Linguagens Formais

Prova 1 - 2024.1

Questão 01

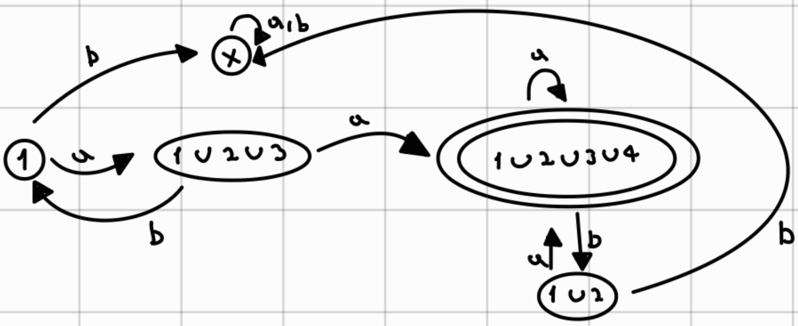
$A = (a \cup b)A \cup cD \cup \varepsilon = (a \cup b)A \cup c(cb)^*(b \cup c^2)A \cup \varepsilon \overset{\text{Arden}}{\Rightarrow} [c(a \cup b) \cup c(cb)^*(b \cup c^2)]^* \cdot \varepsilon =$

$[c(a \cup b) \cup c(cb)^*(b \cup c^2)]^*$ //

$B = bA \cup cC = bA \cup cbD \cup c^2A \overset{\text{Arden}}{\Rightarrow} D = (cb)^*(b \cup c^2)A$

$C = bD \cup cA$

Questão 02



Questão 03

$L = a(bc)^* \cup d)a^* = [a(bc)^* \cup ad]a^* = a(bc)^*a^* \cup ada^*$

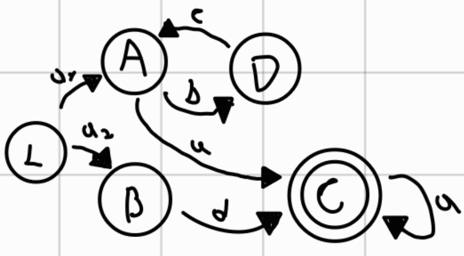
$a^{-1}L = c(bc)^*a^* \cup da^* = A \cup B$

$b^{-1}L = c^{-1}L = d^{-1}L = \emptyset$ $\quad$ $a^{-1}B = b^{-1}B = c^{-1}B = \emptyset$ $\quad$ $a^{-1}D = b^{-1}D = d^{-1}D = \emptyset$

$a^{-1}A = a^* = C$ $\quad$ $d^{-1}B = a^* = C$ $\quad$ $c^{-1}D = (bc)^*a^* = A$

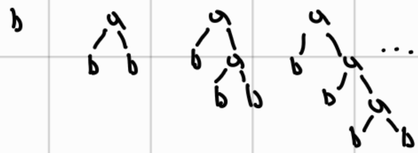
$b^{-1}A = c(bc)^*a^* = D$ $\quad$ $b^{-1}C = c^{-1}C = d^{-1}C = \emptyset$

$c^{-1}A = d^{-1}A = \emptyset$ $\quad$ $a^{-1}C = a^* = C$



Questão 07

a) Se L_0 é a linguagem para computar árvores na seguinte sequência:



$\ldots = b, abb, ababb, abababb\ldots$

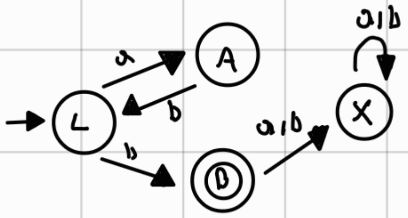
Podemos perceber que ela segue um padrão: alguma combinação (ou nenhuma) de (ab) e um (b). Mas, isso é o equivalente a dizer que:

$L_0 = (ab)^*b$. Logo, podemos tentar achar um AFD para a linguagem:

$L = (ab)^*b$

$a^{-1}L = [a^{-1}(ab)^*]\cdot b \cup a^{-1}b = b(ab)^*b \cup \emptyset = b(ab)^*b = A$

$b^{-1}L = [b^{-1}(ab)^*]\cdot b \cup b^{-1}b = \emptyset \cdot b \cup \varepsilon = \emptyset \cup \varepsilon = \varepsilon = D$



$a^{-1}A = a^{-1}[b(ab)^*b] = \emptyset$

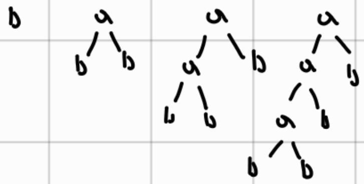
$b^{-1}A = b^{-1}[b(ab)^*b] = (ab)^*b = L$

$a^{-1}D = a^{-1}\varepsilon = \emptyset$

$b^{-1}D = b^{-1}\varepsilon = \emptyset$

Obtemos um autômato finito determinístico, e portanto, L_0 é regular.

b) Se L_E é a linguagem para computar árvores na seguinte sequência:



$\ldots \Rightarrow b, abb, aabbb, aaabbbb \ldots$

Podemos perceber que ela segue um padrão tal que, para $n \geq 0$, $L_E = a^n b^{n+1}$. Podemos supor um conjunto infinito I de palavras de forma com que, se $x = a^i$ e $y = a^j$ pertencem a I, com $j > i$, sem perda de generalidade, e sendo $z = b^{i+1}$, temos:

$$xz = a^i b^{i+1} \Rightarrow xz \in L_E$$

$$yz = a^j b^{i+1} \Rightarrow yz \notin L_E$$

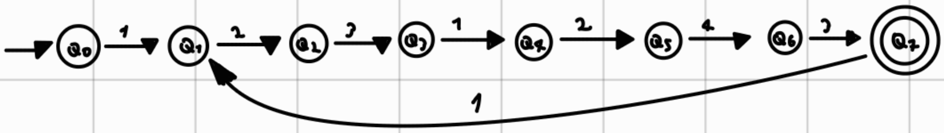
Logo, seriam necessários infinitos estados para computar $a^j b^{i+1}$, e portanto L_E não é regular.

Prova Final - 2024.1

Questão 01

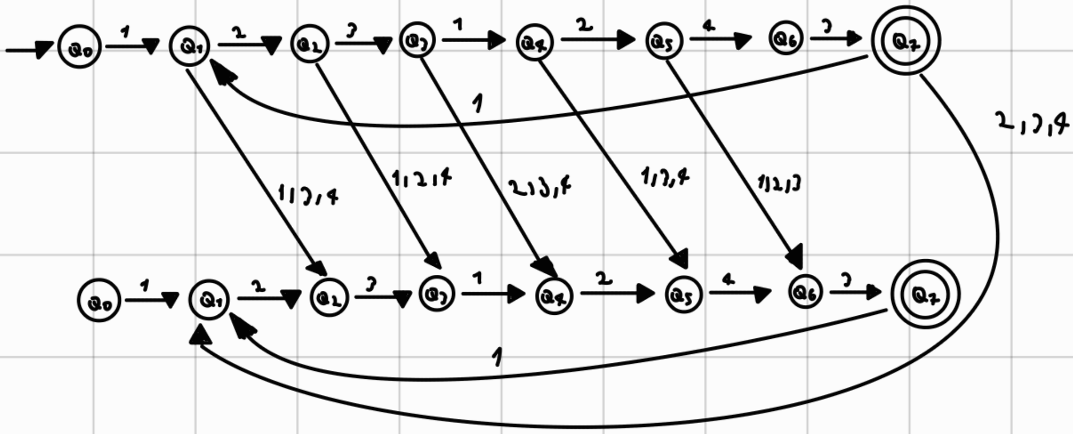
a) Vamos tentar construir um autômato para L_1:

Sabemos que $L_1 = (1231243)^*$, excluindo a palavra vazia ε.



O autômato respeita a ordem de leitura do começo da música, criando palavras que representam $(1231243)^*$, excluindo a palavra vazia ε.

b) Podemos interpretar "máximo um erro" como "se for cometido um erro, vá para o autômato sem erros". Ou seja, podemos utilizar o autômato de L_1 para construir o de L_2, da seguinte maneira:



O autômato para L_2 suporta tanto L_1 quanto L_4, que é a linguagem das palavras com exatamente um erro dado o contexto.

c) Seja L_4 a linguagem das palavras com até 1% de erro considerando o contexto da questão e um conjunto infinito I qualquer, e sejam os prefixos de I

↗ sem perda de generalidade

$x = (2343412)^i$ e $y = (2343412)^j$ (100% de erro), com $j > i$, e sendo o sufixo $z = (1231243)^{100i}$, temos que:

$$xz = (2343412)^i \cdot (1231243)^{100i} \Rightarrow xz \in L_3$$

$$yz = (2343412)^j \cdot (1231243)^{100i} \Rightarrow yz \notin L_3$$

Logo, seriam necessários infinitos estados no autômato de L_3, e portanto, L_3 não é regular.

Prova 1 - 2023.2

Questão 01

$A = aD \cup bC \cup \varepsilon = a^2A \cup a(ba^*)^2bA \cup ba^*ba^*bA = [a^2 \cup a(ba^*)^2b \cup (ba^*)^2b]A \cup \varepsilon \therefore$ *

$B = aB \cup bA \overset{\text{Arden}}{\therefore} B = a^*bA$

$C = aC \cup bD \therefore C = aC \cup ba^*bA \overset{\text{Arden}}{\therefore} C = a^*ba^*bA$

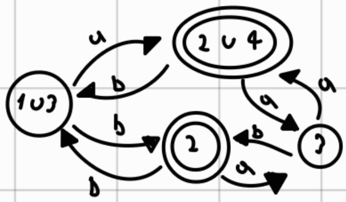
$D = aA \cup bC \therefore D = aA \cup ba^*ba^*bA = aA \cup (ba^*)^2bA$

*

$A = [a^2 \cup a(ba^*)^2b \cup (ba^*)^2b]^* \cdot \varepsilon = [a^2 \cup a(ba^*)^2b \cup (ba^*)^2b]^*$

Questão 02

AFD:



Questão 03

$L = ((a \cup b^*)a)^*$

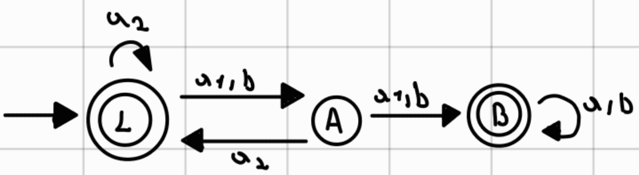
$a^{-1}L = a^{-1}((a\cup b)^*a) \cdot ((a \cup b^*)a)^* = [(a^{-1}(a\cup b)^*)a \cup a^{-1}a] \cdot ((a\cup b^*)a)^* = [(a\cup b)^*a \cup \varepsilon] \cdot ((a\cup b^*)a)^* = \underbrace{(a\cup b)^*a \cdot ((a\cup b)^*a)^*}_{A} \cup L$

$b^{-1}L = b^{-1}((a\cup b)^*a) \cdot ((a \cup b^*)a)^* = [(b^{-1}(a\cup b)^*)a \cup b^{-1}a] \cdot ((a\cup b^*)a)^* = [(a\cup b)^*a \cup \emptyset] \cdot ((a\cup b^*)a)^* = (a\cup b)^*a \cdot ((a\cup b)^*a)^* = A$

$a^{-1}A = a^{-1}[(a\cup b)^*a \cdot ((a\cup b)^*a)^*] = a^{-1}[(a\cup b)^*a] \cdot ((a\cup b)^*a)^* = [(a\cup b)^* \cup \varepsilon] \cdot ((a\cup b)^*a)^* = (a\cup b)^* \cdot ((a\cup b)^*a)^* \cup L = \underbrace{(a\cup b)^*}_{D} \cup L$

$b^{-1}A = b^{-1}[(a\cup b)^*a \cdot ((a\cup b)^*a)^*] = b^{-1}[(a\cup b)^*a] \cdot ((a\cup b)^*a)^* = [(a\cup b)^* \cup \emptyset] \cdot ((a\cup b)^*a)^* = (a\cup b)^* \cdot ((a\cup b)^*a)^* = (a\cup b)^* = D$

$a^{-1}B = b^{-1}B = (a\cup b)^* = D$



Prova 1 - 2023.1

Questão 01

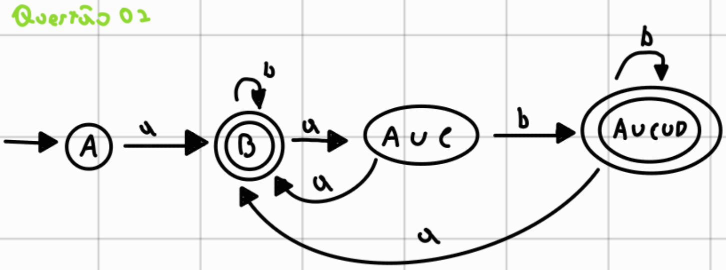
$A = bA \cup aD = bA \cup abaA \cup ab \overset{\text{Arden}}{\Rightarrow} A = (b \cup aba)^*(ab)$ //

$B = bD = baA \cup b$

$D = aA \cup \varepsilon$

$C = \emptyset$

Questão 02



Questão 03

$L = ((ab)^* \cup b) \cdot (ab \cup b)^*$

$a^{-1}L = b(ab)^* \cdot (ab \cup b)^* \cup b(ab \cup b)^* = A \cup B$

$b^{-1}L = \emptyset \cup \varepsilon \cdot (ab \cup b)^* = (ab \cup b)^* = C$

$a^{-1}A = \emptyset$

$b^{-1}A = (ab)^* \cdot (ab \cup b)^* = D$

$a^{-1}B = \emptyset$

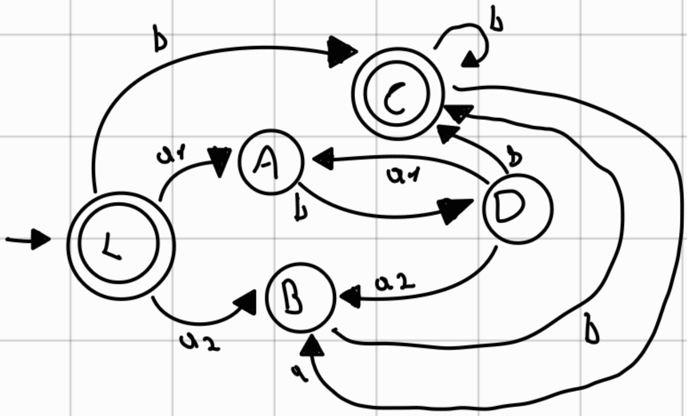
$b^{-1}B = (ab \cup b)^* = C$

$a^{-1}C = b(ab \cup b)^* = B$

$b^{-1}C = (ab \cup b)^* = C$

$a^{-1}D = b(ab)^* \cdot (ab \cup b)^* \cup b(ab \cup b)^* = A \cup B$

$b^{-1}D = (ab \cup b)^* = C$



Questão 04

a) Não é regular.

Seja a linguagem das rotas com o robô terminando apontando para o norte. Considere um conjunto infinito I de palavras tais que os prefixos

$x = p^i$, $y = Ep^i$ $\in I$ ($i > 0$). Seja o sufixo $z = p^i$, temos que

$$xz = p^i p^i \Rightarrow xz \in L$$

$$yz = Ep^i p^i \Rightarrow yz \notin L$$

Logo, serão necessários infinitos estados para computar as palavras de L, e portanto, L não é regular.

b) Não é regular.

Seja a linguagem das rotas com o robô retornando ao ponto inicial. Considere um conjunto infinito I de palavras tais que os prefixos

$\underbrace{x = p^i, y = p^j}_{j > i > 0} \in I$. Seja o sufixo $z = EEp^i$, temos que.

$$xz = p^i EE p^i \Rightarrow xz \in L$$

$$yz = p^j EEp^i \Rightarrow yz \in L$$

Logo, serão necessários infinitos estados para computar as palavras de L, e portanto, L não é regular.