



Università degli studi di Milano-Bicocca

Facoltà di Fisica

Circuiti 2

Relazione di laboratorio

Gruppo T1 22

Lando Livio
Pievaioli Davide
Sandrelli Matteo

March 2025

1 Introduzione

Gli obiettivi generali di questa esperienza sono comprendere il funzionamento dei circuiti RC e RL in corrente impulsata, analizzandone le risposte e misurandone le costanti caratteristiche (parte 1). Successivamente, esaminare il comportamento del circuito RLC in corrente impulsata, studiando la variazione nel tempo della differenza di potenziale (parte 2). Infine, realizzare un raddrizzatore di tensione per approfondire ulteriormente l'argomento (parte 3).

1.1 Strumenti a disposizione

Gli strumenti impiegati in questa esperienza sono:

- breadboard per il montaggio dei circuiti,
- resistenze, condensatori e induttori,
- multimetro palmare,
- generatore di tensione in grado di produrre un segnale a forma variabile (in particolare un'onda quadra),
- oscilloscopio per la visualizzazione e il campionamento della forma d'onda nel tempo,
- cursori dell'oscilloscopio per misurare le caratteristiche del segnale.

1.2 Stima delle incertezze

1.2.1 Incertezza sulla misura di tensione

Abbiamo notato che i valori di tensione letti dall'oscilloscopio variavano di:

$$\sigma = 0.05 \text{ V}$$

Assumendo tale sigma distribuita uniformemente, abbiamo calcolato la sigma gaussiana:

$$\sigma_{\Delta V} = \frac{2 \times 0.05}{\sqrt{12}}$$

1.2.2 Incertezza sulla misura di resistenza

Range	Risoluzione	Accuratezza
$\leq 600 \Omega$	0.1 Ω	$\pm 0.9\% + 2 \text{ digit}$
$\leq 6 \text{ k}\Omega$	0.002 k Ω	$\pm 0.9\% + 1 \text{ digit}$
$\leq 60 \text{ k}\Omega$	0.01 k Ω	$\pm 0.9\% + 1 \text{ digit}$
$\leq 600 \text{ k}\Omega$	0.1 k Ω	$\pm 0.9\% + 1 \text{ digit}$

Table 1: Specifiche del multimetro palmare per la misura di resistenze.

Per stimare l'incertezza sulla misura della resistenza R , abbiamo considerato l'accuratezza fornita dallo strumento come un intervallo di incertezza uniforme.

Da questa, abbiamo calcolato l'incertezza standard (gaussiana equivalente) secondo la relazione:

$$\sigma_R = \frac{b - a}{\sqrt{12}}$$

dove a e b rappresentano i limiti inferiore e superiore dell'intervallo determinato applicando l'accuratezza nominale allo specifico valore di R . Alla stima così ottenuta, è stata poi sommata la risoluzione dello strumento, che rappresenta il minimo passo rilevabile:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma_R + \text{risoluzione}$$

Questa procedura è stata applicata a ciascun intervallo di misura in base al valore di R considerato.

2 Circuiti RC e RL

Lo scopo della prima parte di questa esperienza di laboratorio è stato lo studio dell'andamento della differenza di potenziale ai capi della resistenza e della capacità (circuito RC), e della resistenza e dell'induttanza (circuito RL), in risposta a un segnale a onda quadra applicato al circuito. In questa sezione, analizziamo entrambi i circuiti, applicando il secondo principio di Kirchhoff per derivare le equazioni che descrivono il comportamento del sistema. Queste equazioni le abbiamo poi utilizzate nell'analisi dei dati per ottenere informazioni sulle costanti di tempo e altre proprietà dei circuiti.

2.1 Circuito RC

Nel circuito RC, durante il processo di carica, un generatore di tensione V_0 applica una tensione alla resistenza R e al condensatore C . Applicando la legge delle maglie di Kirchhoff al circuito, si ottiene l'equazione seguente:

$$R \cdot I + \frac{Q}{C} = V_0$$

dove I rappresenta la corrente nel circuito e Q è la carica accumulata nel condensatore. Poiché, durante la carica, il condensatore passa da una tensione iniziale pari a zero fino a raggiungere V_0 , la tensione ai suoi capi cresce esponenzialmente nel tempo. Risolvendo l'equazione differenziale risultante, otteniamo la relazione per la tensione ai capi della resistenza $V_R(t)$:

$$V_R(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove $\tau = R \cdot C$ è la costante di tempo del circuito.

Per l'esperimento, abbiamo realizzato un circuito RC sulla breadboard come mostrato in Figura 1, utilizzando un generatore di funzioni per fornire un segnale a onda quadra con frequenza f . La scelta della tensione e dell'offset del generatore ha permesso di simulare l'inversione di polarità, creando così una condizione sperimentale controllata. Utilizzando un oscilloscopio con due sonde, abbiamo misurato la tensione ai capi della resistenza e del condensatore nel circuito RC.

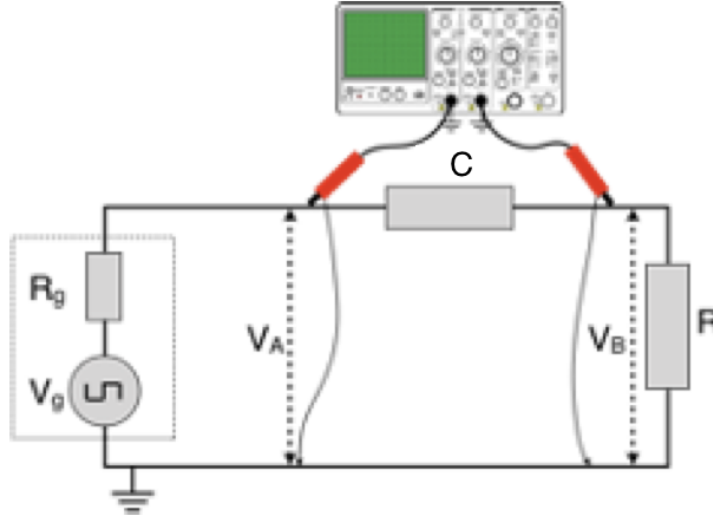


Figure 1: Schema del circuito RC.

2.1.1 Obiettivo

Lo scopo dell'esperimento è stato quello di campionare la forma d'onda tramite i cursori dell'oscilloscopio per interpolare la curva di carica e scarica secondo la legge prevista per il regime analizzato, permettendo di determinare la costante di tempo caratteristica del circuito. Conoscendo il valore della parte resistiva, l'analisi ha condotto al calcolo della capacità C .

2.1.2 Analisi dati

Abbiamo scelto una resistenza $R = (67 \pm 0.4) \text{ k}\Omega$, ben inferiore alla resistenza interna dell'oscilloscopio ($\sim 1 \text{ M}\Omega$), e una capacità $C_m = 10 \text{ nF}$, notevolmente superiore alla capacità d'ingresso dello strumento ($\sim 20 \text{ pF}$), per minimizzare l'influenza dei parametri interni sul circuito.

Impostata la frequenza f dell'onda quadra a 125.9 Hz e un'ampiezza picco-picco di $V_g = 2.019 \text{ V}$, abbiamo quindi raccolto i dati della caduta di potenziale sulla resistenza in funzione del tempo, permettendo l'interpolazione della curva di carica secondo la legge esponenziale:

$$V_R(t, V_0, \tau) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1)$$

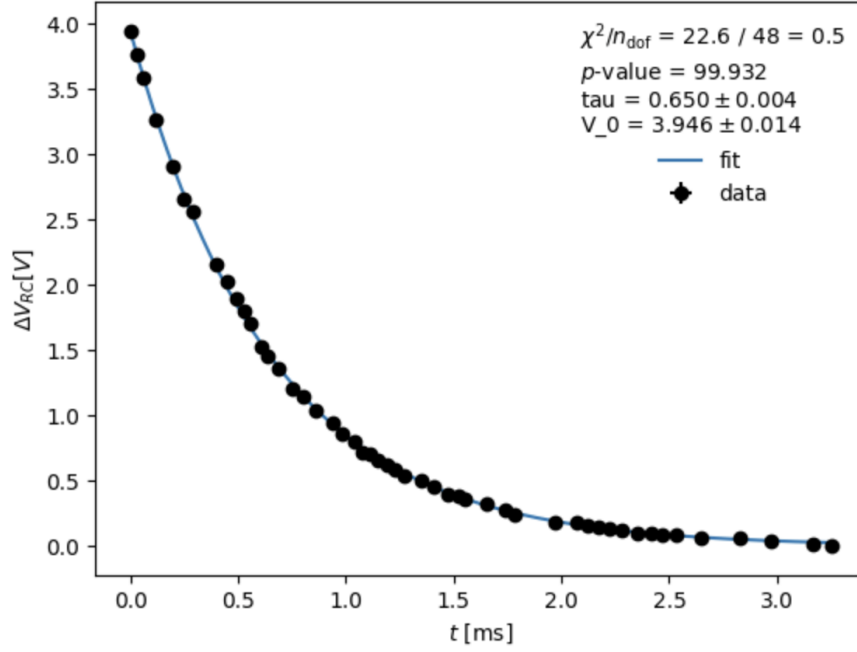


Figure 2: Processo di carica: fit V_R vs t .

La costante di tempo del circuito fittata risulta essere:

$$\tau = (65 \pm 0.004) \times 10^{-3} \text{ s},$$

da cui, propagando gli errori, ricaviamo il valore della capacità:

$$C = \frac{\tau}{R} = 9.587 \times 10^{-9} \text{ F} \pm 7.9 \times 10^{-11} \text{ F}.$$

Effettuando un t -test per confrontare questo valore con la misura della capacità ottenuta tramite il multimetro palmare ($C_m = 10 \text{ nF}$), si è riscontrata una compatibilità pari allo 0%, a causa del ridotto valore di σ_C . Riteniamo comunque soddisfacente il valore di C ottenuto dal fit.

Successivamente, abbiamo tracciato l'andamento della caduta di potenziale ai capi della capacità C durante il processo di carica (Figura 3). Questo è stato ottenuto applicando la *legge delle maglie di Kirchhoff* al circuito, secondo la quale:

$$V_C(t) = V_g - V_R(t)$$

.

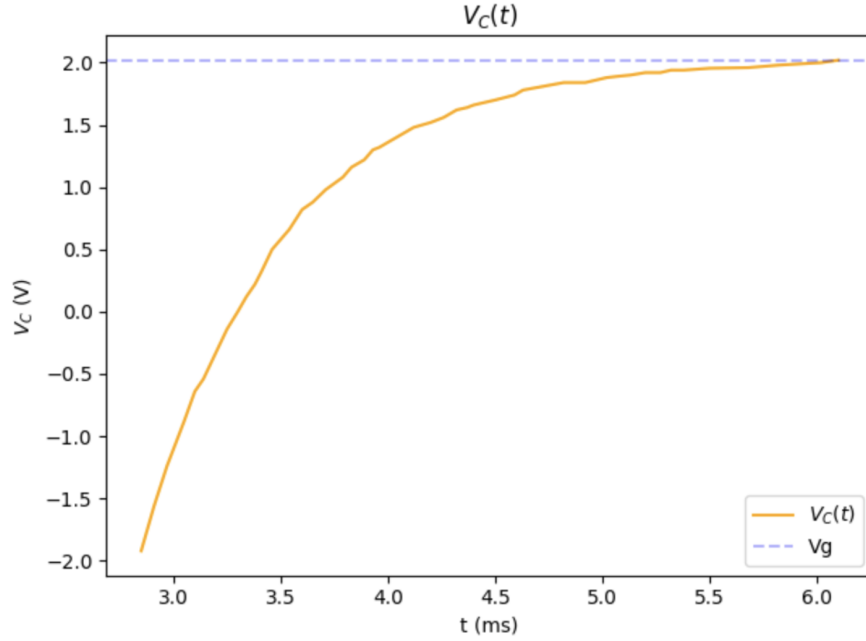


Figure 3: Processo di carica: V_C in funzione di t .

2.1.3 Osservazioni

- 1. Resistenza parassita del generatore R_g
La resistenza interna del generatore di funzioni R_g , che tipicamente ha un valore di 50Ω , si comporta come una resistenza in serie a R , aumentando la resistenza totale del circuito a $R_{\text{tot}} = R + R_g$. Di conseguenza, se non si tiene conto di R_g , si rischia di sovrastimare il valore della capacità, utilizzando la relazione $C = \tau/R$. Per verificare se fosse possibile trascurare l'influenza di R_g , abbiamo confrontato i valori di capacità ottenuti con le due relazioni: $C_1 = \tau/R$ e $C_2 = \tau/R_{\text{tot}}$, effettuando un $t - test$ tra di esse. Il risultato ha mostrato una compatibilità del 94.12%.
- 2. Metodo alternativo per la misura rapida della costante di tempo
Un metodo rapido per stimare la costante di tempo τ senza ricorrere al fit completo della curva consiste nell'individuare graficamente l'istante in cui la tensione ai capi del condensatore (o della resistenza) si riduce a una frazione nota del valore iniziale.
Infatti, considerando la legge di scarica:

$$V_R(t) = V_0 e^{-t/\tau},$$

ponendo $t = \tau$ si ottiene:

$$V_R(\tau) = \frac{V_0}{e} \approx 0.37 V_0.$$

Nel nostro esperimento, abbiamo assunto come valore iniziale:

$$V_0 = \max(V_R) = 3.94 \text{ V},$$

quindi

$$\frac{V_0}{e} \approx 1.45 \text{ V}.$$

Abbiamo quindi cercato, nei dati misurati, l'intervallo in cui la tensione V_R scende al di sotto di 1.45 V. Supponiamo che il valore misurato più vicino sia:

$$V_\tau = 1.46 \text{ V} \quad \text{al tempo} \quad t_\tau = 0.64 \text{ ms},$$

Pertanto, la stima rapida della costante di tempo è:

$$\tau \approx 0.645 \text{ ms}.$$

Abbiamo confrontato questo valore τ con il valore ottenuto tramite il fit completo della curva, τ_{fit} , per verificare la consistenza del metodo e abbiamo ottenuto una compatibilità del 14%.

2.2 Circuito RL

In questa seconda parte dell'esperienza, abbiamo esaminato il comportamento di un circuito RL, in cui l'induttanza L è collegata in serie con una resistenza R , come illustrato in Figura 4.

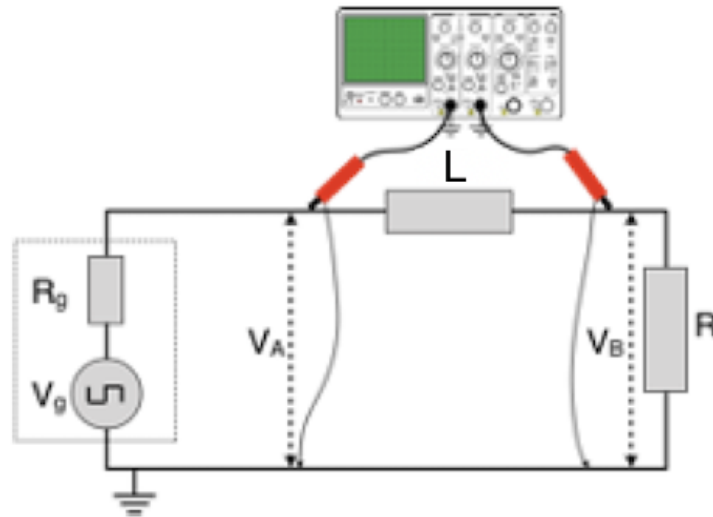


Figure 4: Schema di un circuito RL.

Nel circuito RL, la corrente I attraversa sia la resistenza R che l'induttanza L . Durante la carica, applicando il secondo principio di Kirchhoff alla maglia del circuito, otteniamo l'equazione differenziale:

$$R \cdot I + L \cdot \frac{dI}{dt} = V_0$$

Risolvendo questa equazione, si ottiene l'espressione per la tensione ai capi della resistenza $V_R(t)$, che descrive l'evoluzione della tensione durante il processo di carica:

$$V_R(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

2.2.1 Obiettivo

Anche in questo caso, l'obiettivo dell'esperimento è stato la determinazione della costante di tempo caratteristica del circuito. Successivamente, noto il valore della resistenza R del circuito, si è proceduto al calcolo del valore dell'induttanza L del sistema.

2.2.2 Analisi dati

Abbiamo mantenuto i valori di tensione del generatore V_g e della frequenza f utilizzati nel punto precedente, ma in questo caso abbiamo impiegato una resistenza $R = (2656 \pm 15) \Omega$. Inoltre, sono state effettuate due diverse interpolazioni dei dati sperimentali, seguendo le seguenti leggi:

$$V_R(t, \tau, V_g) = \left(\frac{R}{R + R_L} \cdot V_g \right) \left(1 - \frac{2 \cdot e^{-t/\tau}}{1 + e^{-T/(2\tau)}} \right) \quad (2)$$

$$V_R(t, \tau, V_0) = V_0 (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3)$$

Nell'equazione (2) abbiamo tenuto conto della resistenza interna dell'induttanza, misurata tramite il multimetro palmare, con un valore di $R_L = 52.1 \Omega$; mentre nell'equazione (3) tale resistenza non è stata considerata.

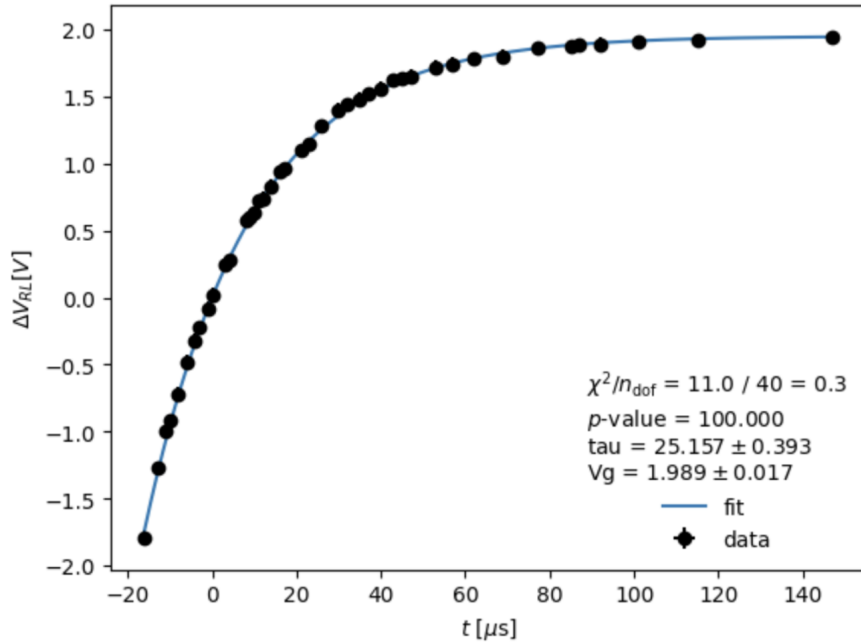


Figure 5: Fit con funzione (2) senza bias.

Dal fit in Figura 5 otteniamo il valore di $\tau_1 = (25.157 \pm 0.393) \mu s$.

Come ulteriore verifica della bontà dell'interpolazione, è stato effettuato un t -test tra il valore di V_g ottenuto dal fit e quello impostato direttamente sul generatore di funzioni, risultando in un livello di compatibilità pari al 7.6%.

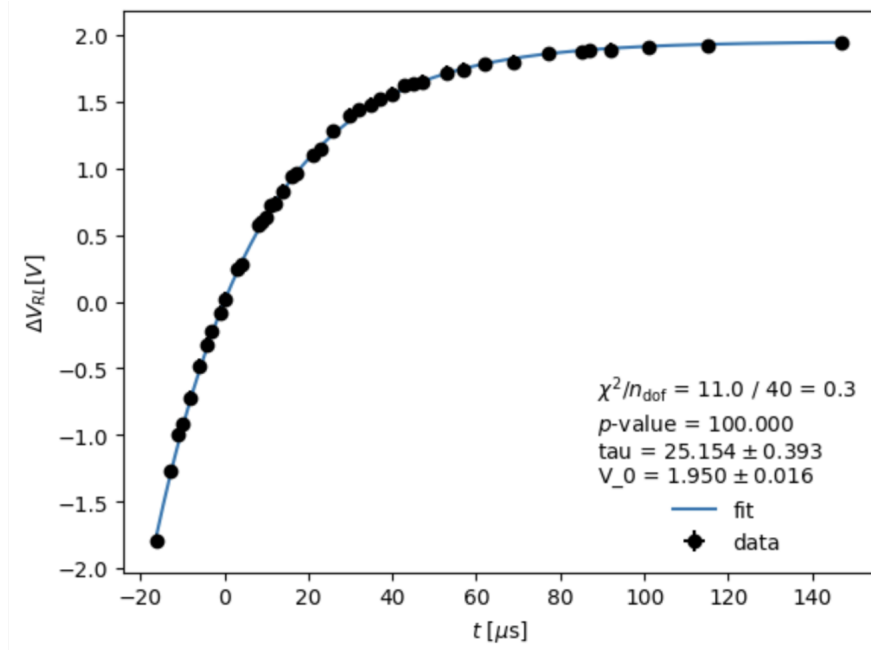


Figure 6: Fit con funzione (3) con bias.

Dal fit in Figura 6 otteniamo il valore di $\tau_2 = (25.154 \pm 0.393) \mu s$.

Abbiamo quindi calcolato il valore dell'induttanza L , a partire dalla relazione:

$$\tau = \frac{L}{R_{\text{tot}}}$$

dove τ è la costante di tempo ottenuta dal fit e $R_{\text{tot}} = R + R_L$ rappresenta la resistenza totale del circuito, comprensiva della resistenza R_L interna all'induttanza. I valori ottenuti per l'induttanza sono:

$$L_1 = (6.81284 \pm 0.01129) \times 10^{-2} \text{ H} \quad \text{e} \quad L_2 = (6.81203 \pm 0.01128) \times 10^{-2} \text{ H}$$

Il $t - test$ tra i due risultati ha restituito una compatibilità del 99.59%, confermando l'affidabilità dei metodi di interpolazione utilizzati.

Infine, abbiamo rappresentato l'andamento della caduta di potenziale ai capi dell'induttanza L durante il processo di scarica (Figura 7). Tale andamento è stato ottenuto applicando la *legge delle maglie di Kirchhoff* al circuito, secondo cui:

$$V_L(t) = V_g - V_R(t)$$

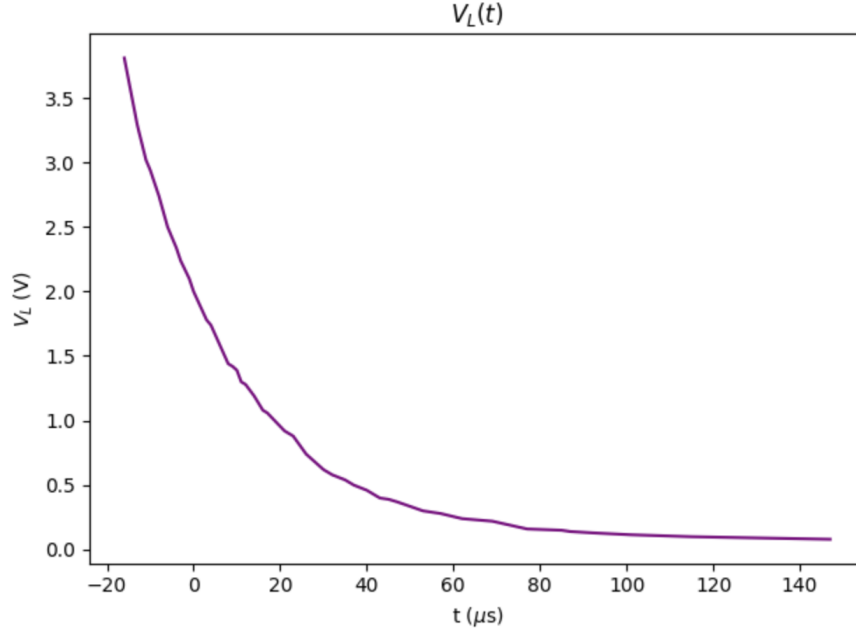


Figure 7: Processo di carica: V_L in funzione di t .

2.2.3 Osservazioni

- 1. Resistenza parassita dell'induttanza R_L

Nel nostro caso, la resistenza interna dell'induttanza, $R_L = 52.1 \Omega$, è stata misurata con un multimetro palmare e inclusa nella funzione (2) della prima interpolazione. Tuttavia, l'influenza di questa resistenza si è rivelata trascurabile, come confermato dal $t - test$ tra le induttanze L_1 e L_2 . Nonostante ciò, la resistenza interna dell'induttanza potrebbe avere un impatto nelle misure più precise, specialmente in circuiti con valori di R e R_L simili o in presenza di frequenze più alte.

- 2. Metodo rapido per determinare la costante di tempo τ

Per determinare la costante di tempo τ nel circuito RL in modo rapido, abbiamo utilizzato la proprietà della scarica esponenziale della tensione ai capi della resistenza. La tensione $V_R(t)$ segue la legge:

$$V_R(t) = V_0 (1 - e^{-t/\tau})$$

dove V_0 è il valore massimo della tensione ai capi della resistenza, e τ è la costante di tempo. Il metodo rapido consiste nell'individuare il tempo in cui la tensione raggiunge il 63% del valore massimo, ossia $0.63 \cdot V_0$, che corrisponde al tempo τ del circuito.

Il calcolo è stato eseguito tramite interpolazione lineare tra i dati di tensione V_R e il tempo t , utilizzando la relazione:

$$t_\tau = t_1 + \frac{(V_\tau - V_1) \cdot (t_2 - t_1)}{V_2 - V_1}$$

dove $V_\tau = 0.63 \cdot V_0$ è il valore corrispondente al 63% di V_0 , e i punti (t_1, V_1) e (t_2, V_2) sono quelli adiacenti al punto in cui si verifica V_τ .

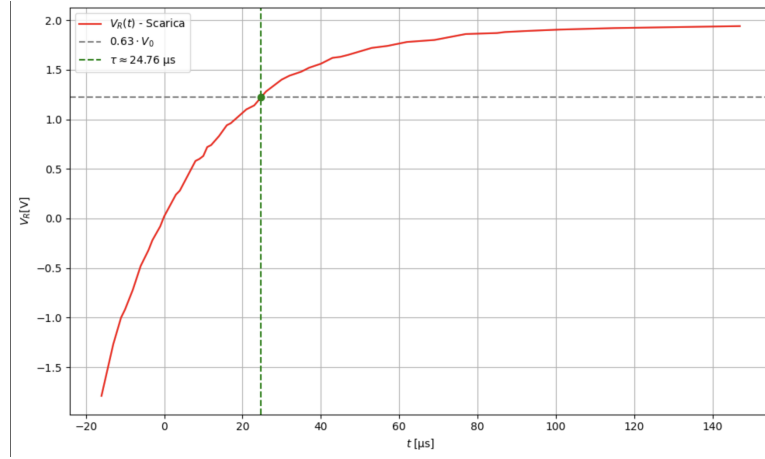


Figure 8: Determinazione della costante di tempo τ nel circuito RL.

Dal grafico (8) si può osservare che il valore di τ stimato tramite questo metodo rapido è risultato essere circa $\tau \approx 24,76 \mu s$.

Per verificare l'affidabilità di questo metodo, abbiamo effettuato un t-test tra il valore di τ ottenuto dal fit precedente e quello appena calcolato. Il risultato ha mostrato una compatibilità del 32%.

3 Circuiti RLC

In questa parte dell'esperimento abbiamo ricreato un circuito RLC, ossia un circuito elettrico costituito da una resistenza R , un'induttanza L e una capacità C , collegati in serie. Lo studio di questi circuiti è fondamentale in elettronica e fisica per comprendere il comportamento delle oscillazioni elettriche e il loro smorzamento.

L'equazione differenziale che descrive la tensione in un circuito RLC serie è data da:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (4)$$

dove q è la carica nel condensatore. Se riscriviamo l'equazione in termini di tensione e consideriamo la soluzione per V_R , otteniamo tre possibili casi a seconda del valore del fattore di smorzamento $\gamma = \frac{R}{2L}$ rispetto alla pulsazione naturale $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Circuito sottosmorzato ($\gamma < \omega_0$)

In questo caso il sistema è in grado di oscillare prima che l'energia si dissipi completamente. La soluzione per la tensione ai capi della resistenza è:

$$V_R(t) = V_0 e^{-\gamma t} \sin(\beta t) \quad (5)$$

dove $\beta = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ rappresenta la pulsazione della componente oscillatoria. Questa soluzione descrive un'oscillazione smorzata con una frequenza inferiore a quella naturale.

Circuito sovrasmorzato ($\gamma > \omega_0$)

Se lo smorzamento è molto elevato, il sistema non oscilla e la tensione decade esponenzialmente senza attraversare lo zero. La soluzione è:

$$V_R(t) = V_0 e^{-\gamma t} (e^{\beta t} - e^{-\beta t}) \quad (6)$$

dove $\beta = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$. Qui la risposta è la sovrapposizione di due esponenziali con costanti di tempo diverse.

Circuito con smorzamento critico ($\gamma = \omega_0$)

Quando lo smorzamento è esattamente critico, il sistema torna all'equilibrio nel minor tempo possibile senza oscillare. La soluzione assume la forma:

$$V_R(t) = Ate^{-\gamma t} \quad (7)$$

dove A è una costante determinata dalle condizioni iniziali. In questo caso la risposta è caratterizzata da un decadimento più rapido rispetto al caso sovrasmorzato, ma senza oscillazioni.

Queste soluzioni sono ottenute risolvendo l'equazione differenziale caratteristica del circuito e applicando le condizioni iniziali di raccordo, come nei punti precedenti. Il comportamento di un circuito RLC dipende fortemente dal valore del rapporto R/L e dalla capacità C , che determinano il regime di smorzamento.

3.1 Obiettivo

L'obiettivo di questo esperimento, come anticipato nel punto precedente, è stato quello di creare i tre circuiti variando la resistenza R a seconda del rapporto fra γ e ω_0 . Questo è stato fatto calcolando la R di soglia ponendo $\gamma = \omega_0$. In questo modo abbiamo ottenuto $R_{\text{soglia}} = 5331 \Omega$.

3.2 Sottosmorzato

Per il circuito sottosmorzato abbiamo usato $R = 266.6 \Omega$ in modo che $\gamma < \omega_0$. Dalle nostre misure abbiamo fittato i dati con la formula (2):

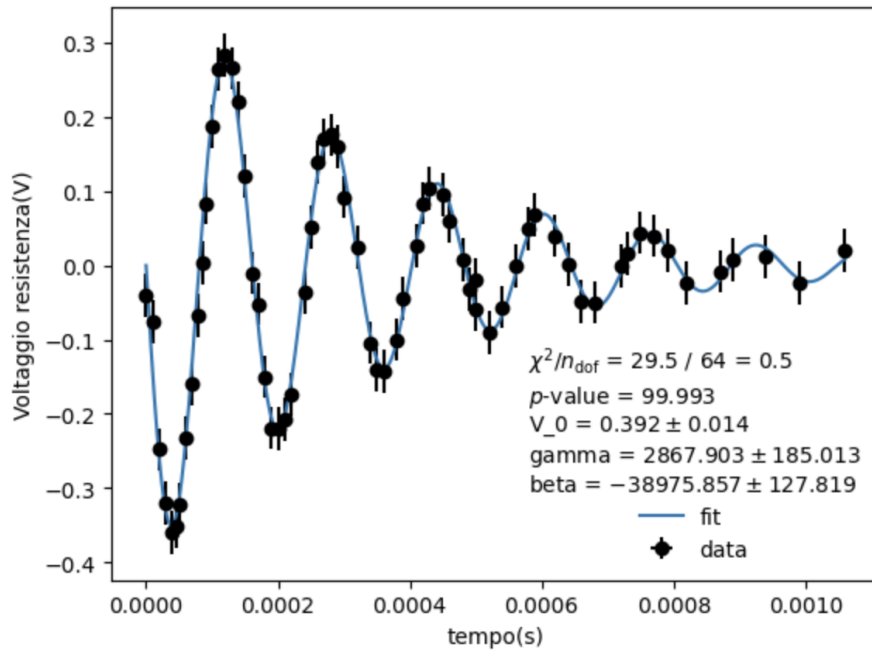


Figure 9: Fit del circuito sottosmorzato con i dati sperimentali.

Come si può vedere sulla Figura 9 il fit viene molto bene con un p_{value} molto alto che indica la bontà di adattamento dell'interpolazione.

Per il circuito sottosmorzato, i parametri teorici previsti per γ e β sono stati calcolati come:

$$\gamma_{\text{expected}} = \frac{R + R_L}{2L} \quad (8)$$

con propagazione dell'errore:

$$\sigma_{\gamma_{\text{expected}}} = \left| \frac{1}{2L} \right| \sigma_R + \left| \frac{R}{2L^2} \right| \sigma_L \quad (9)$$

La pulsazione naturale è data da:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (10)$$

con errore propagato:

$$\sigma_{\omega_0} = \left| -\frac{1}{2} L^{-3/2} C^{-1/2} \right| \sigma_L + \left| -\frac{1}{2} C^{-3/2} L^{-1/2} \right| \sigma_C \quad (11)$$

Infine, il valore atteso di β è:

$$\beta_{\text{expected}} = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma_{\text{expected}}^2} \quad (12)$$

con errore propagato:

$$\sigma_{\beta_{\text{expected}}} = \frac{1}{2} (\omega_0^2 - \gamma_{\text{expected}}^2)^{-1/2} (2\omega_0 \sigma_{\omega_0} - 2\gamma_{\text{expected}} \sigma_{\gamma_{\text{expected}}}) \quad (13)$$

I valori ottenuti sperimentalmente sono compatibili con questi risultati teorici, come verificato dai due t-test svolti per i due parametri da cui abbiamo ottenuto per entrambi un $p_{\text{value}} > 5\%$.

3.3 Sovrasmorzato

Per il circuito sovrasmorzato, abbiamo utilizzato una resistenza $R = R_{\text{sovr}}a$ tale che il parametro di smorzamento soddisfi la condizione $\gamma > \omega_0$. In questo regime, la soluzione dell'equazione differenziale del circuito RLC prende la forma:

$$V_R(t) = V_0 e^{-\gamma t} (e^{\beta t} - e^{-\beta t}), \quad (14)$$

dove i parametri γ e β sono definiti come:

$$\gamma_{\text{expected}} = \frac{R + R_L}{2L}, \quad \beta_{\text{expected}} = \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}, \quad (15)$$

con $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Abbiamo calcolato anche le incertezze su questi parametri considerando la propagazione degli errori:

$$\sigma_{\gamma_{\text{expected}}} = \left| \frac{\partial \gamma}{\partial R} \right| \sigma_R + \left| \frac{\partial \gamma}{\partial L} \right| \sigma_L, \quad (16)$$

$$\sigma_{\beta_{\text{expected}}} = \left| \frac{\partial \beta}{\partial \gamma} \right| \sigma_{\gamma} + \left| \frac{\partial \beta}{\partial \omega_0} \right| \sigma_{\omega_0}. \quad (17)$$

Abbiamo quindi eseguito un fit sui dati sperimentali utilizzando la funzione teorica (2). Il risultato del fit è mostrato in Figura 10, dove si può notare che i dati non seguono perfettamente la curva teorica.

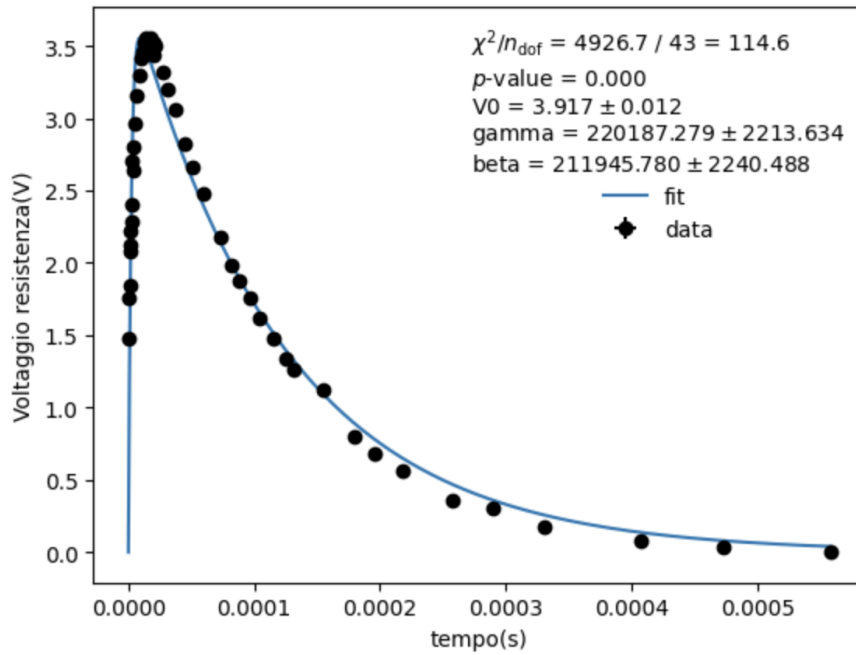


Figure 10: Fit del circuito sovrasmorzato. Si nota una discrepanza tra il modello teorico e i dati sperimentali.

Per verificare la bontà del fit, abbiamo analizzato i residui, riportati in Figura 11. Come si può osservare, i residui non oscillano attorno allo zero in maniera casuale, suggerendo che il modello utilizzato non descrive adeguatamente i dati sperimentali. Inoltre, il valore di χ^2 normalizzato è elevato, e il p -value risultante è inferiore al 5%, indicando che il fit non è affidabile.

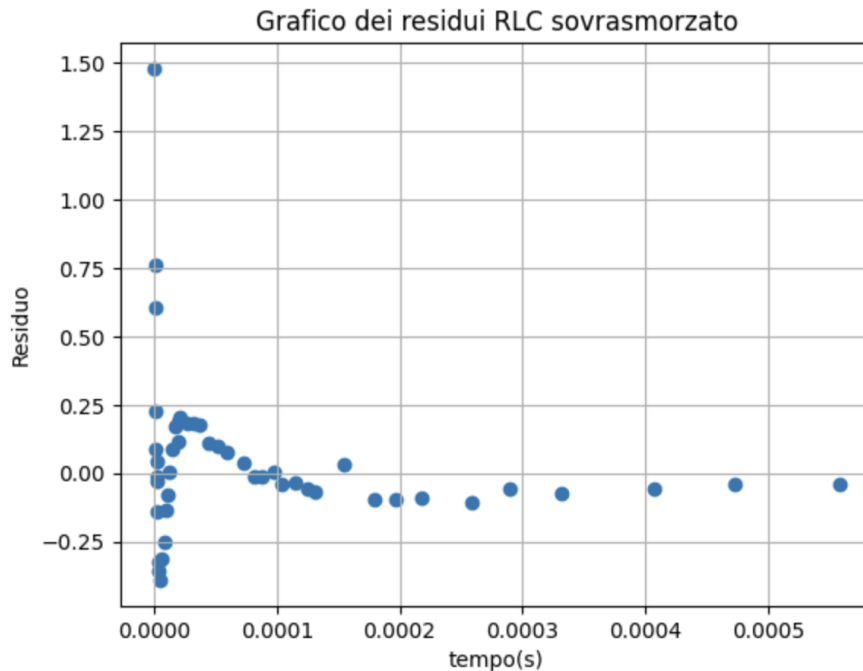


Figure 11: Grafico dei residui per il circuito sovrasmorzato. Si nota un andamento sistematico dei residui, segno che il modello teorico non rappresenta adeguatamente i dati.

Abbiamo inoltre confrontato i parametri ottenuti dal fit con quelli attesi at-

traverso un test t , ottenendo un valore di probabilità inferiore al 5%, confermando la discrepanza tra il modello teorico e i dati sperimentali.

3.4 Smorzamento critico

L'oscillazione critica si verifica quando il circuito RLC si trova nella condizione di smorzamento critico, ovvero quando il valore di γ è uguale alla pulsazione naturale ω_0 . In questa condizione, il sistema torna all'equilibrio nel minor tempo possibile senza oscillazioni.

Per determinare il valore atteso di γ , utilizziamo la relazione:

$$\gamma_{\text{expected}} = \frac{R_{\text{soglia}} + R_L}{2L}$$

e, considerando la propagazione degli errori, otteniamo:

$$\gamma_{\text{expected}} = (\gamma_{\text{expected}} \pm \sigma_\gamma)$$

Nel grafico riportato in Figura 12, si mostra il fit ottenuto dai dati sperimentali. In questo caso, il valore di χ^2/n_{dof} risulta accettabile, con un p-value superiore al 5%, indicando una buona compatibilità del modello con i dati sperimentali.

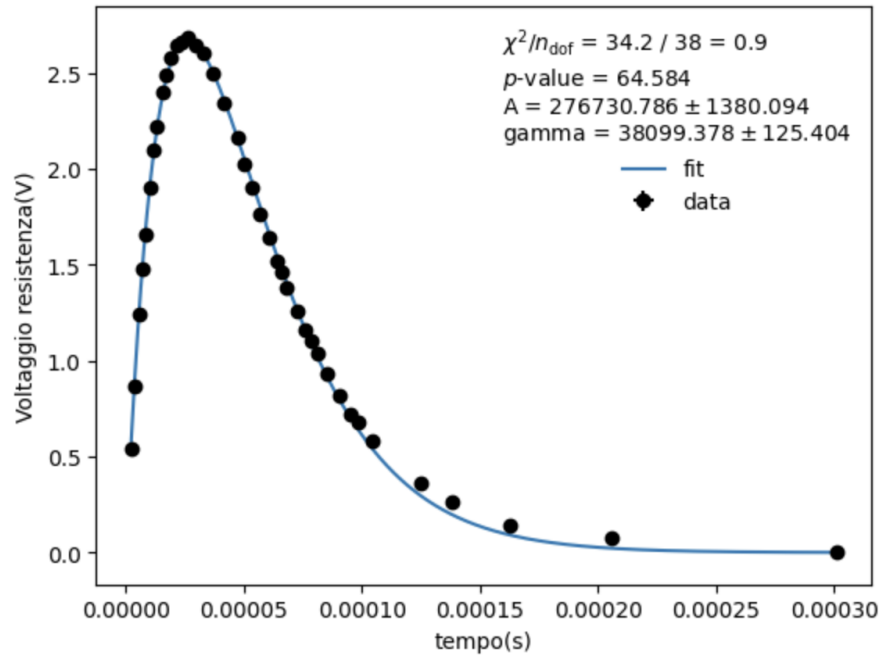


Figure 12: Fit della tensione nel caso di oscillazione critica.

Abbiamo confrontato il valore di γ ottenuto dal fit con quello atteso, eseguendo un test t-student per verificarne la compatibilità. Il test ha restituito un p-value pari al 6%, confermando che la discrepanza tra i due valori può essere attribuita alle fluttuazioni statistiche e che il modello scelto descrive adeguatamente il fenomeno osservato.

3.5 Conclusioni

Come si è potuto notare precedentemente, abbiamo ottenuto risultati accettabili per tutti i circuiti, tranne quello sovrasmorzato, dal quale abbiamo ricavato dei parametri completamente discostati da quelli reali:

Parametro	Sottosmorzato	Sovrasmorzato	Critico
γ_{fit}	2867.9 ± 185.0	220187.28 ± 2213.63	38099.4 ± 125.4
γ_{expected}	2641.45 ± 34.24	87363 ± 1445	39516 ± 733
β_{fit}	38975.86 ± 127.82	211945.78 ± 2240.49	-
β_{expected}	39061.4 ± 342.7	78109 ± 1625	-
$p\text{-value fit}$	99.993%	0.000%	64.584%

Table 2: Confronto tra i parametri 'fittati' e 'attesi' per le tre condizioni di smorzamento.

Proprio per questo motivo, i t-test presentati nella sezione 3.3 hanno restituito p-value prossimi allo zero, indicando una forte incompatibilità tra i dati e il modello ottenuto tramite fit. Alla luce di questi risultati, abbiamo formulato le seguenti ipotesi:

- **Incertezza strumentale crescente con l'aumento della resistenza.** All'aumentare del valore della resistenza (in questo caso $R = 11850 \Omega$), abbiamo osservato una maggiore instabilità nei dati acquisiti tramite l'oscilloscopio: i segnali risultavano più rumorosi e le fluttuazioni di tensione più marcate. Nonostante ciò, non abbiamo aumentato significativamente le incertezze σ_V , in quanto ciò portava a un χ^2 ridicolmente basso, indicando un'evidente sovrastima delle incertezze stesse. Per mantenere coerenza con le altre misure, abbiamo quindi mantenuto le stesse σ_V utilizzate negli altri circuiti.
- **Possibile malfunzionamento della resistenza.** Non possiamo escludere che la resistenza utilizzata fosse difettosa o danneggiata, compromettendo il comportamento del circuito. Questo potrebbe aver introdotto deviazioni sistematiche nel comportamento del circuito rispetto al modello teorico.
- **Presenza di errori non gaussiani.** L'analisi del grafico dei residui mostra chiaramente che gli scostamenti non si distribuiscono in modo casuale attorno allo zero, come ci si aspetterebbe in presenza di errori gaussiani. Al contrario, i residui sembrano seguire un andamento sistematico, suggerendo l'esistenza di componenti di errore sistematico o la non adeguatezza del modello teorico utilizzato. Abbiamo perciò concluso che questo comportamento rafforza l'ipotesi di misure imprecise o di un'anomalia nel funzionamento del circuito stesso.

4 Raddrizzatore di tensione

In quest'ultima parte dell'esperienza useremo la corrente alternata AC.

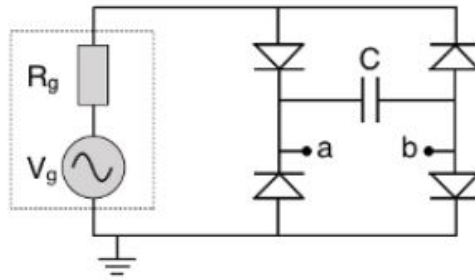


Figure 13: Ponte di Graetz

Descrizione dell'apparato:

Il ponte di Graetz è un circuito raddrizzatore che trasforma la corrente alternata in corrente continua. Utilizza entrambe le semionde del segnale AC. Questo è composto da 4 diodi a due a due, in parallelo, e un condensatore in serie.

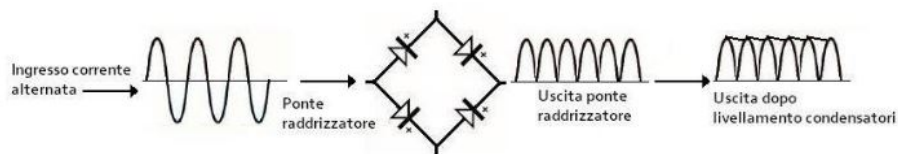


Figure 14: Ponte di Graetz

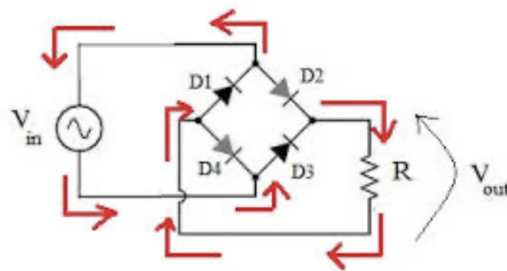


Figure 15: Schema del circuito

Funzionamento:

- Generazione della corrente alternata:
un'onda di ampiezza e frequenza determinate viene generata nel circuito.
- Ingresso nei diodi (Figura 14) della semionda positiva:
Durante la semionda positiva, la parte in alto è a potenziale maggiore rispetto alla parte in basso, quindi la corrente passa attraverso uno dei diodi con verso convergente (D2), attraversa il carico e chiude tramite l'altro

diodo con verso convergente (D3), mentre i diodi con verso divergente (D1 e D4) restano bloccati.

- Ingresso nei diodi della semionda negativa:
Nella semionda negativa, la parte in alto è a potenziale minore rispetto alla parte in basso, quindi la corrente fluisce attraverso un diodo con verso divergente (D1), attraversa il carico e torna tramite l'altro diodo con verso divergente (D4), mentre i diodi con verso convergente (D2 e D3) sono bloccati.
In questo modo, indipendentemente dalla polarità della tensione alternata, il carico riceve sempre corrente nella stessa direzione.
- Uscita dal ponte di Graetz:
l'uscita è una funzione periodica simile a $|\sin(f)|$, di periodo finale $T_{after} = 0.5 \cdot T_{before}$ dimezzato, in quanto la semionda negativa è stata raddrizzata.
- Livellamento dato dal condensatore:
il condensatore livella la tensione evitando le zone di potenziale nullo presenti tra ogni periodo.

4.1 Obiettivo

L'obiettivo di questo esperimento è stato quello di analizzare il funzionamento del ponte di Graetz. A tal fine, è stato utilizzato un oscilloscopio per osservare la forma d'onda della tensione tra due punti del circuito. Successivamente, il comportamento della tensione è stato analizzato e interpretato alla luce del principio di funzionamento del raddrizzatore.

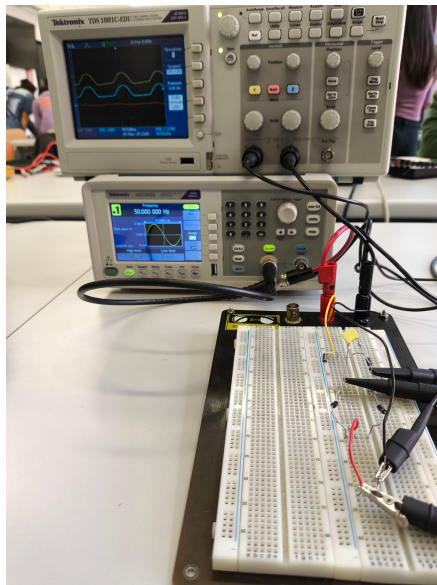


Figure 16: apparato

4.2 Analisi dati

Utilizzando l'oscilloscopio, collegato nei punti a, b (Figura 14) abbiamo raccolto misure di tempo t e differenza di potenziale ddp .

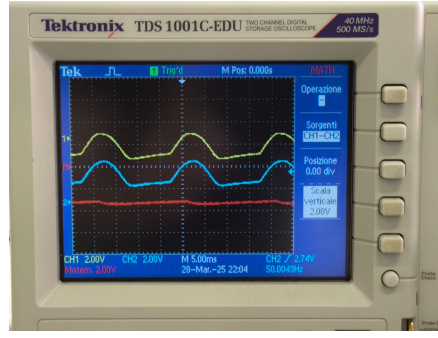


Figure 17: oscilloscopio

L'oscilloscopio rende evidente il comportamento della tensione in uscita dal raddrizzatore, analizzata nei prossimi punti.

4.2.1 Tensione generata:

Abbiamo usato un generatore di tensione sinusoidale con valori scelti di:

$$\text{Ampiezza } V_g = 1V \quad \text{Offset } V_{off} = 1V \quad \text{Frequenza } f = 50Hz$$

cioè una senoide mai negativa, oscillante tra valori di $ddp \in [0, 2]$. Il valor medio di tensione in entrata è rappresentato dalla media dei valori in un periodo della senoide, che dunque è uguale a $V_{in} = 1V$

4.2.2 Tensione raddrizzata:

La tensione alternata percorre il cavo conduttore ed entra nel raddrizzatore, dove verranno gestite diversamente le semionde positive e negative. Dato l'offset $V_{off} = 1V$, l'onda è di fatto positiva lungo tutto il periodo; tuttavia, per facilità di linguaggio, immagineremo l'onda con offset nullo, dunque centrata in 0, e quindi chiameremo i due semi periodi rispettivamente come il positivo e il negativo. I prossimi passaggi faranno riferimento alle rappresentazioni (14) (13).

1 La semionda positiva (in giallo, vedi Fig. 17) è letta dall'oscilloscopio collegandolo al punto a. La legge che segue la tensione è del tipo:

$$A \cdot |\sin(2\pi ft + \phi)| \cdot e^{-t/\tau} + C$$

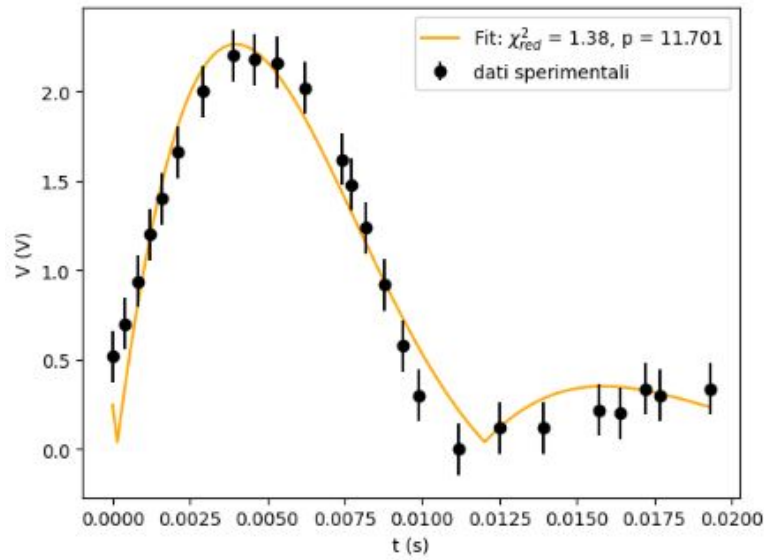


Figure 18: semionda positiva

Dal χ^2_{red} del fit, pari a 1.38, si evince che il modello si adatta in modo soddisfacente ai dati sperimentali, in quanto il valore risulta compreso nel range tipicamente considerato accettabile per un buon adattamento.

2 Similmente la semionda negativa (in blu, *vedi Fig. 17*) è letta dall'oscilloscopio collegandolo al punto b.

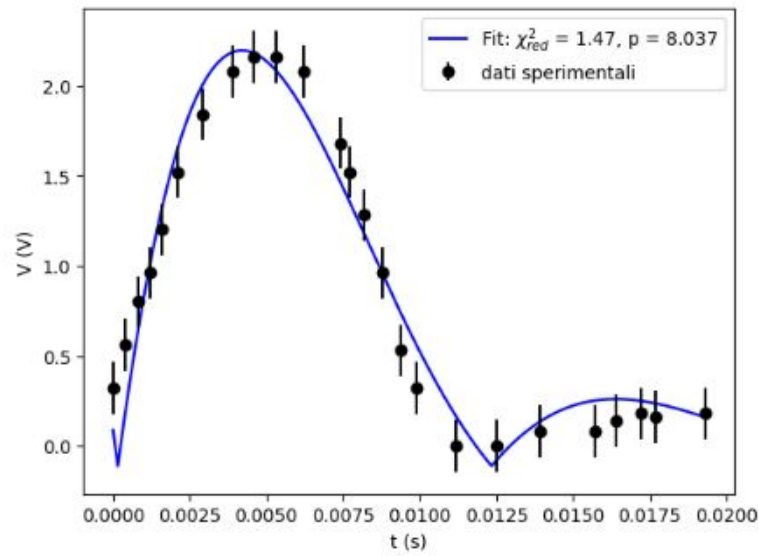


Figure 19: semionda negativa

Anche in questo caso il modello si adatta bene ai dati sperimentali.

$$A \cdot |\sin(2\pi ft + \phi)| \cdot e^{-t/\tau} + C.$$

La sinusoide smorzata rappresenta correttamente il comportamento smorzato di un circuito RC.

- $|\sin(2\pi ft + \phi)| \rightarrow$ Modulo della sinusoide, che rappresenta l'uscita raddrizzata a doppia semionda.

- $e^{-t/\tau} \rightarrow$ Fattore esponenziale che descrive la scarica del condensatore tra un picco e l'altro.
- $A \rightarrow$ Ampiezza del segnale, dipende dalla tensione di ingresso e dai parametri del circuito.
- $f \rightarrow$ Frequenza della sinusoide raddrizzata, che è il doppio della frequenza della tensione alternata di ingresso.
- $\phi \rightarrow$ Fase iniziale della sinusoide.
- $\tau \rightarrow$ Costante di tempo del circuito RC, legata a resistenza e capacità ($\tau = RC$).
- $C \rightarrow$ Offset costante che tiene conto del valore medio della tensione.

Notiamo che in entrata il generatore immette una *ddpAC* di Frequenza $f = 50Hz$ cioè un periodo $T = 1/f = 0.02s$. Ciò che accade, come suggeriscono i due grafici, è che la tensione dovrebbe seguire la legge (4.2.2), continuando a smorzarsi a causa del condensatore, tuttavia ad ogni periodo una nuova semionda positiva (18) e negativa (19) entra nel raddrizzatore riportando la tensione al valore iniziale.

3 Il raddrizzatore dunque unisce le semionde rispettivamente di a e b, sfasate di mezzo periodo, raddoppiando la frequenza, come sotto:

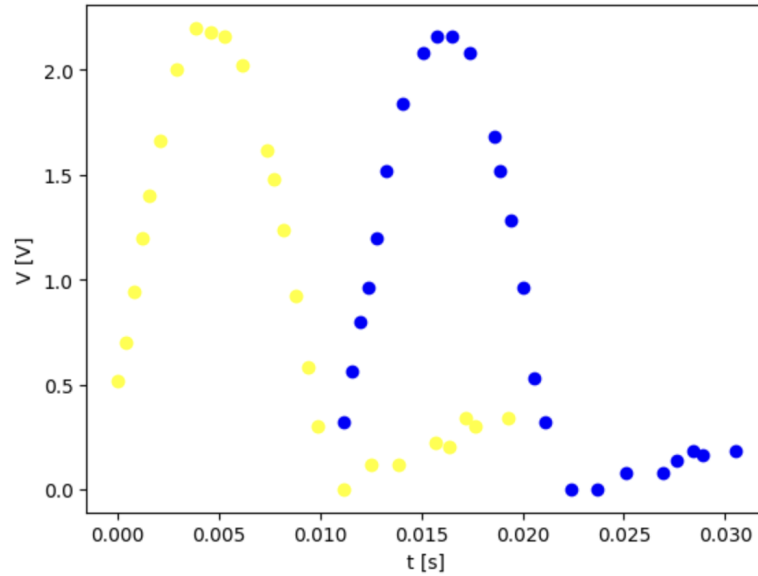


Figure 20: tensione raddrizzata

Il risultato è una tensione media maggiore, a discapito della caduta di potenziale causata dal raddrizzatore stesso.

Ricordiamoci che, mentre l'ampiezza iniziale in entrata era $V_g = 1V$, quella finale è $V_{out} = 2V$ come suggeriscono i dati, a causa dell'offset iniziale di $V_{off} = 1V$.

4 Possiamo infine valutare l'accordo tra i valori dei parametri fittati della curva gialla e blu attraverso dei *t - test*:

$$A = 91.0\%$$

$$f = 50.4\%$$

$$\varphi = 96.8\%$$

$$\tau = 40.8\%$$

$$C = 7.1\%$$

4.2.3 Tensione in uscita:

Anche se la frequenza di impulsi risulterà raddoppiata, tra una semionda e l'altra si troverà sempre un piccolo intervallo di tempo in cui il livello dell'onda non sarà presente (20), infatti esso scenderà fino a raggiungere una tensione di 0 Volt (20) circa, per poi risalire alla tensione ottimale.

Questo fattore è risolto dal condensatore, che livella la tensione, come riportato sotto:

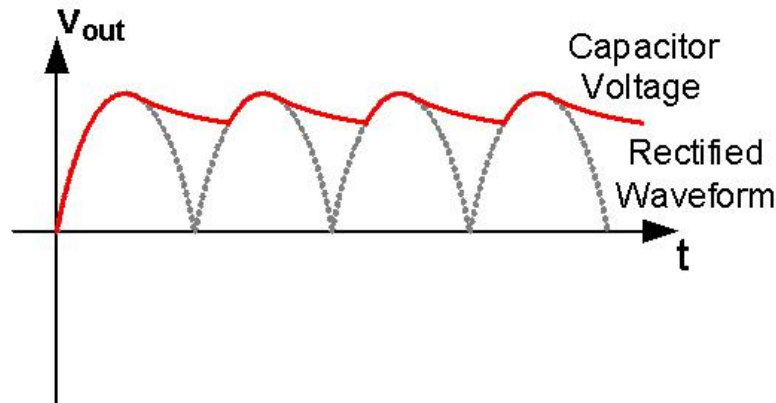


Figure 21: Livellamento

Sperimentalmente, possiamo osservare il valore della tensione raddrizzata facendo la differenza tra le due semionde raddrizzate:

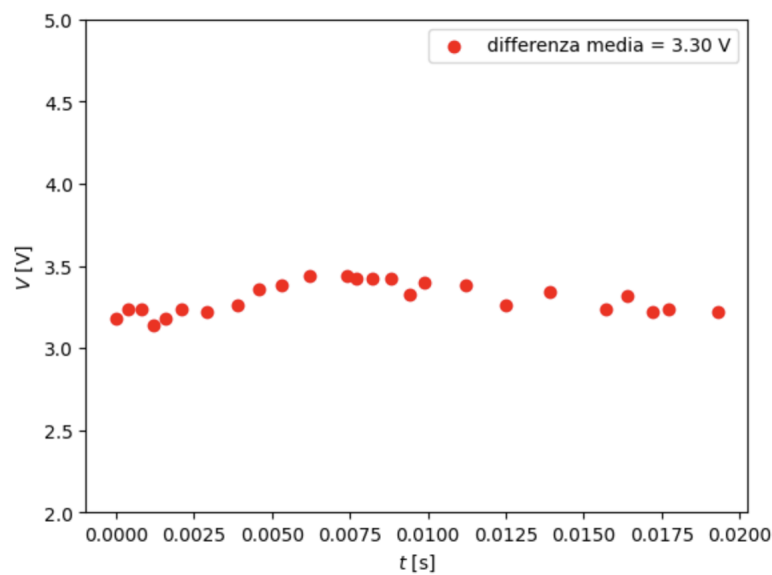


Figure 22: Grafico differenza tra le semionde

Il valor medio $V_{differenza} = 3.30V$ rispetta le ipotesi precedenti, in quanto riscalato dell'offset ci da un valore di $V_{differenza} - V_{off} = 2.30V$ la tensione raddrizzata è meglio osservabile dall'oscilloscopio come in figura (17) in rosso.

4.3 Osservazioni

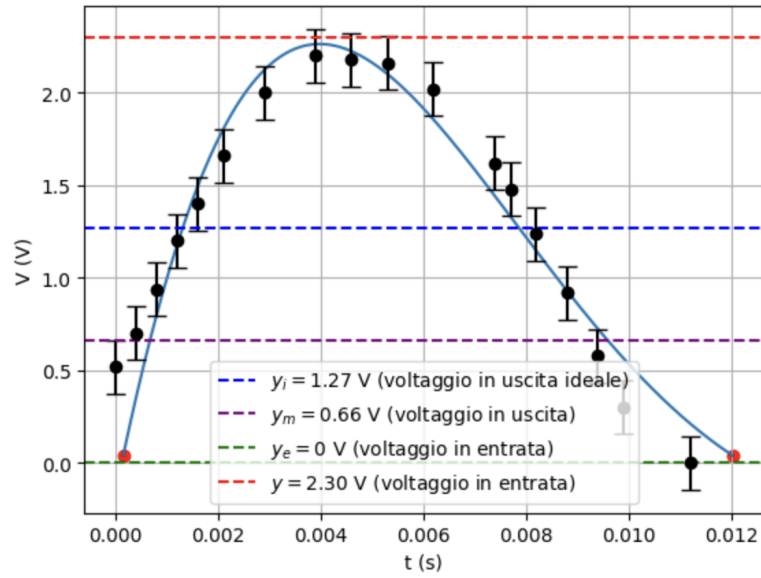


Figure 23: Voltaggi

In figura abbiamo riportato il mezzo periodo dell'onda.

- y in rosso rappresenta la tensione livellata dal condensatore, che in accordo con la semionda tocca il picco
- y_e in verde rappresenta la tensione media in entrata $V_g = 1V$ scalata a 0 dall'offset
- y_i in blu rappresenta la tensione teorica media dell'onda raddrizzata, data dalla formula:

$$V_m = \frac{2 \cdot A}{\pi}$$

- y_m in viola rappresenta la tensione reale media dell'onda raddrizzata, calcolata cercando l'altezza a semi area.

I valori della tensione mostrano come, a seguito del corretto funzionamento del raddrizzatore, la tensione media salga dal valore $V_g = 1V$, alla tensione dell'onda raddrizzata $y_m + 1 = 1.66V$, alla tensione in uscita livellata di $y = 3.30V$. La differenza tra $y_i - y_m = 0.61$ rappresenta inoltre la caduta di potenziale dovuta alla resistenza interna del cavo, dei diodi e del condensatore.

5 Appendice

Table 3: Dati del circuito RC.

t_{RC} (ms)	V_R (V)	t_{RC} (ms)	V_R (V)
2.85	3.94	4.37	0.38
2.88	3.76	4.40	0.36
2.91	3.58	4.50	0.32
2.97	3.26	4.59	0.28
3.05	2.90	4.63	0.24
3.10	2.66	4.82	0.18
3.14	2.56	4.92	0.18
3.25	2.16	4.97	0.16
3.30	2.02	5.02	0.14
3.34	1.90	5.07	0.13
3.38	1.80	5.13	0.12
3.41	1.70	5.20	0.10
3.46	1.52	5.27	0.10
3.49	1.46	5.32	0.08
3.54	1.36	5.38	0.08
3.60	1.20	5.50	0.065
3.65	1.14	5.68	0.06
3.71	1.04	5.82	0.04
3.79	0.94	6.02	0.02
3.83	0.86	6.10	0.00
3.89	0.80		
3.93	0.72		
3.96	0.70		
4.00	0.66		
4.04	0.62		
4.08	0.58		
4.12	0.54		

Table 4: Dati del circuito RL.

t_{RL} (μs)	V_L (V)	t_{RL} (μs)	V_L (V)
-16	-1.79	21	1.10
-13	-1.27	23	1.14
-11	-1.00	26	1.28
-10	-0.92	30	1.40
-8	-0.72	32	1.44
-6	-0.48	35	1.48
-4	-0.32	37	1.52
-3	-0.22	40	1.56
-1	-0.08	43	1.62
0	0.02	45	1.63
3	0.24	47	1.65
4	0.28	53	1.72
8	0.58	57	1.74
9	0.60	62	1.78
10	0.63	69	1.80
11	0.72	77	1.86
12	0.74	85	1.87
14	0.83	87	1.88
16	0.94	92	1.89
17	0.96	101	1.91

Table 5: Dati RLC in regime sottosmorzato.

t (ms)	V_R (V)	t (ms)	V_R (V)
3.97	-0.04	4.29	0.024
3.98	-0.076	4.31	-0.104
3.99	-0.248	4.32	-0.140
4.00	-0.320	4.33	-0.143
4.01	-0.360	4.35	-0.100
4.015	-0.352	4.36	-0.044
4.02	-0.322	4.38	0.026
4.03	-0.232	4.39	0.084
4.04	-0.160	4.40	0.104
4.05	-0.068	4.42	0.096
4.055	0.004	4.43	0.060
4.06	0.084	4.45	0.008
4.07	0.188	4.46	-0.032
4.08	0.264	4.47	-0.060
4.09	0.284	4.49	-0.090
4.10	0.266	4.51	-0.056
4.11	0.220	4.53	0
4.12	0.120	4.55	0.050
4.13	-0.010	4.56	0.068
4.14	-0.052	4.59	0.040
4.15	-0.150	4.61	0.001
4.16	-0.219	4.63	-0.048
4.17	-0.220	4.65	-0.050
4.18	-0.208	4.47	-0.020
4.19	-0.174	4.69	0
4.21	-0.036	4.70	0.016
4.22	0.052	4.72	0.044
4.23	0.140	4.74	0.040
4.24	0.170	4.76	0.020
4.25	0.176	4.79	-0.024
4.26	0.160	4.84	-0.008
4.27	0.092	4.86	0.008
4.29	0.024	4.91	0.012
4.31	-0.104	4.96	-0.024

Table 6: Dati RLC in regime sovrasmorzato.

t (μs)	V_R (V)	t (μs)	V_R (V)
2.80	1.48	107.0	1.62
3.50	1.76	118.0	1.48
3.70	1.84	128.0	1.34
4.34	2.08	134.0	1.26
4.56	2.12	158.0	1.12
4.76	2.22	182.0	0.80
4.96	2.28	199.0	0.68
5.36	2.40	221.0	0.56
5.72	2.70	261.0	0.36
6.36	2.64	293.0	0.30
7.04	2.80	334.0	0.18
8.08	2.96	410.0	0.08
9.28	3.16	476.0	0.04
11.1	3.30	561.0	0.00
12.9	3.42		
14.0	3.46		
15.3	3.52		
17.1	3.56		
20.3	3.56		
22.4	3.52		
23.7	3.50		

Table 7: Dati in regime di smorzamento critico.

t (μs)	V_R (V)	t (μs)	V_R (V)
2.30	0.540	29.5	2.64
3.70	0.870	33.2	2.60
5.50	1.24	36.7	2.50
7.00	1.48	41.8	2.34
8.10	1.66	47.7	2.16
10.1	1.90	50.2	2.02
11.9	2.10	53.4	1.90
13.2	2.22	56.9	1.76
15.7	2.40	60.8	1.64
17.3	2.49	63.8	1.52
19.2	2.58	66.3	1.46
21.5	2.64	68.2	1.38
23.4	2.66	72.5	1.26
26.4	2.68	76.2	1.16

Table 8: Dati rettificatore di tensione

t (ms)	V_1 (V)	V_2 (V)
16.6	-1.34	1.84
17.0	-1.16	2.08
17.4	-0.920	2.32
17.8	-0.660	2.48
18.2	-0.460	2.72
18.7	-0.200	3.04
19.5	0.140	3.36
20.5	0.340	3.60
21.2	0.320	3.68
21.9	0.300	3.68
22.8	0.160	3.60
24.0	-0.240	3.20
24.3	-0.380	3.04
24.8	-0.620	2.80
25.4	-0.940	2.48
26.0	-1.28	2.05
26.5	-1.56	1.84
27.8	-1.86	1.52
29.1	-1.74	1.52
30.5	-1.74	1.60
32.3	-1.64	1.60
33.0	-1.66	1.66
33.8	-1.52	1.70
34.3	-1.56	1.68
35.9	-1.52	1.70