



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL
EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

RAFAELA CRISTINA FERREIRA BRITO

**MODELAGEM DE UM BIOGERADOR TIPO MARINHA PARA ANÁLISE DE
VIABILIDADE DE AUTONOMIA ENERGÉTICA EM UMA FAZENDA DE
CACAU**

PPGMC – UESC

ILHÉUS – BAHIA

2021

RAFAELA CRISTINA FERREIRA BRITO

**MODELAGEM DE UM BIOGERADOR TIPO MARINHA PARA ANÁLISE DA
VIABILIDADE DE AUTONOMIA ENERGÉTICA EM UMA FAZENDA DE
CACAU**

PPGMC – UESC

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual de Santa Cruz, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Henrique de Oliveira Sales

ILHÉUS – BAHIA

2021

B862 Brito, Rafaela Cristina Ferreira.
Modelagem de biogerador tipo marinha para análise de viabilidade de autonomia energética em uma fazenda de cacau /
Rafaela Cristina Ferreira Brito. - Ilhéus : UESC, 2021.
111f. : il. : anexo.

Orientador: Jorge Henrique de Oliveira Sales.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia.
Inclui referências.

1. Biodigestor. 2. Biogás – Produção. 3. Modelagem e simulação. 4. Energia elétrica – Geração. 5. Casca de cacau no bio-combustível. I. Sales, Jorge Henrique de Oliveira. II. Título.

CDD – 665.776

RAFAELA CRISTINA FERREIRA BRITO

**MODELAGEM DE UM BIOGERADOR TIPO MARINHA PARA ANÁLISE DA
VIABILIDADE DE AUTONOMIA ENERGÉTICA EM UMA FAZENDA DE
CACAU**

Ilhéus, 19/02/2020

Comissão Examinadora

Jorge Henrique de Oliveira Sales

Prof. Dr. Jorge Henrique de Oliveira Sales
Universidade Estadual de Santa Cruz / UESC
(Orientador)

Jorge Henrique de Oliveira Sales

Prof. Dr. Francisco Bruno Souza Oliveira
Universidade Estadual de Santa Cruz / UESC

Francisco Bruno Souza Oliveira

Prof. Dr. João Pacheco Bicudo Cabral Mello
Universidade Cruzeiro do Sul / UNICID

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Dr. Jorge Henrique Sales, por todo o suporte dado a este e a outros trabalhos, com seus conhecimentos, atenção, amizade e disponibilidade.

Ao senhor Fernando Botelho, proprietário da Fazenda São José, pela colaboração nesse estudo.

Ao senhor Rodrigo Gaigher, proprietário da empresa Legon, pela colaboração nas pesquisas.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia (FAPESB), pelo apoio ao projeto.

Aos meus pais, Maria Cristina Ferreira e Antônio José Silva Brito, pelo incentivo e apoio incondicional, por todo amor e sacrifício realizado para que eu pudesse me tornar a pessoa que sou e continuar crescendo.

À minha irmã Isabella, por sempre estar comigo, independente da distância, suportando minhas indecisões e me apoiando em todo momento.

Aos meus amigos e colegas do PPGMC, pelo apoio, ensinamentos e pelos bons momentos de convívio.

Aos meus familiares, que sempre torcem por mim e me enchem de amor.

Aos meus amigos, por todos os momentos vividos juntos, pelo companheirismo e fé de que tudo daria certo.

À Universidade Estadual de Santa Cruz por toda infraestrutura disponível.

Aos professores, e funcionários, pelos ensinamentos e pela convivência durante este período.

À minha família, que é minha estrutura de apoio, de amor e que faz tudo ter sentido.

**MODELAGEM DE UM BIOGERADOR TIPO MARINHA PARA ANÁLISE DE
VIABILIDADE DE AUTONOMIA ENERGÉTICA EM UMA FAZENDA DE
CACAU**

PPGMC – UESC

RESUMO

Apesar do cenário adverso ao crescimento econômico, a demanda por energia continua crescendo e consolidando-se como uma área promissora para investimentos. Nessa perspectiva, este trabalho visa investigar e analisar os fatores que influenciam a produção do biogás gerado em um biodigestor para produção de energia elétrica em uma fazenda de cacau, frente à crise energética atual. Utilizando a modelagem matemática de um sistema de equações não lineares que correlacionem a quantidade de bactérias que produzem o biogás à quantidade de biogás produzido no interior do biodigestor. Estas relações são associadas, entre outros fatores, ao tipo de substrato disponível e a utilização da casca de cacau. Os resultados encontrados revelam a relação de equilíbrio entre o crescimento máximo de bactérias e a produção máxima de biogás, com posterior estabilização entre essas variáveis. As simulações realizadas com o substrato adicional da casca de cacau apresentam um ganho notável para geração de energia, exibindo um aumento da proliferação máxima de bactérias e o consequente ganho de produtividade para o biogás. Os parâmetros para verificação da viabilidade econômica e energética são analisados em relação ao sistema gerador de energia, considerando uma carga de biogás de 163 m³ diários. O potencial técnico de geração de energia elétrica para o sistema escolhido, sugere o suprimento da demanda de energia elétrica com grande margem para a autonomia energética da propriedade. Além disso, os indicadores econômicos de viabilidade demonstram valores promissores quantos aos benefícios obtidos com a substituição da carga de energia comprada da concessionária pela gerada no sistema, proveniente do biogás, mostrando que o empreendimento pode ser considerado viável.

Palavras-chave: Biodigestor. Modelagem matemática. Simulação. Eficiência energética.

**MODEL OF A BIOGENERATOR MARINHA TYPE FOR ENERGY
AUTONOMY FEASIBILITY ANALYSIS IN A COCOA FARM**

PPGMC – UESC

ABSTRACT

Despite the adverse scenario for economic growth, the demand for energy continues to grow and consolidates itself as a promising area for investments. In this perspective, this work aims to investigate and analyze the factors that influence the production of biogas generated in a biodigester for the production of electricity in a cocoa farm, in the face of the current energy crisis. Using mathematical modeling of a system of non-linear equations that correlate the amount of bacteria that produce biogas to the amount of biogas produced inside the biodigester. These relationships are associated, among other factors, with the type of substrate available and the use of cocoa pods. The results found reveal the balance between the maximum growth of bacteria and the maximum production of biogas, with subsequent stabilization between these variables. The simulations carried out with additional cocoa shell substrate show a notable gain for energy generation, showing an increase in the maximum proliferation of bacteria and the consequent productivity gain for biogas. The parameters for verifying the economic and energy feasibility are analyzed in relation to the energy generating system, considering a biogas load of 163 m³ per day. The technical potential of electric power generation for the chosen system, suggests the supply of electric power demand with great margin for the energy autonomy of the property. In addition, the economic viability indicators show promising values regarding the benefits obtained from replacing the energy load purchased from the concessionaire with the one generated in the system, derived from biogas, showing that the project can be considered viable.

Keywords: Biodigester. Mathematical modeling. Simulation. Energy efficiency.

Lista de Figuras

Figura 1 – Processo de produção de biomassa.....	19
Figura 2 – Principais estágios da digestão anaeróbica da matéria orgânica.....	20
Figura 3 – Esquema de funcionamento de um biodigestor.....	23
Figura 4 – Sistema descontínuo (batelada) de produção de biogás.....	23
Figura 5 – Diagrama esquemático do Biodigestor tipo Contínuo.....	24
Figura 6 – Esquema de biodigestão em modelo indiano.....	25
Figura 7 – Esquema de biodigestor em modelo chinês.....	26
Figura 8 – Representação em corte de um biodigestor simplificado do Modelo da Marinha do Brasil.....	27
Figura 9 – Casca do fruto do cacaueiro.....	30
Figura 10 – Biodigestor usado na CEPLAC em 1970.....	31
Figura 11 - Vista aérea da propriedade.....	32
Figura 12 – Sistema eletrônico para controle de biodigestores.....	33
Figura 13 – Biodigestor localizado em Santa Rita, MG.....	34
Figura 14 - Taxa de crescimento específico em função do substrato limitante.....	51
Figura 15 – Etapas do processo de conversão de matéria orgânica em biogás.....	53
Figura 16 – Crescimento de bactérias em função da produção de biogás para diferentes quantidades da casca de cacau.....	61
Figura 17 – Crescimento de bactérias em função do tempo.....	62
Figura 18 – Produção de biogás em função do tempo.....	63
Figura 19 – Crescimento de bactérias em função do tempo para o sistema com retirada de biogás.....	65

Figura 20 – Produção de biogás em função do tempo para o sistema com retirada de biogás.....	66
Figura 21 – Comportamento assintótico do sistema bactérias - biogás.....	67
Figura 22 – Variação da temperatura do biodigestor em função do tempo.....	70
Figura 23 – Ciclo mecânico de 4 tempos de um motor de combustão interna.....	71
Figura 24 – Esquema simplificado do processo de mistura ar-combustível em um carburador tipo venturi.....	72
Figura 25 – Sistema de mistura em um motor a gás.....	72
Figura 26 – Produção de biogás em função do tempo para os casos com e sem retirada de biogás.....	75
Figura 27 – Variação do consumo de energia elétrica na Fazenda São José – Barro Preto/BA.....	78
Figura 28 – Dimensões estimadas para o biodigestor modelo da Marinha.....	85
Figura 29 – Comparação dos valores entre os indicadores econômicos observados na literatura.....	93
Figura 30 – Comparação dos valores entre os indicadores econômicos observados na literatura com o presente trabalho.....	94
Figura 31 – Benefícios anuais estimados para diferentes níveis de consumo de energia elétrica.....	95

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Composição do biogás para diferentes autores.....	21
Tabela 2 - Tabela de cálculo do volume de carga diária.....	35
Tabela 3 – Consumo per capita de água (q).....	35
Tabela 4 – Dejetos de cacau disponível para diferentes valores de produtividade P_a	37
Tabela 5 – Volume e tipos de dejetos disponíveis.....	38
Tabela 6 – Estimativa de volume para o biodigestor em função da variação de carga diária.....	39
Tabela 7 – Valores dos Parâmetros e Valores Iniciais Utilizados para Simulação do Processo de Biodigestão.....	55
Tabela 8 – Estimativas de carga para o biodigestor em função da quantidade de dejetos de cacau disponível.....	56
Tabela 9 – Variação do parâmetro p em função dos substratos disponíveis da casca de cacau na Fazenda São José.....	57
Tabela 10 – Produção teórica de biogás em função da variação de p	58
Tabela 11 – Parâmetros operacionais do sistema.....	60
Tabela 12 – Parâmetros operacionais do sistema com retirada de biogás.....	64
Tabela 13 – Especificações de motores geradores a biogás.....	74
Tabela 14 – Especificações do grupo gerador Leão LPG45.....	76
Tabela 15 – Peso específico e poder calorífico do biogás em função da composição química.....	76
Tabela 16 – Preço do kWh estabelecido pela concessionária de energia elétrica.....	81
Tabela 17 – Orçamento do Sistema Gerador.....	82

Tabela 18 – Padrão de Qualidade para o Biogás.....	83
Tabela 19 – Custos de construção para o biodigestor.....	85
Tabela 20 – Investimento Inicial.....	86
Tabela 21 – Custos de Depreciação.....	86
Tabela 22 – Juros sobre o Capital Investido.....	87
Tabela 23 – Manutenção preventiva do sistema.....	88
Tabela 24 – Custos totais para operação do sistema.....	89
Tabela 25 – Simulação do consumo médio de energia elétrica para utilização de 7 h/dia.....	90
Tabela 26 – Benefícios econômicos simulados, com a geração de energia elétrica no horário de ponta.....	91
Tabela 27 –Simulação do consumo médio de energia elétrica para utilização de 11 h/dia.....	92

Lista de Abreviaturas e Siglas

MDL – Mecanismo de Desenvolvimento Limpo

BRICS – Agrupamento de países de mercado emergente, que reúne Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul

RCEs – Reduções Certificadas de Emissões

CIMGC – Comissão Interministerial de Mudança Global do Clima

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica

CEPLAC – Comissão Executiva do Plano da Lavoura Cacaueira

ELETROBRÁS – Centrais Elétricas Brasileiras

GLP – Gás Liquefeito de Petróleo

IBD – Instituto Biodinâmico

APP – Área de Preservação Permanente

FAPESB – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia

PMS – Ponto Morto Superior

PMI – Ponto Morto Inferior

VPL – Valor Presente Líquido

TIR – Taxa Interna de Retorno

TMA – Taxa Mínima de Atratividade

PS – Payback Simples

Lista de Símbolos

V_B – Volume do Biodigestor

Q_d - Vazão Doméstica Média de Esgoto

Pop – População atendida (habitantes)

q – Consumo per capita de água

hab – Número de habitantes

R – Coeficiente de retorno para a vazão efetiva de esgoto

l – Unidade de volume (litros)

m^3 – Unidade de volume (metros cúbicos)

Kcal – Unidade de energia (quilo calorias)

Kg – Unidade de massa (quilograma)

ha – hectares

kWh – Unidade de potência (quilo Watts hora)

h – Hora

V – Unidade de tensão (Volts)

RPM – Rotações por minuto

V_C – Volume de carga diária

T_{RH} – Período de retenção hidráulica

b – Quantidade de bactérias que produzem o biogás

g – Quantidade de biogás produzido no biodigestor

t – Tempo

p – Coeficiente de interação bactérias – biogás

K – Constante de inibição

α – Taxa máxima de crescimento específico de bactérias

β – Taxa de colheita

b_0 – Volume inicial de substrato

μ_x – Taxa específica de crescimento do grupo microbiano x

S – Substrato

k_S – Constante de afinidade do substrato (ou constante de meia saturação de Monod)

B_d – Produção diária de biogás estimada

η – Rendimento

M_{Casca_cacau} – Massa de casca de cacau

B_i – Benefício com geração de energia elétrica

C_i – Custos anuais de projeto

Sumário

1. INTRODUÇÃO.....	15
1.1 Problema de Pesquisa	16
1.2 Hipóteses	17
1.3 Objetivo Geral	17
1.4 Objetivos Específicos.....	17
1.5 Justificativa.....	18
2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS	19
2.1 A Biomassa e a Formação do Biogás	19
2.2 Processos de Produção do Biogás e Tipos de Biodigestores	22
2.2.1 Funcionamento	22
2.3 Modelos de Biodigestores	24
2.4 Condições Favoráveis à Digestão Anaeróbica	27
2.5 Conversão Energética da Biomassa e Potencial de Aproveitamento da Casca de Cacau	29
2.5.1 Conversão energética de biogás em energia elétrica	29
2.5.2 Potencialidade da casca de cacau como biomassa.....	30
3 BIODIGESTOR.....	32
3.1 Condições Iniciais de Operação: Dimensionamento do Biodigestor.....	34
4 MODELAGEM MATEMÁTICA DA BIODIGESTÃO	40
4.1 Biodigestor sem Retirada de Biogás	41
4.2 Biodigestor com Retirada de Biogás.....	44
5 PARÂMETROS OPERACIONAIS	49
5.1 Modelos Cinéticos para Biodigestores.....	50
5.2 Determinação dos Parâmetros: α , k e p	54
5.2.1 Avaliação do parâmetro de interação p	56
6 PRODUÇÃO DE BIOGÁS E CONVERSÃO ENERGÉTICA	59
6.1 Simulação do Processo Fermentativo e Produção de Biogás com Utilização da Casca de Cacau	60
6.2 Influência da Temperatura na Produção de Biogás	67
7 SISTEMA GERADOR	71
7.1 Motores Geradores de Eletricidade a Biogás	73

7.2	Análise do Sistema Gerador	74
8	VIABILIDADE ECONÔMICA	80
8.1	Indicadores Econômicos de Viabilidade.....	89
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	97
	Anexo I – Valores dos Parâmetros e Valores Iniciais utilizados para Simulação do Processo por Balmant (2009)	105
	Anexo II – Raízes para o Sistema Autônomo Linear.....	107
	Anexo III – Cálculos Comparativos de Viabilidade Econômica para a Mesma Faixa de Consumo de Eletricidade	111

1. INTRODUÇÃO

É cada vez mais comum e pertinente o diálogo sobre a utilização de fontes energéticas renováveis, como uma alternativa ao esgotamento dos recursos naturais e aos impactos ambientais gerados com a utilização dos combustíveis fósseis e fontes energéticas convencionais, que nos últimos anos tem tido elevados preços de utilização. Segundo CORTEZ et. al. (2008), ações já estão sendo promovidas em maior ou menor intensidade para que as energias alternativas, que tenham capacidade de regeneração para curto e médio prazo, tenham participação efetiva nas matrizes energéticas da maioria dos países, desenvolvidos ou não. Sendo estes motivados pela redução da dependência dos países exportadores de petróleo. Fato importante, pois contribui para a redução do consumo dos derivados de petróleo, um dos responsáveis pelo aumento da temperatura média do globo devido ao efeito estufa.

O Brasil já é um dos destaques na área de apostas em energias renováveis, liderando o ranking da matriz de geração de eletricidade com fontes renováveis (como a biomassa e as fontes hídricas) dos países que integram o bloco dos BRICS com expressivos 80,4%. O valor supera o indicador do bloco com 25,3% em mais de 1/3, segundo dados do boletim anual “Energia no bloco dos BRICS”, para o ano de 2016. Em relação aos projetos redutores de emissões, ao qual o Brasil se voluntariou no tratado do Protocolo de Quioto em 2005, este ainda ocupava em 2016 o 3º lugar em número de atividades de projeto no âmbito de Mecanismo de Desenvolvimento Limpo (MDL). Este mecanismo de mercado permite a certificação de projetos de redução de emissões e posterior venda das reduções certificadas de emissões – RCEs no mercado internacional, destacando o 2º lugar para cogeração de energia através do biogás, com 18,2 % em relação ao total de atividades de projeto aprovadas pelo CIMG – Comissão Interministerial de Mudança Global do Clima (MCTIC, 2016).

Estas informações revelam a amplitude das aplicações e demandas de diversificação da matriz energética atual e se refletem também no âmbito regional.

De acordo com o Boletim de Conjuntura Econômica e Social, referente ao último trimestre de 2019, a microrregião de Ilhéus-Itabuna registrou uma evolução da demanda de energia em suas atividades econômicas em comparação com o ano anterior. Ocorrendo um incremento de 12,8%, para o setor de comércio e serviços, no município de Ilhéus,

seguido por uma variação de 7,8% para o município de Itabuna, no mesmo setor. (CACES, 2019). Dados que revelam que apesar do cenário adverso ao crescimento econômico, a demanda por energia continua crescendo e consolidando-se como uma área promissora para investimentos no que tange às formas alternativas de obtenção de energia elétrica ou gestão de energia.

Diante deste cenário, a biomassa se apresenta como uma solução tecnológica de grande potencial gerador de energia, apontando um valor de 52.267 GWh na geração de eletricidade no Brasil para o ano base de 2018, segundo Balanço Energético Nacional (BEN, 2019). Além da grande versatilidade em poder ser utilizada em substituição aos combustíveis convencionais e na geração de energia elétrica, esta pode ser encontrada em “toda matéria de origem vegetal existente na natureza ou gerada pelo homem ou animal” (SALOMON; FILHO, 2007, p. 4). A principal forma de utilização dessa biomassa se dá por meio da conversão biológica, realizada por meio das bactérias anaeróbicas em ambientes hermeticamente fechados, onde o gás metano (CH_4) é produzido, principal componente do biogás, em conjunto com o dióxido de carbono (CO_2) e outros gases em menores quantidades.

A conversão da matéria orgânica em biogás se dá no interior de biodigestores através de bactérias anaeróbicas metanogênicas. Sua composição pode variar em função de fatores como temperatura, umidade, acidez, impermeabilidade ao ar, quantidade e tipo de biomassa colocada no interior do biodigestor e do tamanho deste. Além desses fatores, existem outros parâmetros influenciadores da geração de energia proporcionada pelo biogás que vão impactar diretamente no dimensionamento do processo de tratamento e viabilidade do projeto, que em geral estão associadas as condições fermentativas no interior do biodigestor.

1.1 Problema de Pesquisa

Apesar dos inúmeros estudos na área, a vasta gama de literatura sobre o assunto não apresenta um modelo definido de correlação dos fatores (como temperatura, umidade, condições fermentativas, bactérias, energia gerada e impactos econômicos) que são importantes para a efetividade do fornecimento de energia através do biogás (BALMANT, 2009; BRITO e SALES, 2019; CARDOSO, 2002; CERVI et al, 2010; DOMINIAK, 2016; JUNQUEIRA, 2014; OLIVEIRA, 2009; ORO, 2017; PRATI, 2010;

SALOMON, 2007; SOUZA, 2019). Sendo assim, a falta de uma modelagem mais completa, no sentido de identificação e avaliação desses fatores, traz como consequência a imprecisão na verificação da eficiência e viabilidade dos sistemas biodigestores.

1.2 Hipóteses

As hipóteses consideradas dizem respeito a existência de relações de equilíbrio entre o crescimento máximo de bactérias em função do biogás e a influência da utilização da casca de cacau como um substrato a mais do processo fermentativo; de modo que haja também um aproveitamento do grande volume de resíduos gerados com a exploração agrícola cacaueira.

É considerado um modelo matemático definido por um sistema de equações não lineares cujas soluções consigam descrever e prever o comportamento do biodigestor, em condições de estabilidade, garantindo uma maior previsibilidade do sistema.

Supõe-se uma rápida amortização do investimento requerido na construção do sistema gerador, de forma que a análise econômica confirme a possibilidade de autonomia energética gerada com o biodigestor.

1.3 Objetivo Geral

Desenvolver um modelo matemático de análise de um biodigestor rural para produção de energia elétrica em uma fazenda de cacau. Propor um modelo tipo marinha como referência de estudo e sua produção de biogás como fonte de energia elétrica. Analisar se o sistema proposto é viável do ponto de vista econômico e da autonomia energética, respeitando a sustentabilidade ambiental frente à crise energética atual.

1.4 Objetivos Específicos

- Modelar a quantidade de biogás produzido no interior do biodigestor em função da quantidade de bactérias presentes;
- Verificar os fatores que influenciam a produção do biogás para conversão energética no modelo analisado;
- Dimensionar e avaliar o sistema de produção de energia em seus aspectos potenciais e suprimento de demandas energéticas;

- Averiguar a viabilidade econômica e de autonomia energética com o uso do biogás em uma fazenda de cacau.

1.5 Justificativa

Do ponto de vista energético, a biomassa é toda matéria orgânica que pode ser utilizada na produção de energia. Assim, como a energia hidráulica (água), a biomassa é uma fonte de energia renovável. Ela também é uma fonte indireta da energia solar.

Uma das principais vantagens da biomassa é que o aproveitamento pode ser feito diretamente, através da fermentação em biodigestores. Assim, ela se torna uma fonte alternativa de combustível para geração de energia elétrica.

Estima-se que atualmente a biomassa represente 14% de todo o consumo mundial da energia primária. Esse índice é superior ao do carvão mineral e similar ao gás natural. Em alguns países da África essa participação chega a 60% (ANEEL, 2002).

A análise apresenta uma ótica de gestão energética e aproveitamento de resíduos, utilizando a biomassa, e consequente conversão biológica em biogás, como uma alternativa aos efeitos danosos causados pelas fontes de energia convencionais ao meio ambiente, em um mercado crescente de oportunidades de projeto que se consolida atualmente. Ademais, a investigação para a cogeração ou autonomia energética dos dispositivos analisados neste sistema em um cenário particular de uma fazenda de cacau servirá como base para estudos mais amplos de eficiência energética.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 A Biomassa e a Formação do Biogás

Assim como outras fontes de energia renovável, a biomassa tem sua origem na energia solar, dado a absorção dos vegetais através da fotossíntese (Figura 1). É, portanto, oriunda de toda matéria orgânica (de origem animal ou vegetal) que pode ser utilizada na produção de energia, tendo destaque em materiais como a lenha, a cana-de-açúcar e seus produtos, os óleos vegetais, entre outros (ANEEL, 2002).

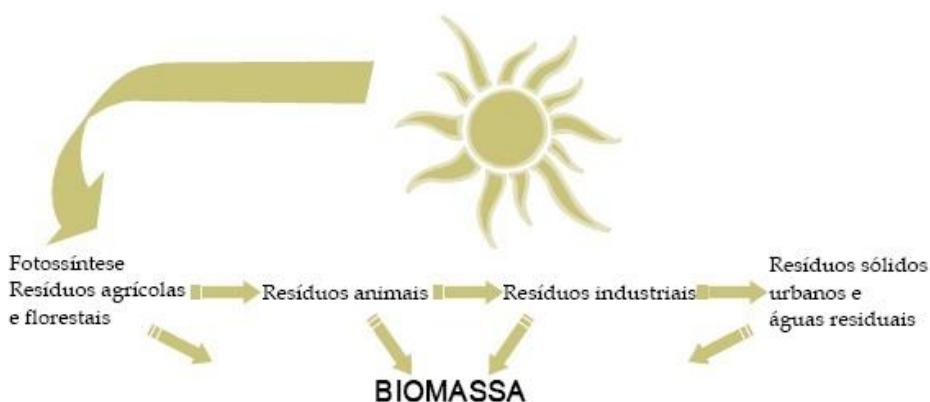


Figura 1 – Processo de produção de biomassa.

Fonte: SALOMON; FILHO, 2007, p. 5.

Além do excremento de animais, a biomassa também utiliza resíduos vegetais da exploração agrícola e pecuária. Estes resíduos passam por processos de conversão termoquímicos ou biológicos para produzir um biogás composto por metano, dióxido de carbono, hidrogênio, nitrogênio e gás sulfídrico. Assim, o biogás produzido pode então ser reaproveitado na geração de energia.

Esta conversão quando realizada em recipientes totalmente fechados, sem a presença de oxigênio, dá lugar a digestão anaeróbica realizada por bactérias que atacam a estrutura de materiais orgânicos complexos para produzir compostos mais simples como o metano e o dióxido de carbono, extraíndo simultaneamente a energia e os compostos necessários para o seu próprio crescimento. Este processo é realizado por bactérias pertencentes a quatro grupos morfológicos, mas apenas as bactérias anaeróbicas metanogênicas produzem o metano (SALOMON; FILHO, 2007).

As reações bioquímicas que ocorrem no processo se dão através de uma cadeia de degradações sucessivas que podem ser resumidas em três estágios (Figura 2). Na primeira fase ocorre a transformação das moléculas orgânicas em ácidos graxos, pela ação de bactérias hidrolíticas e fermentativas. Na segunda etapa, as bactérias acetogênicas transformam os produtos obtidos na primeira fase em ácido acético, hidrogênio e dióxido de carbono. Em seguida, na última etapa, ocorre a formação da mistura gasosa composta basicamente por metano e dióxido de carbono, formada pelas bactérias metanogênicas que são extremamente sensíveis as mudanças no meio, como temperatura, pH e acidez (PRATI, 2010).

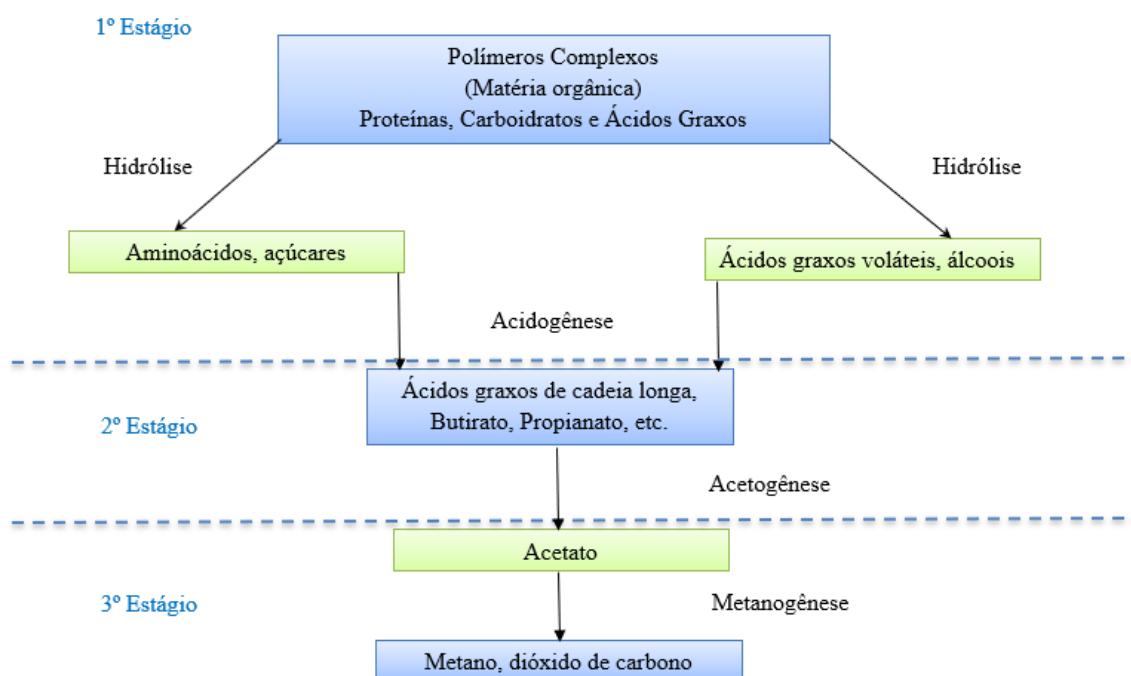


Figura 2 – Principais estágios da digestão anaeróbica da matéria orgânica.

Fonte: Adaptado de SALOMON; FILHO, 2007.

O resultado deste processo de fermentação é uma mistura de gases inflamável denominada de biogás que tem sua composição dependente do material orgânico utilizado e do tipo de tratamento anaeróbico que sofre. A Tabela 1 mostra a composição média estimada por diferentes autores para os gases que formam o biogás (CATAPAN et al., 2012).

Tabela 1 – Composição do biogás para diferentes autores.

Gás	Metano CH_4	Dióxido de carbono CO_2	Hidrogênio H_2	Nitrogênio N_2	Gás Sulfídrico e Amônia $\text{H}_2\text{S}/\text{NH}_3$	Autor
Concentração no biogás (%)						
	50-80	20-40	1-3	0,5-3	0,1-0,5	Kunz, 2007
	50-75	25-40	1-3	0,5-2,5	0,1-0,5	Pires, 2000
	55-65	35-45	0-1	0,3	0-1	Magalhães, 1986
	55-65	35-45	-	0-3	0-1	Winrock, 2012

Fonte: CATAPAN et al., 2012.

Apesar da presença do gás sulfídrico (H_2S), que confere uma característica corrosiva ao biogás, este é um excelente gerador de energia térmica e um bom combustível quando utilizado em motores de combustão interna, devido às altas concentrações de metano (CH_4). Sua purificação pode ser realizada através de processos de filtração ou tratamentos de lavagem com hidróxido de potássio, para eliminação do gás sulfídrico e elevação do seu poder calorífico (MARTINS, 2011).

Além do biogás, outro subproduto da fermentação é a produção de um biofertilizante rico em nutrientes que se constitui em um excelente adubo orgânico para fertilização dos solos, contribuindo para melhorar suas propriedades físicas e químicas, auxiliando no desenvolvimento das culturas, aumentando as atividades microbianas da terra e substituindo muito bem outros adubos químicos. Sua composição varia em torno de 1,5 a 4,0% de nitrogênio, 1,0 a 5,0% de fósforo e 0,5 a 3,0% de potássio, além de vários nutrientes como cálcio, magnésio, enxofre, boro, cobre, ferro, manganês, molibdênio e zinco (PRATI, 2010).

Desta forma, percebe-se o fechamento do ciclo na utilização da biomassa como um recurso renovável de grande valia para a geração de eletricidade, seja ele em sistemas energéticos de cogeração ou no suprimento de demandas isoladas da rede, com potencial de corroborar com a sustentabilidade econômica e ambiental, pois apresenta vantagens como a diminuição do volume de resíduos descartados e da emissão de gases de efeito estufa, além de ter uma perspectiva de economia em gastos com energia térmica e elétrica

em longo prazo. Suas desvantagens se resumem a uma possível etapa de tratamento do gás para retirada do gás sulfídrico e um possível custo extra com manutenção caso haja danos provocados por esses gases corrosivos.

2.2 Processos de Produção do Biogás e Tipos de Biodigestores

2.2.1 Funcionamento

Na natureza, o metano, conhecido como gás de pântano, é formado no trato digestivo de ruminantes. Em plantas esse gás é formado, principalmente, por meio de um processo biológico que ocorre quando o material orgânico (biomassa) se decompõe em uma atmosfera úmida na ausência de ar, mas na presença de microrganismos metabolicamente ativos chamadas bactérias metanogênicas (DEUBLEIN; STEINHAUSER; 2008).

O biogás, composto principalmente de metano e dióxido de carbono, juntamente com algumas impurezas, tem sua produção induzida em câmeras hermeticamente fechadas denominadas biodigestores. No interior dos biodigestores a circulação de ar é impedida para que a atuação das bactérias anaeróbicas metanogênicas no substrato seja possível.

Os biodigestores possuem grandes vantagens, sendo visto por alguns como uma verdadeira fábrica de fertilizante e usina de saneamento, unidos em um só equipamento. Além de produzir um biogás de alto poder calorífico, que limpa os resíduos não aproveitáveis utilizados como substrato inicial, podendo ser usado em diversas tecnologias de conversão energética (CARNEIRO, 2007).

O projeto e construção de biodigestores dependem das diversas necessidades de aplicação. Genericamente, são classificados em biodigestores industriais, biodigestores urbanos e biodigestores agrícolas, para setores rurais. (SALOMON; FILHO, 2007). Para um funcionamento mais eficiente, geralmente dispõem de um tanque de entrada para deposição dos dejetos que se dá através de um conduto denominado tubo de carga, um tanque de carga onde se processa a fermentação da matéria orgânica (digestor), um septo que divide e direciona o fluxo do resíduo dentro do digestor, um gasômetro onde se acumula o biogás gerado pela digestão anaeróbica, um tubo de descarga para expelir o resíduo líquido depois de fermentado, um leito de secagem onde o resíduo líquido perde o excesso de água se transformando no biofertilizante e uma tubulação instalada na parte

superior do gasômetro para conduzir o biogás até o ponto de consumo, conforme Figura 3 (MAGALHÃES, 1986 apud SALOMON; FILHO, 2007).

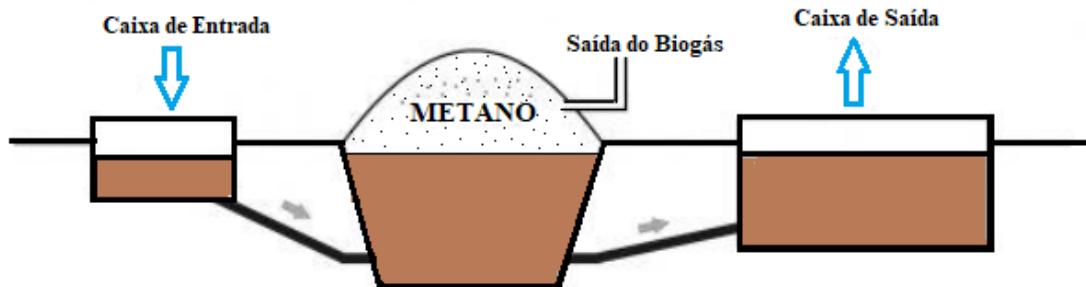


Figura 3 – Esquema de funcionamento de um biodigestor

Fonte: Autoria própria.

Existem diferentes tipos de biodigestores, que diferem quanto as suas características, condições locais de funcionamento, vantagens, desvantagens e tipos de processos. Distinguem-se dois grandes tipos, quanto aos sistemas em processo de carregamento contínuo e descontínuo. A escolha de um modelo dependerá do tipo de substrato utilizado, das condições do meio e da disponibilidade econômica.

O processo descontínuo (batelada) – Figura 4 – é realizado de maneira cíclica, com o carregamento do biodigestor com matéria orgânica, que só é substituído após o período de digestão do material, em torno de 15 a 20 dias de fermentação, para posterior limpeza e novo carregamento. É adequado para pequenas propriedades ou em locais onde exista sazonalidade na produção de biomassa onde se recomenda a construção de duas unidades, para que quando se encerre o processo em um, o outro já comece a produzir (SALOMON; FILHO, 2007).



Figura 4 – Sistema descontínuo (batelada) de produção de biogás.

Fonte: SALOMON; FILHO, 2007, p. 18.

Diferente do processo à batelada, o processo contínuo (Figura 5) não interrompe a alimentação de substrato, sendo processada e produzida a saída de material ao mesmo tempo em que as entradas são realizadas constantemente. A saída

do biogás se dá pela parte de cima do biodigestor e o biofertilizante é removido através de dutos de saída, tendo portanto uma produção uniforme no tempo (JUNQUEIRA, 2014).

Este processo pode ser realizado em biodigestores verticais, compostos na maioria das vezes de tanques cilíndricos de alvenaria submersos, onde a alimentação é realizada pela parte inferior, enquanto o biogás sai pela parte superior. Ou ainda em biodigestores horizontais, podendo estar ou não submersos, possuindo altura menor que seu comprimento e largura e alimentação de biomassa realizada por um dos lados do biodigestor, enquanto retira-se o biofertilizante pelo outro lado. Os modelos de biodigestores mais utilizados deste tipo são o Indiano e o Chinês (JUNQUEIRA, 2014). Esses e outros exemplos de modelos serão apresentados a seguir.

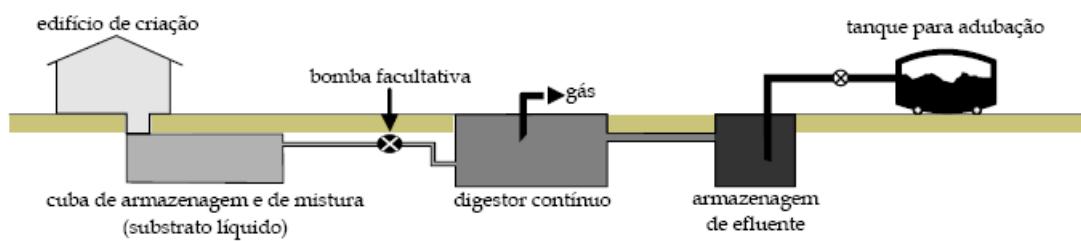


Figura 5 – Diagrama esquemático do Biodigestor tipo Contínuo.

Fonte: SALOMON; FILHO, 2007, p. 19.

2.3 Modelos de Biodigestores

Modelo Indiano

O primeiro biodigestor em regime contínuo de alimentação foi patenteado na Índia em 1946 por S. V. Desal e Mr. Biswas, com uma unidade de geração de biogás a partir do esterco bovino, inspirada em um modelo alemão (SALOMON; FILHO, 2007).

O modelo indiano (Figura 6) é de fácil construção e se constitui em um tanque de fermentação com cúpula flutuante, em torno de uma guia de metal, que se desloca verticalmente à medida que o volume de gás produzido se torna maior em relação ao volume consumido, mantendo, portanto, a pressão em seu interior constante (JUNQUEIRA, 2014). Esta pressão, porém, pode ser aumentada pela fixação de pesos na cúpula de metal, imprimindo certa compressão ao gás estocado, quando se deseja aumentar sua velocidade de saída (SALOMON; FILHO, 2007).

O modelo pode ser construído enterrado no solo, favorecendo a ação das bactérias responsáveis pelo processo de fermentação, que tem sua produção elevada com o aumento da temperatura até certos níveis. Além disso, permite manter essa temperatura sem grandes variações em seu interior (SALOMON; FILHO, 2007).

Apesar de ser um modelo de fácil construção e tendo as vantagens da pressão e temperatura mantidas constantes, o gasômetro pode constituir um empecilho em relação ao preço do material e ao problema de corrosão a que está sujeito, além dos problemas de entupimento que podem existir nos tubos entre a caixa de carga o digestor, este modelo não é indicado para terrenos superficiais, pois pode ocorrer infiltração.

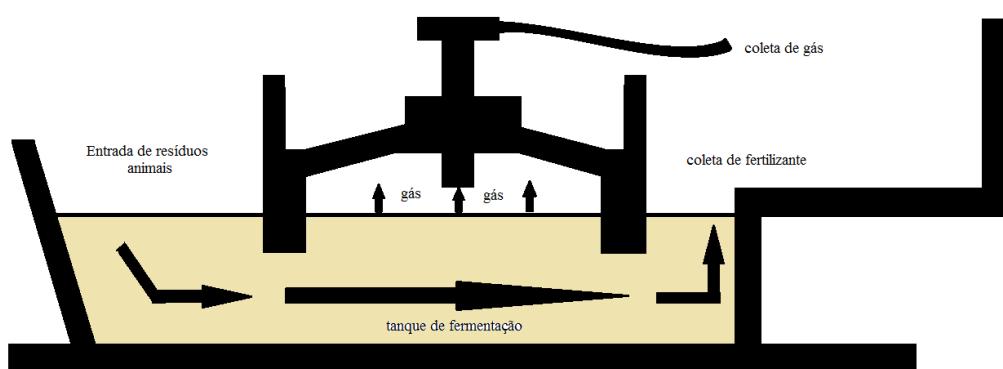


Figura 6 – Esquema de biodigestão em modelo indiano.

Fonte: Adaptado de SALOMON; FILHO, 2007.

Modelo Chinês

Na China os estudos com biogás, iniciados por volta de 1900, se desenvolveram na década de 70 devido ao apoio do Governo Central, onde foram construídos modelos-piloto para divulgação do consumo de biogás no meio rural para a zona urbana (SALOMON; FILHO, 2007).

O modelo chinês (Figura 7) possui cúpula fixa, armazenando o gás na parte superior do poço em um conjunto construído em alvenaria que dispensa o uso do gasômetro e funciona com base no princípio de prensa hidráulica. Os aumentos de pressão em seu interior resultantes do acúmulo de biogás resultam no deslocamento do gás da câmara de fermentação para a caixa de saída, e em sentido inverso quando ocorre a descompressão (DEGANUTTI, 2002).

As vantagens do modelo chinês incluem um custo mais barato em relação aos demais, devido aos materiais de construção utilizados, e o pouco espaço que ocupa na

superfície do solo, já que é construído completamente enterrado, permitindo assim pequenas variações de temperatura. As limitações se devem ao tipo de solo utilizado, não sendo indicado em solos superficiais; os possíveis entupimentos entre a caixa de carga e o biodigestor, que podem ser evitados mediante o controle das concentrações de sólidos totais; e uma área de reserva de gás menor, sendo mais indicado na produção de biofertilizante.

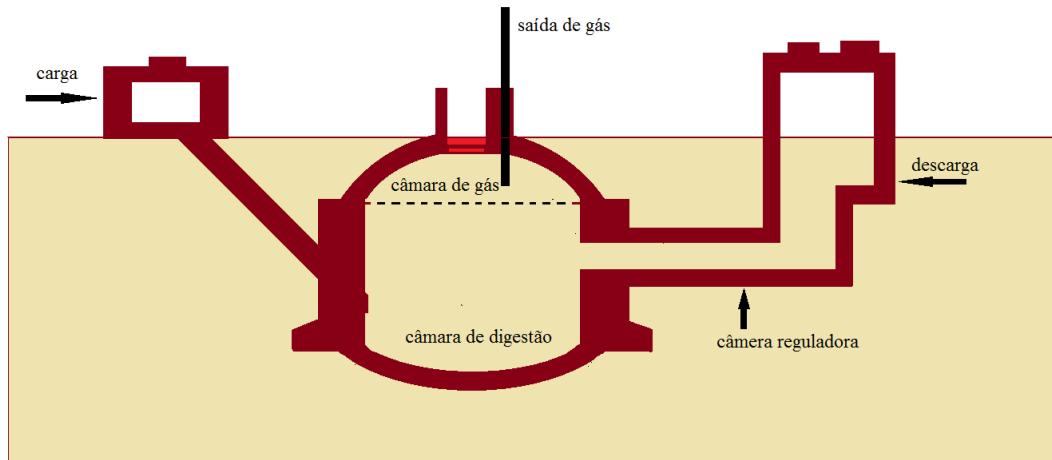


Figura 7 – Esquema de biodigestor em modelo chinês.

Adaptado de SALOMON; FILHO, 2007.

Modelo da Marinha

O modelo de biodigestor da Marinha brasileira (Figura 8) foi desenvolvido na década de 70 através do Instituto de Pesquisa da Marinha do Brasil – IPQM (PRATI, 2010). É um modelo mais raso e longo, do tipo horizontal, que possui uma área de exposição ao sol maior, aumentando com isso a produção de biogás (SALOMON; FILHO, 2007). Por possuir uma largura maior que a profundidade, necessita de uma área superficial maior para que consiga armazenar uma maior quantidade de resíduos, sendo uma das limitações deste modelo.

Sua cúpula é de plástico maleável, atualmente confeccionada em Policloreto de Vinila (PVC), que infla com a produção do biogás, sendo por isso também conhecido como tipo lona. As vantagens dessa cúpula estão no baixo custo apresentado, na facilidade de limpeza e manutenção, e na maior resistência à corrosão apresentada pela água e pelo

ácido sulfídrico presente na mistura gasosa (MANUAL DO BIODIGESTOR, apud PRATI, 2010).

A caixa de carga é construída em alvenaria, podendo ser mais larga, o que evita entupimentos. Sua construção não exige restrições quanto ao tipo de solo, podendo ser feita tanto enterrada quanto sobre a superfície do solo. Os maiores cuidados são relativos a vazamentos na cúpula, que se não tratados adequadamente podem ocasionar explosões.

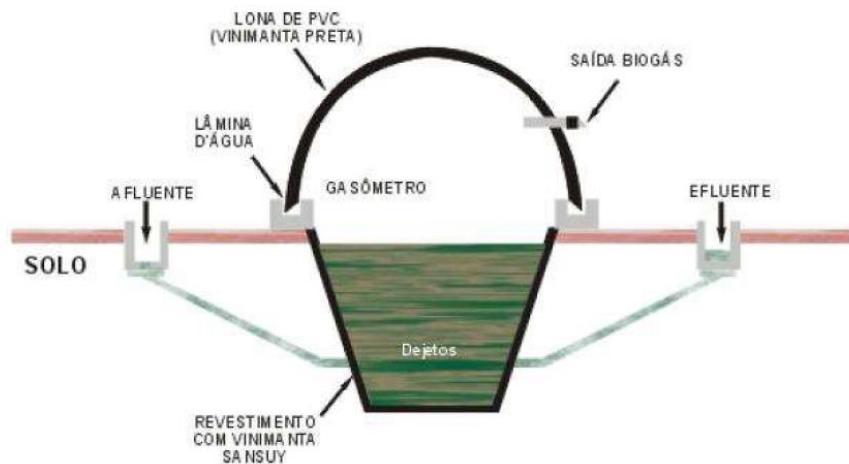


Figura 8 – Representação em corte de um biodigestor simplificado do Modelo da Marinha do Brasil. Fonte: PRATI, 2010.

2.4 Condições Favoráveis à Digestão Anaeróbica

Existem algumas condições ótimas à digestão anaeróbica que se constituem em parâmetros importantes para a geração de biogás, estes são descritos abaixo:

- Impermeabilidade ao ar – A ação das bactérias responsáveis pela digestão anaeróbica é muito sensível à presença de oxigênio. A decomposição da matéria orgânica na presença de oxigênio produz dióxido de carbono (CO_2), porém na ausência de ar há produção de metano CH_4 . Se o biodigestor não estiver perfeitamente vedado, a produção de biogás será inibida (SALOMON; FILHO, 2007).
- Temperatura adequada – A temperatura ideal de trabalho dependerá do tipo de bactéria utilizado e da relação entre o volume de gás a produzir, o grau de fermentação e o tempo de retenção. A atividade enzimática das bactérias depende da temperatura e variações bruscas podem causar desequilíbrio. Em torno de 10 °C esta atividade é reduzida e acima de 65 °C essas enzimas são destruídas, por isso recomenda-

se manter a temperatura de 35 a 45 °C, mantendo enterrado no solo boa parte do sistema para minimizar as variações (JUNQUEIRA, 2014).

- Natureza do substrato – É recomendável o uso de diferentes fontes de material, buscando manter uma relação específica de carbono para nitrogênio entre 20:1 e 30:1. A principal fonte de nitrogênio são as dejeções humanas, enquanto o carbono pode ser encontrado nos polímeros presentes nos restos de culturas (SALOMON; FILHO, 2007).
- Teor de água – Tanto o excesso quanto a falta de água são prejudiciais, sendo recomendados teores que variam de 60 a 90% do peso do conteúdo total no biodigestor.
- pH- A ação enzimática das bactérias também é sensivelmente afetada por um meio ácido, fazendo a fermentação parar para valores abaixo de 6,5. Em um meio alcalino, a fermentação produz anidro sulfuroso e hidrogênio. A faixa de operação dos digestores se encontra entre 6-8, tendo como ponto ótimo o pH 7,0. O controle pode ser realizado através da contração de sólidos totais no digestor, que se encontra normalmente em torno de 8% (MASSOTTI, 2002).
- Substâncias tóxicas – É necessário muito cuidado em relação a presença de matérias tóxicas no biodigestor, que podem afetar seriamente a produção das bactérias. Antibióticos contidos nos alimentos ou qualquer elemento ou nutriente em excesso na solução podem provocar sintomas de toxidez no meio bacteriano inibindo seu desenvolvimento. A presença do íon amônia em concentrações acima de 150 mg/litro e a entrada de desinfetantes ou sarneidas podem ocasionar um significante problema (MASSOTTI, 2002).
- Retenção hidráulica – É o tempo necessário para a mistura ser totalmente digerida no biodigestor, ocorrendo quando a produção de gás é máxima. Seu valor pode variar de 50 dias, em alguns tipos de digestores rurais, até algumas horas, em certos digestores industriais. É definido pela relação entre o volume do digestor e o volume de carga diária, dependendo do substrato, tipo de digestor, nutrientes, agitação, variação de temperatura na mistura, entre outros fatores (SALOMON, 2007).

2.5 Conversão Energética da Biomassa e Potencial de Aproveitamento da Casca de Cacau

2.5.1 Conversão energética de biogás em energia elétrica

O aproveitamento da biomassa pode ser realizado de diversas formas, através da combustão direta, processos termoquímicos (gaseificação, pirólise, liquefação e transesterificação) ou processos biológicos como a digestão anaeróbica e a fermentação (ANEEL, 2002). O biogás gerado a partir dos processos biológicos pode ser utilizado em sistemas moto geradores para a produção de energia elétrica. As tecnologias mais utilizadas são as microturbinas e os motores de combustão interna do ciclo Otto, que através de pequenas modificações permite o uso do biogás como combustível.

Os motores de combustão interna são largamente utilizados por poderem operar com diferentes tipos de combustíveis, tanto líquidos como gasosos. A câmara de combustão do motor e o próprio processo de combustão estão integrados ao seu funcionamento geral. Por sua simplicidade, robustez e alta relação potência/peso representam a tecnologia mais difundida entre as máquinas térmicas, fazendo com que acionadores sejam empregados em larga escala como elementos de propulsão para geração de eletricidade contínua, além da flexibilidade que permite que sejam os equipamentos mais utilizados para a queima do biogás (SALOMON, 2007).

Motores de combustão interna do ciclo diesel são os mais utilizados, pela sua maior robustez, flexibilidade e baixo custo, sendo utilizados para pequenas e médias demandas elétricas (SALOMON, 2007).

Para que o biogás possa ser utilizado em motores ou turbinas a gás é necessário a identificação de parâmetros como a vazão, composição e poder calorífico do substrato utilizado. Isso permite a determinação do real potencial de geração elétrica e dimensionamento dos processos de pré-tratamento do biogás, como a remoção do H₂S (ácido sulfídrico) e umidade, de modo a evitar a corrosão nos equipamentos (SUZUKI, 2011).

No caso dos motores diesel, a introdução do biogás pode ser feita mediante modificações no sistema para a tecnologia de ottolização. Retira-se todo o sistema de carburação de diesel, instalando um sistema de carburação do gás ao ar de admissão, além de alterações nos cabeçotes dos motores para adequação de suas taxas de compressão (PRATI, 2010).

Uma alternativa, que não exige modificações no motor, seria utilizar a admissão do gás juntamente com o ar. Assim, a ignição seria realizada com uma pequena injeção-piloto de diesel para proporcionar a ignição por compressão, dando início a combustão do gás que é admitido no cilindro pelo coletor de admissão (PRATI, 2010).

2.5.2 Potencialidade da casca de cacau como biomassa

A produção de biomassa, definida como toda matéria orgânica de origem vegetal e animal, tem grande potencial no aproveitamento de resíduos agrícolas.

A casca do fruto do cacaueiro (Figura 9) é um subproduto de alto valor nutritivo que representa 80% de sua composição. É obtido através da quebra e separação das sementes, e raramente é utilizado em seu potencial energético (CEPLAC, 2012).

Pesquisas vêm sendo desenvolvidas em todo mundo na tentativa de descobrir as potencialidades da casca de cacau, como a transformação da energia presente na casca em calor ou energia elétrica (FEREIRA, 2013).



Figura 9 – Casca do fruto do cacaueiro.

Fonte: CEPLAC, 2012.

Em 1979 um convênio foi realizado entre CEPLAC e Eletrobrás (Centrais Elétricas Brasileiras) para pesquisa no aproveitamento de resíduos do cacau na produção de biogás e biofertilizante. No projeto usaram o Biogestor contínuo Indiano modificado (Figura 10), com câmara metálica cilíndrica, instalado abaixo do nível do solo, com capacidade do reator para 120 m³, utilizando a casca de cacau triturada misturada com água na proporção de 1 tonelada/1m³ como biomassa (CEPLAC, 2012).

A produção média de biogás foi de 45 m³ a cada 24 horas, com cerca de 53 a 55 % de Metano (CH₄), que equivale aproximadamente 20 kg GLP. Esses resultados foram alcançados com uma taxa de alimentação de 2,5 toneladas de substrato (mistura) a cada 24 horas, que geravam ainda 2,5 m³ de biofertilizante a cada 24 horas. O teste foi realizado na CEPLAC, utilizando o biogás produzido em fogões

domésticos, secadores de cacau com queimadores infravermelho, lâmpadas e geladeiras, tendo sido considerado uma das fontes energéticas mais econômicas e de fácil aquisição pelas pequenas propriedades rurais (CEPLAC, 2012).

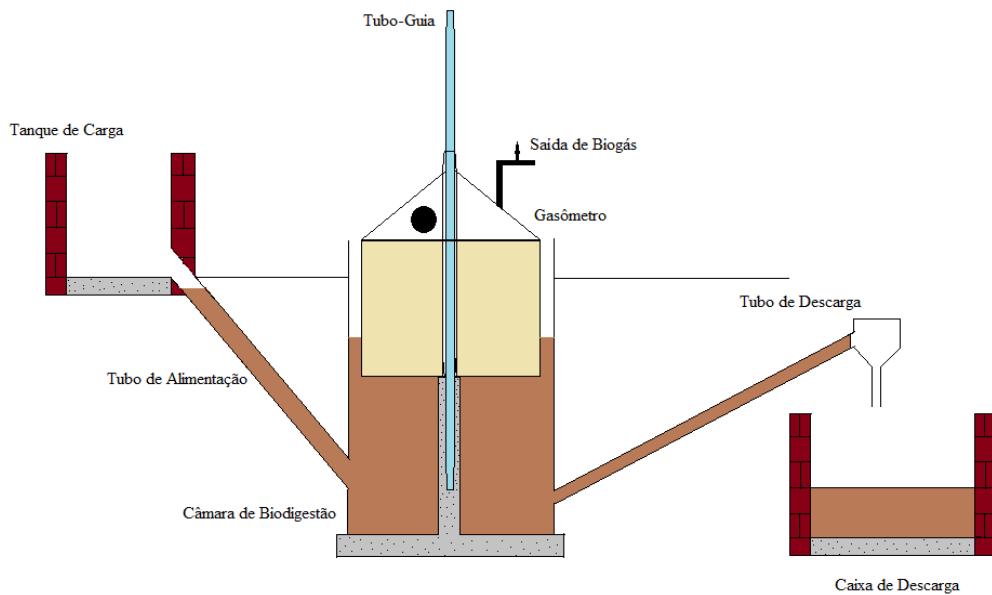


Figura 10 - Biodigestor usado na CEPLAC em 1970

Fonte: Adaptado de CEPLAC, 2012.

3 BIODIGESTOR

O local de execução desse trabalho é a Fazenda São José, localizada no município de Barro Preto, Bahia (Figura 11). A fazenda mantém a tradição de cacauicultores na região sul da Bahia desde 1896, conservando as matas através do sistema Cabruca, produzindo em sistema orgânico e sustentável, certificado pelo IBD (Instituto Biodinâmico).

Entre os 272 hectares (ha) de área rural do município, a Fazenda São José possui 64 destes. Onde conta com uma área de cultivo de cacau, de 36,50 ha, área de pasto de 16,93 ha, área de reserva legal com 6,91 ha, área com capoeira de 0,27 ha, área de Preservação Permanente (APP) com 1,21 ha e entre outras áreas com benfeitorias de 2,18 ha, como a pequena fábrica de chocolate instalada na fazenda.



Figura 11 - Vista aérea da propriedade (Fonte: Google Maps)

Este projeto fará desta propriedade a primeira unidade rural do Sul da Bahia a dispor de um biodigestor para a geração de energia elétrica. O material disponível para ser utilizado como substrato na digestão anaeróbica dentro do biodigestor conta com resíduos orgânicos gerados pela população rural da propriedade e os resíduos vegetais gerados pelas atividades agropecuárias (cultivos, criações de animais, beneficiamento, processamento e outros oriundos da mesma fonte).

O projeto básico está sendo realizado em parceria com a FAPESB (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia) e empresa Legon, localizada em Santa Rita,

Minas Gerais, que tem desenvolvido equipamentos eletrônicos para controle de variáveis em biodigestores no sudeste do país (Figura 12).



Figura 12 – Sistema eletrônico para controle de biodigestores.

Os estudos realizados têm por base a construção de sistemas como esse que já se encontram em funcionamento na localidade de Santa Rita (Minas Gerais). Até então, a placa eletrônica recebe apenas os valores dos sensores de temperatura e umidade presentes na câmara de digestão. Introduziremos novas variáveis de entrada na alimentação do controle dos sistemas eletrônicos, como a variação da quantidade de bactérias em função da produção de biogás, usando o modelo matemático descrito no capítulo 4.

A expectativa é a construção de um biodigestor Modelo da Marinha (conforme Figura 13), de processo descontínuo, à batelada, com capacidade de suprimento do consumo médio de energia da população e reaproveitamento dos dejetos, gerando mais economia e menor impacto ambiental.



Figura 13 – Biodigestor localizado em Santa Rita, MG.

3.1 Condições Iniciais de Operação: Dimensionamento do Biodigestor

Na análise dos parâmetros de modelagem do sistema de um biodigestor, a condição inicial das operações é um fator determinante. Sendo assim, faz-se necessário que o dimensionamento e escolha do biodigestor tragam informações como volume inicial de substrato, carga diária, tipo de retirada e consequentemente volume de biogás produzido (BALMANT, 2009). Esses dados tornam possível a determinação das constantes e condições iniciais de operação do conjunto a serem modeladas.

A produção do biogás e dimensionamento do biodigestor dependem do espaço acessível para construção, da quantidade de substrato e do tipo de matéria orgânica disponível na propriedade rural onde será aplicado o projeto. Para isso o cálculo do volume de carga diária se torna necessário, para que seja possível estimar o volume (V_B) do biodigestor (JUNQUEIRA, 2014).

Os resíduos orgânicos de origem animal são inicialmente estimados em relação à a quantidade de bovinos presentes na propriedade, da média de produção de esterco referente a cada tipo de animal e da quantidade de água que será utilizada na preparação da carga (JUNQUEIRA, 2014). De acordo com o número de animais presentes na Fazenda São José, os respectivos cálculos são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Tabela de cálculo do volume de carga diária

Espécie animal	Esterco por animal (kg/dia)	Quantidade animais	Total de esterco (kg/dia)	Relação esterco: água (l)	Volume de água (dm³/dia)	Volume de carga (m³/dia)
	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C = A x B</i>	<i>D</i>	<i>E = C x D</i>	<i>F = C + E</i>
Vaca leiteira	25	40	1000	1:1	1000	2,000
Bezerro	2,0	38	76	1:1	76	0,152
Boi	15	7	105	1:1	105	0,210
Total	42	85	1181		1181	2,362

Fonte: Adaptado de OLIVER et al., 2008.

Para o cálculo do volume do biodigestor, além do volume estimado para os dejetos da bovinocultura, considera-se um adicional de 10% para suportar pequenas variações de carga (JUNQUEIRA, 2014). Assim, obtendo 2,6 m³/dia de volume de substrato.

Outro fator a ser considerado será o volume de lixo orgânico produzido por cada habitante da propriedade em estudo, que pode ser verificado através da Equação (1) (NOBRE, 2016):

$$Q_d = \frac{Pop \cdot q \cdot R}{1000}, \quad (1)$$

onde Q_d representa a vazão doméstica média de esgoto em m^3/dia ; Pop é a população atendida (habitantes); q é o consumo per capita de água, em $l/hab \cdot dia$, que varia conforme as características da propriedade, como mostra a Tabela 3.

Tabela 3 – Consumo per capita de água (q)

Porte da Comunidade	Faixa da População (hab.)	Consumo per capita – q (litros/hab.dia)
Povoado rural	<5000	90 – 140
Vila	5000 – 10000	100 – 160
Pequena localidade	10000 – 50000	110 – 180
Cidade média	50000 – 250000	120 – 220
Cidade grande	>250000	150 – 300

Fonte: VON SPERLING, 1995, apud DOMINIAK et al, 2016.

Segundo Nobre (2016), R seria um coeficiente de retorno que tem como função corrigir a vazão efetiva de esgoto em relação ao volume de água que é recebido na rede coletora e o que é efetivamente fornecido à população. Este coeficiente depende de alguns fatores ambientais, como localização, clima e tipo de residência. Situa-se entre 0,5 e 0,9, adotando-se em geral o valor de 0,8 na ausência de medidores locais.

Para o caso da Fazenda São José, objeto do estudo, considera-se que o biodigestor projetado seja capaz de receber o volume de lixo orgânico produzido diariamente pela média de 200 pessoas que vivem ou trabalham na fazenda, somadas às contribuições da carga de dejetos animais e resíduos vegetais.

Assim, a contribuição dos resíduos orgânicos domésticos pode ser calculada através da Equação 1. Adotando-se o valor de 0,8 para o coeficiente de retorno (R), e a média entre os valores disponíveis para o consumo de água per capita (q) dada na Tabela 3, para a população rural de trabalhadores e moradores da Fazenda em torno de 200 habitantes.

$$Q_d = \frac{Pop \cdot q \cdot R}{1000} \rightarrow Q_d = \frac{(200 \text{ hab}) \cdot (115 \text{ l/hab} \cdot \text{dia}) \cdot 0,8}{1000}$$

$$Q_d = 18,40 \text{ m}^3/\text{dia}$$

Para o contexto de aplicação de projeto, a casca de cacau, entra como um resíduo vegetal de alto poder calorífico, em torno de 2500 kcal/kg (CARDOSO et. al, 2002). Este resíduo, proveniente da atividade agrícola de cultivo do cacau, representa 80% do fruto do cacaueiro. Sua quantidade total é calculada a partir da produtividade média mensal de arrobas de cacau por hectare, que é gerada na Fazenda.

A área de cultivo disponível na Fazenda São José é de 36,5 ha, com uma produtividade média que varia em função das condições de produção e do período sazonal considerado. Levando em conta esses fatores, estimamos a carga vegetal de casca de cacau disponível conforme Equação 2.

$$M_{Casca_cacau} = (0,8) \cdot P_a \cdot A \cdot f_a \quad (2)$$

Onde M_{Casca_cacau} é a massa de casca de cacau disponível em [kg/mês], P_a é a produtividade média variável em [arrobas/(ha.mês)], A é área de cultivo de cacau disponível na Fazenda em hectares (36,5 ha), f_a representa um fator de conversão de arrobas para quilogramas (15 kg/arroba) e 0,8 representa a porcentagem média de casca de cacau no fruto do cacaueiro.

Variando os valores de produtividade, P_a , entre 200 a 400 arrobas por hectare, obtém-se, através da Eq. 2, diferentes valores para a massa de casca de cacau disponível, como mostra a Tabela 4.

Tabela 4 – Dejetos de cacau disponível para diferentes valores de produtividade P_a .

P_a	M_{Casca_cacau}	Produtividade diária (kg/dia)	Volume de casca triturada e misturada em água (m ³ /dia)
Produtividade de cacau (arrobas/ha)	Massa de casca de cacau calculada (kg/mês)		
0	0	0	0
200	87600	2920	2,92
300	131400	4380	4,38
400	175200	5840	5,84

Fonte: Autoria própria.

Os valores de produtividade diárias são considerados através da divisão dos resultados de M_{Casca_cacau} por 30 dias. Esta casca é triturada e misturada com água na proporção de 1 tonelada/m³, tendo como referência a mesma proporção utilizada pelo biodigestor construído pela CEPLAC em 1979, citado na seção 2.5.2 (CEPLAC, 2012). Os volumes diários encontrados serão usados como aditivos no biodigestor e a importância deste substrato será mostrada mais adiante, nas simulações do processo fermentativo.

Somadas todas contribuições de substratos disponíveis e fixadas as contribuições de dejetos da bovinocultura e esgoto doméstico por habitante, tem-se os volumes de carga diária total, variando conforme a quantidade de casca de cacau utilizada, como mostra a Tabela 5.

Tabela 5 – Volume e tipos de dejetos disponíveis.

Bovinocultura	Dejetos		Volume de carga diária total disponível (m³/dia)
	Esgoto doméstico/hab.	Casca de cacau	
2,60	18,40	0	21
2,60	18,40	2,92	23,92
2,60	18,40	4,38	25,38
2,60	18,40	5,84	26,84

Fonte: Autoria própria.

De posse do volume de carga disponível, pode-se calcular o volume (V_B) do biodigestor como função deste volume diário (V_C) e do período de retenção hidráulica (T_{RH}) necessário para a degradação da matéria orgânica por meio das bactérias anaeróbicas (OLIVEIRA, 2009). Isto é feito através da relação:

$$V_B = V_C \times T_{RH} \quad (3)$$

O tempo de retenção hidráulica também será dado em função do tipo de matéria orgânica disponível, em especial as que são de origem animal, por possuírem um tempo de degradação maior. Tendo um período médio de 35 dias para a bovino/suinocultura, 45 dias na caprino/ovinocultura, e 60 dias para a cama de aviário (OLIVER, 2008).

As dimensões da caixa de entrada serão baseadas no resultado desta formulação, para que esta seja capaz de suportar o volume de carga diário na operação. Enquanto que para a caixa de saída o dimensionamento é feito para um volume, no mínimo, três vezes o volume da carga diária, para que o biofertilizante produzido seja armazenado (JUNQUEIRA, 2014).

Com esses resultados é razoável estimar os possíveis volumes para o biodigestor (Tabela 6), segundo Equação 3, considerando um período de retenção hidráulica de 35 dias e a variação da carga diária que foi mostrada na tabela 5.

Tabela 6 – Estimativa de volume para o biodigestor em função da variação de carga diária.

V_C	V_B
Volume de carga diária total disponível (m³/dia)	Volume do biodigestor (m³)
21	735
23,92	837,2
25,38	888,3
26,84	939,4

A variação de volume considerada nos fornece uma média de aproximadamente 850 m³ para o biodigestor, que corresponde a cerca de 34% do volume de uma piscina olímpica de 2500 m³. Devido a alta capacidade de armazenagem requerida para a câmara de fermentação, o modelo de biodigestor da Marinha se torna o modelo mais adequado,

já que consegue comportar um alto fluxo de dejetos e possuir um baixo custo de implantação e manutenção em comparação com os demais tipos.

É importante ressaltar que as dimensões exatas do projeto só poderão ser definidas a partir da avaliação de outros parâmetros. Para isso, as condições iniciais de crescimento das bactérias e produção de biogás serão determinadas com o auxílio das equações diferenciais descritas no próximo capítulo. Assim, esses parâmetros podem ser apreciados em termos econômicos, para a designação das corretas dimensões do biodigestor e de seu sistema gerador de eletricidade.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA DA BIODIGESTÃO

A composição das bactérias que atuam na fermentação do substrato, assim como o processo de formação do biogás, são extremamente complexos. Neste contexto, é proposto um modelo analítico que relacione apenas duas das componentes básicas de um biodigestor (BRITO; SALES; 2019). Considerando estas componentes como duas populações em um modelo particular de competição, que são afetadas diretamente pela quantidade de recursos ambientais disponíveis. Em termos matemáticos, tem-se:

1. $b = b(t)$: quantidade de bactérias que produzem o biogás, e
2. $g = g(t)$: quantidade de biogás produzido que continua no interior do biodigestor.

Supondo que b e t sejam variáveis dependentes do tempo t , onde b é considerado uma população de bactérias generalizadas, e não apenas de uma qualidade específica. Sua variação depende de sua própria quantidade e seu crescimento pode ser inibido pelas condições ambientais como: espaço, alimentação, acidez, temperatura, etc., ou pela presença do próprio biogás produzido.

A variação da quantidade de biogás no interior do biodigestor é proporcional à quantidade de bactérias presentes e uma diminuição pode ser traduzida pelo tipo de retirada efetuada.

Estas hipóteses estão relacionadas no seguinte sistema:

$$\begin{cases} \frac{db}{dt} = F(b) - pb \\ \frac{dg}{dt} = kb - h(g, t) \end{cases} \quad (4)$$

onde as constantes p e k são positivas; $F(b)$ fornece a variação das bactérias, independentemente da presença de biogás; o termo pbg é responsável pelo fator de inibição, e a função $h(g, t)$ é responsável pelo tipo de retirada de biogás que é efetuada.

A análise do sistema apresentado na equação (4) será realizada em dois momentos, primeiramente avaliaremos as condições de crescimento dessas bactérias para o caso

particular onde todo o gás produzido seja mantido no interior do biodigestor. Em seguida, avaliaremos as condições de retirada deste gás de dentro do biodigestor.

4.1 Biodigestor sem Retirada de Biogás

Quando avaliamos o Sistema (4), percebe-se que para que o gás seja mantido no interior do biodigestor é necessário que a função responsável pelo fator de retirada assuma o valor com $h(g, t) = 0$. A outra hipótese é admitir que a variação das bactérias, independentemente da presença de biogás, seja proporcional a quantidade de bactérias. Desta forma, substituindo $F(b) = \alpha b$ (tal que α representa uma constante de proporcionalidade, positiva, válida para o início do biodigestor, onde o crescimento das bactérias ainda não está inibido) no sistema (4), tem-se:

$$\begin{cases} \frac{db}{dt} = \alpha b - pbg \\ \frac{dg}{dt} = kb \end{cases} \quad (5)$$

Neste caso, se $b = 0$, tem-se uma reta de equilíbrio no espaço de fase $b \times g$, pois se não existirem bactérias não haverá fermentação.

Analisando as curvas soluções no plano de fase

$$\frac{db}{dg} = \frac{\alpha - pg}{k} \quad (\text{com } b \neq 0), \quad (6)$$

E integrando (6), que é uma equação separável, obteremos a solução do sistema (5) na forma:

$$b = \frac{\alpha}{k}g - \frac{p}{2k}g^2 + C$$

onde C é uma constante de integração que depende da condição inicial em $t = 0$ (tempo inicial). Admitindo que não há biogás em $t = 0$, apenas uma massa de bactérias inicial $b(0) = b_0 > 0$, isso implica em $C = b_0$. Resultando na solução particular da Eq. (7).

$$b = \frac{\alpha}{k}g - \frac{p}{2k}g^2 + b_0 \quad (7)$$

Que estabelece a quantidade de bactérias b como função do biogás produzido g . Seu valor máximo pode ser obtido através da derivação da Eq. (7) em relação g , igualando a expressão a zero a fim de encontrar os pontos críticos da curva. Assim,

$$\frac{db}{dg} = \frac{\alpha}{k} - \frac{p}{k}g = 0 \quad \rightarrow \quad g(b_{max}) = \frac{\alpha}{p}$$

Substituindo esse resultado em (7), chega-se em:

$$b_{max}(b_0) = b_0 + \frac{\alpha^2}{2kp} \quad (8)$$

O resultado da Eq. (7) é uma função quadrática que possue raízes

$$g_{1,2}(b) = \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 2kb_0p}}{p}$$

Percebe-se que a equação apresenta duas soluções, já que $g_{1,2}(b)$ pode ser positiva ou negativa. Porém, é considerado que $g(b)$ seja sempre positiva, já que uma quantidade de gás negativa não apresenta significado físico. Dessa forma, a raiz com sinal negativo será desprezada e portanto, $g(b)$ é limitado por

$$g(b_0) = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 2kb_0p}}{p} \quad (9)$$

e

$$g(b_{max}) = \frac{\alpha}{p} < g(b_0). \quad (10)$$

Os dois valores b_{max} e g dependem da quantidade inicial de bactérias b_0 . Por outro lado, substituindo a expressão de b dada em (7) na segunda equação do sistema (5), obtemos a equação separável

$$\frac{dg}{dt} = \alpha g - \frac{p}{2}g^2 + b_0k \quad (11)$$

Separando as variáveis e integrando,

$$\int_0^g \frac{dg}{-\frac{p}{2}g^2 + \alpha g + b_0k} = \int_0^t dt \quad (12)$$

Usando como solução da integral a esquerda na forma:

$$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}} \ln \left[\frac{2ax+b-\sqrt{b^2-4ac}}{2ax+b+\sqrt{b^2-4ac}} \right] \quad (13)$$

O que resulta

$$\ln \left[\frac{-pg + \alpha - \sqrt{\alpha^2 + 2pkb_0}}{-pg + \alpha + \sqrt{\alpha^2 + 2pkb_0}} \right] \Big|_0^g = \sqrt{\alpha^2 + 2pkb_0} t \quad (14)$$

E finalmente,

$$g(t) = \frac{(\alpha^2 - D^2)(1 - e^{-Dt})}{p[\alpha - D - (\alpha + D)e^{-Dt}]} \quad (15)$$

onde $D = \sqrt{\alpha^2 + 2pkb_0}$.

Assim, quando $t \rightarrow \infty$, temos:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g = \frac{\alpha + D}{p},$$

ou seja, a produção de gás é limitada.

Como visto anteriormente, a quantidade máxima de bactérias é atingida na Eq. (8) quando $g(b_{max}) = \frac{\alpha}{p}$. Assim, substituindo (10) em (15), temos:

$$t_{max} = \frac{1}{D} \ln \left(\frac{D + \alpha}{D - \alpha} \right),$$

que representa o tempo para produção máxima de gás e para a máxima produção de bactérias.

Derivando a equação (15) em relação a t e substituindo na segunda equação do sistema (5) obtemos

$$\frac{dg}{dt} = \frac{4kb_0D^2e^{-Dt}}{[(\alpha - D) + (\alpha + D)e^{-Dt}]} = kb \quad (16)$$

Portanto,

$$b(t) = \frac{4b_0D^2e^{-Dt}}{[(\alpha - D) - (\alpha + D)e^{-Dt}]^2} \quad (17)$$

O que nos mostra que quando $t \rightarrow \infty$, as bactérias tendem à extinção. Estes resultados serão avaliados graficamente nos próximos capítulos.

4.2 Biogestor com Retirada de Biogás

A colheita do gás produzido por um biogestor pode ser efetuada de vários modos, o que é traduzido pela função $h(g, t)$ do Sistema (4). Para o caso em que a retirada de biogás seja proporcional à quantidade existente de bactérias, temos que a função $h(g, t) = \beta g$, onde β é a taxa de colheita. Mantendo a proporcionalidade em $F(b) = \alpha b$ para a produção de bactérias no sistema (4), podemos reescrevê-lo na forma:

$$\begin{cases} \frac{db}{dt} = \alpha b - pbg \\ \frac{dg}{dt} = kb - \beta g \end{cases} \quad (18)$$

Onde α, p, k e β são constantes positivas que serão determinadas de acordo com as características do biogestor desenvolvido.

O Sistema (18) é quase linear (VIDARTE, 2010) e possui pontos de equilíbrio dados pelas soluções do sistema algébrico:

$$\begin{cases} b(\alpha - pg) = 0 \\ kb - \beta g = 0 \end{cases} \quad (19)$$

Para este sistema, os pontos de equilíbrios são encontrados na origem $(0,0)$ e em $\left(\frac{\alpha\beta}{kp}, \frac{\alpha}{p}\right)$, o qual são chamados de pontos isolados ou críticos (veja anexo II).

Pelo teorema de linearização Lyapunov – Poincaré (MATTIUZZO, 2016) temos o sistema linearizado de (18) dado por:

$$\begin{cases} \frac{db}{dt} = \alpha b \\ \frac{dg}{dt} = kb - \beta g \end{cases} \quad (20)$$

O sistema (20) é um sistema autônomo linear de primeira ordem (BRONSON, 1994). Usando (A3) do anexo, temos

$$\lambda = \frac{\alpha - \beta \pm \sqrt{(\alpha - \beta)^2 - 4\alpha\beta}}{2}.$$

As raízes do polinômio característico associado são $\lambda_1 = \alpha$ e $\lambda_2 = -\beta$. Como as raízes são diferentes e de sinais opostos (veja anexo II), o ponto $(0, 0)$ é um *ponto de sela*, sendo a trajetória $b = 0$ ($g > 0$) a que converge para $(0, 0)$. No nosso problema esta trajetória não está definida, uma vez que $b > 0$ para todo t . Vamos analisar a natureza do outro ponto $\left(\frac{\alpha\beta}{kp}, \frac{\alpha}{p}\right)$.

Como o sistema (18) é quase linear podemos usar um deslocamento do ponto dado por $b = u + \frac{\alpha\beta}{kp}$ e $g = v + \frac{\alpha}{p}$ no sistema (18) e assim obter:

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{du}{dt} = \alpha \left(u + \frac{\alpha\beta}{kp}\right) - p \left(u + \frac{\alpha\beta}{kp}\right) \left(v + \frac{\alpha}{p}\right) \\ \frac{dv}{dt} = k \left(u + \frac{\alpha\beta}{kp}\right) - \beta v + \frac{\alpha}{p} \end{cases} &\Leftrightarrow \\ \begin{cases} \frac{du}{dt} = \alpha u + \frac{\alpha^2\beta}{kp} - puv - \frac{\alpha^2\beta}{kp} - \frac{\alpha\beta v}{k} - \alpha u \\ \frac{dv}{dt} = ku + \frac{\alpha\beta k}{kp} - \beta v - \frac{\alpha\beta}{p} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{\alpha\beta}{k}v - puv \\ \frac{dv}{dt} = ku - \beta v \end{cases} \end{aligned}$$

Notamos que o Sistema resultante também não é linear devido ao termo “ $-puv$ ”. Entretanto, se considerarmos que seu valor seja relativamente pequeno ($p \sim 0$), podemos desprezá-lo, e o sistema linearizado será dado por:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -\frac{\alpha\beta}{k}v \\ \frac{dv}{dt} = ku - \beta v \end{cases} \quad (21)$$

E as raízes da equação característica do sistema linearizado (veja anexo II) correspondente são

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\beta}}{2}$$

No anexo II é mostrado que o ponto $\left(\frac{\alpha\beta}{kp}, \frac{\alpha}{p}\right)$ pode ser assintoticamente estável e constituirá um nódulo se $\beta \geq 4\alpha$, ou uma espiral se $\beta < 4\alpha$, isso implica em raízes λ_1 e λ_2 complexas conjugadas.

No caso de a trajetória ser uma espiral, temos as soluções para (21):

$$u(t) = e^{-\frac{\beta}{2}t} \left(A \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t + B \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t \right) \quad (22)$$

e

$$v(t) = e^{-\frac{\beta}{2}t} \left(C \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t + D \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t \right) \quad (23)$$

A condição inicial nos diz que $b(0) \neq 0$, consequentemente $u(0)$ pode ser nulo, e isso só é garantido se a constante $A = 0$ em (22). Então, teremos para (22):

$$u(t) = Be^{-\frac{\beta}{2}t} \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t \quad (24)$$

No caso da solução (23) podemos usar a (24), observando que no sistema (21) a derivada da função $u(t)$ em relação ao tempo pode ser obtida de (22), produzindo um resultado que indica que a função $v(t)$ é proporcional a $\cos \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t$. Assim, de (23) conclui-se que

$$v(t) = Ce^{-\frac{\beta}{2}t} \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t \quad (25)$$

Agora então, podemos escrever os resultados para produção de bactérias e biogás dependente do tempo:

$$b = Be^{-\frac{\beta}{2}t} \sin \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t + \frac{\alpha\beta}{kp} \quad (26)$$

e

$$g = Ce^{-\frac{\beta}{2}t} \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t + \frac{\alpha}{p} \quad (27)$$

onde as constantes B e C são obtidas pela condição inicial.

No caso da constante C obtemos da condição de não existir biogás no instante inicial $t = 0$, ou seja, $g(0) = 0$, usando a Eq. (27) temos $C = -\frac{\alpha}{p}$.

Para obter a constante B , derivamos Eq. (24) em relação ao tempo e substituímos o resultado no sistema (21). Usando (25), com seu valor C , no sistema (21) e por identidade, obtemos $B = \frac{2\alpha^2\beta}{pk\sqrt{4\alpha\beta-\beta^2}}$. Dessa forma, os resultados particulares de (26) e (27) são:

$$b = \left(\frac{2\alpha^2\beta}{pk\sqrt{4\alpha\beta-\beta^2}} \right) e^{-\frac{\beta}{2}t} \sin \frac{1}{2}\sqrt{4\alpha\beta-\beta^2}t + \frac{\alpha\beta}{kp} \quad (28)$$

e

$$g = -\frac{\alpha}{p} e^{-\frac{\beta}{2}t} \cos \frac{1}{2}\sqrt{4\alpha\beta-\beta^2}t + \frac{\alpha}{p} \quad (29)$$

Observamos ainda que $\frac{db}{dt} = 0$ se $g = \frac{\alpha}{p}$ em (18). Então,

$$\frac{d^2b}{dt^2} = \alpha \frac{db}{dt} - p \frac{db}{dt} g - pb \frac{dg}{dt} \quad (30)$$

Portanto,

$$\left. \frac{d^2b}{dt^2} \right|_{g=\frac{\alpha}{p}} = -pb \frac{dg}{dt} \Big|_{g=\frac{\alpha}{p}} = pbk \left(\frac{\beta\alpha}{kp} - b \right) \quad (31)$$

Logo, $\left. \frac{d^2b}{dt^2} \right|_{g=\frac{\alpha}{p}} > 0$ se $b < \frac{\beta\alpha}{kp}$ ocorrendo um ponto de mínimo para $b = b(t)$. Se $b > \frac{\beta\alpha}{kp}$ então $\left. \frac{d^2b}{dt^2} \right|_{g=\frac{\alpha}{p}} < 0$ ocorrendo um ponto de máximo. Além disso, quando $t \rightarrow \infty$,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} b(t) = \frac{\beta\alpha}{kp} \text{ e } \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \frac{\alpha}{p} \quad (32)$$

Isso significa que para que o sistema se mantenha estável, o crescimento de bactérias e a quantidade de biogás retirado precisam se manter estáveis.

Estas equações, para os dois casos, conseguem descrever com boa aproximação o processo anaeróbico de fermentação que ocorre no interior do biodigestor. A interação dessas variáveis é analisada graficamente, utilizando como parâmetros os volumes iniciais de substrato b_0 , calculados no dimensionamento do biodigestor, e as constantes analisadas no próximo capítulo, a partir das especificidades do sistema.

Devido a aplicabilidade deste trabalho em uma fazenda de cacau, as simulações realizadas são feitas considerando os resíduos agrícolas desta cultura, para verificação da influência deste substrato como aditivo.

Os resultados desta modelagem matemática alimentarão as entradas de um sistema eletrônico que está sendo desenvolvido pela empresa Legon, em Minas Gerais, que será capaz de controlar os parâmetros mais importantes no processo fermentativo do biodigestor desenvolvido.

5 PARÂMETROS OPERACIONAIS

Sabe-se que a degradação anaeróbia da matéria orgânica é um processo químico bastante complexo que envolve uma série de compostos e reações intermediárias, atuando simbioticamente através da assimilação do substrato para o crescimento da população atuante no processo (PINTO, 1999). As transformações que ocorrem entre os grupos bacterianos envolvidos na biodigestão estão relacionadas às condições ambientais e se processam em 4 etapas básicas: hidrólise, acidogênese, acetogênese e metanogênese (citadas no capítulo 2).

O processo inicia-se pela hidrólise, que é um passo limitante da velocidade crítica de reação. Esse processo determina a eficiência de conversão da matéria-prima da biomassa, transformando polímeros orgânicos complexos em moléculas simples e solúveis através de enzimas extracelulares que são excretadas pelas bactérias fermentativas.

A segunda etapa se dá com a ocorrência da acidogênese, onde são produzidos os ácidos propiônico, butírico, lático, valérico e sulfídrico (H_2S), além de dióxido de carbono, hidrogênio (H_2) e outras células microbianas. Através da biodegradação realizada por bactérias anaeróbicas e facultativas o substrato orgânico é oxidado por via aeróbica, contribuindo para que o oxigênio não se torne uma substância tóxica para a posterior etapa de degradação (OLIVEIRA JÚNIOR, 2013).

O processo continua com a metabolização dos ácidos voláteis e álcoois na acetogênese. Pela ação das bactérias acetogênicas, nesta etapa ocorre a formação de acetato, hidrogênio e dióxido de carbono, que são compostos intermediários apropriados para as metanobactérias. Estas últimas são divididas em metanogênicas acetoclásticas, responsáveis por produzir metano a partir de acetatos, e metanogênicas hidrogenotróficas que produzem o metano a partir de hidrogênio e dióxido de carbono durante a última etapa do processo (OLIVEIRA JÚNIOR, 2013).

Diante desta gama de reações consecutivas e interdependentes um modelo matemático que tentasse mapear todas as interações possíveis entre os microrganismos envolvidos no processo se tornaria muito complexo e até inviável. Fica assim evidente a

necessidade de uma simplificação que descreva apenas o comportamento dos componentes mais importantes do sistema através de algumas considerações.

Nessa perspectiva, alguns modelos se propõem a realizar a descrição de reatores complexos e heterogêneos em sistema de biodigestão através de uma cinética básica simplificada e uma hidrodinâmica não muito complexa que se adeque a realidade do sistema e sejam menos onerosos computacionalmente na determinação de seus parâmetros (BALMANT, 2009).

Os parâmetros utilizados na modelagem matemática realizada nesse trabalho dizem respeito aos sistemas de equações (5) e (18), mostrados no capítulo 4, e serão determinados nas próximas sessões.

5.1 Modelos Cinéticos para Biodigestores

Os modelos predador-presa desenvolvidos por Lotka e Volterra vêm sendo aprimorados, com a inserção de parâmetros relevantes a cada tipo de estudo inserindo abordagens direcionadas a simulação desse comportamento dinâmico da forma mais realística possível (BATTLE et. al, 2012). Entretanto, alguns destes parâmetros são desconhecidos, havendo a necessidade de identificação das características e regularidades do sistema biomatemático concreto que vise encontrar as informações sobre o processo real (RAFIKOV, 1997).

A quantificação das grandezas que definem adequadamente os processos de biodigestão são geralmente obtidas através do estudo da evolução de parâmetros como tempo, concentração de substrato limitante e concentração de produto em que se está interessado, acompanhando a velocidade de crescimento dos microrganismos envolvidos a uma faixa de uma temperatura fixada (SILVA, 2009). Estes estudos se baseiam no balanço de massa do sistema, considerando o equilíbrio iônico dos componentes envolvidos, as reações bioquímicas catalisadas pelas bactérias e a transferência de massa entre a fase gasosa e a fase líquida (HILL & BARTH, 1977; MOLETA et al 1986; VAVILIN et al 1995).

Apesar de vários estudos e equações terem sido propostos ao longo dos anos, a Equação adaptada de Monod (Equação 33) é a mais aceita e amplamente utilizada na elaboração de modelos cinéticos para a representação de reações de primeira ordem, ordem zero e na transição entre elas. Sua determinação foi realizada através de dados experimentais em 1949, mostrando a relação da velocidade específica de crescimento de

microrganismos com a variação da concentração de substrato limitante, podendo ser descrita na seguinte forma: (SILVA, 2009):

$$\mu_x = \mu_{max} \frac{S}{k_S + S}$$

onde μ_x é a taxa específica de crescimento do grupo microbiano x que realiza o consumo do substrato S ; k_S é a constante de afinidade do substrato (ou constante de meia sat (33) de Monod) relacionada a metade da taxa máxima de crescimento máximo (μ_{max}), como representado na Figura 14:

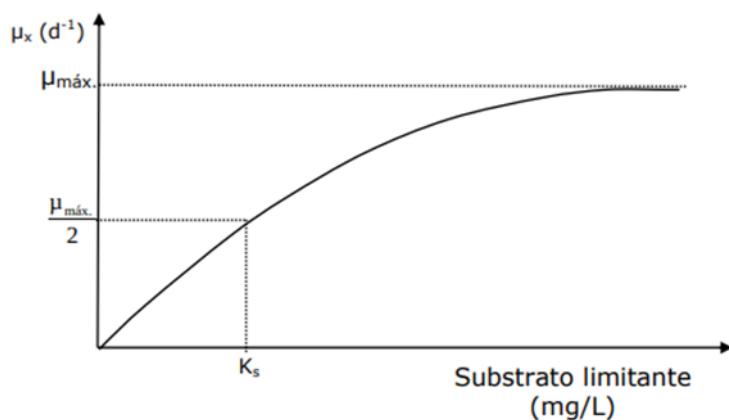


Figura 14 - Taxa de crescimento específico em função do substrato limitante.

Fonte: Adaptado de SILVA, 2009.

Percebe-se por meio da Equação 33, que S representa um substrato limitante, que quando reduzido implicará em um decréscimo da taxa de crescimento bacteriano, conforme indicado na curva (Figura 14). A existência de um valor de crescimento máximo (μ_{max}) é explicada pela supersaturação do meio provocada pelo substrato relacionado.

Quando o valor da concentração de substrato é muito maior que o valor de k_S , este pode ser desprezado no denominador da equação, obtendo-se:

$$\mu_x = \mu_{max}$$

Neste caso, tem-se uma reação cinética de ordem zero, onde a taxa de reação independe da concentração de substrato e o crescimento é constante.

Em contrapartida, quando o valor da concentração de substrato é muito menor que o valor de k_S , S pode ser desprezado no denominador da Equação 33, se tornando:

$$\mu_x = \mu_{max} \frac{S}{k_S} \quad (34)$$

O termo $\frac{\mu_{max}}{k_S}$ pode ser considerado uma nova constante, que denominaremos k e a equação pode ser reescrita na forma:

$$\mu_x = kS \quad (35)$$

Onde tem-se uma reação que segue a cinética de Monod de primeira ordem fazendo com que a taxa de crescimento específico seja diretamente proporcional à concentração do substrato.

Outra observação a respeito da curva na Figura 14 está relacionada a constante de meia saturação de Monod, que tem esta denominação porque quando o valor da velocidade pela qual a matéria orgânica é degradada (k_S) é igual à concentração de substrato ($k_S = S$), o termo $S/(k_S + S)$ torna-se igual a 1/2. Como este também é um indicador de afinidade do microrganismo ao substrato, nos sistemas de tratamento biológico são necessários baixos valores de k_S para se obter elevados percentuais de matéria orgânica (SILVA, 2009).

O modelo cinético utilizado por este trabalho para determinação de seus parâmetros operacionais foi proposto por Balmant (2009). O modelo comprehende a simplificação de um processo global de digestão anaeróbica e pode predizer a dinâmica de 16 espécies que interagem em 22 processos de bioconversão através de equações de balanço de massa dos compostos e microrganismos que seguem a cinética de Monod.

Balmant (2009) propôs a ocorrência dos quatro fenômenos principais (hidrólise, acidogênese, acetogênese e metanogênese), considerando que os gases presentes no sistema comportam-se como gases ideais, que a fase gasosa é homogênea, que o sistema é isotrópico e o biogás é formado por dióxido de carbono (CO_2), hidrogênio (H_2) e metano (CH_4).

A Figura 15 demonstra as etapas dos processos de conversão que são considerados no modelo de digestão anaeróbia.

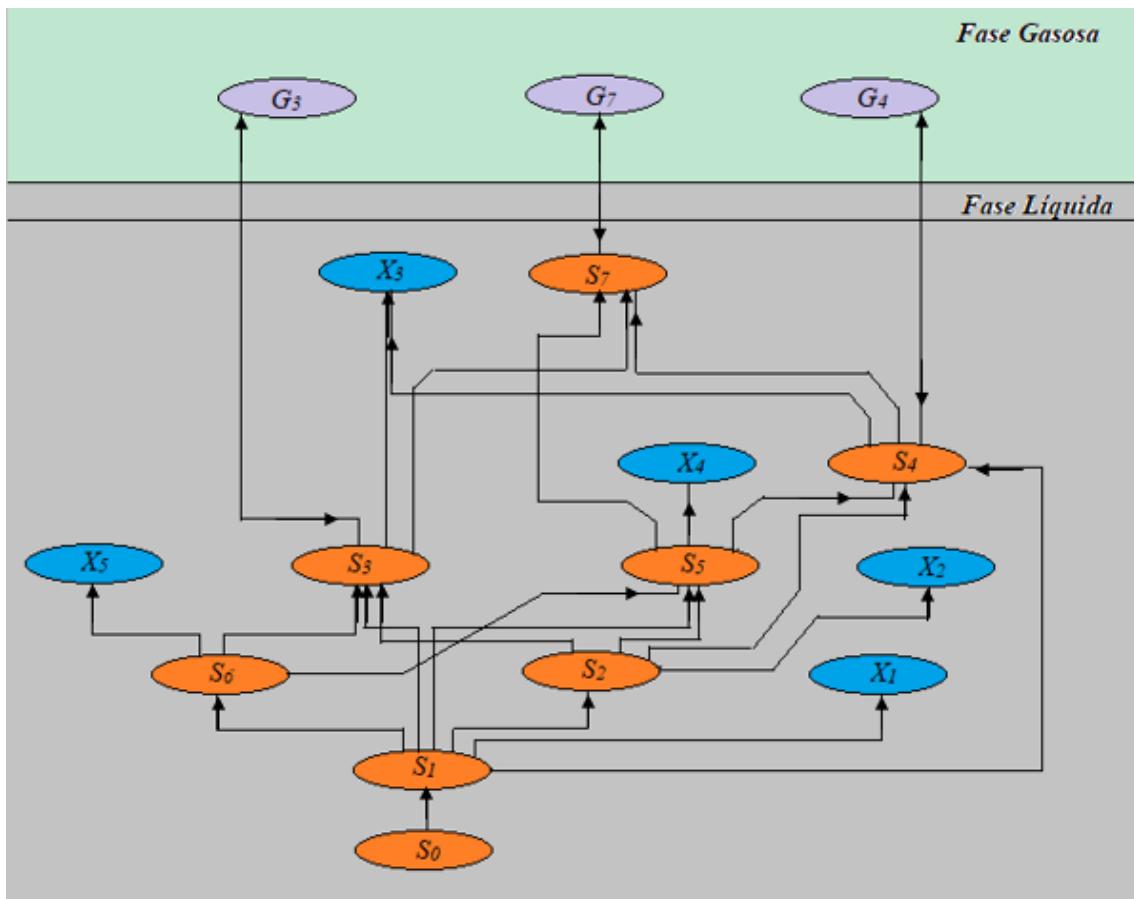


Figura 15 – Etapas do processo de conversão de matéria orgânica em biogás.

Fonte: Autoria própria.

Inicialmente é representado a hidrólise do substrato polimérico (S_0) em monômeros fermentáveis (S_1), por meio das enzimas presentes no biodigestor. Em seguida, as bactérias acidogênicas (X_1) transformam os monômeros fermentáveis em ácido propiônico (S_2), hidrogênio solúvel (S_3), dióxido de carbono (S_4), ácido acético (S_5) e ácido butírico (S_6). Sendo assim, o ácido propiônico (S_2) é transformado em H₂ solúvel (S_3), CO₂ solúvel (S_4) e ácido acético (S_5) por meio de bactérias sintróficas do tipo A (X_2). O ácido butírico (S_6) também é transformado em CO₂ solúvel (S_4) pela ação das bactérias sintróficas do tipo B (X_5) no processo de acetogênese. Paralelamente, o ácido acético (S_5) é convertido em metano (S_7) e CO₂ solúvel (S_4) através de bactérias acetoclásticas metanogênicas. E finalmente, CO₂ e H₂ solúveis são utilizados na metanogênese hidrogenotrófica (X_3) para produção de metano solúvel (S_7), ocorrendo transferência gasosa entre as fases do biodigestor.

Supõe-se que o crescimento da população bacteriana seja diretamente proporcional à sua concentração e que, para cada caso, a taxa de crescimento específico (μ) depende da

concentração relevante do substrato (S) para o processo de acordo com as equações de Monod de primeira ordem a seguir (BALMANT, 2009):

$$\text{Bactérias acidogênicas} \quad \mu_1 = \frac{\mu_{max1} \cdot S_1}{K_{S1} + S_1} \quad (36)$$

$$\text{Bactérias sintróficas do tipo A} \quad \mu_2 = \frac{\mu_{max2} \cdot S_2}{K_{S2} + S_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{S_3}{K_I}} \quad (37)$$

$$\text{Bactérias hidrogenotróficas metanogênicas} \quad \mu_3 = \frac{\mu_{max3} \cdot S_3}{K_{S3} + S_3} \quad (38)$$

$$\text{Bactérias acetoclásticas metanogênicas} \quad \mu_4 = \frac{\mu_{max4} \cdot S_5}{K_{S5} + S_5} \quad (39)$$

$$\text{Bactérias sintróficas do tipo B} \quad \mu_5 = \frac{\mu_{max5} \cdot S_6}{K_{S6} + S_6} \quad (40)$$

Na Equação (37) foi considerado um efeito inibitório pelo hidrogênio no consumo do ácido propiônico pelas bactérias sintróficas do tipo A.

De posse destas e de outras equações de equilíbrio, Balmant (2009) realiza um balanço de massa por meio da codificação das equações em linguagem Fortran para integração numérica utilizando o método de Euler. Seus resultados fornecem previsões, validadas em trabalhos experimentais, que serão utilizadas nesta modelagem como parâmetros operacionais pela compatibilidade dos valores e significados físicos envolvidos na maioria dos sistemas de biodigestão.

A totalidade dos valores dos parâmetros e valores iniciais utilizados para simulação do processo em Balmant (2009) são mostrados na tabela do Anexo I.

5.2 Determinação dos Parâmetros: α , k e p

Os parâmetros introduzidos no Sistema (4) (Capítulo 4) possuem influência significativa na modelagem do sistema biodigestor, pois além de constantes para o modelo matemático, seus valores apresentam também significado físico no processo de biodigestão. Assim, para o sistema de equações mostrado, o parâmetro α representa a taxa de crescimento de bactérias, k é a taxa de diminuição do biogás na ausência de bactérias e p um coeficiente de interação.

$$\begin{cases} \frac{db}{dt} = \alpha b - pbg \\ \frac{dg}{dt} = kb \end{cases}$$

De maneira geral, a determinação desses parâmetros ocorre de maneira iterativa através de métodos numéricos que visam encontrar uma aproximação coerente ao modelo.

Como estamos interessados na última parte reacional do processo, onde acontece a formação do metano solúvel, pela ação das bactérias hidrogenotróficas-metanogênicas, faremos analogias entre as constantes presentes no Sistema e os valores da simulação numérica realizada por Balmant (2009), presentes na Tabela 7.

Tabela 7 – Valores dos Parâmetros e Valores Iniciais Utilizados para Simulação do Processo de Biodigestão

Símbolo	Descrição	Valor	Unidade
μ_{max1}	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias acidogênicas	0,2	dia ⁻¹
μ_{max2}	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias sintróficas do tipo A	0,00185	dia ⁻¹
μ_{max3}	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias hidrogenotróficas-metanogênicas	2,0	dia ⁻¹
μ_{max4}	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias acetoclásticas-metanogênicas	0,0225	dia ⁻¹
μ_{max5}	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias sintróficas do tipo B	0,01	dia ⁻¹
k	Constante de inibição	0,2	dia ⁻¹

Adaptado de Balmant, 2009.

Onde a taxa constante de crescimento de bactérias é representada por $\mu_{max3} = \alpha$ em nosso modelo matemático. E a constante de inibição, k , pode ser considerada equivalente a constante presente na segunda equação do sistema (4).

Para determinação do parâmetro operacional p , uma análise mais profunda da interação entre bactérias e biogás precisa ser realizada.

5.2.1 Avaliação do parâmetro de interação p

No capítulo 3 foi verificada a contribuição da casca de cacau na propriedade analisada para ser usada como substrato no biodigestor. Os valores encontrados foram calculados com a auxílio da Eq. (2) e somados às contribuições de dejetos da bovinocultura (2,60 m³/dia) e dejetos humanos provenientes do esgoto doméstico (18,40 m³/dia). Assim, puderam ser obtidos diferentes volumes de carga diária e diferentes estimativas para o volume do biodigestor. Esse valores podem ser resumidos através da tabela 8.

Tabela 8 – Estimativas de carga para o biodigestor em função da quantidade de dejetos de cacau disponível

Casca de cacau (arrobas/ha)	Produtividade mensal de resíduos de cacau (kg/mês)	Produtividade diária de resíduos de cacau (kg/dia)	Volume de casca triturada e misturada em água (m ³ /dia)	Volume de carga diária total (m ³ /dia)	Volume do biodigestor (m ³ /dia)
0	0	0	0	21	735
200	87600	2920	2,92	23,92	837,2
300	131400	4380	4,38	25,38	888,3
400	175200	5840	5,84	26,84	939,4

Como também falado anteriormente, o volume de carga diária representa uma condição inicial muito importante para a modelagem do processo fermentativo e é representado por b_0 nas equações desenvolvidas no capítulo 4.

A partir dessas equações, pode-se notar que os valores máximos alcançados pela quantidade de bactérias e biogás em função do tempo, respectivamente b_{max} e $g(b_{max})$, dependem também da quantidade inicial de bactérias b_0 . Isto é mostrado através da equação (8):

$$b_{max}(b_0) = b_0 + \frac{\alpha^2}{2kp}$$

E a produção de gás é limitada através das equações (9) e (10), também mostradas no capítulo anterior:

$$g(b_0) = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 2kb_0p}}{p}$$

e

$$g(b_{max}) = \frac{\alpha}{p} < g(b_0).$$

Os dois valores b_{max} e g dependem da quantidade inicial de bactérias b_0 , que é considerada equivalente a nossa carga inicial de substrato calculado.

Dessa forma, percebendo esta relação entre os parâmetros b_{max} , b_0 e p , podemos determinar a constante de interação p em função das estimativas de carga diária e do volume do biodigestor, que representa também um valor máximo ou limitante à proliferação de bactérias. Assim, p pode ser calculado rearranjando a equação (8) na forma:

$$p = \frac{\alpha^2}{2k(b_{max} - b_0)} \quad (41)$$

onde $\alpha = 2,0$, $k = 0,2$ (encontradas na tabela 6), b_{max} representa o volume do biodigestor e b_0 a carga diária de dejetos disponível. Os resultados obtidos para p e as entradas utilizadas na equação (41) podem ser vistas mais claramente através da tabela 9.

Tabela 9 – Variação do parâmetro p em função dos substratos disponíveis da casca de cacau na Fazenda São José.

Casca de cacau (arrobas/ha)	Volume de carga diária total (m ³ /dia)	Volume do biodigestor (m ³ /dia)	p
0	21	735	0,014005602
200	23,92	837,2	0,012295888
300	25,38	888,3	0,01158856
400	26,84	939,4	0,010958184

Também é importante notar que, a variação da produtividade de cacau da propriedade e quantidade de dejetos disponíveis também afetará diretamente a produção máxima

teórica de biogás, devido à direta correlação entre essas variáveis. Assim, para os diferentes valores que a constante de interação p pode assumir, temos os valores de produção de biogás dados através da equação (10) como mostrado na tabela 10.

$$g(b_{max}) = \frac{\alpha}{p}$$

Tabela 10 – Produção teórica de biogás em função da variação de p

p	g
	Volume de biogás total (m³/dia)
0,014005602	142,8
0,012295888	162,656
0,01158856	172,584
0,010958184	182,512

É observado que à medida que a quantidade de dejetos de cacau é aumentada, o parâmetro p sofre uma diminuição e consequentemente têm-se uma maior proliferação de bactérias acompanhada de um aumento na produção de biogás. Esses efeitos ocorrem até que uma relação de estilização seja obtida. Isso fica notável através da análise gráfica desse conjunto de relações entre variáveis e parâmetros, conforme mostrado no capítulo 6.

6 PRODUÇÃO DE BIOGÁS E CONVERSÃO ENERGÉTICA

Relacionar os fatores que influenciam a produção do biogás para conversão energética é necessário e muito importante para correta avaliação da viabilidade do projeto de implantação de um biodigestor para geração de energia elétrica.

Sabe-se que a composição dos resíduos utilizados possui influência direta no teor de metano alcançado e consequentemente na qualidade do biogás produzido (ZANETTI, 2014). Outros parâmetros como a temperatura de fermentação, diâmetro das partículas na biomassa considerada, teor de umidade e poder calorífico resultante também podem apresentar diferenças significativas na composição e propriedades do biogás gerado (CARDOSO, 2002; BATISTA, 2013).

Tendo em vista os diferentes tipos de substrato especificados no capítulo 3 (esgoto doméstico, esterco bovino e casca de cacau), é possível verificar que a potencialidade de geração de biogás da casca de cacau pode ser verificada em função de algumas de suas propriedades.

Pesquisas experimentais apontam resultados interessantes quanto ao poder calorífico da casca de cacau de 2.500 kcal/kg, metanogênese observada em valores de pH que variam de 6,0 a 7,5 e uma relação específica de carbono e nitrogênio igual a 38, que se apresenta dentro dos limites especificados de relação para a máxima produção de biogás (HARWOOD, 1980; CARDOSO, 2002; ZANETTI, 2014). Resultados também apontam para uma mais rápida fermentação da casca de cacau à temperatura ambiente, quando comparada com resíduos como esterco bovino e outros de origem vegetal (HARWOOD, 1980).

Esses dados são interessantes por conseguirem uma melhor especificação da qualidade do composto utilizado e revelarem um potencial de diferenciação da casca de cacau em relação aos demais tipos de substrato considerados. Dessa forma, são indicadas características favoráveis ao processo fermentativo que podem ser melhor exploradas e avaliadas em função da maximização de sua produção. Por isso, após definidas as condições iniciais e parâmetros operacionais do sistema (vistos no capítulo anterior), verifica-se a relação entre as variáveis do modelo através de simulações para o processo fermentativo e de produção do biogás.

6.1 Simulação do Processo Fermentativo e Produção de Biogás com Utilização da Casca de Cacau

6.1.1 Biodigestor sem retirada de biogás

A partir da determinação dos parâmetros o comportamento do sistema pode ser simulado de maneira mais confiável, levando em conta suas características específicas (Tabela 11) e a permanência do biogás produzido no interior do biodigestor.

Tabela 11 – Parâmetros operacionais do sistema

Símbolo	Descrição	Valor	Unidade
α	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias hidrogenotróficas-metanogênicas	2,0	dia ⁻¹
k	Constante de inibição	0,2	dia ⁻¹
p	Coeficiente de interação	Sem cacau	m ⁻³ dia ⁻¹
		Para 200 arrobas	
		Para 300 arrobas	
		Para 400 arrobas	

Assim, as curvas de crescimento de bactérias em função da produção de biogás, resultante dos valores avaliados na tabela 11, são mostradas na figura abaixo.

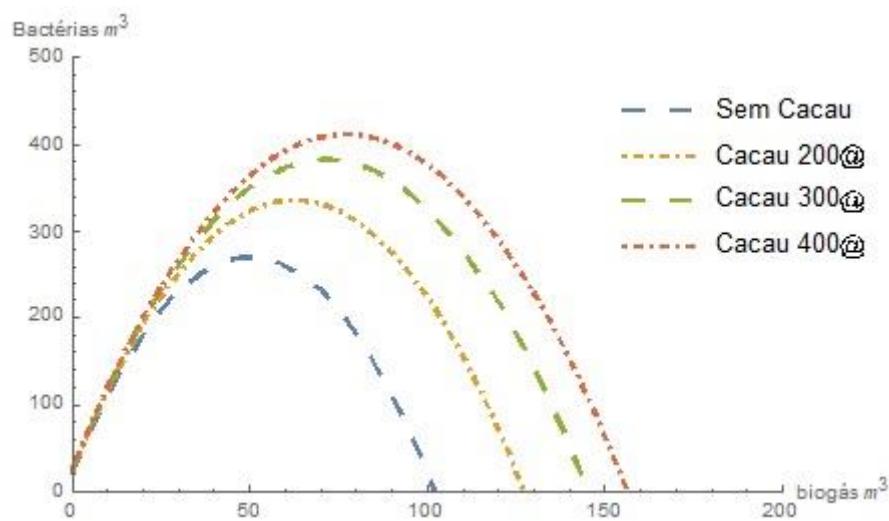


Figura 16 – Crescimento de bactérias em função da produção de biogás para diferentes quantidades da casca de cacau.

Em todos os casos analisados, as curvas geradas mostram que no primeiro estágio de degradação da matéria orgânica, em torno da origem do eixo de coordenadas, a produção inicial de biogás é nula, momento em que ocorre ação das bactérias hidrolíticas e fermentativas. Após a criação das condições adequadas no efluente, entram em ação as bactérias metanogênicas, produtoras do biogás e seu valor cresce no eixo das abscissas. Em contrapartida, a proliferação de bactérias passa a cair, atingindo um valor nulo para diferentes níveis de produção de biogás.

É interessante notar que as curvas características da Figura 16, mostram que a proliferação máxima de bactérias e produção máxima de biogás são atingidas em valores crescentes à medida que a carga de dejetos de casca de cacau é aumentada. Por exemplo, quando não há utilização da casca de cacau, o crescimento máximo de bactérias se dá em torno de 260 m^3 , com uma produção máxima de biogás de aproximadamente 100 m^3 . Por outro lado, quando se considera a produtividade média de 400 arrobas por hectares, o valor do coeficiente de interação p cai para $0,026\text{ m}^{-3}\text{dia}^{-1}$. Assim, tem-se uma proliferação máxima de bactérias em torno de 420 m^3 , e uma consequente produção máxima de biogás em torno de 160 m^3 . Essas diferenças podem ser verificadas também através da equação $b_{max}(b_0) = b_0 + \frac{\alpha^2}{2kp}$ quando $g = \frac{\alpha}{p}$.

À medida que ocorre a morte das bactérias metanogênicas, há transformação do material orgânico no chamado afluente (biofertilizante) e o biogás produzido permanece retido no interior do biodigestor.

Em relação ao tempo, o crescimento das bactérias também é diretamente afetado pela quantidade inicial de substrato, como mostra a Figura 17.

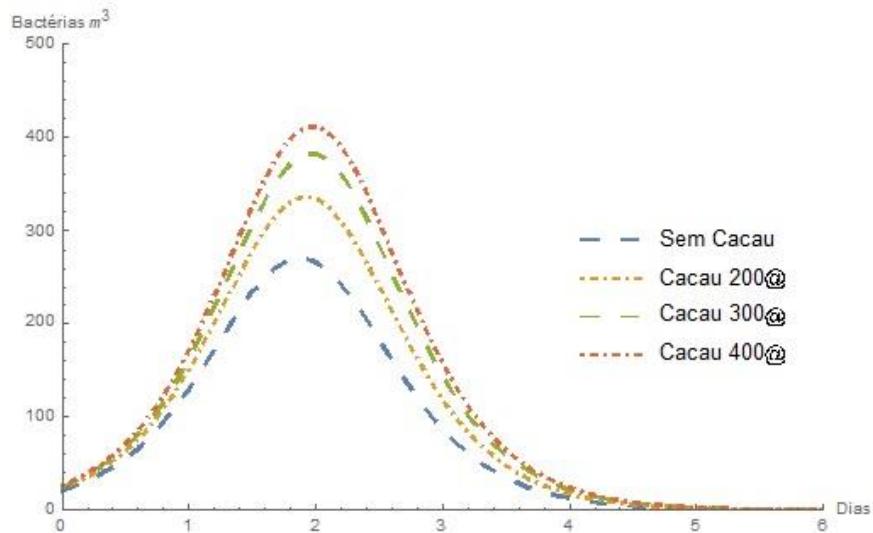


Figura 17 – Crescimento de bactérias em função do tempo.

O gráfico da Figura 17 confirma interações demonstradas na figura 16, mostrando que há um aumento da proliferação de bactérias à medida que o volume de carga diária b_0 é aumentado. Apesar dos picos de crescimento se darem aproximadamente no mesmo período de tempo, seus valores máximos divergem consideravelmente.

O crescimento de bactérias alcança um máximo em torno do segundo dia de fermentação, para todos os casos, com a mesma diferença de crescimento entre as curvas apresentadas no gráfico da figura 16, para diferentes quantidades de casca de cacau e consequentemente diferentes parâmetros de interação. Após isso, as curvas decrescem, indicando à extinção das bactérias entre o quarto ou o quinto dia de fermentação, quando deve ocorrer uma nova carga de substrato.

Esta simulação também é feita para a produção diária de biogás com diferentes condições iniciais de operação (Figura 18).

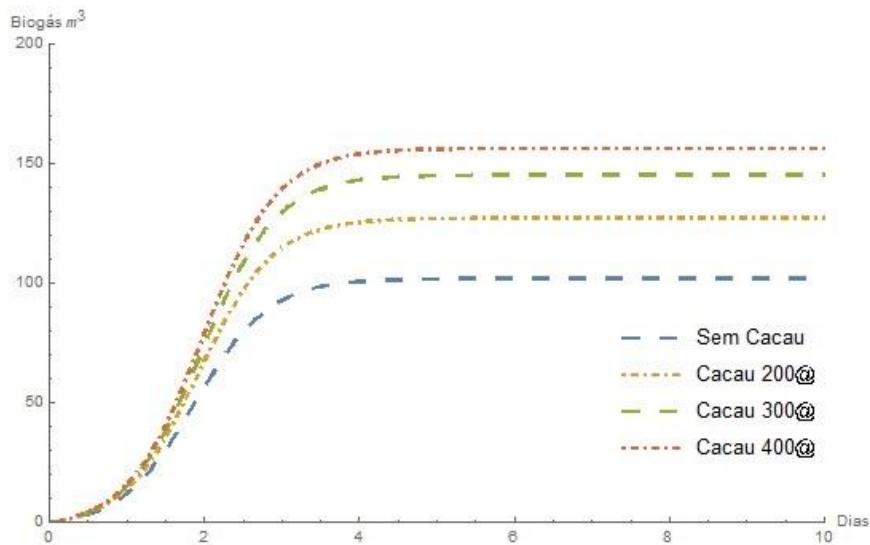


Figura 18 – Produção de biogás em função do tempo.

As curvas mostram que a produção de gás é limitada em todos os casos em torno do terceiro dia de fermentação. Entretanto, as diferenças podem ser notadas novamente em relação as diferentes cargas de casca de cacau utilizadas. Observa-se que, em relação a esse valor limite, com a utilização da casca de cacau a produção de biogás cresce em torno de 10 m³ a cada 100 arrobas adicionadas como dejetos. Uma diferença maior é notada, quando não consideramos a utilização desse substrato, como era de se esperar.

A estabilização da produção em torno deste patamar é relativa à manutenção do biogás no interior do biodigestor. Conforme as retiradas são efetuadas, em direção ao sistema gerador de eletricidade, o comportamento desses gráficos é alterado, como é descrito a seguir.

6.1.2 Biodigestor com retirada de biogás

No capítulo 4 foi apresentado o modelo de biodigestor com retirada de biogás. Na ocasião foi introduzido um fator de retirada β , que está relacionado ao nosso processo de retirada de biogás. Ou seja, β representa uma taxa de colheita que relaciona a proporção de retirada de biogás para um determinado período de tempo.

Se considerarmos que a tubulação de retirada que conduzirá o biogás até o ponto de consumo seja capaz de efetuar uma retirada a cada três dias, então a taxa de colheita pode ser definida como:

$$\beta = \frac{1}{3}$$

A escolha desse valor é feita de modo compatível com a carga de produção diária e com o requisito de geração de uma trajetória gráfica definida em espiral a partir da condição $\beta < 4\alpha$, relativo ao polinômio característico utilizado na linearização do Sistema de equações (19), mostrado no capítulo 4:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \frac{-\alpha\beta}{k}v - puv \\ \frac{dv}{dt} = ku - \beta v \end{cases}$$

onde $b = u + \frac{\alpha\beta}{kp}$ e $g = v + \frac{\alpha}{p}$ e as raízes da equação característica do sistema linearizado correspondente são $\lambda_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\beta}}{2} < 0$.

Assim, os parâmetros operacionais do sistema para o caso de retirada de biogás podem ser redefinidos (Tabela 12) considerando agora apenas uma quantidade nula de cacau e a utilização da produtividade média efetiva da Fazenda de 200 arrobas por hectare, como ponderado no dimensionamento do biodigestor realizado no capítulo 3.

Tabela 12. Parâmetros operacionais do sistema com retirada de biogás.

Símbolo	Descrição		Valor	Unidade
α	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias hidrogenotróficas-metanogênicas		2,0	dia ⁻¹
k	Constante de inibição		0,2	dia ⁻¹
p	Coeficiente de interação	Sem cacau	0,041	m ⁻³ dia ⁻¹
		Para 200 arrobas	0,032	
β	Taxa de retirada de biogás do biodigestor		1/3	dia ⁻¹

Dessa forma, o crescimento de bactérias pode ser reavaliado graficamente em função do tempo, como mostra a Figura 19.

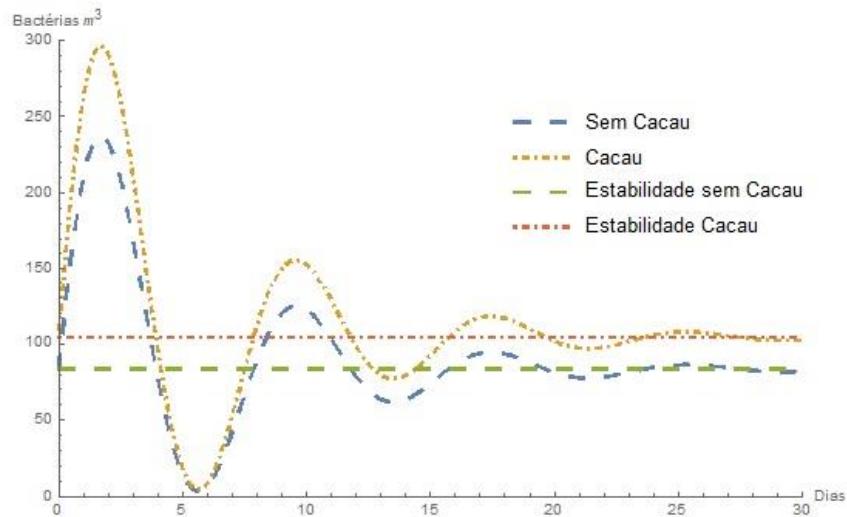


Figura 19 – Crescimento de bactérias em função do tempo para o sistema com retirada de biogás.

Novamente pressupõe-se um volume inicial de bactérias maior do que zero, como pode ser visto no eixo das ordenadas ($b_0 > 0$) para ambos os casos. Observa-se agora que o crescimento de bactérias atinge um primeiro pico de produção em valores próximos aos da figura 17, seguido de um rápido decaimento nessa proliferação. Entretanto, após a primeira retirada de biogás, o volume de bactérias volta a crescer e passa a oscilar em torno de uma reta de estabilidade para onde converge seu crescimento.

Esse comportamento gráfico indica uma possível reoxigenação do sistema que pode favorecer a alimentação das bactérias facultativas atuantes na acidogênese. Dessa forma, o oxigênio é consumido para posterior metabolização dos ácidos voláteis e compostos intermediários apropriados que serão utilizados pelas metanobactérias na produção do biogás.

Esse processo também pode ser verificado através da relação de produção do biogás em função do tempo (Figura 20).

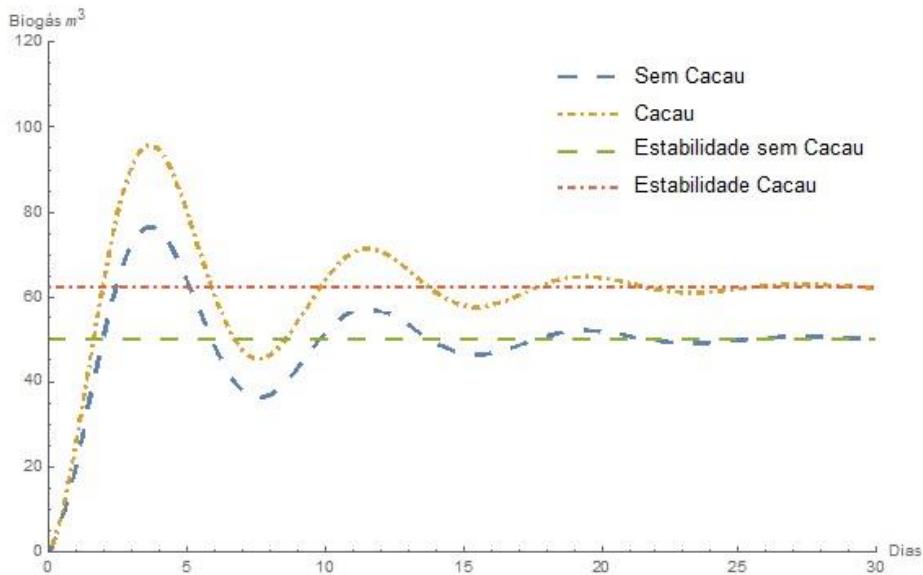


Figura 20 – Produção de biogás em função do tempo para o sistema com retirada de biogás.

As curvas da figura 20 mostram que novamente temos uma diferença considerável em relação a produção de biogás com a utilização da casca de cacau e é possível perceber, de maneira análoga a figura 19, os efeitos da retirada de gás do biodigestor.

Como também visto no capítulo 4, a produção máxima de biogás é limitada através da equação:

$$g_{max}(b_0) = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 2kb_0p}}{p} > \frac{\alpha}{p}$$

Além disso, as equações desenvolvidas para o caso de retirada de biogás resultam em $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = \frac{\alpha}{p}$. Assim, as curvas de produção de biogás oscilam mais uma vez em torno de uma linha de estabilidade, que se encontra em torno de 48,8 m³ sem a casca de cacau e 62,5 m³ com a utilização da casca proveniente da produtividade de 200 arrobas mensais e seus respectivos valores na tabela 12.

Isso significa que para que o sistema se mantenha estável, o crescimento de bactérias e a quantidade de biogás retirado também precisam se manter estáveis. Portanto, as soluções do sistema devem convergir a um ponto de equilíbrio assintótico, como pode ser verificado na Figura 21.

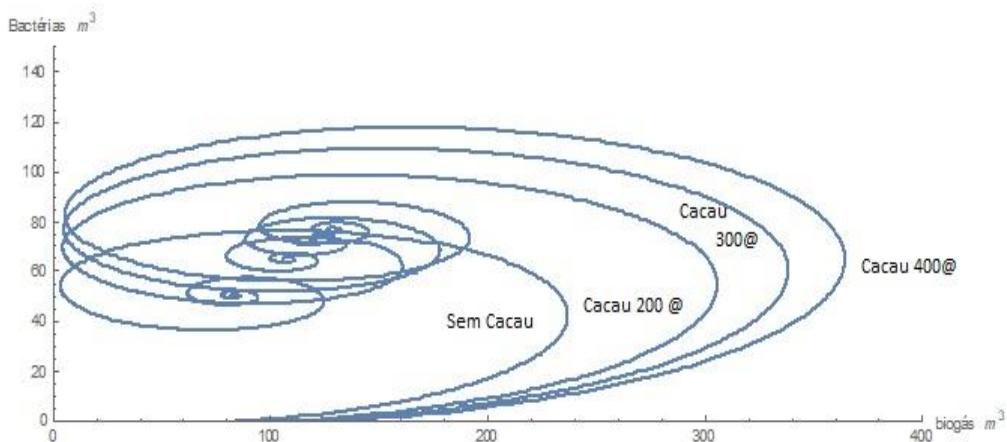


Figura 21 – Comportamento assintótico do sistema bactérias - biogás.

Avaliadas as condições do crescimento de bactérias e produção de biogás nos casos considerados, pode-se agora verificar a influência de outros parâmetros muito importantes para o sistema, como a temperatura e sua interação com os fatores anteriormente observados, como será descrito a seguir.

6.2 Influência da Temperatura na Produção de Biogás

Conforme discutido ao longo desse estudo, as bactérias responsáveis pela fermentação anaeróbica e produção do biogás são extremamente sensíveis às condições ambientais de degradação. Por isso é imprescindível que as condições adequadas e passíveis de controle no sistema fermentativo sejam monitoradas e investigadas.

Um dos fatores que podem influenciar significativamente o processo analisado diz respeito à temperatura e sua associação com o desenvolvimento dos microrganismos atuantes no sistema. Sabe-se que as bactérias metanogênicas são as mais sensíveis a variações de temperatura e duas regiões ótimas podem ser definidas para a biodigestão. Inicialmente a 35°C na faixa mesofílica, variando de 20 °C a 40 °C, e a 55 °C na faixa termofílica, variando de 40 °C a 60°C (GONÇALVEZ, 2018).

Assim, sabendo da importância da temperatura no processo de fermentação anaeróbica pode ser apresentada, através de um modelo cinético para gases ideais, sua variação ao longo do tempo e influência exercida no sistema.

Em três dos processos para gases ideais uma variável de estado pode ser mantida constante: $P = \text{constante}$ para um processo isobárico, $V = \text{constante}$ para um

processo isocórico e $T = \text{constante}$ para um processo isotérmico. Um quarto processo é considerado especial, porque difere dos três anteriores quanto à transferência de energia por meio de calor entre o sistema e suas vizinhanças. Esse processo é chamado adiabático e não pode ser reproduzido na realidade, visto que não há de fato um sistema isolado termicamente perfeito. Entretanto, alguns processos são quase adiabáticos. Um exemplo de um processo adiabático é a expansão muito lenta de um gás que seja isolado termicamente de suas vizinhanças.

Para um gás se expandindo adiabaticamente em um sistema isolado termicamente, de modo que $Q = 0$, considera-se a alteração infinitesimal no volume como dV e a alteração infinitesimal na temperatura como dT . O trabalho realizado sobre o gás é $-PdV$. A alteração na energia interna é dada por $dE = nC_VdT$, onde C_V é a capacidade térmica a volume constante e n número de moles. Consequentemente, a primeira lei da termodinâmica pode ser escrita na forma:

$$dE = dQ + dW$$

onde dW é o trabalho infinitesimal realizado pelo sistema. Com as condições impostas acima temos

$$nC_VdT = 0 - PdV \quad (42)$$

A diferencial da equação de estado para um gás ideal, $PV = nRT$, é dada por

$$PdV + VdP = nRdT$$

Eliminando ndT das duas equações, verificamos que

$$PdV + VdP = -\frac{R}{C_V}dT \quad (43)$$

Substituindo $R = C_P - C_V$ e usando (42) em (43) para obter

$$\gamma \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0 \quad (44)$$

onde $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ é a razão entre capacidade térmica a pressão constante C_P por volume constante C_V . A equação (44) é uma equação diferencial separável, cuja a solução é

$$PV^\gamma = \text{constante} \quad (45)$$

Reescrevendo como $P_{inicial}V_{inicial}^\gamma = P_{final}V_{final}^\gamma$ e usando a lei do gás ideal, obtemos (45) em função da temperatura do sistema

$$T_{inicial} V_{inicial}^{\gamma-1} = T_{final} V_{final}^{\gamma-1} \quad (46)$$

Para o metano (CH_4) temos $\gamma = 1,31$.

Usando a equação para a variação do volume de biogás, com a hipótese de termos só metano, na Eq. (46) então

$$g = -\frac{\alpha}{p} e^{-\frac{\beta}{2}t} \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t + \frac{\alpha}{p} \quad (47)$$

$$T_{inicial} g_{inicial}^{\gamma-1} = T_{final} g_{final}^{\gamma-1}$$

Definindo $g_{inicial} = \frac{\alpha}{p}$ no segundo dia de observação, pois no gráfico da figura 20 mostra forte oscilação do volume do gás e isso pode afetar as condições adiabáticas. Para observar esse efeito em dias posteriores, reescrevemos a Eq. (46) com ajuda da Eq. (47), obtendo:

$$T = T_{inicial} \left(\frac{1}{1 - e^{-\frac{\beta}{2}t} \cos \frac{1}{2} \sqrt{4\alpha\beta - \beta^2} t} \right)^{\gamma-1} \quad (48)$$

Em trabalho feito por Tietz (2014) mostrou-se que a temperatura para início do funcionamento de um biogerador fica dentro da faixa de 30 °C a 40 °C. Assumindo como condição inicial $T_{inicial} = 30$ °C, pode-se obter a curva de variação de temperatura do biodigestor em função do tempo e confrontar o resultado teórico com o observado por Tiez (2014), como mostra a Figura 22.

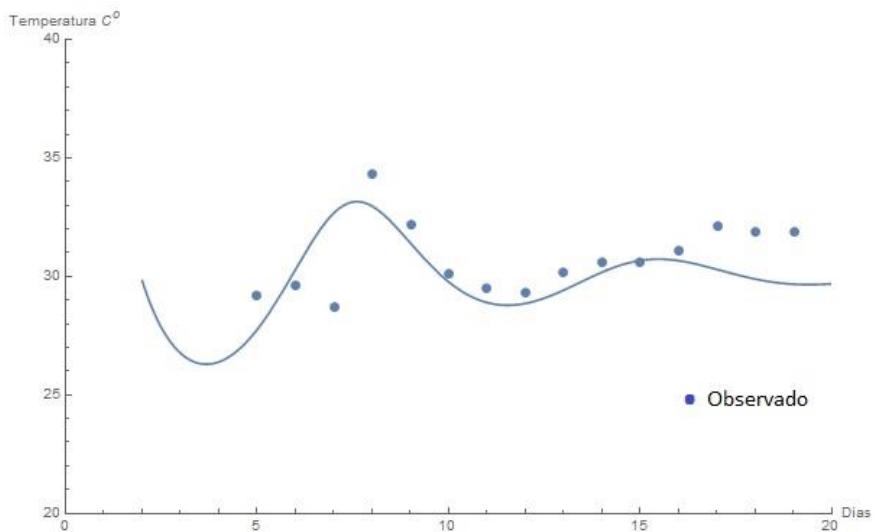


Figura 22 – Variação da temperatura do biodigestor em função do tempo.

A partir dos dados obtidos de temperatura média do biodigestor é possível constatar que estas se mantiveram dentro da faixa mesofílica, entre 20 e 45 °C, na qual se tem a combinação das melhores condições para o bom desenvolvimento do processo. Os resultados mostram também que não há grandes discrepâncias entre os valores observados e teóricos. Além disso, não ocorrem variações bruscas de temperatura de uma semana para outra, o que pode ser uma condição positiva para a estabilidade do sistema, já que a produção de biogás pode ser influenciada pela variabilidade da temperatura.

Diante das simulações realizadas, é importante relembrar que os resultados obtidos com esse trabalho servirão também como base para sistemas eletrônicos embarcados que utilizam sensores em biodigestores para controle de seus fenômenos. Atualmente, esses sensores estão sendo desenvolvidos em parceria com empresa Legon, onde visam obter a partir de variáveis macroambientais, como volume e pressão, informações quanto ao rendimento do biodigestor, controle de seus parâmetros de funcionamento e uma maior previsibilidade de efeitos, de modo a se evitar uma parada repentina e tornar o sistema mais autônomo. Essa aplicação se constitui em uma das vertentes tecnológicas desse trabalho e dá condições para que sejam agora avaliadas as circunstâncias de operação do grupo gerador de eletricidade e verificação da viabilidade econômica do projeto.

7 SISTEMA GERADOR

Para utilização do biogás como combustível para geração de energia elétrica, as máquinas primárias mais utilizadas são os motores de combustão interna (MCI) (SOUZA, 2016). São motores que funcionam através da ignição por centelha, baseados no Ciclo termodinâmico de Otto, com 4 tempos de funcionamento – admissão, compressão, combustão e exaustão – (Figura 23), onde são acoplados os geradores de eletricidade no processo de conversão de energia.

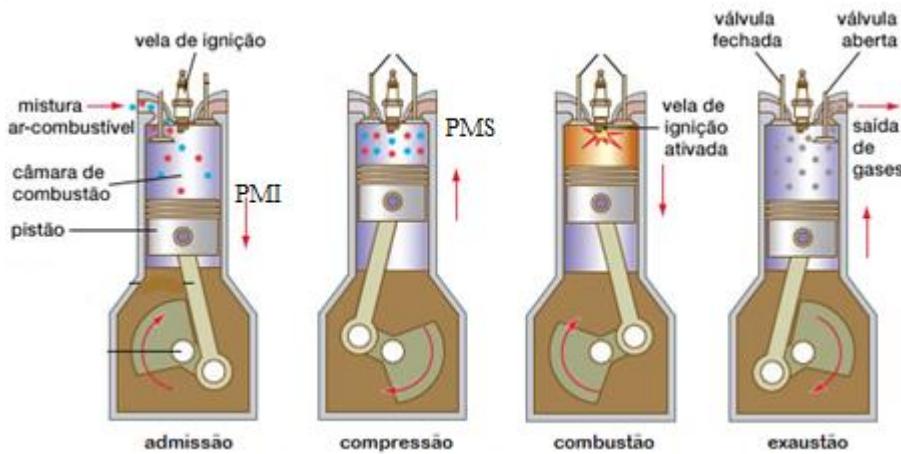


Figura 23 - Ciclo mecânico de 4 tempos de um motor de combustão interna.

Fonte: Adaptado de Encyclopædia Britannica.

Apesar dos motores de ciclo Diesel também operarem com o biogás, os motores de ciclo Otto apresentam vantagens em relação a facilidade de adaptação dessas máquinas. Como os motores de ciclo Otto, já são projetados para funcionar através da ignição por faísca em uma mistura ar-combustível, a modificação básica se dá no fornecimento dessa mistura ao carburador, utilizando o biogás como combustível (SUZUKI, 2011).

O carburador é um dos componentes dos motores de combustão interna, destinado à produção da mistura ar-combustível que, ao ser comprimida pelo êmbolo, entra em combustão ao contato da centelha da vela de ignição. Para a alimentação do motor com o combustível gasoso (biogás), normalmente utiliza-se um carburador tipo “venturi” (Figura 24 e 25). Este tipo de carburador modifica a velocidade de escoamento da corrente de ar (pelo estreitamento de sua seção transversal), provocando uma queda de pressão no venturi, de acordo com o princípio de Bernoulli. O combustível gasoso é então dosado

através de uma válvula reguladora de fluxo e misturado na corrente principal de ar, em uma proporção exigida para o motor funcionar de modo uniforme (SOUZA, 2006).

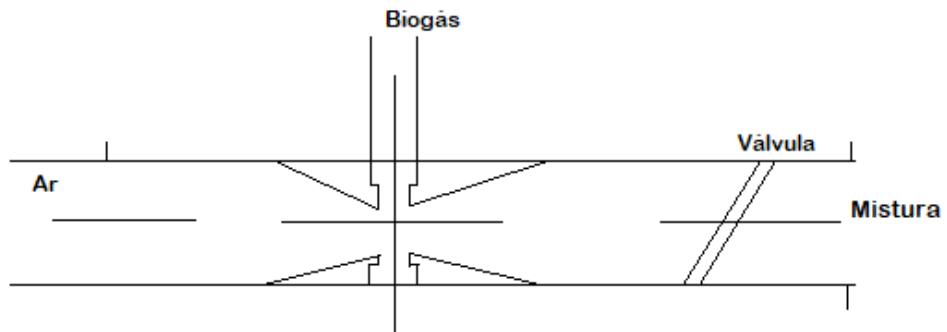


Figura 24 – Esquema simplificado do processo de mistura ar-combustível em um carburador tipo venturi. Fonte: Autoria própria.

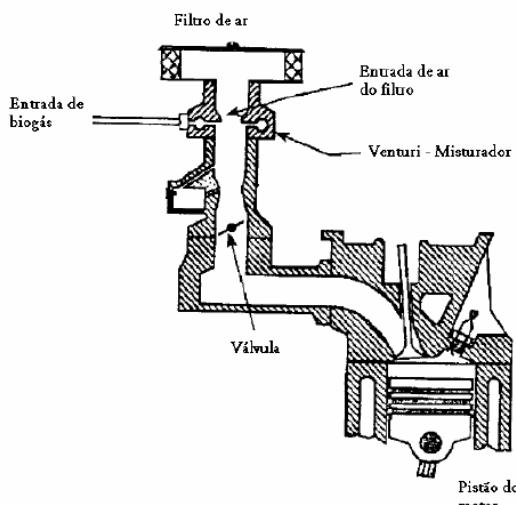


Figura 25 – Sistema de mistura em um motor a gás.

Fonte: SOUZA, 2016.

A mistura segue do carburador para a válvula de admissão, onde é aspirada pelo movimento descendente do pistão, do ponto morto superior (PMS) ao ponto morto inferior (PMI). No segundo tempo, o pistão se desloca do PMI ao PMS, ocorrendo a compressão e iniciando a ignição, por meio de uma centelha elétrica, pouco antes do pistão completar o curso.

Em seguida, no terceiro tempo, o pistão em movimento descendente faz com que ocorra a expansão dos gases, com transferência de energia ao êmbolo. Este então se desloca em movimento ascendente, do PMI ao PMS, fazendo com que ocorra a saída dos gases de escape para a atmosfera (SOUZA, 2006).

Os motores do ciclo Diesel, de ignição por compressão, podem ser adaptados para o uso do biogás em operação bi-combustível, injetando também o combustível piloto (diesel), ou em funcionamento apenas a biogás. No segundo caso, para que isso aconteça, eles precisam ser ottolizados, ou seja, convertidos para o ciclo Otto através de adaptações mais complexas, que envolvem a introdução de um carburador e um sistema de ignição por centelha, redução na taxa de compressão, entre outras coisas (SUZUKI, 2011).

7.1 Motores Geradores de Eletricidade a Biogás

O biogás produzido no biodigestor é utilizado em um motor gerador para produção de calor e eletricidade. Para isso o motor é acoplado no gerador de eletricidade, uma máquina secundária capaz de transformar energia mecânica em elétrica em diferentes tensões, dependendo do tipo de ligação trifásica utilizada.

O acoplamento do motor ao gerador pode se dar através de relação de engrenagens, polias, correias ou acoplamento direto. A energia mecânica absorvida do eixo do motor é transformada em energia elétrica, com o conjunto trabalhando em velocidade síncrona, a uma eficiência de acoplamento de 90%, considerada para fins de projeto (SOUZA, 2016).

O sistema de geração de energia elétrica envolve componentes auxiliares, além do motor de combustão interna e do gerador de eletricidade. Pode-se citar dentre eles, o controlador de velocidade de rotação do motor, o sistema de controle da mistura ar-combustível, controlando a passagem de biogás e formação da mistura estequiométrica; sistema de partida, fornecendo a corrente de partida necessária, além dos sistemas de exaustão, arrefecimento, ventilação, painel de controle, entre outros componentes.

Atualmente a maioria dos motores geradores a biogás disponíveis no mercado tem potências que variam de 50 kW a 2000 kW (SOUZA, 2016). Algumas empresas se destacam pela comercialização de grupos geradores a biogás, podendo ser relacionada a aplicação requerida conforme especificações do conjunto. A tabela 13 mostra algumas dessas especificações para fabricantes de motores geradores a biogás.

Tabela 13 – Especificações de motores geradores a biogás.

Fabricante	GE-Jerbacher		Caterpillar		Leão Energia		Biogás Motores		Cummins		CHP Brasil	
Modelo	JMS 208-B.LC	JMC 420 GS-B.L	G3406	G3520	LGG70	LGG120	CM 366	GGB 140	C1750N6C LTU	C2000N6C LBTU	CHP 150	CHP 200
Potência (kW)	330	1413	155	1600	50	100	50	92	1750	2000	96	115
Consumo de biogás (m ³ /h)	-	-	62,2 (75% de carga)	647 (75% de carga)	30	50	-	-	-	-	-	-
Gerador	-	-	Auto excitado 4 polos	Permanente magneto 6 polos	Cramacho 4 polos	Cramacho 4 polos	4 polos	Alternador Web 4 polos	-	-	-	-
Rotação (RPM)	1800	1200	1800	1200	1800	1800	1800	1800	1500	1514	-	-
Tensão (V)	-	-	220	480	220/380	220/380	220/380	-	-	-	-	-

Fonte: SOUZA (2016), CATERPILLAR, LEÃO, BIOGÁS, CUMMINS, CHP (2020).

Alguns dos fabricantes listados na Tabela 13 foram contactados e forneceram informações a respeito da disponibilidade de seus equipamentos para a demanda de biogás requerida. Em sua maioria, por trabalharem com motores de potência maiores que o necessário para este projeto, a carga de biogás produzida foi tida como insuficiente para a alimentação de seus motores. No entanto, a empresa brasileira Leão Energia foi capaz de atender os requisitos de projeto necessários para essa aplicação e fornecer informações e especificações de eficiência e custos, que serão examinadas a seguir.

7.2 Análise do Sistema Gerador

Para escolha do sistema de geração de eletricidade é preciso levar em conta parâmetros dimensionais dos equipamentos, que envolvem a eficiência do motor gerador, o tempo de utilização da planta de geração e a disponibilidade diária de biogás junto ao seu poder calorífico. A partir desses dados é possível quantificar a energia elétrica gerada por metro cúbico de biogás, conforme Equação (49) (SOUZA, 2016):

$$P_{TE} = P_{CI} \cdot B_d \quad (49)$$

onde P_{TE} (kWh/dia) é o potencial teórico de produção de energia elétrica, P_{CI} (kWh/m^3) representa o poder calorífico inferior do biogás e B_d é a produção diária de biogás (m^3/dia).

Verificamos a produção diária de biogás e sua estabilização, em função da disponibilidade de dejetos ao biodigestor. Tendo em vista a aplicação do sistema considerado e a validação numérica dos dados analíticos utilizados em nosso estudo de caso, observamos os resultados obtidos na Figura 26, diante das análises realizadas no capítulo anterior.

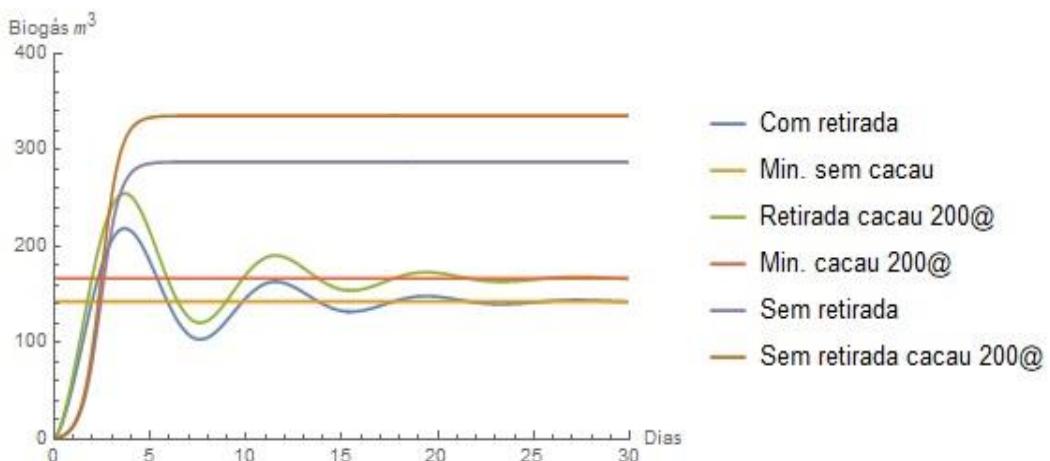


Figura 26 – Produção de biogás em função do tempo para os casos com e sem retirada de biogás.

O gráfico da figura (26) nos mostra uma melhor otimização do sistema para o caso com retirada de biogás utilizando o cacau como insumo, que alcança a estabilidade (curva em verde) em torno de 163 m^3 . Esse valor considera a linha limite de produção mínima para duzentas arrobas de casca de cacau, para onde o volume de biogás converge nesse caso. Para efeitos de cálculo do potencial de geração de energia elétrica, leva-se em conta que esse volume esteja disponível diariamente para ser usado na alimentação do carburador e consequentemente do motor de combustão interna. Essa dosagem é realizada através da válvula reguladora de fluxo, presente no carburador, e dos comandos emitidos pelo sistema eletrônico de monitoramento do biodigestor.

Tendo em vista a demanda diária de biogás estimada, a empresa Leão Energia indicou através da cotação realizada no mês de novembro de 2020 o grupo gerador Leão modelo LPG45, com especificações dadas pela Tabela 14, a um regime de operação de 7 horas por dia.

Tabela 14 – Especificações do grupo gerador Leão LPG45

Potência em contínuo	45 kW / 56 kVA
Tensão	220 / 127 V
Frequência nominal	60 Hz
Eficiência elétrica	34 %
Fator de potência	0,8
Consumo de combustível	22 Nm ³ /h

N – Referente às Condições Normais de Temperatura e Pressão (CNTP).

Fonte: Leão Energia (2020).

O sistema utilizado pela empresa conta um motor da marca FPT, Modelo N45 SM6, Turboalimentado, de 1.800 rpm, volume de 4,5 litros, ciclo Otto (4 tempos), 4 cilindros em linha, partida elétrica e arranque de 24 Vcc (Volts em corrente contínua), além de refrigeração líquida com radiador, ventilador e bomba centrífuga. O alternador utilizado para geração de energia é da marca WEG, trifásico, brushless (sem escovas, alimentado por inversores), 4 pólos, disco rígido, especial para cargas deformantes e com regulador eletrônico de tensão.

Com base nessas informações é possível determinar o potencial teórico de produção de energia elétrica, introduzido na Equação (49), considerando o poder calorífico inferior (P_{CI}) do biogás diretamente proporcional à concentração de metano presente. Assim, assume-se um sistema otimizado de produção com poder calorífico referente à concentração de 60% de metano e 40% de dióxido de carbono, como mostrado na Tabela 15 (SOUZA, 2016):

Tabela 15 – Peso específico e poder calorífico do biogás em função da composição química

Composição química do biogás	Peso específico (kg/m ³)	PCI (kcal/kg)
10% CH ₄ e 90% CO ₂	1,8393	465,43
40% CH ₄ e 60% CO ₂	1,46	2.333,85
60% CH₄ e 40% CO₂	1,2143	4.229,98
65% CH ₄ e 35% CO ₂	1,1518	4.831,14
75% CH ₄ e 25% CO ₂	1,0268	6.253,01
95% CH ₄ e 5% CO ₂	0,7768	10.469,6
99% CH ₄ e 1% CO ₂	0,7268	11.661,02

Fonte: Adaptado de IANNICELLI, 2008.

Para a transformação de kcal para kW, utiliza-se o fator de conversão de 0,001163 (SANTOS, 2017). Então pode-se verificar a quantidade teórica de energia elétrica gerada por metro cúbico de biogás, introduzindo o termo referente ao consumo de biogás especificado pelo fabricante na Tabela 2, conforme Equação (49):

$$P_{TE} = \left(4.229,98 \frac{kcal}{kg} \right) (1,163 \cdot 10^{-3} \text{ kW}) \left(1,2143 \frac{kg}{m^3} \right) (22 m^3/h)$$

$$P_{TE} \approx 131,42 \text{ kWh}$$

Para dados mais realistas em relação à capacidade de produção de energia elétrica, faz-se necessário a estimativa de um potencial técnico de produção de eletricidade (Equação 50), que leve em consideração as possíveis perdas sofridas pelo sistema através da eficiência global de conversão das máquinas térmicas e elétrica utilizadas, que também é especificada na Tabela 2, com $\eta = 34\%$ (SOUZA, 2016; SANTOS 2017). Então,

$$P_{Tec} = \frac{P_{TE} \cdot \eta}{100} \quad (50)$$

Substituindo os valores encontrados, obtemos um potencial técnico de produção de eletricidade em torno de 44,7 kWh.

Além do projeto elétrico, que deverá ser definido de acordo com as normas da concessionária de energia local, o sistema de geração de eletricidade com motor gerador a biogás deverá atender as condições de frequência, potência, regulagem de tensão e temperatura do local das instalações. De acordo com os resultados obtidos a partir da Equação 50, o sistema gerador deverá possuir uma potência elétrica de geração baseada no potencial técnico calculado (44,7 kWh). Além disso, deve ser considerado um fator de potência indutivo mínimo de $\cos\varphi = 0,8$, para tensão nominal trifásica e regime de funcionamento contínuo, segundo condições normatizadas de equilíbrio mecânico e elétrico (SOUZA, 2016). Assim, a potência de geração da planta pode ser estimada através da Equação (51):

$$P_G = \frac{P_{Tec}}{\cos\varphi} \quad (51)$$

$$P_G = \frac{44,7 \text{ kWh}}{0,8} \rightarrow P_G \cong 56 \text{ kWh}$$

O biogás produzido diariamente será utilizado para geração de energia elétrica por meio de um grupo gerador capaz de suprir a carga de energia exigida pela localidade. Então, faz-se necessário que o estudo dos equipamentos a serem utilizados nessa tarefa seja feito em consonância com a análise do histórico anual de consumo de energia elétrica da fazenda São José (onde é aplicado o estudo) e a partir dos valores requeridos de potência, calculados nessa seção.

Sendo assim, analisamos o período de consumo compreendido entre novembro de 2019 a novembro de 2020 de acordo com a variação mostrada no gráfico da Figura 27.

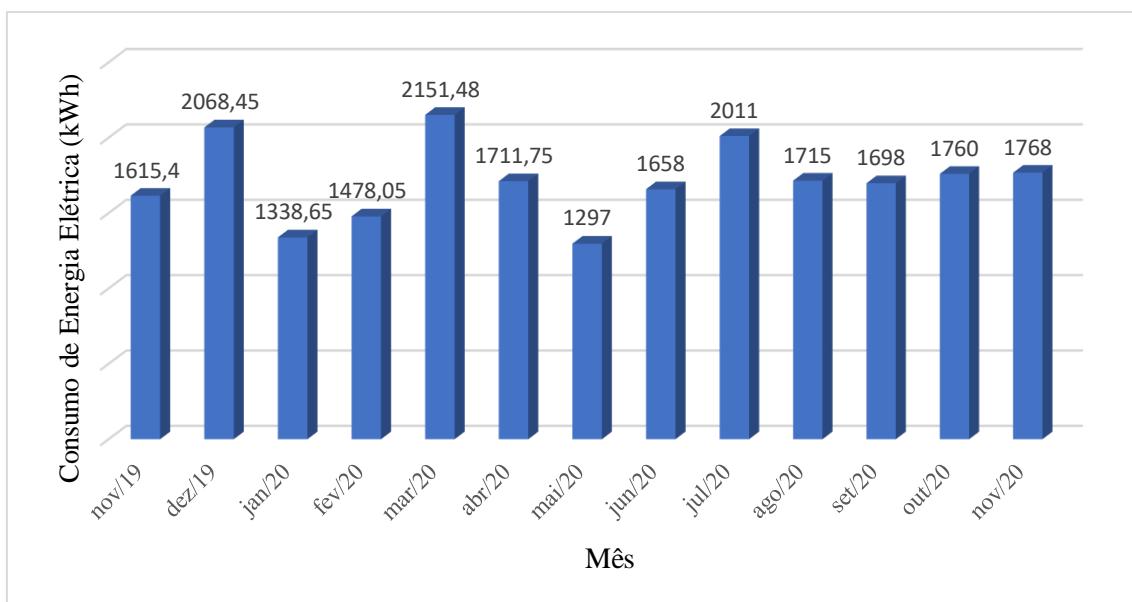


Figura 27 – Variação do consumo de energia elétrica na Fazenda São José – Barro Preto/BA.

Fonte: Adaptado de COELBA, 2020.

A análise das faturas de energia elétrica da Fazenda mostra a variação do consumo de energia ao longo dos meses, com uma média em torno de 1713 kWh mensais. Dessa forma, podemos comparar os valores de consumo e potencial elétrico de geração calculado para o sistema, a fim de verificar o suprimento da demanda de energia requerido pela localidade em questão.

Partindo do pressuposto de termos um sistema que opera em torno de 7 horas por dia, com base na Equação (51), temos um potencial de geração de 390 kWh diárias ($P_G \times 7 = 390$). Excetuando-se domingos e feriados, obtém-se um período médio de

funcionamento de 26 dias por mês e 312 dias de operação por ano. Sendo assim, é possível verificar um potencial técnico de geração de energia elétrica aproximado de 10.165 kWh mensais (multiplicando o potencial de 390 kWh diários pelo período de 26 dias). Esse valor supera em quase seis vezes o valor da carga de consumo médio mensal da localidade e indica a possível viabilidade energética para o sistema. Assim, pode então ser feita uma análise econômica mais profunda, em termos de custos e tempo de utilização dos equipamentos, para verificação de sua eficiência e da viabilidade econômica do empreendimento completo.

8 VIABILIDADE ECONÔMICA

O suprimento da energia elétrica por meio do grupo gerador definido no capítulo anterior servirá como base para serem determinadas as condições de viabilidade econômica da utilização do biogás produzido no biodigestor a ser instalado na Fazenda São José. Assim, de modo a realizar um diagnóstico e prognóstico do empreendimento analisado faz-se necessário a verificação e interpretação de questões relativas à estabilidade, rentabilidade e lucratividade do sistema.

Considerando que o sistema gerador seja a única fonte de suprimento da demanda de energia avaliada no capítulo anterior, é possível estimar que os benefícios com a geração de energia elétrica sejam interpretados como a renda que se deixa de transferir para a concessionária de energia elétrica, quando esta é produzida internamente. Dessa maneira, o benefício obtido está relacionado ao consumo de energia elétrica em função do tempo de operação do sistema e da tarifa de energia elétrica paga pelo proprietário, o que pode ser traduzido através da Equação (52) (CERVI et al, 2010).

$$B_{EE} = (E_C \times T)T_{EE} \quad (52)$$

onde B_{EE} representa o benefício com a geração de energia elétrica (R\$/ano), E_C é a energia elétrica consumida (kWh), T é o tempo de operação (k/ano), e T_{EE} representa a tarifa de energia elétrica (R\$/kWh).

A propriedade está classificada com tarifa horo-sazonal branca, pela concessionária de energia elétrica, inserida no grupo B2 Rural, que se caracteriza pela aplicação de tarifas diferenciadas em horários de ponta ou fora de ponta, de acordo com o consumo de energia, como mostra a Tabela 16:

Tabela 16 – Preço do kWh estabelecido pela concessionária de energia elétrica

Descrição	R\$/kWh
Tarifa de consumo ativo no horário de ponta (das 18 às 22h)	0,75256
Tarifa de consumo ativo fora de ponta (demais horas do dia)	0,20377

Fonte: COELBA – Companhia de Eletricidade do Estado da Bahia (2020).

O investimento inicial pode ser classificado como o custo necessário para a implantação das instalações, equipamentos e suas manutenções. Por meio das pesquisas e cotações descritas a seguir, a estimativa do valor do investimento inicial é realizada através da Equação (53):

$$I = C_M + M_O \quad (53)$$

onde I representa o valor do investimento inicial (R\$), C_M representa os custos relativos à materiais e equipamentos, e M_O representa os custos de instalação e manutenção.

Os custos anuais do sistema podem ser definidos levando em consideração os custos fixos relacionados aos juros sobre o capital fixado e à depreciação; além dos custos variáveis referentes à manutenção e operação (SOUZA et al, 2019). A depreciação pode ser calculada com base no valor residual dos equipamentos e matérias utilizados, ou seja, no valor esperado do item ao final de sua vida útil. Esse cálculo é feito com base na Equação (54):

$$D = \frac{C_i - (C_i \times V_r)}{V_u} \quad (54)$$

onde D representa a depreciação anual (R\$/ano), C_i é o custo com materiais depreciáveis (R\$), V_r representa o valor residual (%), e V_u a vida útil.

Os juros sobre o capital investido, também conhecido como o custo de oportunidade, pode ser definido em relação ao capital médio durante a vida útil dos bens, a uma taxa de juros de 2%, correspondente a taxa de rendimento atual do Sistema Especial de Liquidação e Custódia – SELIC (Banco Central do Brasil, 2020). Pode ser calculado conforme equação (55):

$$J = C_i \times T_{JA} \quad (55)$$

onde J representa os juros sobre o capital investido (R\$), C_i é custo inicial de matérias (R\$) e T_{JA} a taxa anual de juros (%).

Para o planejamento da instalação e operação do biodigestor foram simuladas e estimadas a produção de biogás diária que seria capaz de abastecer o sistema de geração de energia no capítulo 6 e verificadas as especificações do sistema gerador escolhido. Por

meio de cotação realizada no mês de novembro de 2020, os demais itens inclusos no orçamento da empresa Leão Energia, além do grupo gerador Leão modelo LPG45, podem ser listados abaixo:

- Módulo microprocessado com protocolo de comunicação remota;
- Controle eletrônico de rotação e ignição e de mistura ar/combustível;
- Cavaletes com válvulas solenoide de corte de combustível, reguladores de pressão de entrada de gás;
- Baterias e carregador de baterias;
- Manuais técnicos com termo de garantia e plano de manutenção preventiva;
- Croquis para a implantação do grupo gerador em abrigo ou container;
- Esquemas elétricos;
- Comissionamento e Startup (compreende ligação dos cabos de comando e primeira partida);
- Treinamento (compreende instruções de utilização do GMG e quadro de transferência a funcionário indicado pelo cliente).

Dessa forma, a cotação fornece os valores financeiros mostrados na Tabela 17:

Tabela 17 – Orçamento do sistema gerador

Descrição	Qtd.	Unit. Bruto	Unid. Líq.	Valor Total
GMG Biogás LGB50 – FPT N45 SM6 60 Hz	1	117.743,13	117.743,13	117.743,13
Quadro de transferência automática – QTA 160A CT	1	9.278,50	9.278,50	9.278,50
Total dos itens	127.021,63			

Fonte: Leão Energia (2020).

O quadro de transferência automática pode ser visto como um dispositivo de segurança e controle, que é utilizado em conjunto com geradores de energia e a concessionária, com o objetivo de ligar os geradores caso ocorra a interrupção do abastecimento de energia proveniente da Concessionária. Além disso, o quadro de transferência automática servirá para a realização de medições de corrente, tensões e frequências, permitirá o intertravamento elétrico, mecânico e eletrônico

(concessionária/gerador) e o funcionamento manual ou automático do grupo gerador, através do módulo microprocessado.

A empresa ressalta ainda alguns requisitos de qualidade do biogás para que seja possível manter a potência de saída nominal e o atendimento da carga de consumo necessária. Esses requisitos são descritos na Tabela 18:

Tabela 18 – Padrão de qualidade para o biogás

Porcentagem mínima de metano (CH_4)	48 %
Umidade relativa	$\leq 32,5\%$
Limite ideal de H_2S	100 ppm
Pressão do gás para o motor	0,1 bar a 2 bar
Quantidade máxima de impurezas	25 mg/Nm ³
Nível de condensados	0
Nível de alcatrão	0
Nível de siloxanos	10 mg/Nm ³

Para que essas condições sejam atendidas é necessário que seja previsto um plano de manutenção e manejo adequados para o biodigestor, de modo a manter os padrões de qualidade do biogás. Assim, é necessário que sejam avaliados também os custos dessa manutenção.

Segundo Souza et. all (2019), para estimar a manutenção do biodigestor é preciso antes estimar o intervalo de manutenção de seus componentes, como por exemplo o serviço de troca de óleo e lubrificação em função do tempo de operação. Dessa forma, são levados em conta os materiais utilizados e a estimativa do valor de assistência técnica necessária, de modo que o gasto anual com a manutenção possa ser obtido através da Equação (56):

$$G_M = \left(\frac{T}{I_M} \right) A_T \quad (56)$$

onde G_M representa os gastos com manutenção em reais por ano, T representa o tempo de operação do sistema em horas por ano, I_M é o intervalo de manutenção dos componentes em horas por unidade, e A_T representa o valor da assistência técnica em reais por unidade.

Simulando a atuação diária de um profissional responsável pelo ligamento e limpeza esporádica do biodigestor, para a remoção do lodo precipitado, o cálculo com gastos de mão de obra para a manutenção do sistema pode ser obtido por meio da Equação (57):

$$G_{MO} = TG_S \quad (57)$$

onde G_{MO} representa os gastos com mão de obra para operação do sistema em reais por ano, T é o tempo de operação em horas por ano e G_S representa os gastos com salário em reais por hora.

Em relação à instalação e construção do biodigestor, é preciso levar em conta os cálculos de dimensionamento realizados no Capítulo 3 e os resultados otimizados da produção de biogás vistos no Capítulo 6. Assim, acrescentada uma margem de variação, pode ser especificado o volume de 850 m³ para o biodigestor modelo da Marinha. Considera-se que este volume seja composto por dimensões externas de 20 x 17 m, profundidade de 2,5 m (Figura 28), sendo coberto por geomembrana flexível (gasômetro) de policloreto de vinila (PVC). Dessa forma, a construção é feita sobre uma fundação direta contínua, que requer os serviços iniciais de terraplanagem e escavação, além das tubulações de PVC responsáveis por conduzir o fluxo de entrada e saída dos resíduos no biodigestor e para transporte do biogás.

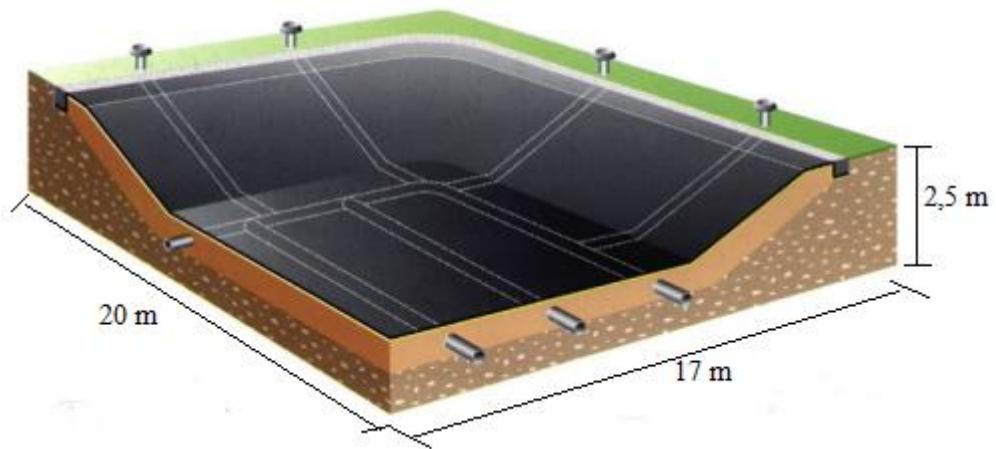


Figura 28 – Dimensões estimadas para o biodigestor modelo da Marinha.

Assim, o sistema é delimitado pelas operações referentes à movimentação de terra, técnicas construtivas, mão de obra e materiais, além dos componentes relativos ao sistema gerador de energia. Os elementos envolvidos para essa construção são então aferidos em

termos econômicos por meio de um levantamento bibliográfico (MARTINS e OLIVEIRA, 2011; GOMES e RAIHER, 2013; ZANIN et al, 2009; CERVI et al, 2010; SOUZA et al, 2019) e dos custos médios de insumos e composições encontrados por meio da tabela SINAPI (Sistema Nacional de Pesquisas de Custos e Índices da Construção Civil) para o mês de novembro de 2020. Tem-se assim, de maneira simplificada, os custos de implantação e construção para o biodigestor conforme mostra a Tabela 19.

Tabela 19 – Custos de construção para o biodigestor

Natureza do serviço	Unidade	Preço unitário	Volume ou Comprimento utilizado	Preço total
Escavação e drenagem profunda com corte trapezoidal	m	184,50	20	3.690,00
Escoramento e Alvenaria	m^3	30,29	850	25.746,50
Fornecimento e Assentamento de tubos de PVC Rígido Soldáveis 150 mm de diâmetro	m	45,38	35	1.588,30
Manta Geotêxtil	m^2	5,65	300	1.695,00
Total				32.719,80

Dessa forma, com o auxílio da Equação (53) podem ser estimados os custos de investimento inicial em função dos custos de instalação, equipamentos avaliados sintetizados na Tabela 20.

Tabela 20 – Investimento Inicial

Sistema Gerador	127.021,63
Construção e instalação do biodigestor	32.719,80
Total	159.741,43

Para determinação dos custos anuais do sistema são aferidos os custos de depreciação, juros sobre o capital fixo e os custos de manutenção e operação. Os custos de depreciação são calculados de acordo com a Equação (54), considerando o valor residual de 5% para todos os materiais envolvidos, conforme apresentado na Tabela 21:

Tabela 21 – Custos de depreciação

Itens	Valor inicial (R\$)	Vida útil (anos)	Valor residual (%)	Depreciação (R\$ / ano)
Escoramento e alvenaria	22.323,73	20	5	1.222,96
Tubulação	1.588,30	10	5	150,89
Manta Geotêxtil	1.695,00	10	5	161,03
GMG Biogás LGB50 – FPT N45 SM6 60 Hz	117.743,13	20	5	5.592,80
Quadro de transferência automático – QTA 160A CT	9.278,50	20	5	440,73
Total				7.568,40

Na tabela 22 são apresentados os juros sobre o capital investido, calculados com o auxílio da Equação (55), tomando como referência o valor atual do rendimento da taxa SELIC, de 2% ao ano.

Tabela 22 – Juros sobre o capital investido

Itens	Valor inicial (R\$)	Taxa de juros (% ano⁻¹)	Juros (R\$ ano⁻¹)
Escoramento e alvenaria	22.323,73	2	514,93
Tubulação	1.588,30	2	31,77
Manta Geotêxtil	1.695,00	2	33,9
GMG Biogás LGB50 – FPT N45 SM6 60 Hz	117.743,13	2	2.354,86
Quadro de transferência automático – QTA 160A CT	9.278,50	2	185,57
Total			3.121,03

A tabela 23 apresenta os custos com a manutenção preventiva do biodigestor, levando em consideração as variáveis da Equação (56) e com base nos valores de assistência técnica cobrados por esses serviços na região sul da Bahia. O tempo de operação do sistema (T) é avaliado em relação ao regime de operação de 7 horas por dia, excetuando-se domingos e feriados. Estima-se um período de 26 dias por mês e 312 dias por ano, o que resulta em 2184 horas de operação por ano.

Tabela 23 – Manutenção preventiva do sistema.

Componente	Intervalo (horas)	Custo de Manutenção (R\$)	Custo Anual de Manutenção (R\$)
Lubrificante	Troca a cada 100 horas	80,00	1.747,20
Filtro de Óleo	Troca de óleo a cada 400 horas	52,00	283,92
	Limpeza dos filtros a cada 200 horas	15,00	163,80
Sistema de Combustível	Limpeza da válvula de gás a cada 2.000 horas	15,00	16,38

Filtro de Ar	Troca do filtro de ar a cada 2.000 horas	86,00	93,91
Sistema de Refrigeração	Troca do líquido refrigerante, da correia dentada e do esticador da correia a cada 1.000 horas	220,00	480,48
Alternador	Troca da correia e do jogo de velas a cada 1.000 horas	200,00	436,80
	Troca dos rolamentos a cada 2.000 horas	100,00	109,20
Rolamento do Gerador	Lubrificar a cada 1.000 horas	20,00	43,68
Total			3.375,37

Estimando um tempo de operação de 200 horas por ano para a mão de obra de operação do sistema, referente às limpezas esporádicas, acionamento e desligamento do sistema, os gastos com salário de R\$ 3,00 por hora, tem-se um custo anual com mão de obra de R\$ 600,00. Assim, os gastos totais com manutenção e instalação do sistema resultam em R\$ 3.975,37 ao ano.

Os custos anuais de depreciação, juros sobre o capital investido e operação do sistema podem ser então resumidos na Tabela 24.

Tabela 24 – Custos totais para operação do sistema

Itens de Custo	R\$ / ano
Depreciação	7.568,40
Juros	3.121,03
Mão de obra para operação do sistema	600,00
Manutenção preventiva do grupo gerador	3.375,37
Total	14.664,80

Definidos esses parâmetros, podem ser avaliadas as condições de rentabilidade do empreendimento por meio dos indicadores econômicos: Valor Presente Líquido (VPL), Taxa Interna de Retorno (TIR) e Payback Simples (PS).

8.1 Indicadores Econômicos de Viabilidade

Segundo Neto (1992), o VPL reflete a riqueza em valores absolutos do investimento por meio da diferença entre o valor presente das entradas de caixa e o valor presente das saídas. Isto é, um indicador que permite avaliar a viabilidade econômica do projeto durante seu período de vida útil, considerando o valor atual dos benefícios menos o valor atual dos custos, podendo ser calculado através da Equação (58):

$$VPL = \sum_{i=0}^n \frac{B_i - C_i}{(1 + r)^i} \quad (58)$$

onde B_i representa os benefícios do projeto em unidades monetárias, no ano i , C_i representa os custos do projeto, também em unidades monetárias no ano i , r representa uma taxa de desconto (%), i é o contador de tempo (em anos), e n representa o período de vida útil do investimento, em anos.

Sendo assim, O VPL representa, em valores monetários presentes, a diferença entre os recebimentos e os pagamentos de todo o projeto. Se o VPL for positivo, significa que foi recuperado o investimento inicial aplicado de acordo com uma taxa mínima de atratividade (TMA) – que será adotada nesse trabalho como 2% ao ano – e o empreendimento poderá ser considerado viável.

A Taxa Interna de Retorno (TIR) requer o cálculo da taxa que zera o valor presente líquido (VPL), isto é, representa a taxa de desconto que iguala num único momento os fluxos de entrada com os fluxos de saída (NETO, 1992). De modo que possa calculado por meio da equação:

$$\sum_{i=0}^n \frac{B_i - C_i}{(1 + r)^i} = 0 \quad (59)$$

onde as variáveis são análogas as da Equação (58).

Com base nesse método, se a TIR exceder a taxa mínima de atratividade (TMA) o investimento é classificado como economicamente atraente; caso contrário há recomendação técnica de rejeição (NETO, 1992).

O período de recuperação do capital, conhecido como Payback Simples (PS), consiste essencialmente em determinar o tempo necessário para que o capital investido no projeto seja recuperado por meio dos benefícios econômicos gerados (NETO, 1992).

De acordo com os dados obtidos no capítulo anterior, na análise da demanda de energia elétrica para a localidade em estudo, tem-se um consumo médio diário de eletricidade de 57 kWh. Com o conjunto gerador operando durante 7 horas por dia é possível obter uma potência nominal de 315 kWh diários, conforme especificações do fabricante. Portanto, apenas utiliza 18% da potência disponível pelo gerador.

Sendo assim, considerando o período de operação do conjunto das 8 h às 15:30 h, durante 312 dias por ano, os benefícios gerados com a produção de energia elétrica podem ser considerados referentes a tarifa fora de ponta ($R\$ 0,20377 \text{ kWh}^{-1}$), resultando no valor de $R\$ 25.415,87 \text{ ano}^{-1}$.

Por meio do cálculo do consumo médio diário de energia elétrica, é possível extrair valores aleatórios baseados nas informações do histórico de consumo e verificar as respectivas relações com os indicadores econômicos considerados. Isso pode ser visto na Tabela 25.

Tabela 25 – Simulação do consumo médio de energia elétrica para utilização de 7 h/dia

Consumo médio de energia (kWh)	Tempo de operação (h/dia)	Benefício (R\$/ano)	VPL (R\$)	TIR (%)	PS (anos)
43,23	7	R\$ 19.238,81	R\$ 12.816,45	4%	8,3
49,27	7	R\$ 21.926,81	R\$ 36.488,23	6%	7,3
57,11	7	R\$ 25.415,87	R\$ 67.214,52	9%	6,3
58,67	7	R\$ 26.110,13	R\$ 73.328,43	10%	6,1
68,95	7	R\$ 30.685,07	R\$ 113.617,49	14%	5,2
71,72	7	R\$ 31.917,82	R\$ 124.473,59	15%	5,0

Os indicadores mostram que o investimento é viável economicamente, mantendo-se inalterado o período de utilização da planta de 7 horas por dia, no horário fora de ponta, durante os 312 dias considerados. Observando o consumo diário mínimo de 43 kWh, no período de novembro de 2019 a novembro de 2020, percebe-se um benefício anual com

a geração de energia de R\$ 19.238,81, com VPL assumindo um valor positivo de R\$ 12.816,45 e um retorno do investimento em aproximadamente 8 anos. Os benefícios anuais podem alcançar o valor de R\$ 31.917,82, com o consumo máximo diário do período, apresentando também um VPL positivo, uma TIR significativamente maior do que a Taxa Mínima de Atratividade (TMA), que foi considerada 2%, e um Payback simples reduzido a 5 anos, indicando o pagamento total do investimento.

Também foi simulada a utilização do grupo gerador de energia no horário de ponta, das 18 às 22 h, onde há elevação da tarifa de energia elétrica cobrada pela concessionária de energia, no valor de R\$ 0,75256 kWh⁻¹, conforme os dados da Tabela 26.

Tabela 26 – Benefícios econômicos simulados, com a geração de energia elétrica no horário de ponta.

Consumo médio de energia (kWh)	Tempo de operação do conjunto gerador no horário de ponta (h/dia)	Benefício com geração de energia elétrica (R\$/ano)
43,23	4	R\$ 10.993,60
49,27	4	R\$ 12.529,61
57,11	4	R\$ 14.523,36
58,67	4	R\$ 14.920,07
68,95	4	R\$ 17.534,33
71,72	4	R\$ 18.238,75

Nota-se que o benefício gerado com a substituição da energia elétrica da concessionária pela produzida no biodigestor no horário de ponta revela aumentos consideráveis em relação à proporção do tempo de operação anterior. Utilizando a tarifa de horário de ponta, para o consumo de 43 kWh de energia elétrica tem-se um benefício de R\$ 10.993,60 por ano, podendo alcançar o valor de R\$ 18.238,75 anuais, quando o consumo é de aproximadamente 72 kWh.

Assim, também foram simulados os benefícios obtidos considerando um período de operação da planta de 7 horas por dia, fora do horário de ponta, com as 4 horas adicionais do período de ponta, como mostra a Tabela 27.

Tabela 27 –Simulação do consumo médio de energia elétrica para utilização de 11 h/dia

Consumo médio de energia (kWh)	Tempo de operação (h/dia)	Benefício (R\$/ano)	VPL (R\$)	TIR (%)	PS (anos)
43,23	11	R\$ 30.232,41	R\$ 109.631,14	14%	5,3
49,27	11	R\$ 34.456,41	R\$ 146.829,61	17%	4,6
57,11	11	R\$ 39.939,23	R\$ 195.113,82	21%	4,0
58,67	11	R\$ 41.030,20	R\$ 204.721,40	22%	3,9
68,95	11	R\$ 48.219,40	R\$ 268.032,77	28%	3,3
71,72	11	R\$ 50.156,57	R\$ 285.092,38	29%	3,2

São observadas mudanças significativas à medida que o tempo de operação do sistema é incrementado e a tarifa de utilização da energia elétrica é alterada. Pode-se perceber que mesmo com um consumo médio de 57 kWh, é possível obter um benefício anual de R\$ 39.939,23 e uma redução do período de payback para 4 anos, podendo alcançar o retorno total do investimento em até 3 anos, com a utilização do consumo máximo de 72 kWh. Sendo assim, pode-se inferir que quanto maior o consumo de energia elétrica, maiores serão os benefícios alcançados com a geração autônoma de energia e consequentemente menor será o tempo necessário para o pagamento do investimento inicial, com taxas de retorno também mais atrativas.

Em comparação, COLDEBELLA (2006) destaca que o custo do volume de biogás produzido na propriedade está diretamente relacionado com a capacidade de produção de biogás em função do investimento necessário. Assim, a utilização do sistema durante 10 horas por dia apresentou um custo de R\$ 0,063 por metro cúbico de biogás, a uma tarifa de energia elétrica de R\$ 0,30 por kWh, obtendo o retorno do investimento em 2,7 anos.

CERVI et al (2010) estimou a viabilidade econômica de um sistema biointegrado para geração de eletricidade a partir do aproveitamento de dejetos de suínos em uma agroindústria. O investimento inicial para implantação foi estimado em R\$ 51.537,17, e os custos anuais do sistema foram de R\$ 11.465,37, concluindo que o sistema de produção de biogás é viável do ponto de vista econômico, se o consumo de energia elétrica for igual ou superior a 35 kWh por dia, em média, onde o valor presente líquido (VLP) é de R\$

9.494,90, e a taxa interna de retorno (TIR) é de 9,34% ao ano. Além disso, foram relacionados os níveis de consumo aos indicadores viabilidade, onde os consumos médios de 20 e 40 kWh apresentaram VPL de R\$ 49.066,37 e R\$ 29.015,32 ao ano, respectivamente, e uma TIR de 16,24% apenas para o consumo de 40 kWh, apresentando payback simples de 5,79 anos.

SOUZA et al (2019) também avaliou a viabilidade econômica para um sistema de biodigestor para geração de eletricidade, com a utilização do biogás proveniente de dejetos de bovinos em confinamento em uma propriedade rural no Paraná. Foram estimados os investimentos em torno de R\$ 49.155,32, custos anuais de R\$ 10.961,17 e benefícios obtidos com a substituição da energia elétrica comprada da concessionária, simulando diferentes cenários para as faixas de consumo de 20 a 40 kWh. O projeto foi considerado viável, com VPL de R\$ 16.221,28 e R\$ 160.395,86, TIR de 13% e 19%, e retorno do investimento obtido no ano 7 e ano 2 para os consumos de 20 e 40 kWh respectivamente.

Esse valores podem ser melhor observados no gráfico da Figura 29, onde podem ser vistos dados comparativos dos indicadores econômicos extraídos da literatura (CERVI et al, 2010; SOUZA et al, 2019).

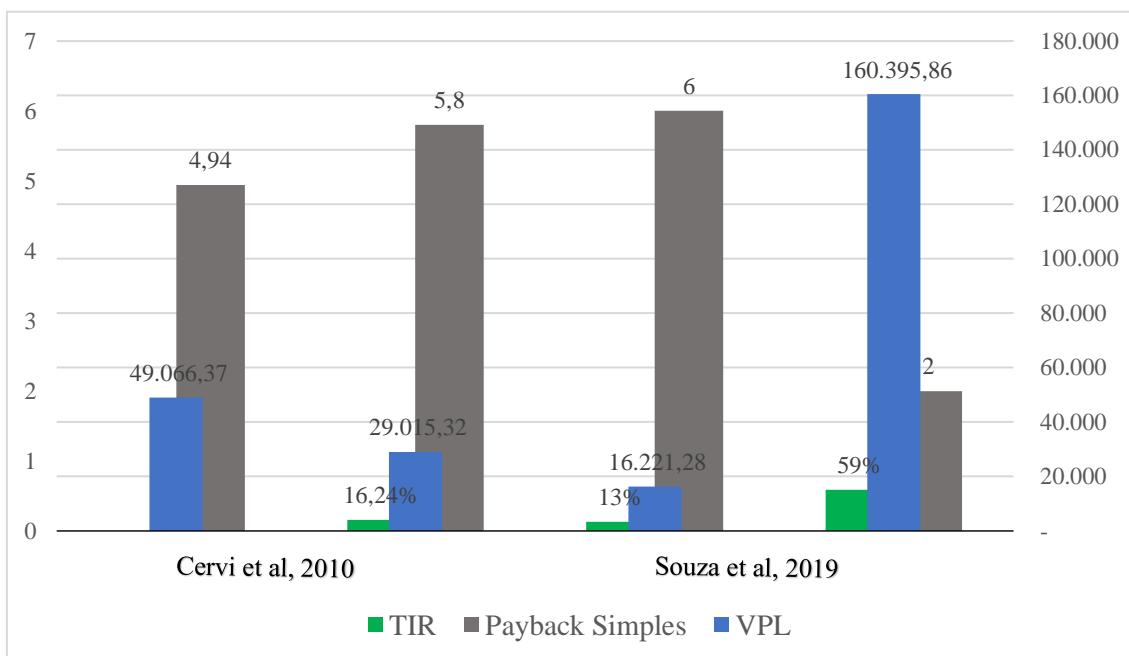


Figura 29 – Comparação dos valores entre os indicadores econômicos observados na literatura

É importante ressaltar que os cálculos dos indicadores econômicos realizados nos trabalhos de Cervi et al (2010) e Souza et al (2019) levaram em consideração a taxa básica de juros da economia brasileira na época, que era de 5,64% ao ano e 6,5% ao ano, respectivamente. Ambos avaliaram o período de 10 anos, referente a vida útil dos equipamentos, para os cálculos do fluxo de caixa, que possibilitam os cálculos subsequentes dos indicadores.

Como dito anteriormente, nesse trabalho foi utilizada como taxa mínima de atratividade o valor de 2% referente à taxa atual de juros da economia brasileira (ou taxa Selic). O período para avaliação do fluxo de caixa também é considerado de 10 anos, pelos mesmos motivos explicitados acima. Uma comparação entre os indicadores econômicos principais, em relação às referências citadas no parágrafo anterior, pode ser vista no gráfico da Figura 30.

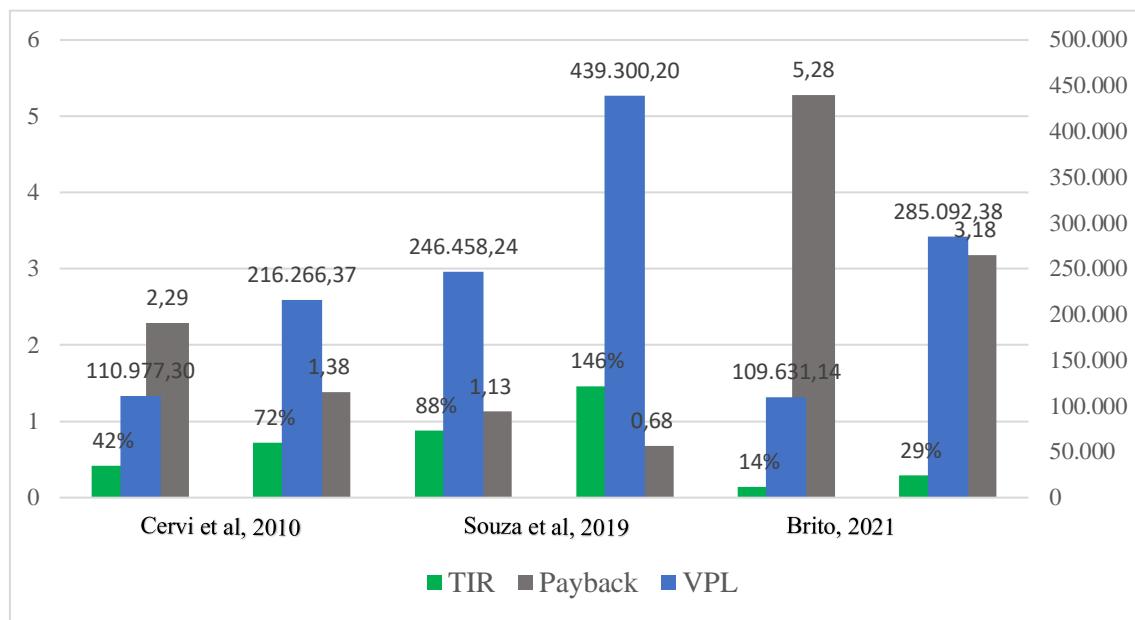


Figura 30 – Comparação dos valores entre os indicadores econômicos observados na literatura com o presente trabalho

No gráfico da Figura 30 são avaliados o valor presente líquido (VPL), taxa interna de retorno (TIR) e o payback simples (PS) para os consumos médios de energia elétrica diários que foram obtidos nesse trabalho (referente ao histórico de consumo da Fazenda São José), afim de obter uma comparação mais consistente com os resultados obtidos da literatura. Também foram analisados os indicadores econômicos referentes aos consumos de 20 e 40 kWh, mas assim como acontece em Cervi et al (2010) o VPL e a TIR

apresentam indicativos de inviabilidade para o projeto, tendo em vista os baixos níveis de consumo de energia elétrica, como pode ser melhor percebido na tabela em Anexo III.

Os valores mais baixos de VPL e TIR são justificados pela grande diferença no valor de investimento inicial que este projeto necessita (R\$ 159.741,43), em comparação com os demais, em virtude dos preços da tecnologia embarcada nos equipamentos (mostrado nas Tabelas 17 e 20). Além disso, a variação das taxas de juros utilizadas nos três trabalhos, referentes ao valor da taxa Selic vigente, geram também as diferenças observadas no gráfico da Figura 30. No entanto, para os níveis de consumo entre 43 e 72 kWh todos os indicadores apontam para a viabilidade do projeto com valores bem próximos nas três circunstâncias analisadas.

A variação dos benefícios obtidos para a faixa de consumo de 43 a 72 kWh para os cenários avaliados podem ser vistos no gráfico da Figura 31.

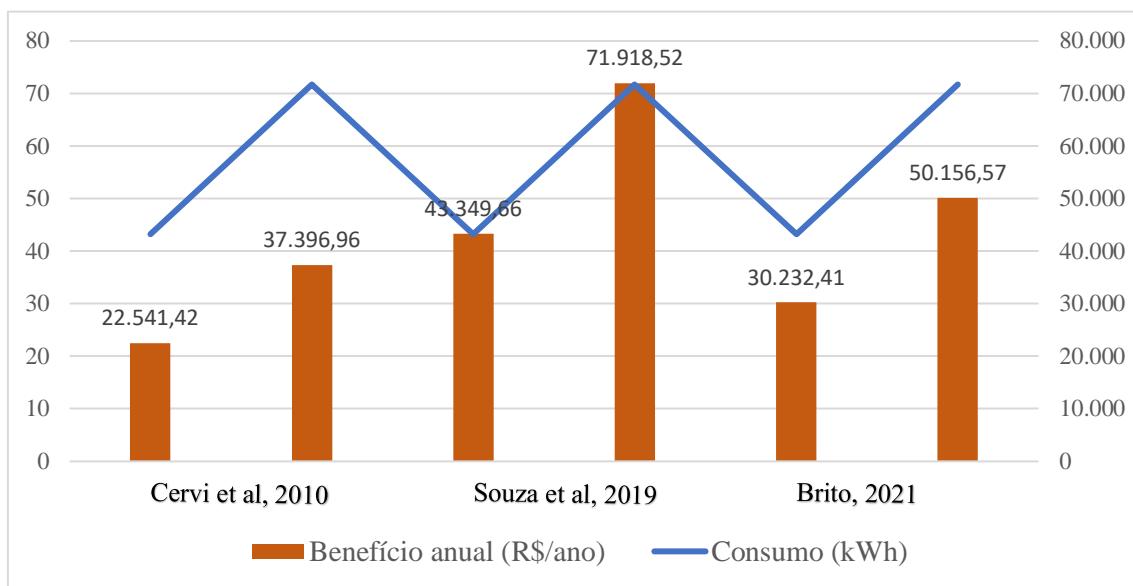


Figura 31 – Benefícios anuais estimados para diferentes níveis de consumo de energia elétrica

Como mencionado antes, os benefícios estão relacionados ao consumo de energia elétrica em função do tempo de operação da planta e da tarifa de energia elétrica paga pelo proprietário, como foi descrito na Equação (52) desse capítulo. Cervi et al (2010) considera tarifas tanto no período “seco” (R\$ 0,165 kWh⁻¹, durante 7 meses) quanto no período “úmido” (R\$ 0,151 kWh⁻¹, durante 5 meses), ambas no horário fora de ponta.

Enquanto Souza et al (2019) leva em conta apenas a tarifa anual de R\$ 0,41782 kWh⁻¹, também fora do horário de ponta.

Conforme mostra a Tabela 16, a tarifa para o consumo de energia elétrica considerada nesse trabalho é de R\$ 0,20377 para o período fora de ponta. Com ela foi possível obter os benefícios anuais de R\$ 30.232,41 e R\$ 50.156,57 para os consumos mínimos e máximos de 43,23 e 71,72 kWh, respectivamente. Percebe-se que apesar de possuir uma tarifa mais baixa em relação aos outros autores analisados, os benefícios gerados com a renda que se deixa de transferir para a concessionária com a geração interna de energia elétrica são muito próximos daqueles obtidos nas outras referências estudadas, tendo em vista a mesma faixa de consumo de eletricidade. Dados mais detalhados para o resultado dos cálculos utilizados nos gráficos das Figuras 30 e 31 também podem ser vistos na tabela do Anexo III.

Dessa forma, é possível perceber que os valores obtidos com as simulações realizadas nesse trabalho podem ser validados pelos resultados aproximados obtidos da literatura. Além disso, é importante salientar que as simulações aqui realizadas envolvem simplificações que podem decorrer em diferenças significativas na aplicação efetiva do projeto. Outras variáveis de custo poderiam ser consideradas e os benefícios da geração de energia são diretamente dependentes da demanda e período de consumo avaliados, nesse caso.

Também poderiam ser considerados os benefícios obtidos com a venda e uso do biofertilizante, visto como subproduto da fermentação, e com os créditos de carbono gerados que poderiam ser certificados pela redução de gases do efeito estufa, gerando ainda mais renda para a propriedade. Portanto, o projeto demonstra ser potencialmente viável do ponto de vista econômico, mas dependente das condições técnicas de demanda, especificidades da localidade, dos equipamentos e materiais utilizados e benefícios considerados.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como foi visto, a biomassa se apresenta como um recurso renovável de grande valia, em especial para o âmbito agrícola, contribuindo com a diminuição do volume de resíduos descartados e a emissão de gases do efeito estufa, além de poder ser utilizada em sistemas energéticos de cogeração ou suprimento de demandas isoladas da rede, através dos biodigestores.

O caso analisado permite um panorama de verificação da viabilidade de autonomia energética com o uso do biogás. A biomassa disponível para esta conversão foi encontrada através de dejetos de animais e pessoas presentes na propriedade em estudo. Por se tratar de uma fazenda de cultivo de cacau, a casca deste fruto foi considerada como insumo adicional mais eficiente ao volume de substrato.

Assim, foram determinadas as condições iniciais de operação do sistema através do dimensionamento do volume de carga diária disponível considerando diferentes produtividades no cultivo de cacau.

A partir do volume diário de substrato, as equações que relacionam a quantidade de bactérias à produção de biogás puderam ser simuladas no software Mathematica, observando as principais variáveis que influenciam seu desenvolvimento. Com esse modelo podem ser criados programas computacionais para gerenciamento do consumo do biogás e produção de bactérias no biodigestor, permitindo uma maior segurança quanto ao rendimento do sistema, controle de seus parâmetros de funcionamento e uma maior previsibilidade e autonomia.

Foi verificado que com a utilização da casca de cacau alguns parâmetros operacionais do sistema se alteram, provocando uma mudança nos valores máximos de produção de biogás e proliferação de bactérias, com clara relação de dependência entre essas variáveis e a quantidade inicial de substrato utilizado. Esses resultados em conjunto com as propriedades físico-químicas da casca de cacau, citadas no capítulo 6, apontam para uma diferenciação interessante em relação aos demais tipos de substratos utilizados e à otimização do processo fermentativo, como avaliado.

Além disso, as curvas geradas demonstram um comportamento assintótico, mesmo com a variação da quantidade de dejetos, gerando uma oscilação das curvas em torno de uma linha de estabilidade. Este comportamento demonstra a estabilização do

sistema de produção de biogás à medida que o tempo tende a infinito, validando as soluções matemáticas encontradas para o modelo e contribuindo para a melhoria do sistema.

Avaliando o comportamento do biodigestor, observa-se que a variação do parâmetro de interação p e da taxa de colheita β , também induzem mudanças significativas no processo fermentativo. Sendo escolhidos através da ponderação das condições físicas de aplicação do sistema em equilíbrio.

Em termos de eficiência produtiva e econômica, as análises de dimensionamento de potência do sistema gerador de eletricidade já apresentam resultados promissores, indicando um suprimento efetivo da demanda de energia na localidade estudada, com um potencial técnico de geração da planta seis vezes superior a demanda de consumo no período analisado.

Dessa forma, fica claro que a utilização das ferramentas de análise e simulação aqui verificadas são fundamentais para um correto dimensionamento e tomada de decisão que considere os critérios técnicos e econômicos de viabilidade. O projeto se mostra viável do ponto de vista econômico, apresentando indicadores de viabilidade coerentes e um período de retorno máximo para o investimento inicial de aproximadamente 8 anos, diante das condições avaliadas.

Ademais, a investigação para a cogeração ou autonomia energética dos dispositivos analisados neste sistema em um cenário particular de uma fazenda de cacau envolve uma série de reações consecutivas, paralelas, independentes e complexas. Sendo assim, a modelagem desses sistemas pode requerer análises mais profundas que levem também em consideração outros parâmetros de modelagem.

Referências

- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL. **Atlas de Energia Elétrica do Brasil.** Brasília, 2002. 153 p.
- BALANÇO ENERGÉTICO NACIONAL (BEN): Ano base 2018. Empresa de Pesquisa Energética – EPE (Brasil). Rio de Janeiro: Ministério de Minas e Energia. 2019. Anual.
- BALMANT, W. **Concepção, Construção e Operação de um Biodigestor e Modelagem Matemática Da Biodigestão Anaeróbica.** 2009. 60 f. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciências dos Materiais). Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.
- BASSANEZI, R. C.; FERREIRA JUNIOR, W.C. Equações Não Lineares: Estudo Qualitativo. In: BASSANEZI, R. C.; FERREIRA JUNIOR, W.C. **Equações Diferenciais com Aplicações.** São Paulo: Harbra, 1988. cap. 5, p. 321-383.
- BATTEL, A. P. M. B.; MORAL, R. A.; GODOY W. A. C. **Modelos Matemáticos Predador-Presa e Aplicações ao Manejo Integrado de Pragas.** Rio de Janeiro: Oecologia Australis – Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), 2012. Anual. ISSN 2177-6199.
- BIOGÁS MOTORES ESTACIONÁRIOS LTDA. Grupos geradores. Disponível em: <<http://biogasmotores.com.br/>> Acesso em: jun. 2020.
- BITTENCOURT, M. A. L. et al (Org.). **Normas técnicas para elaboração de trabalhos acadêmicos.** Ilhéus: Editus, 2010. 91 p.
- BOLETIM DE CONJUNTURA ECONÔMICA E SOCIAL. Microrregião Ilhéus-Itabuna: Departamento de Economia – Universidade Estadual de Santa Cruz, 2019 - Anual. ISSN 2525-5134.
- BRITO, R. C. F; SALES, J. H. O. **Modelagem de um Biogerador tipo Marinha para Produção de Energia Elétrica Usando o Cacau como Aditivo.** In: CONGRESSO NACIONAL DE ESTUDANTES DE ENGENHARIA MECÂNICA (CREEM), 26.;

INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING (COBEM), 25., 2019, Ilhéus. **Anais**. Rio de Janeiro: ABCM, 2019.

BRONSON, R. **Equações Diferenciais**. São Paulo: McGraw-Hill Ltda, 1994. 2^a ed. p. 403-411.

CARDOSO, S. A. et al. **Utilização de Resíduos de Cacau para Produção de Energia no Estado do Pará**. Universidade Federal do Pará, 2002.

CARNEIRO, J.V. **Produção de Gás Metano em Biogestor**. 2007. 43 f. Monografia (Planejamento e Educação Ambiental – Pós Graduação) - Universidade Cândido Mendes, Niterói, 2007.

CARTEPILLAR. **Gás generator sets**. Catálogos informativos. Disponível em: www.cat.com. Acesso em: jun. 2020.

CATAPAN D. C. et al. Análise da viabilidade financeira da produção de biogás através de dejetos de equinos. **Custos e Agronegócio**, Curitiba, 2012. ISSN 1808-2882.

CEPLAC. **Aproveitamento dos Subprodutos, Derivados e Resíduos do Cacau**. In: III CONGRESSO BRASILEIRO DO CACAU: INOVAÇÃO TECNOLÓGICA E SUSTENTABILIDADE. 2012, Ilhéus, 2012. 43 slides.

CERVI, R. G. ESPERANCINI, M. S. T.; BUENO, O. C. **Viabilidade Econômica da Utilização do Biogás Produzido em Granja Suinícola para Geração de Energia Elétrica**. In: Engenharia Agrícola, Jaboticabal, v.30, n.5, p.831-844, set./out. 2010.

CHP BRASIL. **Catalógos de produtos**. Disponível em: <<https://chpbrasil.com.br/home>>. Acesso em: jun. 2020.

COELBA. Portal de serviços: Histórico de Consumo. Disponível em: <http://servicos.coelba.com.br/Pages/index.aspx>. Acesso em: mai. 2020.

CORTEZ L. A. B. et. al. Biomassa no Brasil e no Mundo. In: CORTEZ L. A. B. et. al. **Biomassa para Energia**. Campinas: Editora UNICAMP, 2008. cap. 1, p. 15-18.

CUMMINS. POWER GENERATION. **Manual de aplicação de grupos geradores arrefecidos a água**. Cummins Brasil Ltda. 2020.

DEGANUTTI, R. et al. **Biodigestores Rurais: Modelo Indiano, Chinês e Batelada.** Bauru, 2002.

DEUBLEIN, D; STEINHAUSER, A. **Biogas From Waste and Renewable Resources: an Introduction.** Weinhein-Germany: Verlag GmbH & Co. KGaA, 2008.

DOMINIAK, A. L.; TONELLO, J. P. C.; SILVA, W. A. **Projeto e Implantação de Sistemas de Geração de Biogás em Pequenas Propriedades Rurais como Fonte Alternativa de Energia.** 2016. 58f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

ENCYCLOPÆDIA BRITANNICA. **Motor de Combustão Interna.** Disponível em: <https://educacaoautomotiva.com/2017/07/06/motor-4-tempo-como-funciona/>. Acesso em: jun. 2020.

ENERGIA NO BLOCO DOS BRICS. Brasília: Ministério de Minas e Energia – MME, 2016. Anual.

FERREIRA, J. **Produção de Biogás e Funcionamento de Biodigestores no Ensino de Ciências.** 2013. 44 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização no Ensino de Ciências). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

HILL, D.T.; BARTH, C.L. A dynamic model for simulation of animal waste digestion. **Journal WPCF**, v. 10, p. 2129-2143, 1977.

IANNICELLI, A. L. **Reaproveitamento Energético do Biogás de uma Indústria Cervejeira.** 2008. 84f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade de Taubaté, Taubaté, 2008.

JUNQUEIRA, S. L. C. D. **Geração de Energia através de biogás proveniente de esterco bovino: Estudo de Caso na Fazenda Aterrado.** 2014. 46 f. Graduação (Engenharia Mecânica – Graduação) - Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

LEÃO ENERGIA INDÚSTRIA DE GERADORES LTDA. **Catálogo de motores geradores.** Unidade Industrial de Aves da LAR, 2020.

MARTINS, F. M.; DE OLIVEIRA, P. A. V. **Análise econômica da geração de energia elétrica a partir do biogás na suinocultura.** Jaboticabal, 2011.

MASSOTTI, Z. **Viabilidade técnica e econômica do biogás a nível de propriedade.** Concórdia, Santa Catarina, 2002.

MATTIUZZO, Leonardo B. **Estabilidade local dos pontos de equilíbrio em sistemas planares e hiperbólicos de EDO's de primeira ordem.** São Paulo: IFSP 2016. 78p.

Ministério da Ciência e Tecnologia, Inovações e Comunicações – MCTIC. **Status dos projetos do Mecanismo de Desenvolvimento Limpo (MDL) no Brasil.** 2016. Disponível em:

http://www.mctic.gov.br/mctic/opencms/ciencia/SEPED/clima/mecanismo_de_desenvolvimento_limpo/Mecanismo_de_Desenvolvimento_Limpo.html Acesso em: 26 ago 2019.

MOLETTA, R., VERRIER, D. AND ALBAGNAC, G. Dynamic modelling of anaerobic digestion. **Wat. Res.**, v. 20, p.427-434, 1986.

NOBRE, Gersina. **Caracterização da Quantidade do Esgoto.** UNIR: 2016. Disponível em: <www.engenhariaambiental.unir.br>. Acesso em: 20 out. 2019.

OLIVEIRA JÚNIOR, F. A. de. **Ensino não formal da diminuição da carga poluidora de dejetos animais a partir da produção de biogás e biofertilizante em pequenas propriedades rurais.** 2013. 70 f. Dissertação (Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

OLIVEIRA, D. R. **Geração de Energia Elétrica a partir do Biogás Produzido pela Fermentação Anaeróbica de Dejetos em Abatedouros e as Possibilidades no Mercado de Carbono.** 2009. 98 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Elétrica com ênfase em Sistemas de Controle e Automação). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

OLIVER, André de Paula Moniz; NETO, Aurélio de Andrade Souza; QUADROS, Danilo Gusmão; VALLADARES, Renata Everett. **Manual de Treinamento em Biodegradação,** 2008.

ORO, N. T. et al. **Modelagem e Simulação do Processo de Produção de Biogás num Biogestor Urbano.** Revista CIATEC, vol. 9, n. 1, p 25–35, 2017.

- PINTO, C. P. **Tecnologia da Digestão Anaeróbica da Vinhaça e Desenvolvimento Sustentável.** 1999. 146 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.
- PRATI, L. **Geração de Energia Elétrica a partir do Biogás Gerado por Biodigestores.** 2010. 83 f. Graduação (Engenharia Elétrica – Graduação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.
- RAFIKOV, M. M. **Determinação dos Parâmetros de Modelos Biomatemáticos.** Revista Ciência e Natura, Ijui, RS: Departamento de Física, Estatística e Matemática. UNIJUI. Santa Maria, 19: 7 – 20, 1997.
- RIBEIRO, D. da S. **Determinação das Dimensões de um Biodigestor em Função da Proporção Gás/Fase Líquida.** Revista Holos, vol 1. N 27, p 52–54, 2011.
- SALOMON, K. R. **Avaliação Técnico-Econômica e Ambiental da Utilização do Biogás Proveniente da Biodigestão da Vinhaça em Tecnologias para Geração de Eletricidade.** 2007. 219 f. Tese (Engenharia Mecânica – Doutorado) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.
- SALOMON, K. R; FILHO, G. L. T. (Org.). **Série Energias Renováveis: Biomassa.** Itajubá: Centro Nacional de Referência em Pequenas Centrais Hidrelétricas – CERPCH, 2007. 36 p.
- SANTOS, P. A. dos. **Potencial Teórico e Técnico de Geração de Energia a partir de Biomassa e Fotovoltaica para o Estado de São Paulo.** Dissertação. (Mestrado do Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2017.
- SILVA, W. R. **Estudo Cinético do Processo de Digestão Anaeróbica de Resíduos Sólidos Vegetais.** Tese (Doutorado do Programa de Pós Graduação em Química Analítica). Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2009.
- SOUZA, R. G. de. **Desempenho do Conjunto Motogerador Adaptado a Biogás.** 2006. 40 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Lavras. Lavras, 2006.

SOUZA, S. N. M. de. **Manual de Geração de Energia Elétrica através de Biogás no meio rural.** Universidade Estadual do Oeste do Paraná. Cascavel, 2016.

SOUZA, D. M.; SILVA, V. H; CASTRO, M. A. S.; CASTRO, G. B. S. **Viabilidade Econômica da Implantação de um Biodigestor em uma Propriedade no Município de Ribeirão Claro – PR.** Revista Meio ambiente e desenvolvimento sustentável, Ponta Grossa-PR, Atena Editora, v. 1, p. 186 – 198, 2019.

SUZUKI, A. B. P. **Uso de biogás em motores de combustão interna.** Revista Brasileira de Tecnologia Aplicada nas Ciências Agrárias, Guarapuava-PR, v.4, n.1, p.221–237, Jan/Abr. 2011.

VAVILIN, V.A; RYTOW, S.V; YA. LOKSHINA, L. Modelling hydrogen partial pressure change as a result of competition between the butyric and Propionic groups of acidogenic bactéria. **Bioresource Technology**, v. 54, p. 171-177, 1995.

VIDARTE, J. H. B. **Linearização Suave de Pontos Fixos Hiperbólicos.** Dissertação (Mestrado em Ciências – Matemática) Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da Universidade de São Paulo. São Carlos, 2010.

Anexo I – Valores dos Parâmetros e Valores Iniciais utilizados para Simulação do Processo por Balmant (2009)

Símbolo	Descrição	Unidade	Valor
t	Tempo	dia	
Q	Fluxo volumétrico gasoso	dia ⁻¹	1000
V	Volume da fase líquida	L	2000
V _g	Volume da fase gasosa	L	200
R	Constante universal dos gases	atm.L.mol ⁻¹ K ⁻¹	0,082
T	Temperatura do sistema	K	305
$\mu_{\max 1}$	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias acidogênicas	dia ⁻¹	0,2
$\mu_{\max 2}$	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias sintróficas do tipo A	dia ⁻¹	0,00185
$\mu_{\max 3}$	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias hydrogenotróficas-metanogênicas	dia ⁻¹	2,0
$\mu_{\max 4}$	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias acetoclásticas-metanogênicas	dia ⁻¹	0,0225
$\mu_{\max 5}$	Taxa máxima de crescimento específico de bactérias sintróficas do tipo B	dia ⁻¹	0,01
K _{S1}	Constante de saturação para bactérias acidogênicas	g L ⁻¹	0,67
K _{S2}	Constante de saturação para bactérias sintróficas do tipo A	g L ⁻¹	0,97
K _{S3}	Constante de saturação para bactérias hydrogenotróficas-metanogênicas com relação a H ₂	g L ⁻¹	0,00005
K _{S4}	Constante de saturação para bactérias hydrogenotróficas-metanogênicas com relação a CO ₂	g L ⁻¹	0,0019
K _{S5}	Constante de saturação para bactérias acetoclásticas-metanogênicas	g L ⁻¹	0,019

K_{S6}	Constante de saturação para bactérias sintróficas do tipo B	$g L^{-1}$	0,59
X_1	Concentração de bactérias acidogênicas	$g L^{-1}$	$t=0 X_1=0,5$
X_2	Concentração de bactérias sintróficas do tipo A	$g L^{-1}$	$t=0 X_2=0,5$
X_3	Concentração de bactérias hidrogenotróficas-metanogênicas	$g L^{-1}$	$t=0 X_3=0,5$
X_4	Concentração de bactérias acetoclásticas-metanogênicas	$g L^{-1}$	$t=0 X_4=0,5$
X_5	Concentração de bactérias sintróficas do tipo B	$g L^{-1}$	$t=0 X_2=0,5$
X_{1ent}	Concentração de entrada de bactérias acidogênicas	$g L^{-1}$	0
X_{2ent}	Concentração de entrada de bactérias sintróficas do tipo A	$g L^{-1}$	0
X_{3ent}	Concentração de entrada de bactérias hidrogenotróficas-metanogênicas	$g L^{-1}$	0
X_{4ent}	Concentração de entrada de bactérias acetoclásticas-metanogênicas	$g L^{-1}$	0
X_{5ent}	Concentração de entrada de bactérias sintróficas do tipo B	$g L^{-1}$	0
kla_3	Coeficiente de transferência de massa gás-líquido para H_2	dia^{-1}	100
kla_4	Coeficiente de transferência de massa gás-líquido para CO_2	dia^{-1}	100
kla_7	Coeficiente de transferência de massa gás-líquido para metano	dia^{-1}	100
K_I	Constante de inibição	$g L^{-1}$	0,2

Anexo II – Raízes para o Sistema Autônomo Linear

Dado o sistema autônomo linear

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax + by \\ \frac{dy}{dt} = cx + dy \end{cases} \quad (\text{A1})$$

tem a origem em $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$ ou (x_c, y_c) como ponto de equilíbrio isolado quando

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0$$

O sistema (A1) tem polinômio característico:

$$P(\lambda) = \lambda^2 - (a + d)\lambda + (ad - bc) = 0 \quad (\text{A2})$$

com raízes

$$\lambda = \frac{(a + d) \pm \sqrt{(a + d)^2 - 4(ad - bc)}}{2} \quad (\text{A3})$$

De forma geral a solução do sistema (A1) é dada por

$$x(t) = A e^{\lambda_1 t} + B e^{\lambda_2 t} \quad y(t) = C e^{\lambda_1 t} + D e^{\lambda_2 t} \quad (\text{A4})$$

onde do par de constantes \mathbf{A}, \mathbf{B} e \mathbf{C}, \mathbf{D} , apenas uma é independente. Portanto, o estudo da natureza do ponto crítico, fica restrito ao comportamento dos valores de λ_1 e λ_2 , pois teremos solução *estável* para $x(t)$ e $y(t)$ quando são limitados para $t \rightarrow \infty$, *assintoticamente estável* se $\lim_{t \rightarrow +\infty} x = \mathbf{0}$ e $\lim_{t \rightarrow +\infty} y = \mathbf{0}$, e *instável* em $\lim_{t \rightarrow +\infty} x = \infty$ e $\lim_{t \rightarrow +\infty} y = \infty$.

Estabilidades dos Pontos Críticos

No sistema (A1) pode ser generalizado como um campo vetorial ($\mathbf{F}(x, y), \mathbf{G}(x, y)$) no plano-xy

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = F(x, y) \\ \frac{dy}{dt} = G(x, y) \end{cases} \quad (\text{A5})$$

As curvas nesse plano são órbitas, ou curvas integrais, portanto, em cada ponto, são curvas tangentes ao campo.

Para determinar as órbitas do sistema autônomo (A5) podemos em geral recorrer a redução das equações diferenciais do sistema como

$$\frac{dy}{dx} = \frac{F(x, y)}{G(x, y)} \quad (\text{A6})$$

para determinarmos as órbitas do sistema autônomo (A1). Entretanto, em pontos de equilíbrio em que $\mathbf{F}(x_c, y_c) = \mathbf{G}(x_c, y_c) = \mathbf{0}$ a equação (A6) perde o significado. Estes pontos (x_c, y_c) são os pontos críticos, que precisa de uma atenção especial. Se (x_c, y_c) for um ponto crítico de (A6) então $x(t) = x_c$ e $y(t) = y_c$ é uma solução do sistema e tal solução é única que passa pelo ponto (x_c, y_c) . A órbita desta solução constante é o próprio ponto crítico e nesta posição a partícula que descreve a trajetória está em equilíbrio ou em repouso.

Podemos simplificar as várias alternativas em relação ao comportamento das raízes (A3). Primeiramente definindo

$$D = (a + d)^2 - 4(ad - bc) \quad (\text{A7})$$

e $M = a + d$ e $N = ad - bc$. Uma variação dos sinais de D , M e N leva a tipos de estabilidades diferentes:

a) Sendo $D > 0$ com raízes $\lambda_1 \neq \lambda_2$ e reais, nesse caso temos duas possibilidades:

- $N > 0$, λ_1 e λ_2 tem o mesmo sinal, então:

1. $\lambda_1 > \mathbf{0}$ e $\lambda_2 > \mathbf{0}$ com $M > \mathbf{0}$ o que implica em *ponto instável*
2. $\lambda_1 < \mathbf{0}$ e $\lambda_2 < \mathbf{0}$ com $M < \mathbf{0}$ o que implica em *ponto assintoticamente estável*

Neste caso o ponto é denominado de *nó ou nódulo*.

- $N < \mathbf{0}$, λ_1 e λ_2 tem sinais opostos. Da expressão geral (A4) da solução do sistema (A1) é possível que $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbf{x} = \mathbf{0}$ e $\lim_{t \rightarrow +\infty} \mathbf{y} = \mathbf{0}$ para alguns valores das constantes da solução. Enquanto outros valores dessas constantes tornam $\mathbf{x}(t)$ e $\mathbf{y}(t)$ limitados. Neste caso, o ponto de equilíbrio é denominado de *ponto de sela (equilíbrio instável)*.

- b) Sendo $D = \mathbf{0}$, o que dar raízes $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \in \mathbb{R}$. A solução geral de (A1) é dada por

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}t)e^{\lambda t} \text{ e } \mathbf{y}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}t)e^{\lambda t}$$

Se $\lambda = \frac{a+d}{2} > \mathbf{0}$ e, portanto, a direção do movimento em todas as órbitas se afastará do ponto crítico $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$, que será *instável*. Se $\lambda = \frac{a+d}{2} < \mathbf{0}$, neste caso, independente dos valores das constantes, a direção do movimento se aproximará do ponto de equilíbrio $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$ que será *assintoticamente estável*.

Quando as raízes λ_1 e λ_2 do polinômio característico associado ao sistema (A1) forem reais e de mesmo sinal ($D = \mathbf{0}$), o ponto crítico $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$ será um *nódulo*; se o sinal for negativo será *atrator* e ser for positivo uma *fonte*. Portanto, o *nódulo* pode ser *atrator* ou *fonte*.

- c) Com $D < \mathbf{0}$, o que implica em raízes $\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{C}$, ou seja,

$$\lambda_1 = \alpha + i\beta \quad \text{e} \quad \lambda_2 = \alpha - i\beta \tag{A8}$$

e solução geral de (A1) toma a forma

$$\mathbf{x}(t) = e^{\alpha t}(\mathbf{A} \cos \beta t + \mathbf{B} \sin \beta t) \quad \text{e} \quad \mathbf{y}(t) = e^{\alpha t}(\mathbf{C} \cos \beta t + \mathbf{D} \sin \beta t) \tag{A9}$$

onde duas das constantes são independentes. Como as partes trigonométricas de $x(t)$ e $y(t)$ são limitadas, a natureza do ponto crítico $(\mathbf{0}, \mathbf{0})$ é determinado pelo sinal da parte real das raízes

$$\alpha = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{d}}{2} \quad (\text{A10})$$

Se $\alpha < 0$, o movimento de todas as trajetórias é em direção ao ponto crítico, ou seja, *estabilidade assintótica* e caso contrário ($\alpha < 0$) teremos uma *instabilidade*.

Se $\alpha = 0$ implica em $\lambda_1 = i\beta$ e $\lambda_2 = -i\beta$, o movimento é periódico no tempo e as órbitas do sistema são *curvas fechadas* contento internamente o ponto crítico estável que é denominado de *centro*.

Em resumo o ponto crítico será:

- a) *Assintoticamente estável*, se as raízes (A3) do polinômio característico associado (A2) λ_1 e λ_2 forem reais e negativas ou, se forem complexas e tiverem a parte real negativa;
- b) *Estável*, se tivermos imaginários puros para $\lambda_1 = \beta i$ e $\lambda_2 = -\beta i$;
- c) *Instável*, se λ_1 e λ_2 forem reais e pelo menos uma delas for positiva, ou ainda, se forem complexas e tiverem uma parte real positiva.

Anexo III – Cálculos Comparativos de Viabilidade Econômica para a Mesma Faixa de Consumo de Eletricidade

	Consumo (kWh)	Tempo de operação	Dias por ano	Tarifa fora de ponta	Benefício anual (R\$/ano)	VPL	TIR	Payback
Cervi et al, 2010	20	10,5	312	0,165 e 0,151	10.428,60	49.066,37	-	4,94
	40	10,5	312	0,165 e 0,152	20.857,20	29.015,32	16,24%	5,8
	43,23	10,5	312	0,165 e 0,153	22.541,42	110.977,30	42%	2,29
	71,72	10,5	312	0,165 e 0,154	37.396,96	216.266,37	72%	1,38
Souza et al, 2019	20	10	240	0,41782	20.055,36	16.221,28	13%	6
	40	10	240	0,41782	40.110,72	160.395,86	59%	2
	43,23	10	240	0,41782	43.349,66	246.458,24	88%	1,13
	71,72	10	240	0,41782	71.918,52	439.300,20	146%	0,68
Brito, 2021	20	11	312	0,20377	13.986,77	-147.560,51	-2%	11,42
	40	11	312	0,20377	27.973,55	-40.194,45	12%	5,71
	43,23	11	312	0,20377	30.232,41	109.631,14	14%	5,28
	71,72	11	312	0,20377	50.156,57	285.092,38	29%	3,18