostrando como foram obtidos os resultados solicitados.
- A correção será feita baseada no vídeo. Quando o professor/pesquisador ficar com alguma dúvida, serão consultados os códigos-fonte;
- Sobre o vídeo:
 - **Deve incluir áudio** descrevendo o experimento;
 - Gravem a tela do computador usando celular ou usando algum programa de captura de tela (por exemplo Zoom, Google Meet, ou OBS Studio);
 - No início, deve aparecer o rosto e algum documento do aluno que gravou o vídeo (como a carteira USP, RG, CNH, etc);
 - No caso de entrega em dupla, **não é necessário que os dois componentes apareçam no vídeo**. No entanto, alternem o apresentador ao longo das entregas dos exercícios e **não esqueçam de incluir os dois nomes no início do vídeo**.
 - Procurem convencer o espectador do vídeo, que vai corrigir o exercício que fizeram os exercícios computacionais solicitados e que eles estão funcionando corretamente. Tentem fazer um bom aproveitamento do tempo para apresentar os resultados solicitados, respeitando o limite de 40s e não acelerem a velocidade do vídeo;
- Sobre os códigos-fonte:
 - Incluir o nome do(s) aluno(s) no início do programa;
- Sobre o envio no Moodle:
 - Apenas um aluno de cada dupla deve enviar o vídeo no Moodle;
 - Podem ser enviados o arquivo de vídeo (.mkv, .mp4, .avi, etc.) ou um link para o vídeo (Youtube, Google Drive, etc);
 - No segundo caso, certifiquem-se que todos os professores/pesquisadores (magno.silva@usp.br, hae.kim@usp.br, renatocan@lps.usp.br, wesleybeccaro@usp.br) tenham acesso ao seu vídeo.
 - Não se esqueçam de escrever o nome dos componentes da dupla (ou do único aluno, escrevendo: "exercício feito individualmente") em três lugares diferentes: no campo "comentários sobre o envio" no Moodle, no início do vídeo e no início dos códigos-fonte.