Exercícios de
Método de Gauss-Jacobi e
Método do Ponto Fixo

2025

Exercício 1:

1. Faça dois passos do Método de Gauss-Jacobi para resolver o sistema

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 2 \\ \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

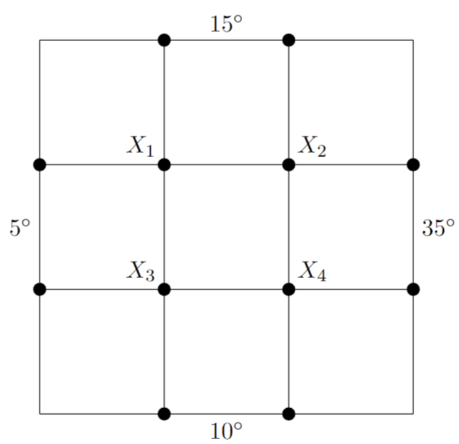
   com o chute inicial sendo o vetor nulo.

2. Usando autovalores, mostre se o método converge ou diverge.

Exercício 2:

Problema da temperatura de um lago

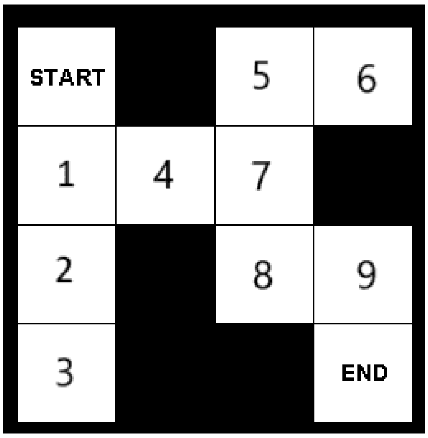
Queremos descobrir a temperatura em diferentes lugares no interior de um lago (vértices x_1, x_2, x_3 e x_4), mas só conseguimos medir a temperatura de 5, 10, 15 e 35 graus Celsius nas margens (laterais do quadrado na figura abaixo). Quando o calor está em equilíbrio, a temperatura em cada vértice no interior do lago é aproximadamente a média das temperaturas dos 4 vértices vizinhos.



1. Modele o problema como um sistema linear $Ax = b$.
2. Determine a temperatura nos 4 vértices do interior do quadrado com Gauss-Jacobi com 2 passos na mão e 50 passos no Julia.
3. Use a função *eigen* do Julia para ver se o método converge ou diverge?

Exercício 3:

Em um experimento, estamos medindo se um ratinho é realmente esperto e está aprendendo aonde está o queijo (END) ou se ele está andando aleatoriamente pelo labirinto. Essa semana, quando colocamos o ratinho no quadrado 8, ele acha o queijo (END) 70% das vezes. 30% das vezes ele volta para o começo (START). Vamos considerar que ele "perde o jogo", se ele volta para o começo.



Nesse exercício vamos calcular p_i que é a probabilidade da gente colocar o ratinho no quadro i e ele chegar no final (END) se ele estivesse andando aleatoriamente (com a mesma probabilidade de ir em qualquer direção). O rato é esperto ou não? Resolva esse problema em Julia com o método do ponto fixo.

Exercício 4:

Faça dois passos do Método de Gauss-Jacobi para resolver o sistema

$$\begin{cases} 6z = 2 \\ \\ 2x + 5y + 3z = 5 \\ \\ 2y + 3z = 2 \end{cases}$$

com o chute inicial sendo o vetor nulo.

Exercício 5:

1. Faça dois passos do Método de Gauss-Jacobi para resolver o sistema

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 2 \\ \\ -x_1 + 2x_2 = 2 \end{cases}$$

   com o chute inicial sendo o vetor nulo.

2. Usando autovalores, mostre se o método converge ou diverge.
3. Tem alguma maneira de ver que o método converge ou diverge nesse caso sem autovalores?

Exercício 6:

Considere o sistema linear

$$\begin{cases} 2x - y + z = -1 \\ \\ 2x + 2y + 2z = 4 \\ \\ -x - y + 2z = -5 \end{cases}$$

e mostre que o método de Gauss-Jacobi não converge em Julia usando a função *eigen*.

Exercício 7:

Faça o gráfico do sistema linear

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ \\ -x + 2y = 2 \end{cases}.$$

Desenhe as duas retas no plano cartesiano (eixo x e eixo y), desenhe a interseção das retas e depois desenhe os pontos (x, y) das iterações do método de Gauss-Jacobi no gráfico onde os eixos correspondem à x_1 e x_2 com chute inicial sendo o vetor nulo.

Exercício 8:

Considere o sistema linear

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ \\ 2x + 2y = 4 \end{cases}$$

e determine se o método de Gauss-Jacobi converge para qualquer chute inicial.

Exercício 9:

1. Faça dois passos do Método do ponto fixo para resolver o problema

$$\begin{cases} x_1 = 2 + x_1 + x_2 \\ \\ x_2 = 2 + x_1 \end{cases}$$

com o chute inicial sendo o vetor nulo.

2. Usando autovalores, mostre se o método converge ou diverge.

Exercício 10:

Determine todos os valores de p tal que esse método diverge/converge.

```
function metodo(p)
  c = 0.3
  d = 0.7
  for i = 1:10000
    c = 2*c + 50 - p*d
    d = 0.8*d + 20
  end
  return c, d
end
```

Exercício 11:

Faça dois passos do Método de Gauss-Jacobi para resolver o sistema

$$\begin{cases} 6z = 2 \\ \\ 2x + 5y + 3z = 5 \\ \\ 2y + 3z = 2 \end{cases}$$

com o chute inicial sendo o vetor nulo.

Exercício 12:

Seja a uma constante. Determine qual é a razão entre o módulo do vetor erro do método do ponto fixo na iteração 199 e na iteração 203 para o problema

$$\begin{cases} x_1 = x_1 + x_2 + 3 \\ \\ x_2 = -0.99x_1 - x_2 + a \end{cases}$$

com o chute inicial sendo o vetor nulo.