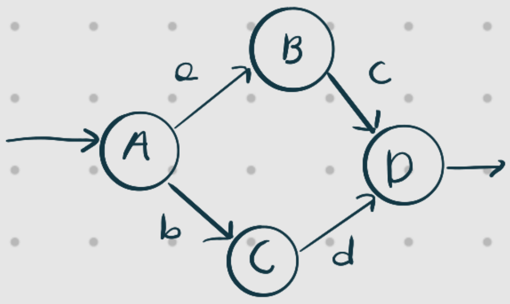
Conversão AFND ⇒ E.R.

Relembrando, uma ER é uma linguagem escrita usando apenas

- letras / palavra ε
- união
- concatenação
- estrela
- conjunto vazio.



$L \supseteq A$

$A \supseteq aB \cup bC$

$B \supseteq cD$

$C \supseteq dD$

$D \supseteq \varepsilon$

Substituindo D

$L \supseteq A$

$A \supseteq aB \cup bC$

$B \supseteq c\varepsilon$

$C \supseteq d\varepsilon$

Substituindo B, C

$L \supseteq A$

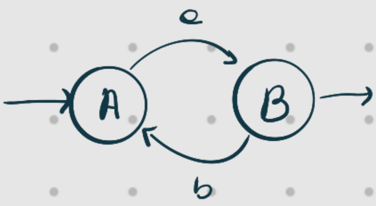
$A \supseteq ac\varepsilon \cup bd\varepsilon$

Substituindo A

$L \supseteq ac \cup bd$

↳ Portanto, qualquer solução p/ A contém $\{a, b, c, d\}$. Logo, a solução mais simples é descrita pela expressão regular $ac \cup bd$

~//~



$A \supseteq aB$

$B \supseteq bA \cup \varepsilon$

$A \supseteq a(bA \cup \varepsilon)$

$= abA \cup a$

ou seja

$A \supseteq abA \cup a$

Qual resposta eu gostaria que fosse $(ab)^* a$

Por que não $(ab)^* \cup a$?

Antes de partir para prova, uma atenção.

$$A \supseteq abA \cup a$$
$\downarrow$ substitui A
$$A \supseteq ab(abA \cup a) \cup a$$
$$= (ab)^2 A \cup aba \cup a$$
$\downarrow$ substitui A
$$A \supseteq (ab)^2(abA \cup a) \cup aba \cup a$$
$$= (ab)^3 A \cup ababa \cup aba \cup a$$

R^*S é a solução mais simples do sistema

$$X \supseteq RX \cup S$$

ou seja

1) $(R^*S) \supseteq R(R^*S) \cup S$

2) Se $X \supseteq RX \cup S$ então $X \supseteq R^*S$

Prova

1) Quero mostrar que se $w \in R(R^*S) \cup S$ então $w \in R^*S$

$w \in R(R^*S) \cup S$

$\Leftrightarrow$ (distributividade) * Entender melhor !!

$w \in (R \cdot R^* \cup \varepsilon) \cdot S$

$\Leftrightarrow$ (def. *)

$w \in (R \cdot (\bigcup_{n=0}^{\infty} R^n) \cup \varepsilon) \cdot S$

$\Leftrightarrow$ (botar R p/ dentro)

$w \in ((\bigcup_{n=1}^{\infty} R^n R) \cup \varepsilon) \cdot S$

$\Leftrightarrow$ ($RR^n = R^{n+1}$)

$w \in ((\bigcup_{n=1}^{\infty} R^n) \cup \varepsilon) \cdot S$

$\Leftrightarrow$ ($\varepsilon = R^0$)

$w \in (\bigcup_{n=0}^{\infty} R^n) \cdot S$

$\Leftrightarrow$ (def *)

$w \in R^*S$

$\blacksquare$

2) Assumindo $X \supseteq RX \cup S$
Prove que $w \in R^*S \Rightarrow w \in X$.
Isto é, $\forall n \quad w \in R^nS \Rightarrow w \in X$

Prova por indução em n.
Caso base: queremos provar $w \in R^0 \cdot S \Rightarrow w \in X$, ou seja,
$w \in S \Rightarrow w \in X$
É verdade, pois a hipótese 1 assumia que $X \supseteq S$

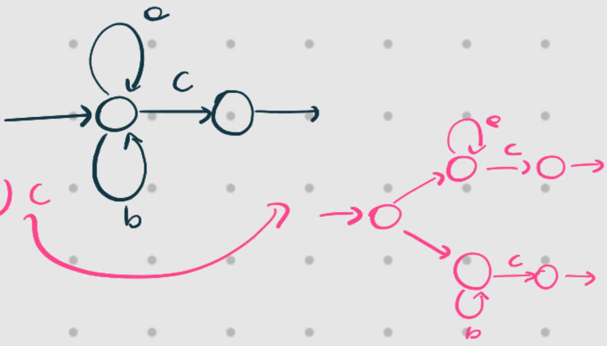
Caso Indutivo: Assumindo (HI) $\forall v,\ v \in R^nS \Rightarrow v \in X$
então $\forall w,\ w \in R^{n+1} \Rightarrow w \in X$

Prova: $w \in R^{n+1}S = R(R^nS)$
$\Leftrightarrow$ (definição de concatenação linguagens
$w = uv \wedge u \in R \wedge v \in R^nS$
$\Rightarrow$ (hipótese indução)
$w = uv \wedge u \in R \wedge v \in X$
$\Leftrightarrow$ (def. concatenação)
$w \in R \cdot X$
$\Rightarrow$ (hipótese $RX \subseteq X$)
$w \in X$

Exercícios

1) $X \supseteq abX \cup a$
$= (ab)^*a$

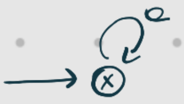
2) $X \supseteq (a \cup b)X \cup c$
$(a \cup b)^*c$



$\neq (a^* \cup b^*)c$

3) $X \supseteq aX \cup bY \cup c$
$a^*(bY \cup c) = a^*bY \cup a^*c$

4) $X \supseteq aX$
$a^* \cup \emptyset = \emptyset$



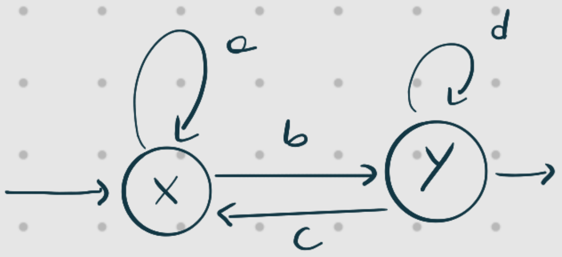
Não tem estado final?!
Então resulta no conj. vazio.

5) $X \supseteq aX \cup bX \cup c$
$= (a \cup b)X \cup c$
$= 2)$
$= (a \cup b)^*c$

sem coloca em evidência:
$= X \supseteq a^*(bX \cup c)$
$= a^*bX \cup a^*c$
$= (a^*b)^*a^*c$

equivalentes

Sistema



$$X \supseteq aX \cup bY$$
$$Y \supseteq cX \cup dY \cup \varepsilon$$

$$\Downarrow$$

$$X \supseteq aX \cup bY$$
$$Y \supseteq d^*(cX \cup \varepsilon) = d^*cX \cup d^*$$

$$\Downarrow$$

$$X \supseteq aX \cup b(d^*cX \cup d^*)$$
$$= aX \cup bd^*cX \cup bd^*$$
$$= (a \cup bd^*c)X \cup bd^*$$
$$= (a \cup bd^*c)^*bd^*$$

$$\Downarrow$$