Лекция 1 (4.02)

Многие задачи возникающие в таких фундаментальных науках как физика, химия, молекулярная биология сводятся к задачам непрерывной глобальной оптимизации

Особенности таких задач являются нелинейность не дифференцируемость многоэкстримальность авражность, отсутствие аналитического описания и высокая вычислительная сложность, высокая размерность пространства поиска, сложная топология. Самой общей точки зрения все выше перечисленные особенности задач глобальной оптимизации объясняет отсутствие универсального алгоритма их решения, как обратное следствие отвечает наличие чрезвычайно большого числа алгоритмов, их модификации и гибридизации. Число таких алгоритмов увеличивают так же их параллельные модификации ориентированы на различные классы параллельных вычислительных систем. Для эффективного решения задач глобальной оптимизации в 80х годах начали интенсивно разрабатываться стохастические(псевдо случайные) поисковые алгоритмы оптимизации которые в разных источниках называют так же поведенческими, интеллектуальными, мет эвристическими, вдохновленными или инспирированные природой, ролевыми, многоагентными, популяционными.

Популяционный алгоритм предполагает одновременную обработку нескольких вариантов решения задачи оптимизации. Они представляют собой альтернативу классическим траекторным поисковым алгоритмам кот. В области поиска эволюционируют только один кандидат на решение задач.

Задачи глобальной оптимизации делятся на 2 класса: детерминированные и стохастические. В первом случае оптимизируемая функция и функции ограничивающие область решения задачи являются детерминированными, то есть не содержат случайных параметров. Во втором случае одна или несколько функций содержат такие параметры. С другой точки зрения среди задач глобальной оптимизации выделяют статический и динамический. В статических задачах оптимизируемая функция и область ее допустимых значений не меняются во времени, то есть значение локальных и глобальных экстремумов неизменно. В динамических задачах вышеперечисленные параметры меняются по времени.(мы будем работать только со статическими). Таким образом предметом рассмотрения являются детерминированные статические задачи глобальной безусловной (без ограничений на значения варьируемых параметров ) и условной (с ограничением на эти значения).

По способу определения направления движения к экстремуму алгоритму поисковой оптимизации делят на алгоритмы детерминированного или регулярного поиска и алгоритма стохастического или случайного поиска.

Алгоритмы поисковой оптимизации также делят на:

1.алгоритмы использующие как пробные так и рабочие шаги поиска

2.алгоритмы в которых все шаги совмещены

Рассматриваемые нами алгоритмы будут использовать оба вышеперечисленных метода.

Все популяционные алгоритмы относятся к классу эвристических, то есть алгоритмов для которых сходимость к глобальному решению не доказана, но экспериментально установлена, что в большинстве случаев они дают достаточно хорошее решение.

В качестве общего названия членов популяции используется термин агент. Общая схема популяционных алгоритмов включает в себя следующие этапы:

1.Инициализация популяции. В области поиска тем или иным способом, как правило случайно, создается некоторое число начальных приближений к искомому решению задач, то есть инициализируется популяция агентов.

3. Завершение поиска. Проверка выполнения условия окончания операции в случае если они выполнены вычисления завершаются принимается лучшее из положения агентов популяции как приближенное решение задачи. В случае если указанный условия не выполнены то возврат к шагу 2.

При инициализации популяции можно использовать как детерминированный так и случайные алгоритмы. Формирование начальной популяции агенты которой находятся вблизи глобального экстремума оптимизированной функции может существенно сократить время решения. Однако как правило всегда не известно местоположение экстремума а агентов принято располагать равномерно.

Когда лучшее достигнутое решение не изменяется заданного числа

Агенты обладают свойствами:

1. Автономность – агенты движутся в пространстве частично хотя бы независимо друг от друга
2. Стахостичность – процесс миграции содержит случайную компоненту
3. Ограниченность представления – каждый из агентов обладает лишь об исследуемой ей часть областью поиска
4. Децентрализация – отсутствие агентов управляющих процессов поиска в целом.
5. Коммуникабельность – агенты давид бози.

Одной из особенностей всех ПА является тот факт что в большинстве случаев для них имеется аналогия в природе.

Известные алгоритмы – эволюция колония муравьев пчелиный алгоритмы.

Важнейшим понятием любого ПА является фитнес функцию (полезности). Обусловленно тем что с ее помощью оценивают качество агентов популяции. В процессе миграции агенты чтобы приблизиться к глобальному экстремуму фитнес-функции. Часто но не всегда фитнес-функция совпадает с оптимизируемой.

В фитнес-функции можно сказать что суть всех ПА состоит в обеспечении более высокой приспособленности в положении агентов данного поколения или итерации по сравнению к их приспособленностью к их предыдущему.

Лек2

Поскольку ПА являются стахостическими их эффективность как правило меняется в широких пределах. В зависимости от удачности начального приближения полученного на этапе минимизации популяции. Поэтому для оценки эффективности данных алгоритмов используют многократные прогоны исходя из разных начальных приближений.

Основными критериями ПА является надежность.

Скорость сходимости – оценка матожидания необходимого числа испытаний.

Можно предложить несколько классификаций ПА наиболее предпочтительны:

- эволюционные алгоритмы включая граф

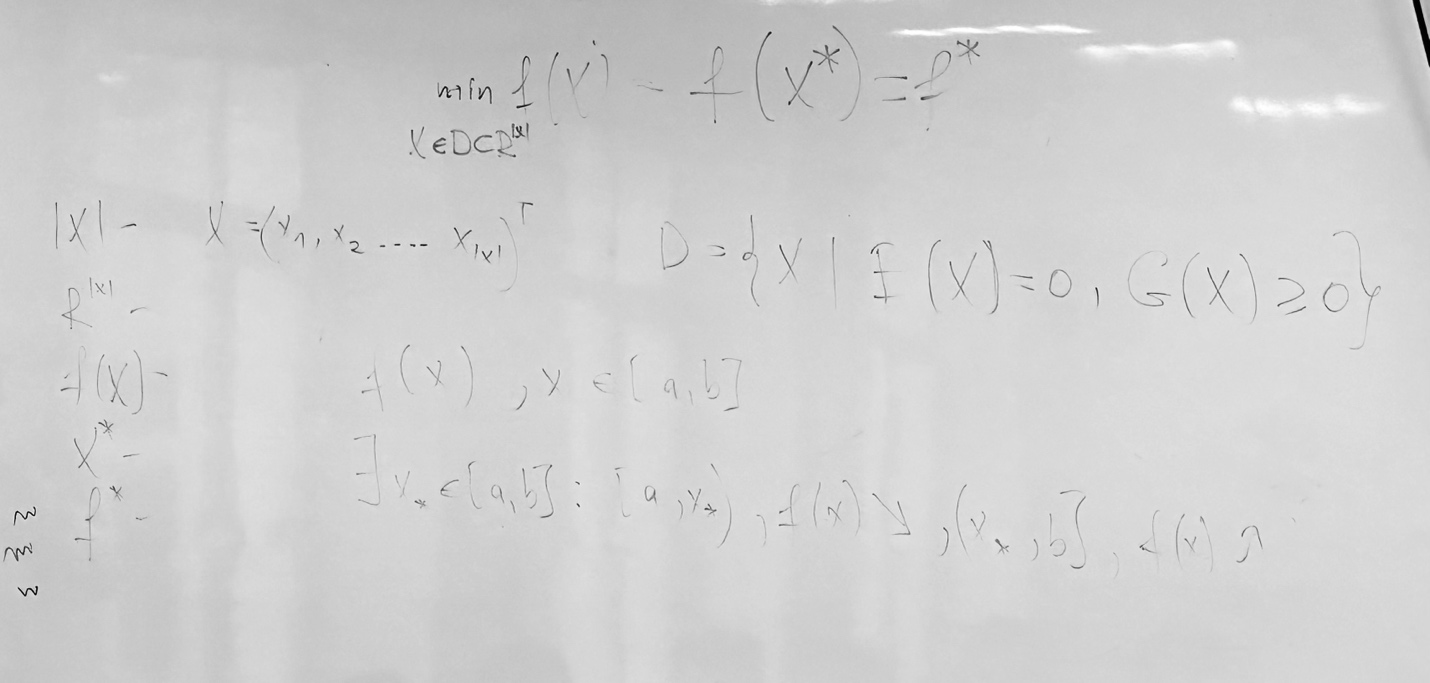
- ПА вдохновленные живой природой

- алгоритмы вдохновленные неживой природой

- алгоритмы инпирированные человеческим обществом

- прочие алгоритмы

Рассмотрим min f(x) – f(x\*) = f\*



Если множество Д представляет собой то в случае н ≥ 2 так же определено понятие выпуклой целевой функуции

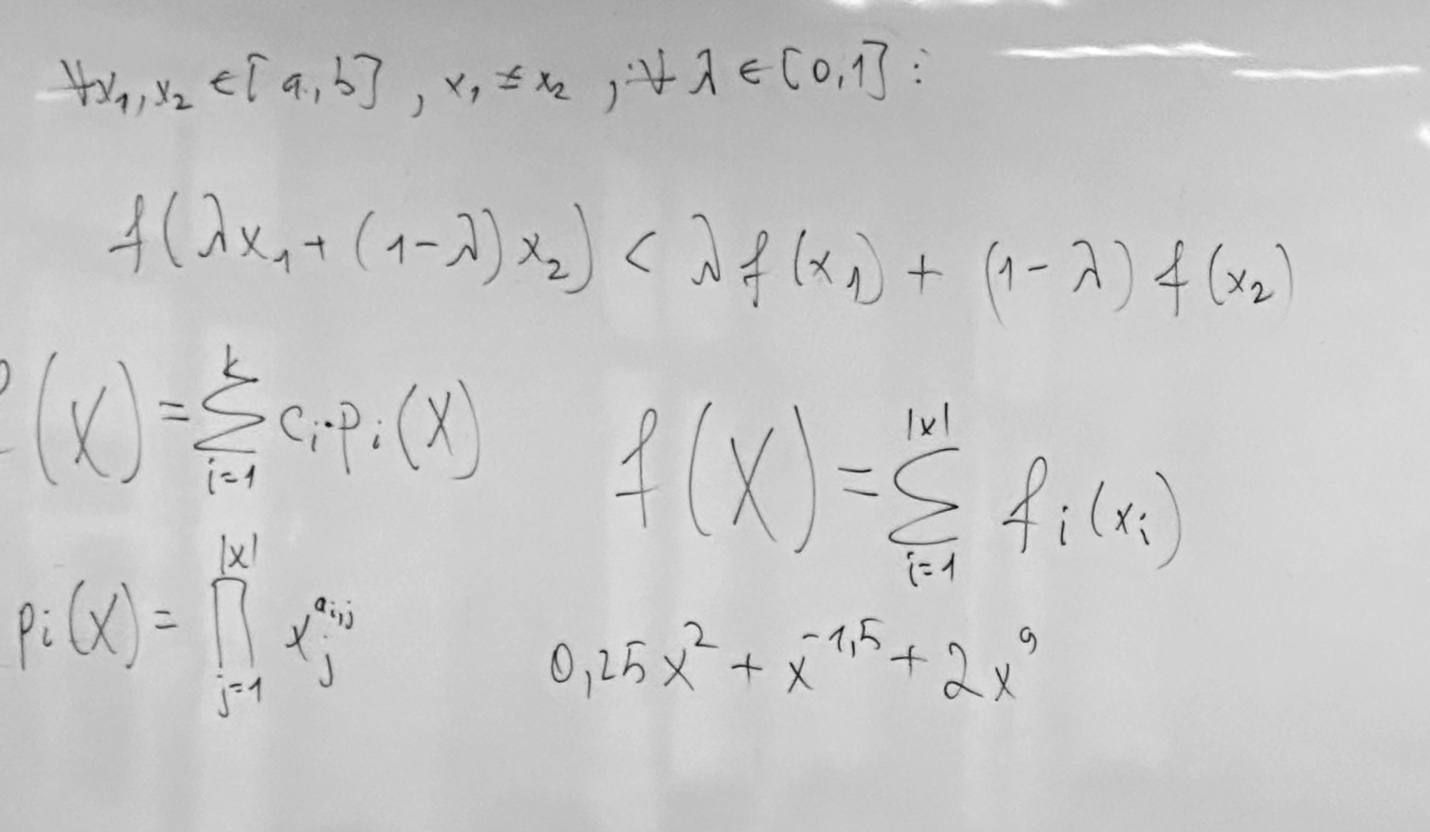
Выпуклая ЦФ (целевая функция) может иметь более точки локального минимума а строго выпуклая только одну

ЦФ имеющую в своей области определения несколько локальных минимумов называют многоэкстремальной или мультимодальной.

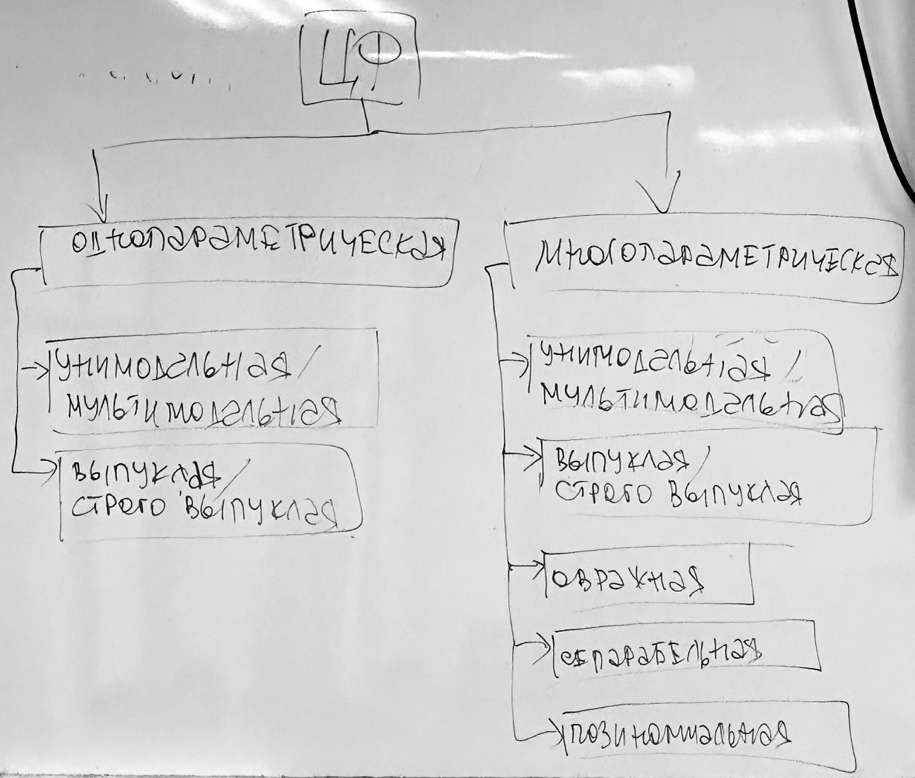
ЦФ при х больше 1 называют овражной в своей области определения если в этой области имеет место слабые изменения первых Ч производных по одним направлениям и значительные изменения этих же производных по другим направлениям.

Если ЧФ представляет собой сумму функций каждая из которых зависит только от одной компоненты вектора х такую функцию называют сепарабельной.

ЦФ называют позиноминальной если она выглядит дальше на фото.



На основании всего можно представить схему классификации ЦФ.



Если ЦФ представляет собой отношение двух линейных функций а множество Д выпуклый многогранник задачу оптимизации называют задачей дробно-линейного программирования.

Если область Д составляет только ограничения типа неравенств то если ЦФ и ограничивающие функции являются сепарабельными то и задачу оптимизации называют задачей сеперабельного программирования.

Если ЦФ и ограничивающие функции являются позиномами то задачу называют задачей геометрического программирования.

Если ЦФ является выпуклой задачу называют задачей выпуклого программирования.

При квадратичной ЦФ и выпуклом множестве Д задачу называют квадратичной задачей.

Второй признак это наличие или отсутствие ограничений. Если ограничения на вектор х отсутствуют то называют задачей безусловной оптимизации.

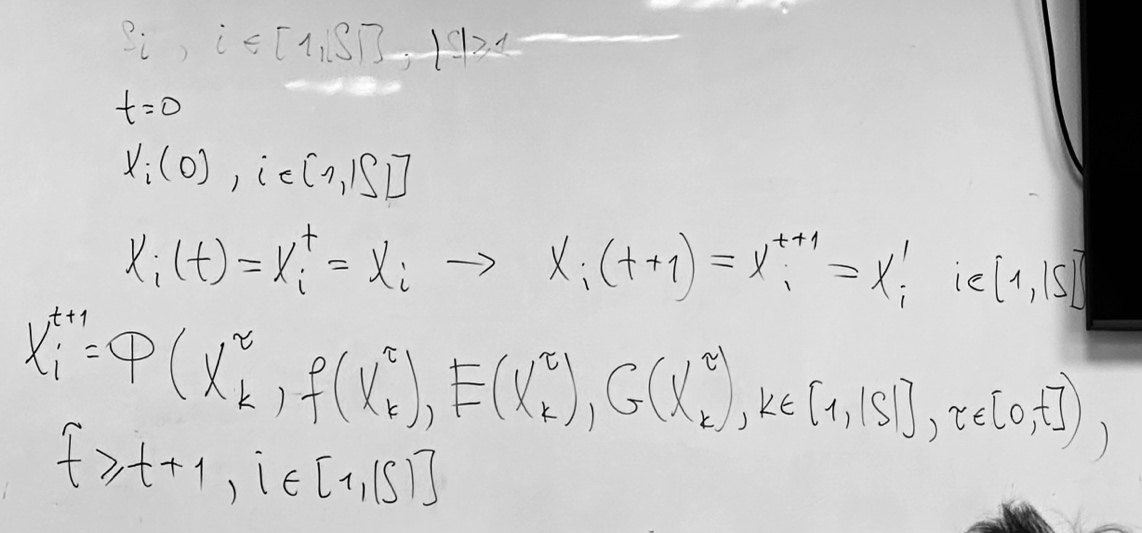
Задачу оптимизации называют задачей оптимизации с ограничениями или задачей условной оптимизации. Я устал…

**ЛК3**

Особенность задач состоит в том что каждое испытание может требовать больших затрат компьютерного времени поэтому главный требований предъявляемых к алгоритмам оптимизации является решение задачи при наименьшем числе испытаний.

Приближение к решению задач будем называть агентам и обозначать S\_i. I = [1,|S|], S≥1

В вычислительной практике подавляющем большинстве случаем используют ИА, поэтому рассмотрим общую схему ИА.

1. Инициализация алгоритма. Задаем начальное значение счетчика итераций. Начальные положение агентов. И значение свободных параметров.
2. Применяем поисковые (миграционные) операторы к текущему положению агентов. В результате получается новые положения агентов в области поиска.
3. Проверяем выполнение условий завершения итерации. Если они не выполнены t = t+1 и возврат к шагу 2. Иначе принимаем лучшее из найденных решений в качестве приближенного решения задач. С самой общей точки зрения миграционные операторы вычисляют новые положения агентов в соответствие с новым что-то там функции. 

Рассмотрим классификацию решения задачи.

1. По характеру искомого решения выделяют алгоритмы локальной и глобальной оптимизации. Алгоритм называется локальным если его схема поиска нацелена на отыскание локального минимума функции. Когда имеется ввиду отыскание глобального оптимума алгоритм называют глобальным.
2. По характеру ограничения выделяют алгоритмы безусловной и условной оптимизации. (Для задач безусловной оптимизации и условной соответственно).
3. По характеру функции ф различают детерминированные и стохастические алгоритмы оптимизации. Если ф является детерминированной то алгоритм называют так же.
4. Класс алгоритма различают пассивным и последовательным. Пассивный – точки распределяют заранее до испытаний. Если точки пространства поиска определяют на основе всей информации об испытаниях предыдущих точек – последовательный алгоритм.
5. По числу предыдущих учитываемых шагов различают одношаговые и многошаговые алгоритмы.
6. Порядок используемых производных различают алгоритмы 0-го и к-го порядка. Алгоритм называют прямым или 0-го порядка если при вычислении значений функции значения ограничивающей и ЦФ не используются.

Выделяют еще 2 класса алгоритмов – траекторный и популяционный. В ТА на каждой итерации меняется положение только одного агента популяции при этом общее число агентов может быть больше 1 и на разных итерациях могут перемешаться разные агенты. Траекторные делят на одноточечные и многоточечные. В ПА на каждой итерации перемещаются или эволюционируют все агенты.

Важной проблемой при построении поисковых алгоритмов является проблема выбора условий или критериев окончания поиска.

Всякое неотрицательное решение систем ограничений называется допустимым решением. Пусть имеется системы состоящие из м ограничения с н переменными. Допустимым базисным решением является решение содержащее м неотрицательных основных (базисных) переменных и (н – м) неосновных.

Неосновные переменные в базисном решении равны 0 основные отличны от 0 – положительные числа.

**Симплекс метод**

1. **Задать задачу линейного программирования** в канонической форме:

при условиях:

2. **Записать начальную симплекс-таблицу** (базисное и небазисное разбиение):

1. **Определить критерий оптимальности** (оценки  ):

Если все  , найдено оптимальное решение.

4. **Выбор разрешающего столбца** (входящей переменной):

5. **Выбор разрешающей строки** (исходящей переменной) по критерию минимального положительного отношения:

6. **Обновление симплекс-таблицы** (новый базис):

• Пересчитываем коэффициенты, используя элементарные преобразования строк.

7. **Повторять шаги 3–6**, пока не достигнем оптимальности.

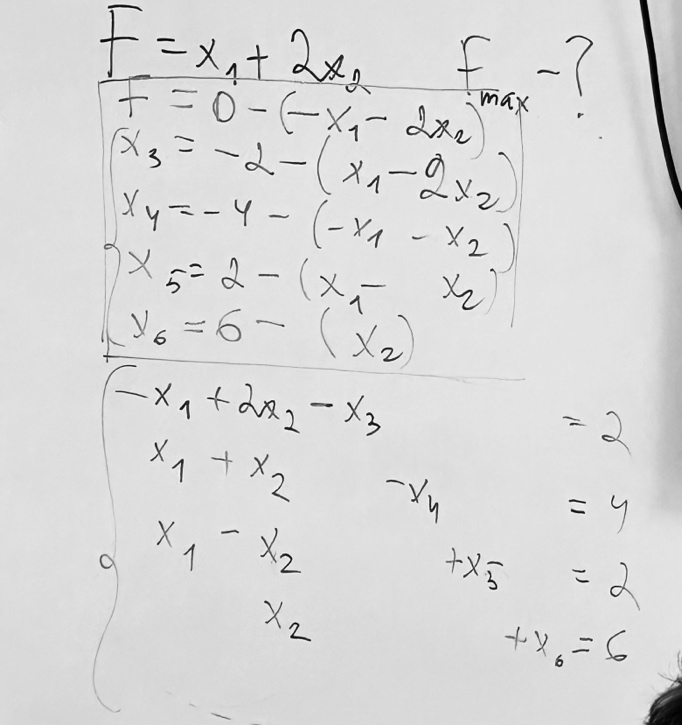
**Выход из алгоритма:**

• Если нет отрицательных оценок  , решение оптимально.

• Если нет допустимого выбора    (разрешающая строка не найдена), задача неограниченна.

**ЛЕК 4**

Существует несколько разновидностей правил работы с симпликсными таблицами. Правило ведущей строки и ведущего столбца. Найти максимум функции при наличии ограничений.



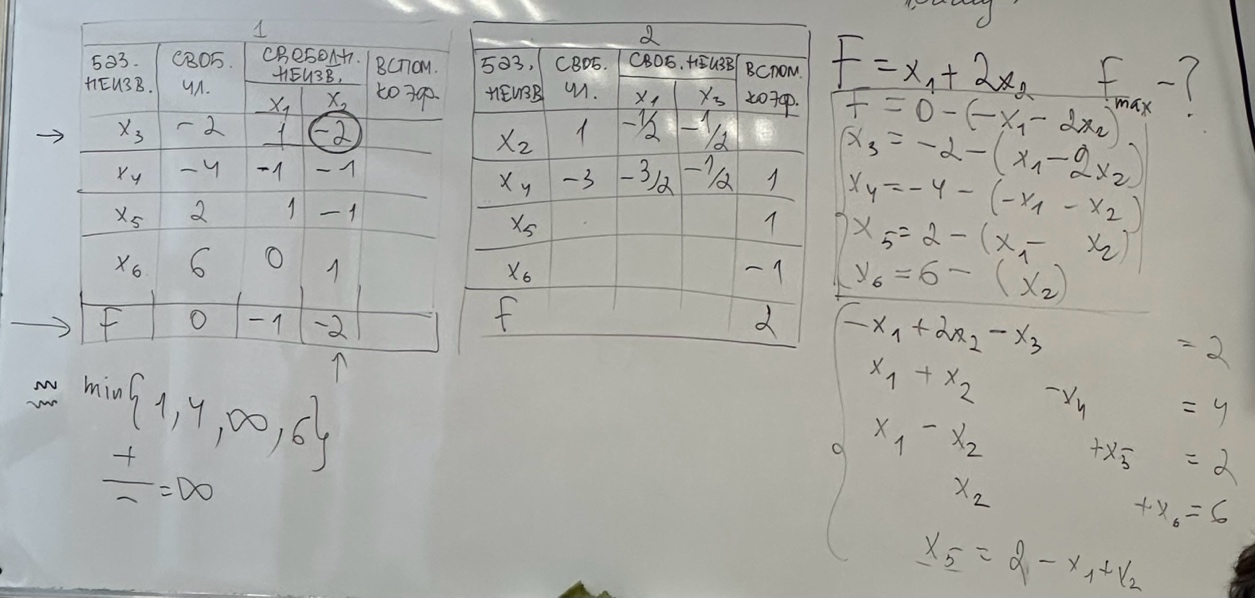
Изображение выглядит как текст, рукописный текст, доска

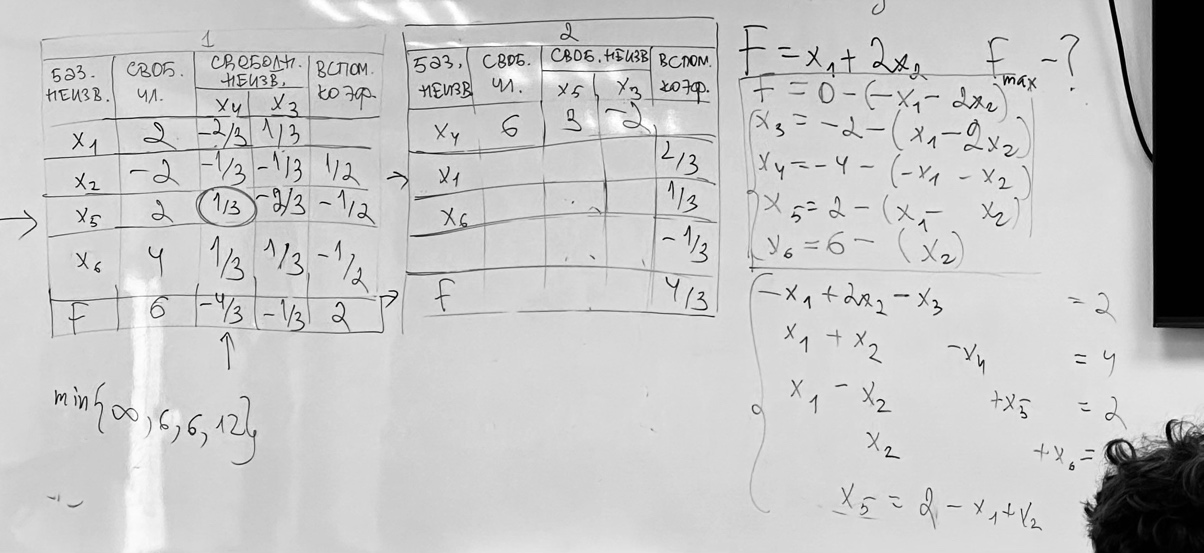
Автоматически созданное описание

Для перехода к следующей таблице ищем наибольшее по модулю число среди чего-то.

Для нахождения ведущей строки надо найти минимум из отношения свободного члена к элементам ведущего столбца. Если в числители число положительно то = inf ∞

Остальная таблица заполняется. Каждый элемент вычисляется как вспомогательной коэффициент \* элемент ведущей строки + элемент стоящий там же из предыдущей таблицы.





Внимание на 4 шаг. Он самый важный. Выполняем присваивание вида (4)

Изображение выглядит как текст, доска, рукописный текст

Автоматически созданное описание

5 – переход к шагу 3 иначе найденное решение Х\* принимаем как приближенное решение задачи.

**Лек 6**

В силу нехватки кинетической энергии при нормальной температуре персонажи не могут преодолеть потенциальный барьер и принять правильное положение при решении. Вся система при этом находится у локального энергетического минимума.

Для вывода системы и перевода в состояние глобального минимума соответствующего без дефекта метал сначала нагревают до высокой температуры после чего медленно охлаждают при этом неправильные атомы могут приобрести энергию достаточную для преодоления потенциального барьера и занять правильные положения. Вероятность преодоления пропорциональна температуре метала. Кристаллическая решетка при этом стабилизируется в окрестности нового локального или глобального минимума.

Суть повышения температуры заключается в том что температурные перепады позволяют системе покидать локальные минимумы энергии и встречаться в сторону более глубоких энергетических минимумов.

Применение данной схемы в оптимизации заключается в локальное или субоптимальное решение можно рассматривать как дефектное. Уменьшить его можно путем случайных перепадов температуры амплитуда которых с повышается ростом номера операции. Отличие алгоритма в том что он протекает возможность приводящую к увеличению значению типу функции. Алгоритм относится к классу пороговых алгоритмов.

На каждой итерации порогового алгоритма в точке Х текущего приближения к решению Х выбирается случайное решение Х’

Если фи(х’)-фи(х) < е то что-то там в противном случае в окрестности точки Х выбирается новое решение. Предел t->inf (E(t)) = 0 допускаем что зачем так быстро говорить…

Е имеет случайное значение а ее мат ожидание (Е сверху полоска) – температура поджигаемого метала. Переход от решения Х к решению Х‘ допускается с вероятностью Е(с крючком вниз)(х->x’)=1,если фи штрих ≤ фи

Если переход от точки х к точке хштрих приводит к уменьшению то переход осуществляется ……7.. иначе переход выполняется с вероятностью которая убывает с ростом разности и уменьшением температуры.

**Эволюционные алгоритмы**

- включают в себя генетические, эволюционную стратегию и программирование, алгоритмы дифференциальной эволюции, генетическое программирование.

Суть парадигмы заключается в использовании принципов теории биологической эволюции – отбора мутаций или продукции для поиска оптимальных решений.

Класс этих алгоритмов является частью технологии мягких включающих в себя нечеткую логику нейронные сети и тд.

**Биологические предпосылки и ЭА.**

Первые ЭА (генетические) были предложены в 60-е годы того века зачем это знать?

Помимо схемы эволюции по Дарвину есть много других моделей. Модель Ламарка, модель Югодефункця?

На основе этих принципов построены соответствующие эволюционные алгоритмы.

Место генов в хромосоме называют локусом. Функциональное назначение генов называют аллеям ? Совокупность генов называют генотипом.

Кодированный вектор вирируемых параметров функции ф(Х) из популяции обозначать –

Изображение выглядит как текст, доска, рукописный текст, каллиграфия

Автоматически созданное описание

Последовательности Н

Любую особь можно представить в виде картежа S = <X, H, fi(X)>

Основные для любого генетического алгоритма являются генетические операции:

- оператор Стречнева – нужен для создания особей потомков путем рекомбинации хромосом 2х и более родителей.

- оператор мутации реализующий случайные явления одного или нескольких видов хромосом.

- оператор управления популяцией – формирует на основе популяции прошлой промежуточную популяцию.

- оператор селекции – осуществляет выбор из промежуточной популяции особей для скрещивания и способствующий формированию нового поколения.

Простейший случай промежуточной и текущей популяции? Рассмотренные операторы имеют число параметров которые могут изменять свои значения в процессе вычисления либо в зависимости от значения функции или числа поколения. Такие операторы называют неравномерными или адаптивными. Для всех ЭА остро стоит вопрос сходимости ответ на который дает теорема.

ТЕОРЕМА.

Изображение выглядит как текст, доска, рукописный текст, документ

Автоматически созданное описание

Генетический алгоритм отыскивает лучшую особь. Изображение выглядит как текст, доска, рукописный текст, документ

Автоматически созданное описание

Чаще всего используют бинарные и вещественное кодирование генов хромосом. При бинарном кодировании используют двоичные бинарные коды или двоичные вероятные коды. Коды Грея обеспечивают более высокую эффективность.

При решении задач кодирования непрерывном пространстве ольное кодирование поэтому разработаны вещественное кодирование когда гены хромосом что напрямую представляют в виде вещественных чисел. Такой вид кодирования требует использование специальных генетических операторов а алгоритм вещественного кодирования носит называние.

**Генетические операторы**

**ЛК?**

Операторы отбора инварианты. То есть бинарное или вещественное кодирование. Выделяют 2

ЛЕКЦИЯ