



Università degli studi di Milano-Bicocca

Facoltà di Fisica

Interferometro

Relazione di laboratorio

Gruppo T1 22

Lando Livio
Pievaioli Davide
Sandrelli Matteo

May 2025

1 Introduzione

In questa esperienza si studiano i fenomeni di interferenza condotti su due apparati differenti: l'interferometro di Fabry-Perot e quello di Michelson. I fasci di luce coerente, generati da un laser He-Ne, si ricongiungono dopo aver percorso cammini ottici differenti, formando delle figure di interferenza caratteristiche. Si verifica la legge dei massimi di interferenza, si calibra il micrometro in entrambe le configurazioni, si misurano gli indici di rifrazione dell'aria e del vetro, e si determina la lunghezza d'onda del laser tramite un reticolo a riflessione.

1.1 Strumenti a disposizione

Gli strumenti impiegati in questa esperienza sono:

- Laser He-Ne: sorgente luminosa monocromatica ($\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$), collimata e coerente.
- Banco ottico dell'interferometro PASCO OS-9255A: supporto per i componenti ottici.
- Porta lenti: con supporto magnetico.
- Specchio mobile: montato su un micrometro (sensibilità $1 \mu\text{m}$).
- Specchio regolabile.
- Lente da 18 mm FL: per far divergere il fascio laser.
- Beam splitter (per configurazione Michelson).
- Cella a vuoto con pompetta (per misura indice rifrazione aria).
- Lastra di vetro con supporto rotante (rotational pointer) (per misura indice rifrazione vetro).
- Righello metallico: utilizzato come reticolo a riflessione (passo $d = 1 \text{ mm} = 1000 \mu\text{m}$).
- Calibro e metro a nastro: per misure di distanze.
- Raspberry Pi e fotoresistenza: per conteggio frange.

1.2 Stima delle incertezze

1.2.1 Incertezza sulla misura delle distanze

Le distanze tra gli specchi, gli altri componenti ottici e lo schermo sono state misurate con metro a nastro e righello; per entrambi abbiamo assunto una sensibilità di:

$$\sigma_{\text{metro}} = \sigma_{\text{righello}} = 1 \text{ mm}$$

Per il micrometro dello specchio mobile, la sensibilità dichiarata è

$$\sigma_{\text{micrometro}} = 1 \mu\text{m}$$

1.2.2 Incertezza sul conteggio delle frange

Per il conteggio dello scorrimento delle frange abbiamo impiegato un microcontrollore Raspberry Pi Pico con una fotoresistenza collegata ai pin ADC. Il campionamento del segnale di intensità luminosa è avvenuto ogni 10 ms, con risoluzione ADC a 16 bit (range 0–65535). Il grafico Intensità–Tempo ottenuto permette di identificare chiaramente i picchi corrispondenti al passaggio di ogni frangia, come si può notare sotto:

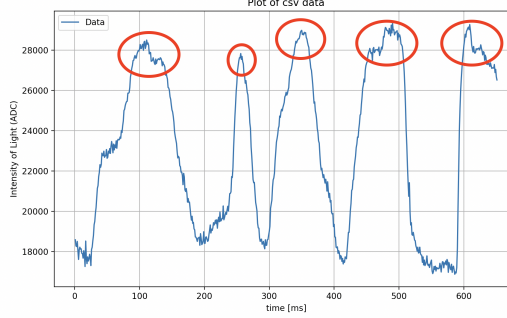


Figure 1: Esempio conteggio frange

Poiché il numero di frange contate cresce con l'intervallo di raccolta dati e il rumore di misura introduce qualche ambiguità nel riconoscimento dei massimi, abbiamo assunto un'incertezza di

$$\sigma_{\text{frange}} = 5 \text{ frange}.$$

2 Interferometro di Fabry-Perot

Nell'interferometro di Fabry-Perot, la luce proveniente da una sorgente laser incide su una cavità formata da due specchi piani, paralleli e parzialmente riflettenti, posti a una distanza d . La luce subisce riflessioni multiple all'interno della cavità. I raggi trasmessi interferiscono costruttivamente quando la differenza di cammino ottico tra raggi successivi è un multiplo intero della lunghezza d'onda. La condizione per i massimi di interferenza (frange luminose) per i raggi trasmessi è data da:

$$2nd \cos \theta_N + \frac{\delta_r \lambda}{2\pi} = N\lambda \quad (1)$$

dove n è l'indice di rifrazione del mezzo tra gli specchi (per l'aria $n \approx 1$), d è la distanza tra gli specchi, θ_N è l'angolo di inclinazione del raggio rispetto alla normale agli specchi per l' N -esimo massimo, λ è la lunghezza d'onda della luce, N è un numero intero (ordine del massimo), e δ_r è lo sfasamento totale introdotto dalle riflessioni. Assumendo che lo sfasamento δ_r sia costante la relazione può essere semplificata e linearizzata. Se inoltre si trascura l'effetto della rifrazione dell'aria ($n \approx 1$), si può scrivere:

$$\cos \theta_N = \frac{\lambda}{2d}N - \frac{\delta_r \lambda}{4\pi d} \quad (2)$$

Questa equazione ha la forma $y = ax + b$, con $y = \cos \theta_N$, $x = N$, $a = \frac{\lambda}{2d}$ e $b = -\frac{\delta_r \lambda}{4\pi d}$. Interpolando $\cos \theta_N$ in funzione di N , si può ricavare d .

Inoltre, spostando uno degli specchi di una distanza Δd , si osserva uno scorrimento di ΔN frange. La relazione è:

$$2n\Delta d \cos \theta = \Delta N \lambda \quad (3)$$

2.1 Verifica della legge dei massimi

Abbiamo misurato i raggi R_N di nove frange di interferenza proiettate su uno schermo posto a distanza $D = (127.7 \pm 0.1)$ cm dalla sorgente, che coincide con il fuoco della lente convergente. A partire da queste misure, abbiamo calcolato gli angoli di interferenza θ_N utilizzando la relazione:

$$\theta_N = \arctan \left(\frac{R_N}{D} \right),$$

propagando le incertezze. Successivamente, abbiamo calcolato $\cos \theta_N$, sempre tenendo conto della propagazione dell'errore.

Abbiamo quindi eseguito un'interpolazione lineare dei dati secondo la relazione 2:

$$\cos \theta_N = aN + b,$$

dove $a = \frac{\lambda}{2d}$ e $b = \frac{\delta_r \lambda}{4\pi d}$.

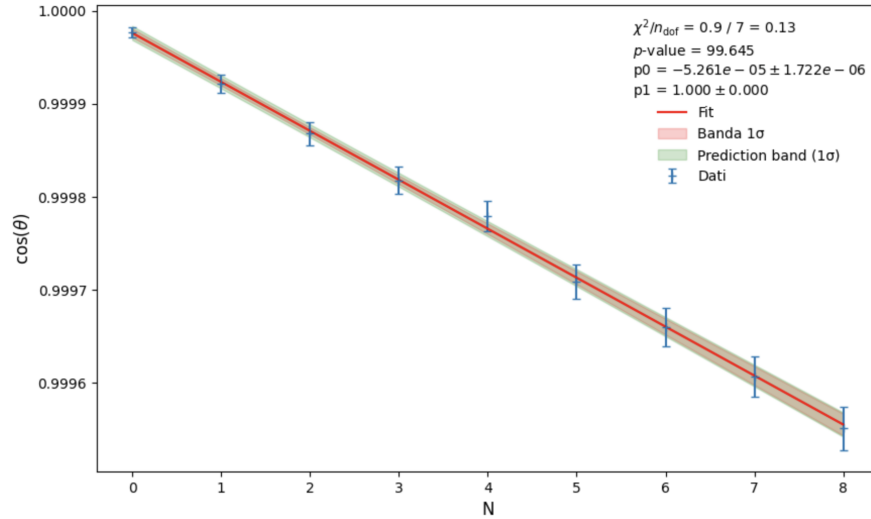


Figure 2: Interpolazione lineare di $\cos \theta$ in funzione dell'ordine N per l'interferometro di Fabry-Perot.

Dal coefficiente angolare a abbiamo ottenuto:

$$a = \frac{\lambda}{2d} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{2|a|},$$

assumendo $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, si ricava:

$$d = (6.014 \pm 0.196) \text{ mm}.$$

L'incertezza su d è stata ottenuta propagando l'errore sulla stima del coefficiente angolare a .

Il valore atteso per la distanza tra gli specchi dell'interferometro era:

$$d_{\text{att}} = (4.500 \pm 0.001) \text{ mm}.$$

Per confrontare i due valori abbiamo effettuato un test t , il quale ha restituito una compatibilità nulla (0%), indicando una discrepanza statisticamente significativa. Tale incompatibilità potrebbe derivare da diversi fattori sperimentali, tra cui:

- incertezze sistematiche nella misura dei raggi R_N ;
- un errore nella misura della distanza D ;
- un disallineamento degli specchi dell'interferometro (non perfetto parallelismo).

2.2 Calibrazione del micrometro (Fabry-Perot)

In questa parte dell'esperienza, abbiamo calibrato il micrometro misurando lo spostamento effettivo dello specchio mobile tramite il conteggio delle frange di interferenza, secondo la relazione teorica 3. Lo specchio è stato spostato di una quantità nominale:

$$\Delta d_{\text{att}} = (20 \pm 1) \mu\text{m}.$$

Durante questo spostamento, abbiamo contato il numero di frange ΔN che scorrevano al centro della figura d'interferenza (dove $\cos \theta \approx 1$), effettuando 5 misure indipendenti e calcolandone la media: $\overline{\Delta N} = 41$.

Il valore del coseno è stato verificato ponendo una fotoresistenza in corrispondenza di una frangia situata a distanza $R = (1.6 \pm 0.1) \text{ cm}$ rispetto al centro della figura, mentre la distanza dallo schermo al fuoco della lente convergente è risultata $D = (127.7 \pm 0.1) \text{ cm}$. Da questi valori si è ottenuto:

$$\theta = \arctan \left(\frac{R}{D} \right) \approx (0.0125 \pm 0.0008) \text{ rad}, \quad \cos \theta \approx 0.99992,$$

che giustifica l'approssimazione $\cos \theta \approx 1$.

Applicando la formula e propagando le incertezze, abbiamo ottenuto lo spostamento sperimentale:

$$\Delta d = (12.97 \pm 1.58) \mu\text{m}.$$

Il confronto tra Δd e Δd_{att} tramite un test t ha restituito una compatibilità del 2%, valore considerato scarsamente accettabile. La discrepanza potrebbe essere dovuta a errori sistematici nel conteggio delle frange, approssimazioni nell'angolo θ , o a un'eventuale non linearità del micrometro.

3 Interferometro di Michelson

Nell'interferometro di Michelson, un fascio di luce viene diviso in due da un beam splitter. I due fasci percorrono cammini ottici differenti, vengono riflessi da due specchi (uno fisso e uno mobile) e poi ricombinati dal beam splitter per produrre una figura di interferenza. La differenza di cammino ottico tra i due fasci è $2nL$, dove L è la differenza delle lunghezze dei due bracci e n l'indice di rifrazione. Se lo specchio mobile si sposta di una distanza $d_{\text{micrometro}}$, la variazione della differenza di cammino è $2nd_{\text{micrometro}}$. Ogni volta che questa variazione è pari a λ , si osserva lo scorrimento di una frangia:

$$2n \cdot d_{\text{micrometro}} = \Delta N \lambda \tag{4}$$

Per misurare l'indice di rifrazione n_{mezzo} di un mezzo (aria o vetro) di spessore s , si inserisce il mezzo in uno dei bracci. La variazione del cammino ottico dovuta all'introduzione del mezzo è $2s(n_{mezzo} - n_{aria})$. Se il mezzo è l'aria in una cella a vuoto e si varia la pressione, l'indice di rifrazione n_{aria} varia secondo: $n_{aria}(P) = mP + 1$

dove P è la pressione. La variazione del cammino ottico quando si passa dalla pressione P_i a P_f è: $2s(n_i - n_f) = 2sm(P_i - P_f) = 2sm\Delta P$. Questo causa uno scorrimento di ΔN frange:

$$2sm\Delta P = \Delta N\lambda \implies \Delta P = \frac{\lambda}{2sm}\Delta N \quad (5)$$

Per una lastra di vetro di spessore s e indice n_{vetro} , ruotata di un angolo $\Delta\theta$ rispetto alla perpendicolare al fascio, la variazione del cammino ottico è più complessa e coinvolge il percorso della luce attraverso la lastra. La relazione fornita è:

$$n_{vetro} = \frac{(2s - \Delta N\lambda)(1 - \cos(\Delta\theta))}{2s(1 - \cos(\Delta\theta)) - \Delta N\lambda} \quad (6)$$

3.1 Calibrazione del micrometro (Michelson)

Abbiamo ripetuto la calibrazione anche con la configurazione di Michelson, spostando lo specchio mobile della stessa quantità nominale:

$$\Delta d_{att} = (20 \pm 1) \mu\text{m},$$

e contando le frange ΔN rilevate tramite la fotoresistenza. La media delle 5 misure effettuate ha dato: $\overline{\Delta N} = 58$.

Per stimare $\cos\theta$, abbiamo posizionato la fotoresistenza in una frangia a distanza $R = (2.4 \pm 0.1)$ cm dal centro, mentre la distanza complessiva D tra la frangia e lo specchio mobile è stata calcolata come somma di due tratti: distanza schermo-beam splitter e beam splitter-specchio mobile, ottenendo $D = (130.2 \pm 0.1)$ cm.

Da questi dati abbiamo ricavato:

$$\theta = \arctan\left(\frac{R}{D}\right) = (0.02195 \pm 0.00004) \text{ rad}, \quad \cos\theta \approx 0.99976.$$

Applicando la relazione teorica dell'interferometro e propagando le incertezze, abbiamo ottenuto:

$$\Delta d = (18.35 \pm 1.27) \mu\text{m}.$$

Il confronto tramite t -test con il valore atteso ha restituito una compatibilità del 36%, accettabile dal punto di vista statistico. Tuttavia, confrontando il risultato con la calibrazione effettuata con Fabry-Perot, la compatibilità scende al 5%, suggerendo possibili differenze sistematiche tra le due configurazioni.

3.2 Indice di rifrazione dell'aria

3.2.1 Analisi dei dati mediante fit lineare

Lo scopo di questa parte dell'esperimento è determinare la relazione tra la variazione di pressione ΔP_k e la variazione del numero di frange ΔN_k osservate, per poter stimare l'indice di rifrazione dell'aria. Si procede quindi all'analisi dei dati $(\Delta P_k, \Delta N_k)$ tramite fit lineare. È stato eseguito un fit lineare dei dati utilizzando due modelli:

1. Modello lineare con intercetta: $\Delta N = A \cdot \Delta P + B$.
2. Modello lineare passante per l'origine: $\Delta N = A' \cdot \Delta P$.

Fit con modello lineare con intercetta $\Delta N = A \cdot \Delta P + B$:

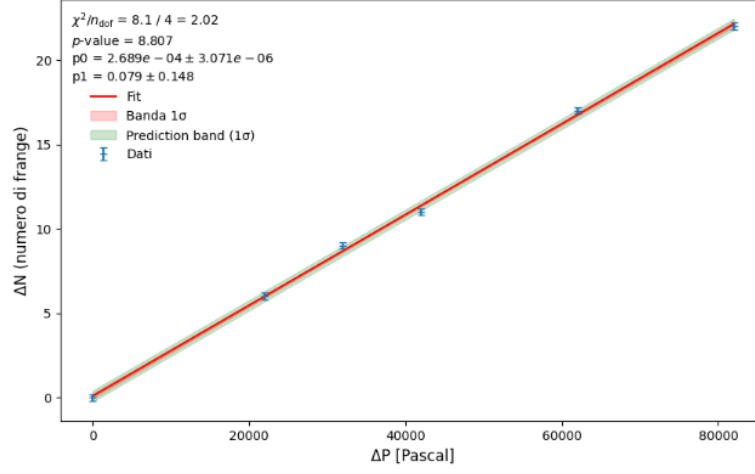


Figure 3: Fit lineare dei dati sperimentali

In prima istanza, si è considerato un modello lineare completo di intercetta. Il fit ha fornito i seguenti parametri:

- Coefficiente angolare $A = 2.6887 \times 10^{-4} \text{Pa}^{-1}$.
- Intercetta $B = 0.0786$ frange.

L'intercetta B risulta compatibile con zero, considerando la sua entità e l'incertezza associata (da riportare per una valutazione completa). Questa osservazione suggerisce che un modello passante per l'origine potrebbe essere fisicamente più appropriato, dato che ci si aspetta $\Delta N = 0$ per $\Delta P = 0$.

Fit con modello lineare passante per l'origine $\Delta N = A' \cdot \Delta P$:

Sulla base della considerazione precedente e della plausibilità fisica, è stato eseguito un fit con modello lineare forzato a passare per l'origine.

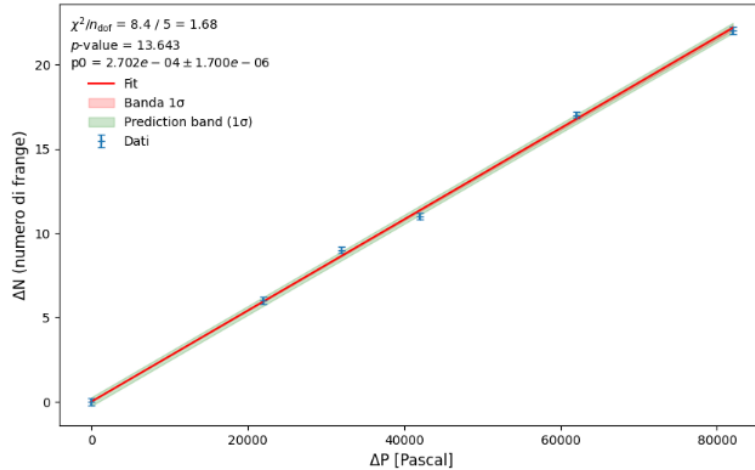


Figure 4: Fit lineare dei dati sperimentali

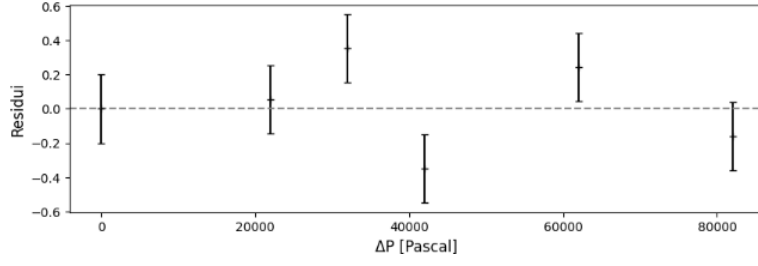


Figure 5: Residui normalizzati del fit lineare passante per l'origine mostrato in Figura. I residui appaiono distribuiti casualmente attorno allo zero, supportando la validità del modello.

Dal valore del χ^2_{red} e del P_{value} si evince che il modello passante per l'origine si adatta in modo accettabile ai dati sperimentali. I residui del fit (Figura 5) risultano ben distribuiti, supportando ulteriormente la validità del modello scelto. Un test t di compatibilità tra i coefficienti angolari A (dal fit con intercetta) e A' (dal fit passante per l'origine) ha fornito un p-value del 71.75 %. Questo indica che i due valori di pendenza sono statisticamente indistinguibili. Data questa equivalenza statistica e la più forte giustificazione fisica per un'assenza di variazione di frange a pressione invariata, si è scelto di procedere con il coefficiente A' ottenuto dal fit passante per l'origine per le successive determinazioni.

3.2.2 Calcolo dell'indice di rifrazione n_{aria}

Dal coefficiente angolare $A' = \frac{2d_{\text{aria}}m}{\lambda}$, dove d_{aria} è lo spessore della cella e λ la lunghezza d'onda della luce, si può ricavare il parametro m :

$$m = \frac{A'\lambda}{2d_{\text{aria}}} = \frac{2.7023 \times 10^{-4} \text{ Pa}^{-1} \cdot 6.328 \times 10^{-7} \text{ m}}{2 \cdot 3.0 \times 10^{-2} \text{ m}} = 2.8500 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$$

Utilizzando questo valore di m , si calcola l'indice di rifrazione dell'aria alla pressione atmosferica $P_{\text{atm}} = 101\,700 \text{ Pa}$:

$$n_{\text{aria,calc}} = m \cdot P_{\text{atm}} + 1 = 2.8500 \times 10^{-9} \text{ Pa}^{-1} \cdot 101\,700 \text{ Pa} + 1 = 1.000\,289\,85$$

Per una stima più accurata dell'incertezza su $n_{\text{aria,calc}}$, è necessario considerare l'incertezza sullo spessore della cella d_{aria} e l'effetto dell'incertezza sulla pressione σ_P sull'asse delle ascisse del fit. L'incertezza su d_{aria} è stata stimata considerando un possibile disallineamento angolare della cella $\theta_{\text{err}} \approx \frac{\pi}{36} \text{ rad}$, portando a $\sigma_{d,\text{aria}} \approx 1.14 \times 10^{-4} \text{ m}$. L'incertezza sulle misure di pressione σ_P può essere propagata sull'ordinata ΔN come $\sigma_{\Delta N, \text{prop}} = A' \cdot \sigma_P$. L'incertezza totale su ciascun punto ΔN diventa $\sigma_{\Delta N, \text{tot}} = \sqrt{\sigma_{\Delta N, \text{misurato}}^2 + (A'\sigma_P)^2}$. Considerando queste fonti di incertezza e propagando gli errori (assumendo che $A'' \approx A'$ dopo aver considerato $\sigma_{\Delta N, \text{tot}}$ nel fit), l'incertezza finale su $n_{\text{aria,calc}}$. Il calcolo fornisce $n_{\text{aria,calc}} = 1.000\,289\,85 \pm 2.10 \times 10^{-11}$. (Si nota che questa incertezza è estremamente piccola).

Confrontando il valore calcolato $n_{\text{aria,calc}} = 1.000\,289\,85 \pm 2.10 \times 10^{-11}$ con il valore atteso di letteratura $n_{\text{aria,atteso}} = 1.000\,293$: Un test t di compatibilità tra $n_{\text{aria,calc}}$ e $n_{\text{aria,atteso}}$ restituisce un p-value estremamente basso ($p \approx 1.2 \times 10^{-20}$), indicando una differenza statisticamente significativa. L'incertezza calcolata su $n_{\text{aria,calc}}$ appare sottostimata, probabilmente a causa di una sottostima delle incertezze

sperimentali individuali (es. σ_P , $\sigma_{\Delta N}$) o della forte correlazione imposta dal modello passante per l'origine che potrebbe non catturare appieno tutte le sorgenti di errore. La discrepanza, sebbene piccola in termini assoluti (circa 3.15×10^{-6}), è molto significativa rispetto all'incertezza propagata. Ciò suggerisce la possibile presenza di errori sistematici non considerati o una calibrazione non perfetta degli strumenti (es. manometro, misura dello spessore effettivo della cella d_{aria}).

3.2.3 Confronto qualitativo e fit con variabili scambiate

Nonostante la discrepanza quantitativa, è stato osservato che l'andamento di n_{aria} in funzione della pressione P , calcolato con il parametro m sperimentale, è qualitativamente simile a quello atteso, sebbene appaia leggermente traslato o con una pendenza leggermente diversa. Una visualizzazione dei valori di ΔN_k misurati rispetto a quelli che si otterrebbero utilizzando un m_{atteso} (derivato da $n_{aria,atteso}$) mostra che i valori sperimentali sono consistentemente inferiori a quelli predetti dal modello teorico basato sul valore di letteratura (Figura 6).

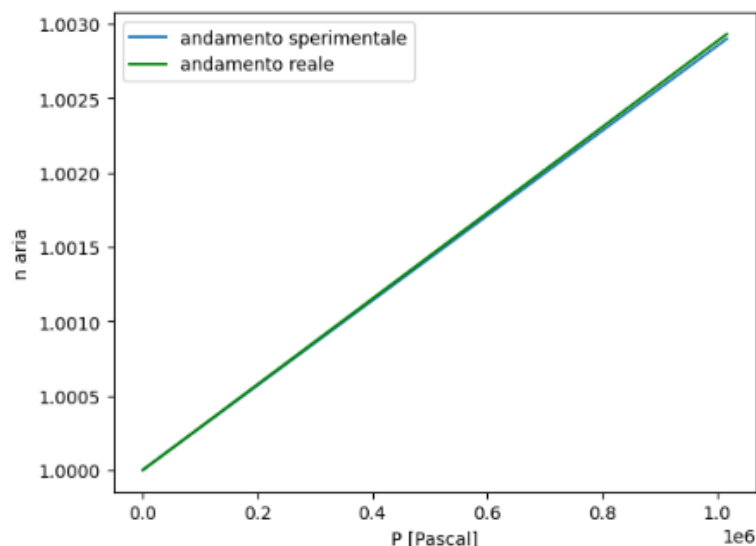


Figure 6: Confronto tra i dati sperimentali ΔN_k (punti) e l'andamento atteso

Infine, si è tentato di eseguire il fit scambiando le variabili dipendente e indipendente, cioè fittando $\Delta P = f(\Delta N)$. Questo approccio alternativo ha portato a un valore calcolato di n_{aria} che si discostava ancora maggiormente dal valore atteso e presentava una compatibilità peggiore. Tale risultato suggerisce che il modello $\Delta N = A' \cdot \Delta P$ è statisticamente e fisicamente più appropriato per l'analisi di questi dati, nonostante le discrepanze osservate che puntano a limiti nella modellizzazione delle incertezze o a effetti sistematici.

3.3 Indice di rifrazione del vetro

In questa sezione si estende l'analisi alla determinazione dell'indice di rifrazione n_{vetro} di una lastrina di vetro. La metodologia sperimentale prevede l'inserimento della lastrina, montata su un supporto rotante, nel cammino di uno dei bracci dell'interferometro di Michelson. L'obiettivo principale è misurare la variazione del cammino ottico indotta dalla rotazione della lastrina, quantificata attraverso il conteggio delle frange di interferenza che scorrono.

Inizialmente, si determina l'angolo θ_i per cui la lastrina è orientata perpendicolarmente al fascio laser. Tale orientamento corrisponde al punto in cui le frange di interferenza invertono la loro direzione di scorrimento durante la rotazione, indicando un estremo (minimo o massimo) del cammino ottico. Successivamente, la lastrina viene ruotata fino a un angolo finale θ_f . La variazione dell'angolo di incidenza $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$ causa uno scorrimento di un numero ΔN di frange.

I parametri strumentali noti e le costanti impiegate nell'analisi sono:

- Spessore della lastrina di vetro: $d = (4.80 \pm 0.10) \times 10^{-3} \text{ m}$
- Lunghezza d'onda del laser He-Ne: $\lambda = 0.6328 \times 10^{-6} \text{ m}$.

L'angolo iniziale θ_i è stato stimato mediante tre misure distinte; la loro media pesata fornisce:

$$\theta_i = (1.05 \pm 1.02) \times 10^{-2} \text{ rad}$$

L'incertezza associata a ciascuna misura di θ_i e agli angoli finali θ_f è stata valutata pari a 0.1° (circa $1.745 \times 10^{-3} \text{ rad}$). Di conseguenza, l'incertezza propagata sulla variazione angolare $\Delta\theta_k$ risulta $\sigma_{\Delta\theta} \approx 2.03 \times 10^{-3} \text{ rad}$ per tutte le misure. L'incertezza sul conteggio delle frange ΔN_k è stata inizialmente stimata come $\sigma_{\Delta N} = 1$ frangia.

Sono state condotte cinque serie di misure, registrando per ciascuna l'angolo finale $\theta_{f,k}$ e il corrispondente numero di frange scorse ΔN_k .

3.3.1 Metodo 1: Calcolo puntuale e Media Pesata

Per ciascuna coppia di dati sperimentali $(\Delta\theta_k, \Delta N_k)$, l'indice di rifrazione $n_{\text{vetro},k}$ è stato calcolato impiegando la relazione teorica che descrive il comportamento dell'interferometro con una lastrina inclinata:

$$n_{\text{vetro},k} = \frac{(2d - \Delta N_k \lambda)(1 - \cos(\Delta\theta_k))}{2d(1 - \cos(\Delta\theta_k)) - \Delta N_k \lambda} \quad (7)$$

L'incertezza $\sigma_{n,k}$ associata a ciascun valore $n_{\text{vetro},k}$ è stata determinata mediante la propagazione degli errori, tenendo conto delle incertezze su d , ΔN_k e $\Delta\theta_k$.

La stima finale dell'indice di rifrazione del vetro, ottenuta come media pesata dei singoli valori $n_{\text{vetro},k}$ (dove i pesi sono $w_k = 1/\sigma_{n,k}^2$), è:

$$n_{\text{vetro,pesato}} = \frac{\sum(n_{\text{vetro},k}/\sigma_{n,k}^2)}{\sum(1/\sigma_{n,k}^2)} = 1.5291$$

L'incertezza associata a tale media pesata è calcolata come:

$$\sigma_{n,\text{pesato}} = \sqrt{\frac{1}{\sum(1/\sigma_{n,k}^2)}} = 0.0215$$

Pertanto, il risultato ottenuto con questo primo metodo di analisi è $n_{\text{vetro,pesato}} = 1.531 \pm 0.024$.

3.3.2 Metodo 2: Fit non lineare

Un approccio alternativo per la stima dell'indice di rifrazione consiste nell'effettuare un fit non lineare sull'insieme dei dati sperimentali $(\Delta\theta_k, \Delta N_k)$. Il modello teorico

impiegato per il fit esprime la dipendenza di ΔN da $\Delta\theta$ e dall'indice di rifrazione n :

$$\Delta N(\Delta\theta; n) = \frac{2d(1 - \cos(\Delta\theta))(1 - n)}{\lambda(1 - \cos(\Delta\theta) - n)} \quad (8)$$

Ai fini di questo fit, le incertezze sui valori di ΔN_k , denotate con $\sigma_{\Delta N, k}$, sono state stimate pari a 0.6 frange. Questa stima, ridotta rispetto a quella iniziale di 1 frangia, si basa su una valutazione a posteriori della dispersione dei dati. Le incertezze su $\Delta\theta_k$ sono state considerate trascurabili o implicitamente inglobate nelle incertezze $\sigma_{\Delta N, k}$ equivalenti.

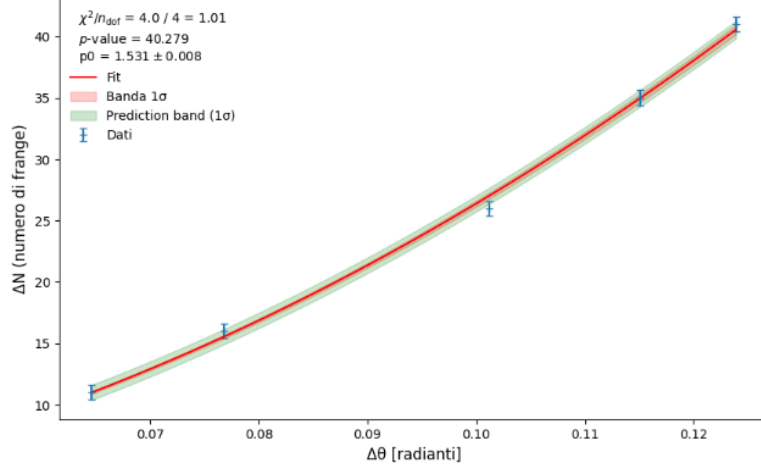


Figure 7: Fit dei dati sperimentali

I risultati del fit non lineare sono i seguenti:

- Indice di rifrazione stimato dal fit: $n_{\text{fit}} = 1.5315 \pm 0.0081$.

Come si evince dalla Figura 7 (e dai valori di $\chi^2/n_{\text{dof}} = 1.01$ e p-value $\approx 40\%$ lì riportati), il modello si adatta in modo soddisfacente ai dati sperimentali. Questa considerazione è ulteriormente supportata dalla distribuzione dei residui.

3.3.3 Confronto e Conclusioni

Confrontando le stime dell'indice di rifrazione del vetro ottenute con i due metodi analitici:

- Metodo 1 (Media Pesata): $n_{\text{vetro, pesato}} = 1.529 \pm 0.022$.
- Metodo 2 (Fit Non Lineare): $n_{\text{fit}} = 1.5315 \pm 0.0081$.

I due valori risultano compatibili tra loro, poiché i rispettivi intervalli di incertezza presentano una sovrapposizione. È da notare come il metodo del fit non lineare fornisca un'incertezza finale significativamente inferiore. Questo è un risultato atteso, dato che tale approccio sfrutta simultaneamente l'intera informazione contenuta nel dataset e modella esplicitamente la relazione funzionale tra ΔN e $\Delta\theta$.

È stato inoltre eseguito un test t per confrontare il valore $n_{\text{fit}} = 1.5310$ con un valore di riferimento (o stima iniziale) $n_{\text{esempio}} = 1.51$. Tale test ha restituito un p-value del 5.4%. Un p-value di questa entità suggerisce che, sebbene non vi sia

una forte evidenza statistica contro la compatibilità dei due valori (usando una tipica soglia di significatività del 5 %), la differenza osservata è marginalmente significativa. Ciò potrebbe indicare che il valore n_{esempio} non rappresenta la stima più accurata per il campione di vetro analizzato, oppure che sussistono piccole deviazioni sistematiche non completamente modellate.

In conclusione, sulla base delle analisi condotte, la stima più precisa dell'indice di rifrazione del vetro ottenuta in questa esperienza è $n_{\text{vetro}} = 1.5310 \pm 0.0078$, derivante dal metodo del fit non lineare.

4 Reticolo a Riflessione

Un reticolo di diffrazione è costituito da una serie di fenditure o solchi paralleli ed equidistanti. Quando la luce incide su un reticolo, si ha interferenza costruttiva in direzioni θ_N tali che:

$$d(\sin \theta_i - \sin \theta_N) = N\lambda \quad (\text{reticolo a riflessione}) \quad (9)$$

dove d è il passo del reticolo (distanza tra i solchi), θ_i è l'angolo di incidenza (rispetto alla normale), θ_N è l'angolo del massimo di ordine N (rispetto alla normale, preso con segno opposto a θ_i se dalla stessa parte della normale). Se gli angoli sono misurati rispetto alla superficie, la formula diventa $d(\cos \alpha - \cos \beta_N) = N\lambda$, dove α è l'angolo di incidenza e β_N l'angolo di diffrazione, entrambi misurati rispetto alla superficie del reticolo. Nel setup usato, misurando gli angoli θ_{inc} e θ_n rispetto alla direzione del raggio indeflesso e con il raggio riflesso specularmente come riferimento $N = 0$, la formula può essere adattata. Se θ_{inc} è l'angolo di incidenza e θ_n l'angolo del massimo di ordine N (entrambi misurati in modo che un aumento dell'angolo corrisponda a un allontanamento dalla normale agli specchi, e con N positivo per gli ordini da un lato e negativo dall'altro rispetto al riflesso speculare), e considerando la geometria del notebook:

$$passo \cdot (\cos \theta_{inc} - \cos \theta_{n,N}) = N\lambda \quad (10)$$

4.1 Misure e Analisi Dati

Nel corso dell'esperimento è stato utilizzato un righello millimetrato per misurare le posizioni dei massimi di diffrazione prodotti dal reticolo. A tal fine sono state definite due grandezze fondamentali:

- P_t : rappresenta la posizione del massimo centrale (ordine $n = 0$), ovvero il punto in cui il laser colpisce direttamente lo schermo senza essere deviato dal reticolo. Questo valore è stato misurato rispetto a un'origine fissa (il bordo del righello) ed è pari a $P_t = 4.065$ cm.
- P_n : indica la posizione del massimo d'ordine n , dove si osserva il fascio deviato secondo la legge della diffrazione. Anche questi valori sono stati misurati rispetto alla stessa origine usata per P_t

Per ogni massimo osservato, è stato poi calcolato l'angolo θ_n tramite la relazione

$$\theta_n = \arctan \left(\frac{P_n - P_t}{L} \right)$$

dove $L = 79$ cm è la distanza tra il reticolo e lo schermo. L'angolo d'incidenza θ_i è stato invece calcolato come:

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{P_t}{L}\right)$$

Queste angolazioni sono servite per ricavare il valore della lunghezza d'onda del laser tramite la legge (9) dove il passo del reticolo vale $1000 \mu\text{m}$.

L'angolo di incidenza θ_i del laser, calcolato a partire dalla posizione del massimo centrale, risulta:

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{P_0}{D}\right) = (0.05141 \pm 0.00013) \text{ rad}$$

Analogamente, sono stati calcolati gli angoli θ_n per ciascun massimo laterale tramite:

$$\theta_n = \arctan\left(\frac{P_n}{D}\right)$$

L'incertezza associata a ciascun angolo è stata propagata considerando gli errori su P_n e D secondo la formula:

$$\sigma_{\theta_n} = \frac{\sqrt{D^2 \sigma_{P_n}^2 + P_n^2 \sigma_D^2}}{D^2 + P_n^2}$$

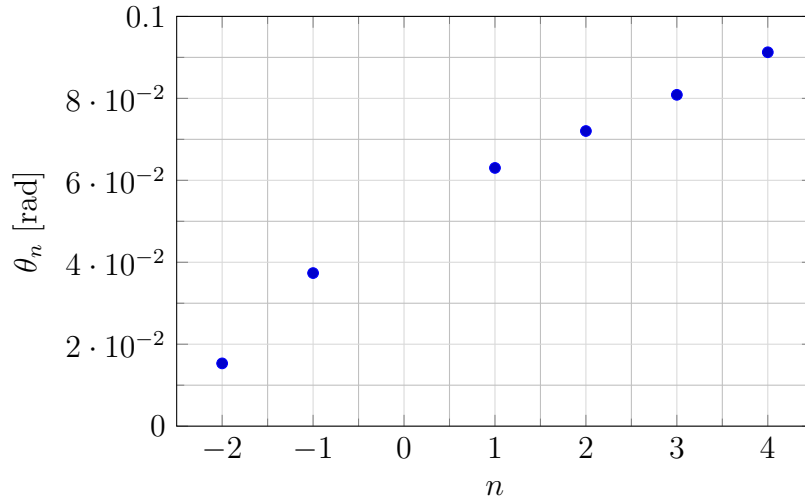


Figure 8: Andamento dell'angolo θ_n in funzione dell'ordine n .

Calcolo delle lunghezze d'onda

La lunghezza d'onda è stata calcolata, per ciascun ordine n , mediante la formula:

$$\lambda_n = \frac{d}{n} (\cos \theta_i - \cos \theta_n)$$

Sono stati calcolati anche i contributi di incertezza derivanti dalla propagazione degli errori angolari:

$$\sigma_{\lambda_n} = \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda_n}{\partial \theta_i} \sigma_{\theta_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda_n}{\partial \theta_n} \sigma_{\theta_n}\right)^2}$$

I valori ottenuti sono riassunti nel seguente grafico:

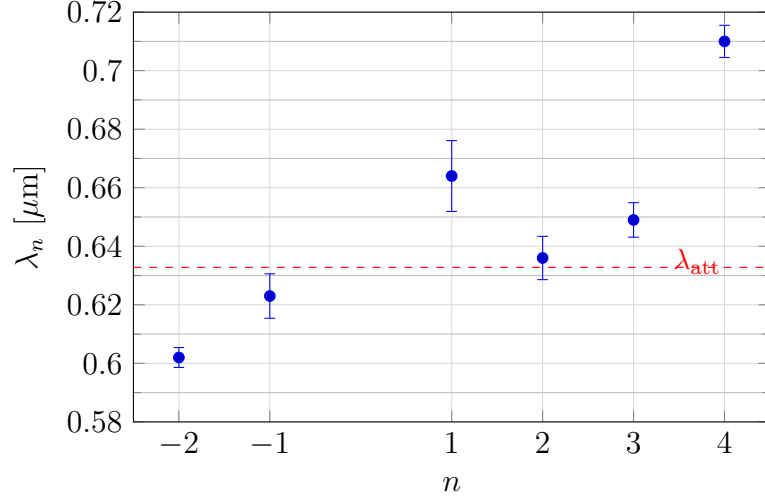


Figure 9: Lunghezza d'onda λ_n in funzione dell'ordine n . La linea rossa rappresenta il valore atteso $\lambda_{\text{att}} = 0,6328 \mu\text{m}$.

Media pesata e confronto con il valore atteso

È stata calcolata la media pesata delle λ_n utilizzando le rispettive incertezze:

$$\lambda = (0.635 \pm 0.002) \mu\text{m}$$

Il valore atteso per la lunghezza d'onda del laser è:

$$\lambda_{\text{att}} = 0.6328 \mu\text{m}$$

Per valutare la compatibilità tra valore sperimentale e atteso, è stato calcolato lo scarto normalizzato:

$$z = \frac{|\lambda - \lambda_{\text{att}}|}{\sigma_\lambda} = 0.97$$

Da cui si ottiene un *p-value* di:

$$p = 1 - \text{CDF}_{\mathcal{N}}(z) = 19.1\%$$

Conclusioni

Il valore della lunghezza d'onda ottenuto sperimentalmente risulta:

$$\lambda = (0.635 \pm 0.002) \mu\text{m}$$

Il confronto con il valore atteso ($\lambda_{\text{att}} = 0.6328 \mu\text{m}$) mostra una buona compatibilità, con un p-value pari al 19%, che indica che la differenza osservata è compatibile con le fluttuazioni statistiche attese. L'accordo tra teoria ed esperimento è dunque soddisfacente.

Le incertezze sono state trattate correttamente e il contributo dominante all'errore sulla lunghezza d'onda è dovuto alle incertezze angolari, legate principalmente alla precisione nella misura delle posizioni P_n sullo schermo. Migliorare la precisione delle misure spaziali, ad esempio usando uno strumento digitale, potrebbe ridurre significativamente l'incertezza sulla lunghezza d'onda.

Nel complesso, l'esperimento ha permesso di determinare in modo coerente e preciso la lunghezza d'onda del laser utilizzato.