

# Exercícios de Gradiente Descendente

2025

## Exercício 1:

Considere a função  $f(x) = \frac{(x-7)^2}{6}$ . Queremos minimizar essa função. Determine todos os tamanhos que o passo precisa ter para o método do gradiente descendente convergir para qualquer  $x$  inicial.

## Exercício 2:

Seja  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2xy + 8x + 0.3y + 7$ . Queremos minimizar essa função. Determine se o método do gradiente descendente converge para qualquer chute inicial com o tamanho do passo igual à 0.15.

## Exercício 3:

Descreva como você pode aproximar a solução de um sistema linear

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$$

com o gradiente descendente.

Dica: descreva uma função tal que o gradiente da função é zero no ponto  $(x_1, x_2)$  que resolve o sistema.

## Exercício 4:

Use dois passos do método do gradiente descendente para encontrar um mínimo local de

$$f(x, y) = (y-1)^4 + x^2y^2 + 1$$

começando no ponto  $(1, 1)$  com o passo 0.1.

## Exercício 5:

Seja

$$f(x, y) = 3x^2 + 4y^2 + 4xy + 6x + 10y + 7.$$

1. Use dois passos do método do gradiente descendente para encontrar um mínimo local de  $f$  começando no ponto  $(1, 1)$  com o passo  $p = 0.5$ .
2. Usando o critério de convergência do ponto fixo, determine se o método do gradiente descendente converge para qualquer chute inicial com  $p = 0.5$ .
3. (Desafio) Determine todos os tamanhos que  $p$  pode ser para o método convergir para qualquer  $(x, y)$  inicial.

### Exercício 6:

Determine qual é o tamanho que o passo precisa ser para o método do gradiente descendente convergir para qualquer  $x$  inicial considerando as seguintes funções :

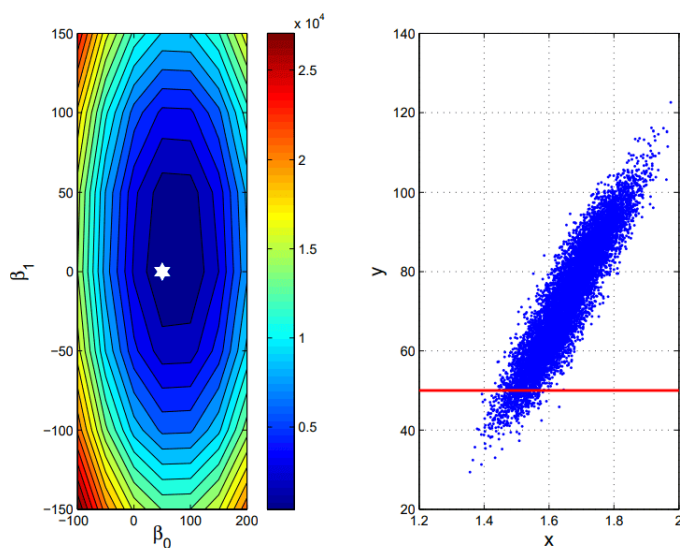
1.  $f(x) = \frac{(x - 3)^2}{2}$ .

2.  $f(x) = \frac{(x - 7)^2}{6}$ .

### Exercício 7:

Na figura abaixo, o ponto estrelado na esquerda corresponde a reta vermelha na direita. Estamos fazendo regressão linear na esquerda com o modelo que tem  $\beta_0$  e  $\beta_1$  como parâmetros.

1. Qual é o modelo linear sendo usado,  $f(x) = \beta_0 + \beta_1 x$  ou  $f(x) = \beta_1 + \beta_0 x$ ?
2. Estime o ponto na gráfico da esquerda aonde tem um ponto de mínimo usando o gráfico da direita.
3. Estime a direção do gradiente no ponto “estrelado”.



**Exercício 8:**

Seja

$$f(x, y) = 2x^2 + y^2 + 2xy + 7x + 10y + 7.$$

Queremos achar um mínimo local de  $f(x, y)$ . O método do gradiente descendente converge para qualquer chute inicial com o passo igual a 0.5?

**Exercício 9:**

Use dois passos do método do gradiente descendente para encontrar um mínimo local de

$$f(x, y) = (y - 1)^4 + x^2y^2 + 1$$

começando no ponto  $(1, 1)$  com o passo igual a 0.1.