

resumo_modelagem_colisoes_obsidian



Resumo da Apostila — até Colisões

◆ 1. Noções de Cinemática

- **Posição** em função do tempo: $(r(t))$
- **Velocidade vetorial**:

$$v(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

- **Aceleração vetorial**:

$$a(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

Noções úteis:

- A componente **tangencial** da aceleração é ligada à variação da rapidez.
- A componente **normal (centrípeta)** é ligada à mudança de direção:

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

◆ 2. Movimento Circular Uniforme

- Velocidade angular:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

- Relação com velocidade escalar:

$$v = \omega r$$

- Aceleração centrípeta:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

- Período e frequência:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad f = \frac{1}{T}$$

◆ 3. Equações diferenciais simples

- Exemplo:

$$\frac{dr}{d\theta} = r \frac{v - u \cos \theta}{u \sin \theta}$$

Métodos recorrentes:

- Separação de variáveis:** ($\frac{dy}{dx} = g(x)h(y)$)
- Integração:** ($\int \frac{dy}{y} = \ln y$)
- Identidades trigonométricas:**
($\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$, $\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$)

◆ 4. Movimento Harmônico Simples (MHS)

- EDO padrão:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

- Frequência angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- Solução geral:

$$x(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

- Período:

$$T = \frac{2\pi}{\Omega}$$

Extensão: duas molas em paralelo: ($k_{eq} = k_1 + k_2$)

◆ 5. Pêndulo Cônico

- Equilíbrio de forças:

$$T \cos \theta = mg, \quad T \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

- Raio da trajetória: ($r = \ell \sin \theta$)
- Velocidade escalar:

$$v = \sqrt{\frac{g\ell \sin^2 \theta}{\cos \theta}}$$

- Velocidade angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell \cos \theta}}$$

- Período de rotação:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell \cos \theta}{g}}$$

◆ 6. Forças em Sistemas Rotacionais

Exemplo: conta deslizando numa curva girando com (ω).

- Força centrífuga:

$$F_{cf} = m\omega^2 x$$

- Projeções tangenciais:

$$F_{cf,tang} = m\omega^2 x \cos \theta, \quad F_{peso,tang} = -mg \sin \theta$$

- Condição de equilíbrio:

$$f'(x) = \tan \theta = \frac{\omega^2 x}{g}$$

- Curva resultante: parábola

$$y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$$

◆ 7. Energia Mecânica

- Cinética:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

- **Potencial gravitacional:**

$$U = mgh$$

- **Trabalho-energia:**

$$W = \Delta K$$

- **Conservação (sem dissipação):**

$$E = K + U = \text{constante}$$

Aplicações típicas:

- Velocidade em função da altura: ($v = \sqrt{2g(h - h')}$)
- Condição para não perder contato (normal=0): ($v^2 = gR$)

◆ 8. Colisões

(a) Choques elásticos

$$w_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}, \quad w_2 = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

Caso especial ((m_2) parado):

$$w_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$$

(b) Choques inelásticos

Velocidade comum:

$$V = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

Energia perdida:

$$\Delta K = \frac{m_1m_2}{2(m_1 + m_2)}(v_1 - v_2)^2$$

(c) Coeficiente de restituição

$$e = \frac{v_{rel,após}}{v_{rel,antes}}$$

Exemplo: bola que quica

$$h_n = e^{2n}h$$



Síntese — noções básicas recorrentes

- Conservação de energia
- Conservação do momento linear
- Separação de variáveis em EDOs
- Identidades trigonométricas
- Progressões geométricas
- Indução matemática
- **Conservação de energia** (potencial \leftrightarrow cinética).
- **Conservação do momento linear** em colisões.
- **Separação de variáveis** em EDOs simples.
- **Identidades trigonométricas** ($\sin^2 + \cos^2 = 1$, $\tan = \sin/\cos$).
- **Progressões geométricas** (para somas de saltos, tempos, alturas).
- **Indução matemática** (para generalizar fórmulas como $(h_n = e^{2n}h)$).