



PROFª MARIA HELENA CAUTIERO H.JARDIM
DISCIPLINA : OTIMIZAÇÃO- 2025-1

LISTA 1 DE OTIMIZAÇÃO - MODELAGEM

EXERCÍCIO 1 –

Um produto é montado com 3 peças que podem ser manufaturadas em duas máquinas A e B. Cada máquina só pode processar um tipo de peça de cada vez. O número de peças processadas por cada máquina por hora está de acordo com a tabela abaixo:

	Máquina A	Máquina B
Peça 1	12	6
Peça 2	15	12
Peça 3	-	25

Apresente a formulação para o esquema de produção que maximize o número de produtos montados.

EXERCÍCIO 2 (MANUFATURA)

É preciso decidir quantas unidades devem ser manufaturadas de dois produtos A e B.

Cada unidade de A garante lucro de R\$ 2,00 e cada do produto B garante lucro de R\$ 5,00.

Cada unidade do produto A necessita de 3 horas de máquina e 9 unidades de matéria prima, enquanto as do produto B requerem 4 horas de máquina e 7 unidades de matéria prima.

Dispõe-se de 200 horas de máquina e 300 unidades de matéria prima.

Por razões contratuais, é preciso produzir no mínimo 20 unidades do produto A.

Formule o PPL que dê as quantidade que deve ser manufaturada de cada produto para se ter lucro máximo.

EXERCÍCIO 3

Um nutricionista precisa estabelecer uma dieta contendo, pelo menos 10 unidades de vitamina A, 30 unidades de vitamina B e 18 unidades de vitamina C.

Essas vitaminas estão contidas em quantidades variadas em 5 alimentos que chamaremos de S₁, S₂, S₃, S₄ e S₅.

O quadro seguinte dá o número de unidades das vitaminas A, B e C em cada unidade desses 5 alimentos, bem como seus custos, em reais, por unidade.

	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅
A	0	1	5	4	3
B	2	1	0	3	2
C	3	1	0	9	0
CUSTO	4	2	1	10	5

Formule o PPL que forneça as quantidades dos 5 alimentos que devem ser incluídos na dieta diária, a fim de encontrarmos esses teores de vitamina com o menor custo.

EXERCÍCIO 4

Problema da ração de custo mínimo: Determine a mistura ótima (de custo mínimo) que satisfaça as necessidades diárias da espécie em questão, a saber: pelo menos 0,8% mas não mais que 1,2% de cálcio, pelo menos 22% de proteína e no máximo 5% de fibra crua. A quantidade necessária de dieta por dia é de 100kg e não é possível estocar o produto. Os ingredientes usados são o cereal 1, farelo de cereal 2 e pasta de semente. A cujos custos (em u.m. por Kg) e conteúdos de nutrientes por ingredientes são dados no quadro abaixo:

Ingrediente	Cálcio	Proteína	Fibra	Custo
Pasta de Semente A	0,380	0,00	0,00	16,40
Cereal 1	0,001	0,09	0,02	46,30
Farelo de Cereal 2	0,002	0,50	0,08	12,50

Suponha ainda que limitações de natureza não nutritiva tais como abastecimento, textura ou viabilidade de transformação em pequenos pedaços são desprezíveis. Formule um Programa de Programação Linear (PPL)

EXERCÍCIO 5

Uma fábrica produz três artigos, que são processados em três diferentes estágios de produção. O tempo necessário para manufaturar uma unidade de cada um dos três produtos e a capacidade diária de produção dos estágios são dadas na tabela a seguir:

ESTÁGIO	PRODUTO 1	PRODUTO 2	PRODUTO 3	CAPACIDADE DE ESTÁGIO (MIN/DIA)
1	1	2	1	430
2	3	-	2	460
3	1	4	-	420

PRODUTO	1	2	3
LUCRO UNITÁRIO	R\$ 3,00	R\$ 2,00	R\$ 5,00

Sabendo-se que o mercado absorve toda a quantidade produzida, formule o PPL que determina quanto deve ser produzido de cada artigo, para maximizar o lucro.

EXERCÍCIO 6

Uma indústria plástica recebe uma demanda de 4 tipos de peças:

PEÇA P_i	P_1	P_2	P_3	P_4
DEMANDA	10000	8000	6000	6000

Essas peças podem ser faturadas em 3 máquinas: A, B, C.

Cada máquina tem disponível 50 horas para efetuar o processamento.

Os custos de operação das máquinas das máquinas A, B, C, por hora de operação são, respectivamente, R\$ 30,00, R\$ 50,00, R\$ 80,00 e a produção das peças por hora de trabalho são dadas de acordo com a seguinte tabela

PEÇA P_i	P_1	P_2	P_3	P_4
MÁQUINA A	300	250	200	100
MÁQUINA B	600	400	350	200
MÁQUINA C	800	700	600	300

Formule um PPL adequado para essa situação.

EXERCÍCIO 7

Um hospital trabalha com atendimento variável em demanda durante as 24 horas do dia. As necessidades distribuem-se de acordo com a tabela abaixo:

Turno de trabalho	Horário	Número mínimo de enfermeiros
1	08:00 – 12:00	50
2	12:00- 16:00	60
3	16:00- 20:00	50
4	20:00- 00:00	40
5	00:00- 04:00	30
6	04:00- 08:00	20

O horário de trabalho de um enfermeiro é de 8 h quando ele entra nos turnos 1,2,3,4 e 6. O enfermeiro que entra no turno 4 recebe gratificação de 50% sobre o salário. O enfermeiro que entra no turno 5 trabalha apenas 4 horas. Todos os enfermeiros ganham o mesmo salário.

Elaborar um modelo de programação linear que minimiza o gasto de mão de obra.

EXERCÍCIO 8

Uma firma tem três fábricas que distribuem sua produção para quatro depósitos. As capacidades semanais de produção e o custo médio de produção por mil unidades são dados no quadro abaixo.

Fábrica	Capacidade	Custo Médio (R\$)
1	2.200	83.000,00
2	3.400	78.000,00
3	1.800	94.000,00

Os custos de transporte entre as fábricas e os depósitos são dados no quadro a seguir (em\$ mil/mil unidades).

Fábrica	Depósito	1	2	3	4
1		26	30	54	43
2		45	35	30	52
3		53	32	41	20

Os pedidos semanais dos depósitos 1, 2, 3, 4 são respectivamente de 0,85 mil, 0,75 mil, 1,34 mil e 1,60 mil unidades do produto.

O problema da gerência é estabelecer a produção e a distribuição da semana de modo a minimizar o custo total de atender as solicitações dos depósitos. **Formule (PPL)**

EXERCÍCIO 9

O prefeito de um município industrializado recebeu uma incumbência da Câmara de Vereadores de instalar uma estação de tratamento para despoluir o rio da cidade que apresenta 4 índices em desacordo com o recomendado pela OMS conforme indicado no quadro a seguir

Índice	Valor Observado (g/m ³)	Valor Recomendado (g/m ³)
A	26	20 (max)
B	72	13 (max)
C	54	10 (max)
D	8	25 (mín)

A firma P quer elaborar uma proposta de concorrência para construção da estação com capacidade para 100 m³/h. A qualidade da água (em g/m³) e os custos (em \$/ m³) de cada um dos cinco processos disponíveis de tratamento são dados abaixo. A água tratada pelos diversos processos é reunida formando um produto cuja quantidade depende linearmente dos índices obtidos nos diversos tratamentos (inclusive de uma eventual fração não tratada que mantém os índices originais).

Índice			Processos		
	1	2	3	4	5
A	10	8	19	21	20
B	16	6	14	13	45
C	12	15	7	9	16
D	29	20	26	24	30
Custos	5,5	6,1	7,9	7,01	4,82

Formule PPL adequado.

EXERCÍCIO 10

. Uma empresa estatal de mineração opera uma mina com quatro túneis principais. O minério é transportado dos túneis para uma usina de moagem e extração de fósforo e enxofre. Os dados relativos dos túneis são:

	Túnel 1	Túnel 2	Túnel 3	Túnel 4
Produção máxima de minério (ton/mes)	650	1430	1760	380
Grau de fósforo	52	37	61	12
Grau de enxofre	8	29	4	47
Custo de extração (\$/ton. Minério)	460	340	390	430

Se o minério é moído “grosso”, a capacidade de moagem da usina é de 4.800 ton/mês. Neste caso, os índices de extração de P(fósforo) e S (enxofre) em processos posteriores são 91% e 73% respectivamente . Se o minério é moído “fino” a capacidade de moagem cai para 3600 ton/mês, mas os índices P e S aumentam para 96% e 88% respectivamente. O custo da moagem depende da textura: \$250/ton de minério moído “grosso e” \$405 para o “fino”.

A empresa tem o compromisso de produzir pelo menos 800 ton de P e 600 ton de S por mês para o mercado interno e o restante da produção pode ser colocada no mercado externo. Em qualquer caso, os preços FOB são de \$2400/ton de P e \$1900/ton de S Aborde o problema com o objetivo de maximizar a receita líquida..

EXERCÍCIO 11

. Um produto alimentício é obtido por refino de óleos brutos que então são misturados. Os óleos brutos podem ser vegetais (VEG) (2) e não-vegetais(NVEG) (3). Cada óleo pode ser comprado para entrega imediata (agosto) ou comprado em mês futuro para entrega no mês subsequente. Os preços agora e nos meses futuros (em \$/ton) são dados na tabela a seguir.

Mês	VEG1	VEG2	NVEG1	NVEG2	NVEG3
Ago	110	120	130	110	115
Set	130	130	110	90	115
Out	110	140	130	100	95
Nov	120	110	120	120	125
Dez	100	120	150	110	105
Jan	90	100	140	80	135

O produto final é vendido por \$150/ton. Óleos vegetais e não vegetais exigem processos distintos de refino e por mês não é possível refinar mais que 200 ton de vegetal e 250 ton de não vegetal.

Não há perda de peso do refino e o custo de refino pode ser considerado desprezível.

É possível estocar até 1000 ton de cada óleo bruto para ser usado posteriormente a um custo de \$5 ton/ mês.

Óleos já refinados e o produto final não podem ser estocados.

Existe uma restrição sobre a consistência do produto final (viscosidade), isto é, uma restrição tecnológica.

Em unidades de viscosidades, o produto final deve estar numa escala entre 3 a 6 e sabe-se que a viscosidade numa mistura é aditiva e proporcional à viscosidade dos componentes. No presente existem 500 ton de cada tipo de óleo em estoque e este nível deve ser mantido no final de janeiro

VEG1	VEG2	NVEG1	NVEG2	NVEG3
8,8	6,1	2,0	4,2	5,0
VISCOSIDADES DOS ÓLEOS BRUTOS				

Formule o PPL.

EXERCÍCIO 12

Duas ligas metálicas A e B são feitas de 4 metais distintos I, II, III, IV de acordo com a especificação ao lado.

Liga	Especificação
A	No máximo 80% de I No máximo 30% de II No mínimo 50% de IV
B	Entre 40 e 60% de II No mínimo 30% de III No máximo 70% de IV

Os quatro metais são extraídos de três minérios diferentes cujas as percentagens em peso destes metais, quantidades máximas dos minérios e custo por toneladas são tabuladas a seguir.

Minério	Quantidade	Componentes					Custo
	Máxima (ton)	I	II	III	IV	outros	
1	1000	20	10	30	30	10	30
2	2000	10	20	30	30	10	40
3	3000	5	5	70	20	0	50

Considerando que os preços de venda das ligas A e B são \$200/ton e \$300/ton respectivamente, formule um PPL que represente a situação.

EXERCÍCIO 13

Um CALL CENTER de uma empresa tem os seguintes requisitos mínimos de atendentes em dias normais de trabalho para manter uma qualidade de atendimento ao público. Cada atendente tem um turno de 8 horas de trabalho consecutivas. O salário varia de acordo com a hora do início do turno de trabalho conforme tabela dada. A empresa deseja saber quantas atendentes contratar de modo a manter o padrão desejado de qualidade ao menor custo possível.

PERÍODO	HORA DO DIA	NÚMERO MÍNIMO DE ATENDENTES
1	0:00-4:00	28
2	4:00-8:00	35
3	8:00-12:00	129
4	12:00-16:00	151
5	16:00-20:00	116
6	20:00-0:00	73

HORA INÍCIO TURNO	SALÁRIO(\$/MÊS)
0:00	18,90
4:00	17,80
8:00	15,10
12:00	15,10
16:00	16,80
20:00	18,10

Formule um PPL adequado

EXERCÍCIO 14

Uma refinaria compra quatro tipos de gasolina, mistura-os e produz três tipos de combustíveis. A tabela abaixo define as octanagens, disponibilidade e preço das gasolinas usadas:

Gasolina	Octanagem	Barris disponíveis (por dia)	Preços do barril (em Reais)
1	68	4000	31
2	86	5050	33
3	91	7100	36
4	99	4300	39

A próxima tabela descreve as octanagens mínimas, preços de venda e demandas de cada combustível produzido pela refinaria

Combustível	Octanagem Mínima	Preço de Venda	demanda
1	95	45	No máximo 10.000 por dia
2	90	43	Qualquer quantia
3	85	41	No mínimo 15.000 por dia

A companhia vende cada barril da gasolina **não usada** nos combustíveis a R\$39,00 se a octanagem é maior que 90 e R\$37,00 se a octanagem é menor que 90.

Formule o problema de se maximizar o lucro líquido diário como um problema de programação linear

EXERCÍCIO 15

A QUIMEX tem diagnosticado uma deterioração da sua imagem. É acusada, aliás com fundamento, de ser responsável pelos elevados níveis de poluição de rios.

A administração considera que chegou o momento de resolver o problema e encomendou por isso um estudo que tem por objetivo determinar a possibilidade de compatibilizar a redução ao normal da emissão de resíduos poluentes com os objectivos económicos definidos para o corrente exercício.

A QUIMEX produz três tipos de fertilizantes. O fertilizante A emite 50 unidades de resíduos tóxicos por tonelada produzida, o fertilizante B, 40 unidades por tonelada e o fertilizante C, 60 unidades por tonelada.

Os preços de venda são respectivamente para os fertilizantes A, B e C, de 20, 25 e 30 euros por tonelada. Os custos por tonelada são de 10 euros para o fertilizante A e 20 euros para os fertilizantes B e C.

Para que se cumpra o plano, o lucro mínimo mensal deve ser de 100 mil euros.

A empresa tem capacidade instalada para produzir 15 000 toneladas de fertilizante por mês e não pretende trabalhar a menos de 80% da capacidade. Não existem problemas de escoamento para qualquer um dos tipos de fertilizante.

Compromissos já assumidos obrigam a QUIMEX a entregar a um cliente 5 000 toneladas mensais de fertilizante A.

15.A) Formule o problema.

15.B) Considere agora a seguinte informação adicional: todo o fertilizante deve ser ensacado na semana em que é produzido. O ensacamento é feito no exterior em duas empresas subcontratadas. A capacidade disponível de cada uma das subcontratadas por semana (em toneladas ensacadas), no mês de Março, é dada pelos seguintes quadros:

SUBCONTRATADA 1				SUBCONTRATADA 2			
	A	B	C		A	B	C
1ª semana	1000	—	—	1ª semana	2000	—	1000
2ª semana	1000	1000	500	2ª semana	—	1000	500
3ª semana	—	1000	1000	3ª semana	—	1000	—
4ª semana	2500	—	—	4ª semana	3500	3000	5000

Que alterações terá que fazer ao modelo formulado na alínea anterior para integrar esta nova informação no planeamento da produção do mês de Março?