

Aluno(a):

P1 de MAD - 2024/2

Prof. Vinícius Gusmão

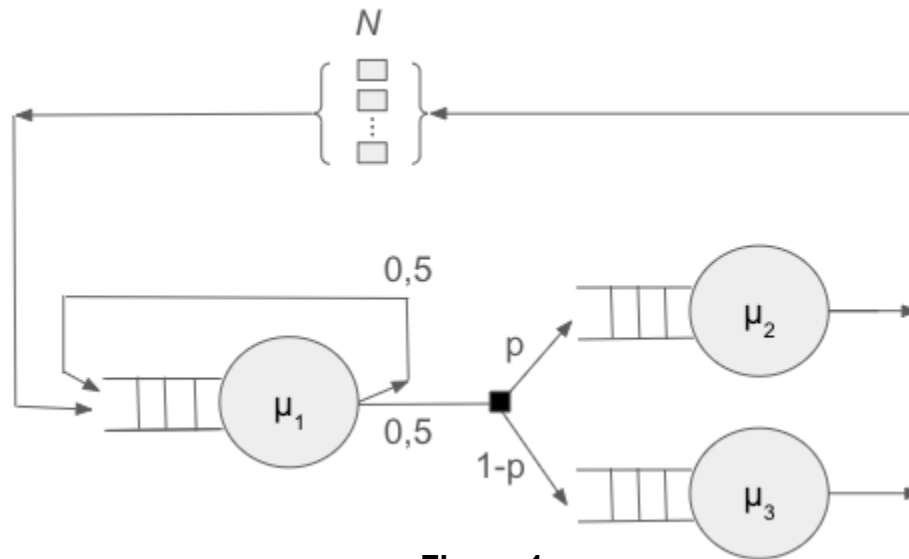


Figura 1

QUESTÃO 1 (4 pontos = 0,5 pontos por item): As seguintes medidas foram obtidas sobre o sistema fechado de filas da Figura 1 observado durante **2 horas**:

- o dispositivo 1 realizou 2320 serviços, com média de 0,36 segundos por serviço
- o dispositivo 2 realizou 800 serviços, ficando ocioso por 40 minutos no total
- a capacidade nominal de serviço do dispositivo 3 é de $\mu_3 = 30$ serviços por minuto

- | | |
|---|---|
| a) Qual o número médio de visitas ao dispositivo 1? | $E[V_1] = \underline{\hspace{2cm}}$ visitas/job |
| b) Qual a demanda média no dispositivo 1? | $E[D_1] = \underline{\hspace{2cm}}$ s/job |
| c) Qual o tempo médio de serviço no dispositivo 2? | $E[S_2] = \underline{\hspace{2cm}}$ s/job |
| d) Qual a utilização do dispositivo 2? | $\rho_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| e) Qual a vazão no dispositivo 2? | $X_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ jobs/s |
| f) Qual a utilização do dispositivo 3? | $\rho_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| g) Qual a vazão na fila do dispositivo 3? | $X_{Q3} = \underline{\hspace{2cm}}$ jobs/s |
| h) Qual a fração dos jobs que vai para o dispositivo 2? | $p = \underline{\hspace{2cm}}$ |

QUESTÃO 2 (2,5 pontos = 0,5 pontos por item): Seja novamente um sistema de filas esquematizado pela Figura 1 (trata-se de *outro* sistema, portanto esqueça todas as informações apresentadas na Questão 1). Sobre este novo sistema, sabe-se apenas que:

- ao terminar seu(s) atendimento(s) pelo servidor 1, cada job está sujeito a um roteamento probabilístico que manda $p = \frac{2}{3}$ dos jobs para o dispositivo 2, e $\frac{1}{3}$ dos jobs para o dispositivo 3; e
- são conhecidas as demandas médias em cada dispositivo:
 $E[D_1] = 2$ s/job, $E[D_2] = 6$ s/job, $E[D_3] = 1$ s/job

As perguntas abaixo são totalmente independentes, isto é, qualquer modificação proposta em uma delas não afetará o cenário para as perguntas seguintes.

- a) Para $E[Z] = 0$ e $N = 3$ (3 jobs concorrentes num sistema em batch), qual a fração ótima p dos jobs que deveria ser roteada para o servidor 2 de forma a maximizar a vazão do sistema?

$p = \underline{\hspace{2cm}}$

- b) Para $E[Z] = 51$ segundos e $N = 8$ (8 produtores num sistema interativo), qual a fração ótima p dos jobs que deveria ser roteada para o servidor 2 de forma a minimizar o tempo médio de resposta?

$p = \underline{\hspace{2cm}}$

- c) Para $E[Z] = 0$ e $N = 1$, e supondo que você possa fazer apenas uma mudança no sistema, que é a de trocar um (e apenas um) dos dispositivos por outro com a mesma função mas que tenha "velocidade de processamento infinita" (isto é, que gaste tempo ZERO em todo e qualquer atendimento), qual dos dispositivos você trocaria para maximizar a vazão do sistema?

Dispositivo $\underline{\hspace{2cm}}$

- d) Para $E[Z] = 0$ e $N = 1$, e supondo que você possa novamente trocar um (e apenas um) dos dispositivos por outro com "velocidade de processamento infinita", mas possa dessa vez mexer *também* na probabilidade de roteamento p , qual dos dispositivos você trocaria e qual seria o valor de p para minimizar o tempo médio de resposta?

QUESTÃO 3 (2 pontos = 0,5 pontos por item): Num consultório médico, há uma sala de atendimento com um único médico atendendo (um paciente por vez) e uma sala de espera. Sabe-se que o médico está em atendimento durante apenas 80% do tempo em um dia típico, embora tivesse condições físicas de atender sem qualquer período de ociosidade, se fosse necessário. A média, ao longo de um dia típico, do número de pacientes aguardando na sala de espera é igual a 4, e o tempo médio de atendimento médico (serviço) é de 6 minutos e 40 segundos.

- Qual a vazão do sistema? _____ atendimentos/hora
- Qual o tempo médio gasto por um paciente no consultório? _____ minutos
- Considerando-se *apenas os momentos em que o médico está em atendimento*, qual o número médio de pacientes *dentro do consultório*? _____ pacientes
- Qual seria a maior taxa de chegada de pacientes ao consultório que manteria o sistema em estabilidade? _____ pacientes/hora

QUESTÃO 4 (1,5 pontos = 0,5 pontos por item):

Você deseja obter amostras de uma variável aleatória X cuja PDF é dada pela seguinte função:

$$f_X(x) = \frac{2}{x^3}, \quad x \geq 1$$

A CDF dessa V.A. é dada pela integral definida

$$F_X(x) = \int_1^{\infty} f_X(x) dx = 1 - \left(\frac{1}{x}\right)^2$$

- Qual a inversa dessa CDF?
(Escreva "não se conhece fórmula fechada" se for o caso.)

$$F_X^{-1}(u) = ?$$

- Qual você diria ser o método mais eficiente para se obter as amostras desejadas?
☐ Accept/Reject com V.A. auxiliar exponencial ☐ Método da Inversa da CDF
☐ Accept/Reject com V.A. auxiliar linear ☐ Outro
- Escreva em pseudocódigo um algoritmo *qualquer* para obter amostras de X .