



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL
EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

MARLESSON RODRIGUES OLIVEIRA DE SANTANA

**MODELOS MATEMÁTICOS PARA CARACTERIZAÇÃO DE COMPÓSITOS CERÂMICOS
DE MATRIZ CIMENTÍCIA PRODUZIDOS COM AGREGADOS NÃO CONVENCIONAIS
DE EVA E FIBRAS DE PIAÇAVA**

PPGMC – UESC

**ILHÉUS-BA
2017**

MARLESSON RODRIGUES OLIVEIRA DE SANTANA

**MODELOS MATEMÁTICOS PARA CARACTERIZAÇÃO DE
COMPÓSITOS CERÂMICOS DE MATRIZ CIMENTÍCIA
PRODUZIDOS COM AGREGADOS NÃO CONVENCIONAIS
DE EVA E FIBRAS DE PIAÇAVA**

PPGMC – UESC

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual de Santa Cruz, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Dr. Dany Sanchez Dominguez

Coorientador: Prof. Dr. José Renato De Castro Pessôa

ILHÉUS-BA
2017

S232

Santana, Marlesson Rodrigues Oliveira de.

Modelos matemáticos para caracterização de composites cerâmicos de matriz cimentícia produzidos com agregados não convencionais de EVA e fibras de piaçava modelados matemáticos PPGMC – UESC / Marlesson Rodrigues Oliveira de Santana. – Ilhéus, BA: UESC, 2017.

100 f. : il.

Orientador: Dany Sanchez Dominguez.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia.

Inclui referências e apêndices.

1. Modelos matemáticos.
 2. Concreto.
 3. Argamassa.
 4. Resistência Mecânica.
 5. Análise de Regressão.
- I. Título.

CDD 511.8

MARLESSON RODRIGUES OLIVEIRA DE SANTANA

**MODELOS MATEMÁTICOS PARA CARACTERIZAÇÃO DE
COMPÓSITOS CERÂMICOS DE MATRIZ CIMENTÍCIA
PRODUZIDOS COM AGREGADOS NÃO CONVENCIONAIS
DE EVA E FIBRAS DE PIAÇAVA**

PPGMC – UESC

Ilhéus-BA, 17/02/2017

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Dany Sanchez Dominguez
UESC
(Orientador)

Prof. Dr. José Renato De Castro Pessôa
UESC
(Coorientador)

Prof^a. Dr^a. Susana Marrero Iglesias
UESC

Prof^a. Dr^a. Ana Paula Pintado Wyse
UFPB

Dedico esta dissertação à minha mãe, por ser o meu maior exemplo de perseverança.

Agradecimentos

A DEUS, por iluminar meu caminho e me dar forças para continuar mesmo diante das dificuldades.

A Universidade Estadual de Santa Cruz, instituição na qual fiz boas amizades e onde me formei profissionalmente. Ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia, que através dos professores, me permitiu galgar mais um degrau na vida acadêmica.

Ao NBCGIB, por ceder sua infraestrutura para o desenvolvimento deste trabalho e pelas amizades ao longo desses anos. Aos responsáveis pelos Laboratórios LAMMA (professores Franco Amado e Vera Capelossi), LEMER (professora Rosana Alvim) e LMCC (professor Ruan Moura) pelo suporte no desenvolvimento desta pesquisa.

A FAPESB pelo apoio financeiro.

Ao meu professor, orientador e amigo Dany Sanchez, pela confiança e apoio no desenvolvimento deste trabalho e por ser um grande exemplo de profissionalismo e competência. Agradeço também ao professor José Renato pelo acompanhamento e por compartilhar toda sua experiência nesses anos de mestrado.

Ao amigo Leonardo Dias, pelo apoio nas atividades e pela grande parceria no desenvolvimento desta pesquisa.

Aos amigos do curso, integrantes do grupo de Whatsapp "DCET" e colegas da sala 10, pelos momentos de descontração e amizade. Em especial a Tadeu Nogueira pelo incentivo e Anderson Rodrigues pelo apoio e parceria.

Aos professores participantes da banca examinadora, que se disponibilizaram para a avaliação e sugestões no meu trabalho.

'Você, eu, ninguém vai bater tão duro quanto a vida. Mas não se trata de bater duro, se trata de quanto você aguenta apanhar e seguir em frente, o quanto você é capaz de aguentar e continuar tentando. É assim que se vence. (Rocky Balboa)'

Modelos Matemáticos para Caracterização de Compósitos Cerâmicos de Matriz Cimentícia Produzidos com Agregados não Convencionais de EVA e Fibras de Piaçava

PPGMC – UESC

Resumo

A indústria da construção civil tem um grande potencial para a reciclagem de resíduos mediante à incorporação desses materiais como agregados. O resíduo de EVA (Etileno-Aacetato de Vinila) é uma alternativa na produção de compósitos cimentícios leves em conjunto com fibras vegetais de piaçava (a palmeira *Attalea funifera Martius*) como reforço. Neste trabalho, procurou-se modelar as propriedades mecânicas de resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação de concretos e argamassas contendo agregados não convencionais como EVA e fibras de piaçava. Foi utilizado um modelo de regressão polinomial com duas variáveis explicativas para modelar cada propriedade mecânica estudada, utilizando como variáveis independentes as porcentagens de EVA e fibras presentes na mistura. A qualidade de ajuste foi medida através dos testes de hipótese Shapiro-Wilk, Durbin Watson e Breusch-Pagan, análise gráfica dos resíduos, coeficiente de determinação (R^2), R^2 de predição (R^2_{Pred}) e critério PRESS (Prediction Error Sum of Squares). Por meio de simulações realizadas com os modelos propostos, constatou-se que a fibra de piaçava pode ser utilizada como reforço para melhorar as propriedades de resistência à compressão e resistência à tração para o concreto e resistência à tração e módulo de deformação para a argamassa, dessa forma, foi possível identificar uma proporção ótima entre os agregados.

Palavras-chave: Modelo Matemático, Concreto, Argamassa, Resistência Mecânica, Análise de Regressão.

Mathematical Model for Characterization of Ceramic Composites of Cement Matrix
with Unconventional Aggregates the EVA and Piassava Fibers

PPGMC - UESC

Abstract

The construction industry has great potential for recycling the industries residues using these materials as aggregates. The EVA residue (Ethylene Vinyl Acetate) has been used in the production of lightweight mortars and concretes together with piassava vegetable fibers (*Attalea funifera Martius*) as reinforcement. In this work, we constructed mathematical models for the mechanical properties of compressive strength, tensile strength and modulus of elasticity of concrete and mortar with unconventional aggregates of EVA and piassava fibers. We used a polynomial regression model with two explanatory variables to describe each mechanical property studied, using as independent variables the EVA and fibers percentages in the mixture. The goodness of fit was measured through hypothesis tests, as Shapiro-Wilk, Durbin Watson and Breusch- Pagan, and by graphic residue analysis, the coefficient of determination (R^2), the R-squared prediction coefficient (R^2 Pred), and the PRESS statistic. Using the proposed models and simulation techniques, it was found that the piassava fibers can be used as reinforcement elements in the compressive strength and the tensile strength for concrete and tensile strength and modulus of elasticity for mortar. In addition, we calculate an optimum ratio between aggregates to obtain maximum resistance.

Keywords: Mathematical Model, Concrete, Mortar, Mechanical Strength, Regression Analysis.

Lista de figuras

Figura 1 – Esquema de classificação para os vários tipos de compósitos	7
Figura 2 – Ilustração do ensaio de compressão.	9
Figura 3 – Representação do ensaio de tração direta	10
Figura 4 – Representação do ensaio de tração por compressão diametral	10
Figura 5 – Representação do ensaio de tração na flexão	11
Figura 6 – Tipos de representação do módulo de deformação em um gráfico tensão-deformação.	12
Figura 7 – Resíduos da indústria calçadista proveniente do corte de chapas de EVA expandido.	13
Figura 8 – Resistência em função de diferentes misturas de concreto leve e dos concretos de referência (sem EVA).	14
Figura 9 – Ilustração de como as fibras agem como reforço ao criar pontes entre as faces da fenda.	15
Figura 10 – Fibras de piaçava.	16
Figura 11 – Fatores básicos do processo de dosagem	18
Figura 12 – Estágios do processo de decisão para análise de regressão	20
Figura 13 – Representação da reta de regressão	23
Figura 14 – Distribuição nula e o que ocorre quando consideramos valores de α cada vez menores	25
Figura 15 – Padrões de dispersão de resíduos para um modelo de regressão	28
Figura 16 – Diagrama dos traços de concreto utilizados na coleta de dados, considerando o tipo de concreto, substituição pelo EVA e incorporação de fibras	37
Figura 17 – Diagrama do processo de coleta de dados do concreto.	39
Figura 18 – Diagrama dos traços de argamassa utilizados na coleta de dados, considerando a relação água/cimento, incorporação de EVA e fibras	40
Figura 19 – Diagrama do processo de modelagem matemática	43
Figura 20 – Estimação dos parâmetros de um modelo de regressão usando a função $lm(..)$ do software R	44
Figura 21 – Exemplo de resultado dos testes F parciais para o modelo de resistência à compressão na argamassa	45
Figura 22 – Exemplo de gráfico de superfície e curvas de nível para equação $z = x^2 - y^2$	48
Figura 23 – Distribuição normalizada dos resíduos para os modelos propostos no concreto, (a) resistência à compressão, (b) resistência à tração e (c) módulo de deformação	52

Figura 24 – Resultados do modelo de resistência à compressão do concreto contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava	54
Figura 25 – Eficiência na utilização das fibras de piaçava na recuperação da resistência à compressão para o concreto	56
Figura 26 – Valores máximos da resistência à compressão para a proporção ótima de fibras no concreto	56
Figura 27 – Resultados do modelo de resistência à tração do concreto contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava	57
Figura 28 – Eficiência na utilização das fibras de piaçava na recuperação da resistência à tração no concreto	58
Figura 29 – Valores máximos da resistência à tração para a proporção ótima de fibras	58
Figura 30 – Resultados do modelo de módulo de deformação do concreto contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava.	59
Figura 31 – Distribuição normalizada dos resíduos para os modelos de argamassa propostos, (a) resistência à compressão, (b) resistência à tração e (c) módulo de deformação.	62
Figura 32 – Resultados do modelo de resistência à compressão da argamassa contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava	64
Figura 33 – Resultados do modelo de resistência à tração da argamassa contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava	65
Figura 34 – Valores máximos de resistência à tração para a proporção de 5% de fibras no material argamassa	66
Figura 35 – Resultados do modelo de módulo de deformação da argamassa contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava	67
Figura 36 – Valores máximos do módulo de deformação para a proporção de 5% de fibras no material argamassa	67
Figura 37 – Moagem dos recortes de EVA em duas etapas. A partir de recortes de EVA foi utilizado o moinho de maior capacidade e potencia, posteriormente passado pelo moinho menor para reduzir os grãos .	98
Figura 38 – Processo de recorte das fibras de piaçava utilizando uma prensa de corte manual	98
Figura 39 – Separação dos materiais para produção de um traço e moldagem dos corpos de prova	99
Figura 40 – Preparando os corpos de prova após desmoldagem para iniciar o processo de cura	99
Figura 41 – Preparando a máquina EMIC para realização dos ensaios mecânicos	99
Figura 42 – Preparando os CPs para a realização do ensaio de resistência à compressão	100

Figura 43 – Preparando os CPs para a realização do ensaio de resistência à tração e módulo de deformação	100
Figura 44 – Corpos de prova rompidos após realização dos ensaios mecânicos .	100

Lista de tabelas

Tabela 1 – Propriedades dos materiais utilizados na fabricação dos corpos de prova de concreto	37
Tabela 2 – Resultados dos ensaios mecânicos (resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação) de cada traço de concreto, considerando a concentração dos agregados não convencionais	38
Tabela 3 – Propriedades dos materiais utilizados no cálculo dos traços de argamassa	41
Tabela 4 – Resultados dos ensaios mecânicos (resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação) de cada traço de argamassa	42
Tabela 5 – Iterações do método <i>Backward</i> e resultados dos testes F parciais dos parâmetros do modelo de resistência à compressão no concreto	50
Tabela 6 – Resultados dos testes F parciais dos parâmetros dos modelos de concreto	51
Tabela 7 – Valores das constantes para cada um dos modelos propostos para o concreto	51
Tabela 8 – Valores dos testes de hipóteses aplicados aos resíduos dos modelos ajustados para o concreto	53
Tabela 9 – Parâmetros da qualidade de ajuste para os modelos ajustados para o material concreto	54
Tabela 10 – Resultados dos testes F parciais dos parâmetros dos modelos de argamassa	60
Tabela 11 – Valores das constantes para cada um dos modelos propostos para o material argamassa	61
Tabela 12 – Valores dos testes de hipóteses aplicados aos resíduos dos modelos ajustados para argamassa	63
Tabela 13 – Parâmetros da qualidade de ajuste para os modelos de argamassa propostos	63

Lista de quadros

Quadro 1 – Quadro comparativo entre os resultados das dosagens ótimas para o concreto e argamassa contendo os agregados não convencionais . 68

Sumário

1 – INTRODUÇÃO	1
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1 Compósitos com Matriz Cimentícia	6
2.1.1 Propriedades mecânicas	8
2.1.2 Resíduos de EVA como agregado leve	12
2.1.3 Fibras como elementos de reforço	14
2.1.4 Dosagem racional	17
2.2 Análise de Regressão	19
2.2.1 Modelos de regressão linear	20
2.2.2 Estimação dos parâmetros por Mínimos Quadrados	22
2.2.3 Teste de hipóteses e significância	24
2.2.4 Seleção de variáveis explicativas	26
2.2.5 Análise de resíduos	27
2.2.6 Validação do modelo de regressão	30
2.3 Modelos de Regressão em Compósitos com Matriz Cimentícia	32
3 – MATERIAIS E MÉTODOS	36
3.1 Coleta e Preparo de Dados	36
3.1.1 Dados de concreto	36
3.1.2 Dados de argamassa	40
3.2 Modelagem Matemática	41
3.2.1 Modelos de concreto	46
3.2.2 Modelos de argamassa	47
3.3 Simulação e Interpretação	48
4 – RESULTADOS E DISCUSSÃO	50
4.1 Resultados Para os Modelos de Concreto	50
4.2 Resultados Para os Modelos de Argamassa	60
5 – CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	69
Referências	72

Apêndices	78
APÊNDICE A – Trabalhos desenvolvidos durante a pesquisa, apresentados em congressos e submetidos a revistas	79
APÊNDICE B – Algoritmos do software R para o ajuste dos modelos de regressão	85
APÊNDICE C – Imagens do processo de produção dos CPs e coleta de dados do concreto	98

1 INTRODUÇÃO

A sustentabilidade constitui um tema recorrente nos últimos anos, em que estamos em uma busca por soluções que possam, de certa forma, minimizar os impactos ambientais provenientes do crescimento populacional e industrial. Nesta busca, visamos um conjunto de ações, técnicas e ou produtos, que possam satisfazer as necessidades presentes, sem comprometer as necessidades das gerações futuras. As soluções em sustentabilidade, principalmente a longo prazo, devem levar em consideração as questões sociais, energéticas, econômicas e ambientais. Nesse contexto, propor soluções de alto impacto torna-se um dos principais desafios da comunidade acadêmica, governos e empresas.

A indústria da construção civil constitui um dos ramos da economia com grande impacto sobre o Produto Interno Bruto (PIB) nacional. Segundo o [IBGE \(2016\)](#), no ano de 2015, o setor da construção teve participação de 6,4% no PIB brasileiro. Embora a construção civil seja reconhecida como uma atividade que contribui para o desenvolvimento econômico e social, sendo o concreto o segundo material mais utilizado no mundo, é também uma atividade que leva a um consumo excessivo de recursos naturais provenientes de fontes não renováveis, sendo também geradora de resíduos de construção e demolição, configurando-se como uma atividade potencialmente degradante ao ambiente. ([SILVA et al., 2015; NAGALLI, 2016](#)).

Embora a construção civil contribua para o deterioro do meio ambiente, em contrapartida, tem um grande potencial para a reciclagem de resíduos mediante à incorporação desses materiais como materiais cimentícios ou agregados em misturas de concreto e argamassa. De forma simples, a reutilização dos resíduos de uma indústria como substitutos de matérias-primas virgens na construção civil reduz o impacto ambiental de ambas as indústrias, reduzindo também, a necessidade de rochas que podem ser britadas e diminui as áreas destinadas ao descarte e armazenamento de resíduos ([JOHN, 2000; NEVILLE, 2013; MEHTA; MONTEIRO, 2014](#)).

A incorporação de resíduos de outras indústrias na construção civil é uma atividade comum, resíduos industriais de sílica ativa, cinza volante e escória de alto-forno são utilizados como adições ao cimento, melhorando a resistência e durabilidade do compósito cimentício. Estudos utilizando outros tipos de resíduos industriais vem sendo desenvolvidos ([LÓPEZ et al., 2005; SANTIAGO, 2008; ROCHA et al., 2008; SILVA, 2010; KOLLER et al., 2016](#)), tais como os restos de pneus, vidro moído e resíduos da indústria calçadista. Esses resíduos são utilizados como adições ao cimento ou na substituição dos agregados naturais para produção de concretos e argamassas com

propriedades específicas.

Os concretos com características específicas, os chamados concretos especiais, têm sua matriz cimentícia modificada para melhorar algumas propriedades específicas. Entre os vários tipos de concretos especiais, estão os concretos leves, que têm como principal característica a baixa massa específica obtida pela presença de vazios, seja no agregado, na argamassa ou nos interstícios entre as partículas de agregado graúdo. Dentre as propriedades do concreto leve, destacam-se a melhoria da relação resistência/peso, redução de custos do projeto, isolamento térmico e acústico. ([GARLET, 1998; JUNIOR, 2011; NEVILLE, 2013](#)).

Entre os diversos resíduos que podem ser utilizados como agregados leves na construção civil, o EVA (Etileno-Acetato de Vinila), utilizado na indústria calçadista como alternativa ao couro, destaca-se pela baixa massa específica, grande capacidade de deformação, boas características acústicas e térmicas, e pela resistência a fungos. Desta forma, o EVA pode ser utilizando como agregado sintético na elaboração de compósitos leves, associando as funções de vedação e conforto térmico a compósitos mais leves ([GARLET, 1998; BEZERRA, 2002; FILHO; MÉLO, 2003; ZATTERA et al., 2005](#)).

Segundo a [ABIPLAST \(2016\)](#), no ano de 2015, o consumo aparente do EVA em diversos setores no Brasil foi de 90.610 toneladas. No setor de calçados e materiais esportivos, por exemplo, o processo utilizado para a obtenção de solados, palmilhas e bolas (futebol, vôlei, etc) sempre geram sobras, o que de acordo com [Silva et al. \(2012\)](#) podem chegar a cerca de 35% do EVA consumido pela indústria. Neste sentido, alternativas para a utilização desses resíduos tem um forte apelo na sustentabilidade e na redução dos impactos da construção civil.

Além das propriedades específicas associadas à utilização dos resíduos de EVA como agregado leve, o reaproveitamento desse material minimiza a degradação do meio ambiente. Isso ocorre devido ao EVA ser um polímero termofixo, que, após ser moldado, não pode ser fundido e remoldado novamente, o que dificulta o desenvolvimento de um processo adequado de reciclagem. Por fim, outro grande problema dos resíduos de EVA, refere-se ao fato de este não ser biodegradável, gerar gases tóxicos na combustão e como possui baixa densidade, necessita de grandes áreas para estocagem ([ROLIM, 1999; GARLET, 1998; ZATTERA et al., 2005](#)).

Estudos desenvolvidos por [Garlet \(1998\)](#), [Bezerra \(2002\)](#), [Filho e Mélo \(2003\)](#), [Santiago \(2008\)](#) e [Dias \(2017\)](#) revelam que a presença do EVA na matriz cimentícia leva a uma redução na resistência do compósito quando comparado ao concreto convencional. De modo geral, os concretos leves têm essa redução na resistência devido à presença dos vazios na matriz cimentícia, o que contribui para fragilidade do compósito que, quando sujeito a esforços de tensão, tendem a romper de forma abrupta.

Embora em muitas aplicações a alta resistência não seja um fator decisivo, uma alternativa para minimizar a perda na resistência e melhorar as propriedades de tenacidade do material é a utilização de elementos de reforço na matriz cimentícia. Neville (2015) destaca que a utilização de fibras em compósitos cimentícios aumenta a resistência à tração pelo retardo da propagação de fissuras e aumenta a tenacidade pela transmissão de tensões por meio de uma seção fissurada. As fibras que são utilizadas como reforço na matriz cimentícia podem ser de origem natural, como por exemplo, o asbesto, sisal e celulose, ou produtos industrializados, como o vidro, aço, carbono e polímeros.

Na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), pesquisas têm sido realizadas com o objetivo de aproveitar os resíduos de EVA como agregado leve na produção de argamassas e concretos leves, usando como reforço a fibra natural de piaçava (a palmeira *Attalea funifera Martius*) (LOPES, 2012; SOUZA, 2012; SILVA et al., 2013; SANTOS, 2015; SANTOS et al., 2015; IGLESIAS et al., 2016; SILVA et al., 2016; MENDONÇA, 2016; DIAS, 2017). Pesquisas nessas áreas vem ganhando grande espaço devido alguns fatores regionais, pois, além da Bahia ser um polo industrial expressivo na fabricação de calçados, é também a maior produtora de piaçava do país, detendo 95,2% da produção nacional segundo o IBGE (2015).

A utilização das fibras tem se mostrado promissora, levando a uma recuperação parcial das propriedades mecânicas dos compósitos cimentícios fabricados com os resíduos de EVA, sem perder as propriedades já citadas. Os autores têm utilizado diferentes técnicas de caracterização para estabelecer as propriedades e características desse tipo de compósito. Como trata-se de um novo material, estudos de caracterização ainda tornam-se necessários, visto que, ainda existem questões a serem respondidas.

Souza (2012) e Silva et al. (2016) avaliaram a resistência mecânica de argamassas leves produzidas por meio de incorporação dos resíduos de EVA e das fibras de piaçava como reforço, realizando ensaios de tração na flexão e compressão direta para diferentes misturas. Ao variar as porcentagens e o tamanho dos grãos do EVA e das fibras, os autores concluem que a utilização do EVA reduz a resistência mecânica e a densidade do material, e que, ao utilizar as fibras, foi possível recuperar parte da resistência perdida, havendo também uma melhora na tenacidade do compósito.

Santos (2015) comparou a utilização das fibras naturais de piaçava e de sisal como elementos de reforço em argamassas leves produzidas com resíduos de EVA. O autor avaliou as propriedades mecânicas do compósito por meio dos ensaios de compressão, tração na flexão, módulo de deformação e a taxa de absorção de água. Foi possível concluir que a utilização das fibras de sisal fornece uma resistência à tração na flexão mais alta do que as fibras de piaçava, que, por outro lado, garante uma capacidade de deformação superior. Verificando também, que as taxas de absorção de

água tendem a ser maiores quando há resíduos de EVA na mistura.

Dias (2017) avaliou diferentes características de concretos leves produzidos com resíduos de EVA em substituição do agregado graúdo (brita) e fibras de piaçava como reforço. Foram realizados ensaios mecânicos de compressão, tração, módulo de elasticidade, porosidade e taxa de absorção de água. Foi possível observar que os efeitos do EVA e das fibras se assemelham aos encontrados por Souza (2012), Silva et al. (2016) e Santos (2015) em argamassas leves com os mesmos agregados, em que existe uma redução nas propriedades mecânicas com a utilização do EVA, sendo parcialmente, recuperadas pela inclusão das fibras de piaçava.

Silva et al. (2013), Iglesias et al. (2016) e Mendonça (2016) caracterizaram as argamassas leves com os agregados de EVA e fibras utilizando análise e processamento de imagens digitais, obtidas por meio de microtomografia computadorizada por transmissão de raios X. Foram aplicadas técnicas de computação de alto desempenho para analisar a porosidade por meio da estrutura interna do material, desenvolvendo algoritmos para identificação dos poros e agregados estudados por meio de parâmetros geométricos. Em outra pesquisa, Santos et al. (2015) aplica técnicas de Análise de Fourier nas imagens microtomográficas, esta análise independe dos parâmetros geométricos para identificar cada tipo de mistura.

Outros meios de caracterização ocorrem por meio de modelos matemáticos, que podem ser utilizados para o cálculo de dosagem racional e simulações de dosagem, correlacionando as propriedades mecânicas do material com a composição das misturas. Estudos de dosagem utilizando modelos podem ser encontrados na literatura. A Lei de Abrams (1919) correlaciona a relação água/cimento com a resistência à compressão do concreto, essa lei é utilizada ainda hoje no cálculo de dosagem racional. A Lei de Lyse (1932) demonstra que é possível considerar a massa de água por unidade de volume de concreto como a principal determinante da consistência do concreto fresco, dando uma estimativa da trabalhabilidade do concreto. Priskulnik e Kirilos (1974) correlacionaram o valor do traço seco apresentado por Lyse (1932) com o consumo de cimento ideal para dosagem racional.

Em trabalhos mais recentes, Cabral et al. (2009) utilizaram modelos que descrevem o comportamento das propriedades mecânicas do concreto ao se substituir o agregado natural por resíduos de construção e demolição. Lian et al. (2011) utilizaram um modelo para estimar a resistência à compressão do concreto com diferentes tipos de agregados graúdos, utilizando a porosidade do material como variável explicativa. Lopes (2012) trabalhou com modelagem para caracterização da resistência à compressão, tração e módulo de deformação de argamassas contendo os agregados leves de EVA e fibras naturais de piaçava.

Nesse contexto, técnicas de modelagem podem ser aplicadas para a caracteri-

zação das propriedades mecânicas de compósitos cimentícios que contribuem para amenizar o impacto ambiental da construção civil, especificamente compósitos cimentícios contendo agregados não convencionais de EVA reforçados com fibras naturais de piaçava. Dessa forma, esta pesquisa tem como objetivo geral propor modelos matemáticos para caracterização das propriedades mecânicas de compósitos cerâmicos de matriz cimentícia, contendo tais agregados. O estudo visa modelar as propriedades mecânicas de resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação de argamassas e concretos leves contendo os agregados não convencionais. Os modelos serão utilizados para o estudo de dosagem racional dos compósitos.

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- Aplicar técnicas estatísticas de análise multivariada de dados para o ajuste de modelos matemáticos;
- Caracterizar as propriedades de resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação em argamassas e concretos produzidos com agregados não convencionais de EVA e fibras de piaçava por meio de modelos matemáticos;
- Avaliar a relação dos componentes da mistura dos compósitos cimentícios, tendo como base de comparação os resultados obtidos por meio de ensaios mecânicos normalizados;
- Contribuir ao estudo de dosagem racional obtendo proporções ótimas da mistura entre os agregados.
- Contribuir ao desenvolvimento sustentável colaborando com a introdução de resíduos industriais na construção civil.

A dissertação foi organizada em cinco capítulos. O capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica e o estado da arte, descrevem-se os conceitos relacionados à área de compósitos cimentícios e análise de regressão, conceitos que sustentam o desenvolvimento deste projeto. Ademais, são apresentados resultados de pesquisas semelhantes desenvolvidas recentemente. O capítulo 3 apresenta os materiais e métodos utilizados nesta pesquisa, descreve a coleta e preparo dos dados de argamassa e concreto, e o procedimento para modelagem matemática das propriedades estudadas. O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos ao longo da pesquisa, organizados em modelos de argamassa e modelos de concreto. Por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões deste trabalho e sugestões para estudos futuros. Além destes capítulos, este documento inclui apêndices com os trabalhos publicados, algorítimos implementados e outras informações complementares para compreensão desta pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, trataremos dos conceitos necessários que fundamentam este trabalho. Iniciando com um estudo dos compósitos de matriz cimentícias, suas propriedades e materiais constituintes, dando um foco maior nos agregados de EVA e as fibras de Piaçava. Posteriormente uma revisão ao estudo de análise de regressão e as técnicas utilizadas para criação e validação de modelos de regressão. Por fim, encerramos este capítulo com um estudo dos modelos de regressão aplicados aos compósitos de matriz cimentícia.

2.1 Compósitos com Matriz Cimentícia

Segundo [Smith e Hashemi \(2013\)](#), um material compósito é formado por uma mistura ou combinação de dois ou mais, micro ou macroconstituintes, que diferem na forma e na composição química e que, na sua essência, são insolúveis uns nos outros.

De uma maneira geral, o compósito pode ser considerado como qualquer material multifásico que exibe uma proporção significativa das propriedades de ambas as fases que o constituem. Ao utilizar o princípio da ação combinada, o compósito pode obter equilíbrio e uma melhor combinação entre as propriedades, resultando em um material onde as propriedades desejadas sejam superiores a cada fase separada. Muitos materiais compósitos são constituídos por apenas duas fases, uma denominada matriz, a qual é contínua e envolve a segunda fase, denominada com frequência de fase dispersa ou reforço. No projeto de materiais compósitos, é comum a combinação de metais, cerâmicas e polímeros para melhorar características mecânicas, como a rigidez, a tenacidade e a resistência às condições do ambiente e a temperaturas elevadas ([WILLIAM; CALLISTER, 2008](#)).

Os compósitos podem ser classificados em função do tipo da matriz, da natureza e forma de funcionamento do elemento de reforço. O comportamento e as propriedades dos materiais compósitos dependem da natureza, da forma, do arranjo estrutural e da interação entre seus componentes constituintes. [Isaia \(2010\)](#) apresenta um esquema de classificação para os vários tipos de compósitos conforme a figura 1.

Figura 1 – Esquema de classificação para os vários tipos de compósitos



Fonte: Adaptada de [Isaia \(2010\)](#).

A matriz pode ser polimérica, metálica ou cerâmica. Tendo na fase dispersa os elementos de reforço como partículas ou fibras, que têm como função realçar propriedades do compósito. Essas propriedades estão em função das propriedades do reforço e da matriz, e dependem das quantidades relativas dos componentes, da geometria da fase (forma, tamanho, distribuição e orientação) e da interação reforço-matriz ([WILLIAM; CALLISTER, 2008](#); [ISAIA, 2010](#)).

Dentre os compósitos de matriz cerâmica, destacam-se os compósitos de matriz cimentícia, que podem ser considerados como uma subcategoria, que engloba os concretos e argamassas. Segundo [Isaia \(2010\)](#), a matriz cimentícia é a principal matriz cerâmica empregada na engenharia civil, sendo ela formada por hidratação de um ligante, que se caracteriza pela boa resistência à compressão, reduzida resistência a tração e modesto módulo de elasticidade. De acordo com [William e Callister \(2008\)](#), o concreto é um compósito com partículas grandes, contendo a pasta de cimento (a matriz), areia e brita (a fase dispersa ou reforço).

O concreto consiste, em sua forma mais básica, de um meio contínuo aglomerante, em que estão aglutinadas partículas ou fragmentos de agregados. Em concretos de cimento hidráulico, o aglomerante é formado com uma mistura de cimento hidráulico e água. Os agregados são materiais granulares, como areia, pedregulho, pedrisco, rocha britada, etc., podendo ser separadas em dois grandes grupos, agregados miúdos, que se referem às partículas de agregados entre $75\mu m$ e $4,75mm$, e agregados graúdos, que se referem às partículas maiores que $4,75mm$. A argamassa é um material semelhante ao concreto, mas sem a utilização do agregado graúdo ([MEHTA; MONTEIRO, 2014](#)).

Como aproximadamente $3/4$ do volume do concreto são ocupados pelos agregados, estes afetam significativamente a durabilidade, o desempenho estrutural do concreto e agem limitando a resistência do material. Do ponto de vista econômico, é vantajoso produzir misturas de concreto e argamassa com maior teor de agregados e a

menor quantidade de cimento possível, mas essa relação deve ser balanceada com as propriedades desejadas para o material cimentício, tanto em relação ao estado fresco, quanto ao estado endurecido ([NEVILLE, 2013](#)).

2.1.1 Propriedades mecânicas

As propriedades mecânicas do concreto e da argamassa dependem da sua composição, em que cada material a ser empregado na dosagem deve ser avaliado cuidadosamente, para obter um produto final com as características desejadas. As propriedades dos compósitos cimentícios podem ser divididas em duas categorias: propriedades no estado fresco e propriedades no estado endurecido.

De acordo com [Neville \(2013\)](#), a resistência do concreto no estado endurecido, normalmente, é considerada a propriedade mais importante, embora, em algumas aplicações práticas, propriedades como a durabilidade, impermeabilidade e estabilidade de volume possam ser de fato mais importantes. De modo geral, a resistência é um indicador da qualidade do material devido ao fato de estar diretamente ligada à estrutura da pasta de cimento. Para [Pinheiro et al. \(2010\)](#) e [Araujo \(2014\)](#), as três principais propriedades mecânicas do concreto no estado endurecido são: resistência à compressão, resistência à tração e o módulo de elasticidade. Essas propriedades são determinadas a partir de ensaios mecânicos, executados em condições específicas estabelecidas em documentos normativos.

A resistência de um material é definida como a capacidade para resistir à tensão sem romper, sendo uma medida da força necessária para levar o material ao seu rompimento. No concreto, a resistência pode ser definida como a tensão necessária para causar a ruptura total, ou levar o corpo de prova a um estado avançado de fissuração, em que não seja possível suportar uma carga maior. ([MEHTA; MONTEIRO, 2014](#)).

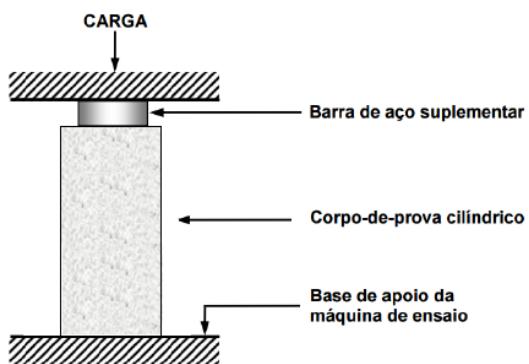
A resistência à compressão do material é, geralmente, especificada em um projeto estrutural. Segundo [Mehta e Monteiro \(2014\)](#), essa propriedade é dada como a característica mais importante, devido ao concreto ser bastante adequado para suportar carregamento de compressão, sendo esta propriedade bastante valorizada pelos engenheiros, projetistas e pelo controle de qualidade. Como a resistência do compósito cimentício depende do processo de hidratação do cimento, tradicionalmente as especificações e os ensaios para resistência do material se baseiam em normas técnicas. No Brasil devem-se seguir as recomendações propostas pela Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Os corpos de prova utilizados nos ensaios mecânicos são preparados segundo a norma NBR 5738 (Concreto – Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova) ([ABNT, 2015a](#)), podendo ter formatos cilíndricos ou prismáticos. Os processos de

preparação dos moldes, moldagem e adensamento dos corpos de prova, cura e demais recomendações são descritos pela norma.

Para o ensaio de compressão, ilustrado pela figura 2, a NBR 5739 (Concreto – Ensaios de compressão de corpos de prova cilíndricos) (ABNT, 2007) prescreve o método pelo qual devem ser ensaiados os corpos de prova cilíndricos. Segundo a norma, os corpos de prova devem ser rompidos à compressão em uma idade determinada, aplicando a carga de ensaio continuamente e sem choques, com velocidade de carregamento de 0,3 MPa/s a 0,8 MPa/s. A resistência à compressão deve ser obtida dividindo-se a carga da ruptura pela área da seção transversal do corpo de prova, sendo expressa em MegaPascal (MPa).

Figura 2 – Ilustração do ensaio de compressão.

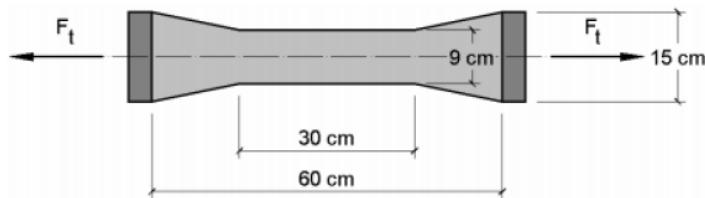


Neville (2013) destaca que, em projetos de estruturas, o concreto é utilizado de modo a não depender de sua resistência à tração, que é baixa. Existe uma relação próxima, mas não diretamente proporcional entre a resistência à compressão e a resistência à tração. Em geral, a relação entre as resistências é menor quanto maior for a resistência à compressão. Para Mehta e Monteiro (2014), a resistência à tração é da ordem de 10% a 15% da resistência à compressão, o motivo dessa diferença está relacionada com a heterogênea e complexa microestrutura do concreto.

Em um ensaio de tração, um corpo de prova é submetido a um esforço que tende a alongá-lo ou esticá-lo até a ruptura. Existem diferentes tipos de ensaios para o cálculo da resistência à tração, são eles: tração direta, compressão diametral e tração na flexão. Segundo Neville (2013), o ensaio à tração direta não é normalizado e, raramente, é utilizado devido à dificuldade de fixação adequada do corpo de prova. A ABNT normaliza os ensaios de tração na compressão diametral por meio da NBR 7222 (Concreto e argamassa — Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos) (ABNT, 2011) e tração na flexão pela NBR 12142 (Concreto — Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos) (ABNT, 2010). Os diferentes métodos e ensaios fornecem resultados numéricos diferentes, sendo possível normalizá-los através de coeficientes de conversão.

O ensaio de resistência à tração direta, vide figura 3, é determinado aplicando-se tração axial até a ruptura. A seção central é retangular, com 9 cm por 30 cm e as extremidades são quadradas, com 15 cm de lado.

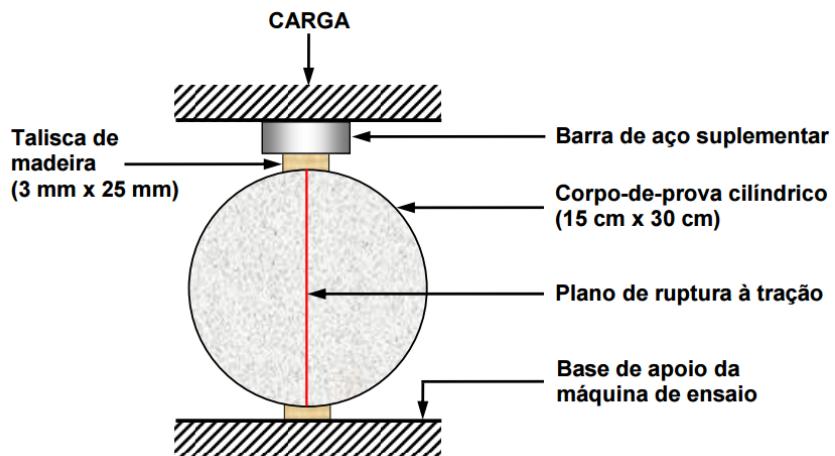
Figura 3 – Representação do ensaio de tração direta



Fonte: [Pinheiro et al. \(2010\)](#).

O ensaio de resistência à tração na compressão diametral é o mais utilizado devido a sua simplicidade, pois utiliza o mesmo corpo de prova cilíndrico e equipamento do ensaio de compressão. Para sua realização, o corpo de prova é colocado com o eixo horizontal entre os pratos da máquina de ensaio, sendo aplicada uma força até a sua ruptura por tração indireta (ruptura por fendilhamento), a figura 4 ilustra este ensaio ([PINHEIRO et al., 2010](#)).

Figura 4 – Representação do ensaio de tração por compressão diametral

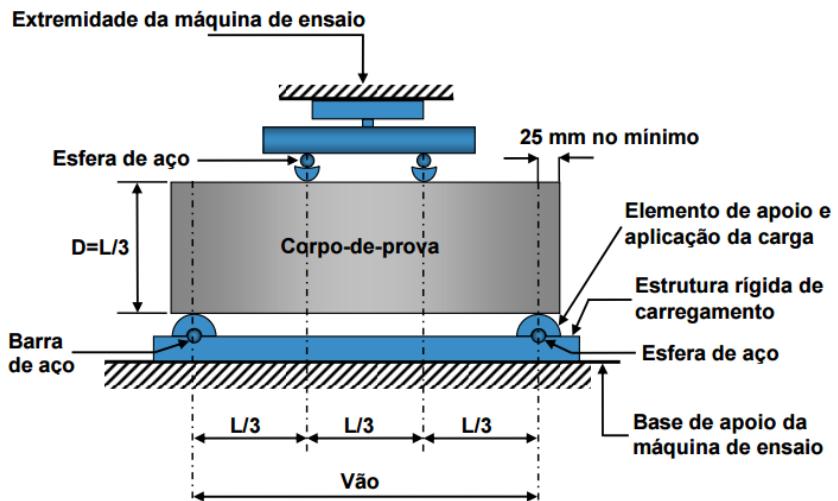


Fonte: [Pinheiro et al. \(2010\)](#)

No ensaio de resistência à tração na flexão, utiliza-se um corpo de prova prismático submetido à flexão, com carregamentos em duas seções simétricas até à ruptura. A figura 5 ilustra este ensaio ([PINHEIRO et al., 2010](#)).

Os diferentes métodos e ensaios fornecem resultados numéricos diferentes devido às dimensões usadas, os corpos de prova e ao volume de concreto submetido à tensão. Existem fórmulas empíricas que correlacionam os resultados desses ensaios, de

Figura 5 – Representação do ensaio de tração na flexão



Fonte: [Pinheiro et al. \(2010\)](#)

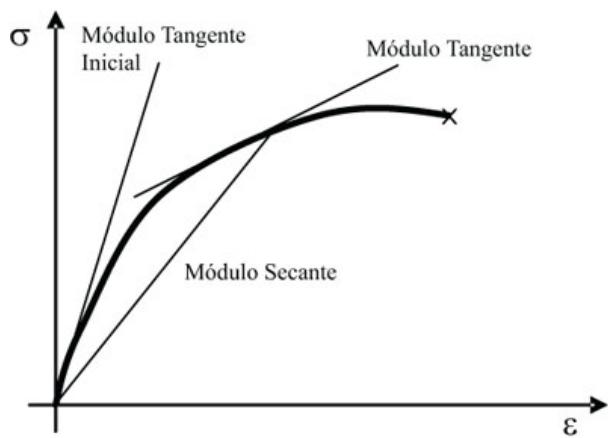
modo geral, os resultados podem ser ordenados do menor para o maior como: tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão ([NEVILLE, 2013](#)).

O módulo de elasticidade, também conhecido como módulo de deformação, é um parâmetro numérico que define a relação entre a tensão aplicada e a deformação instantânea abaixo de um limite proporcional adotado, geralmente associadas a tensões de compressão ([MEHTA; MONTEIRO, 2014](#)). Para [Araujo \(2014\)](#), o conhecimento do módulo de deformação é fundamental na análise das deformações e fissurações no concreto, sendo uma aspecto fundamental nos projetos de estruturas, que devem ser projetadas de modo a sofrerem deformações que não ultrapassem os valores de tensão-deformação predefinidos.

A NBR 8522 (Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação) ([ABNT, 2008](#)) normaliza os ensaios para o módulo de deformação. A norma estabelece três métodos de determinação dos módulos de deformação, o módulo tangente inicial, módulo tangente e o módulo secante. Os tipos de módulo de deformação estático estão relacionados a diferentes planos de carga e devem ser escolhidos de acordo com o interesse do ensaio ([ARAUJO, 2014](#)). A figura 6 ilustra os três tipos de representação do módulo de deformação em um gráfico tensão-deformação. Onde σ é a tensão aplicada, medida em pascal, e ε é a deformação elástica longitudinal (adimensional).

Em suma, segundo a NBR 6118 (Projeto de estruturas de concreto — Procedimento) ([ABNT, 2014](#)), “na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal pode ser adotado um módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de elasticidade secante. Na avaliação do comportamento

Figura 6 – Tipos de representação do módulo de deformação em um gráfico tensão-deformação.



Fonte: Adaptada de Araujo (2014).

global da estrutura e para o cálculo das perdas de protensão, pode ser utilizado em projeto o módulo de deformação tangente inicial". Convenciona-se indicar esse módulo de deformação por E_c , geralmente expresso em GigaPascal (GPa).

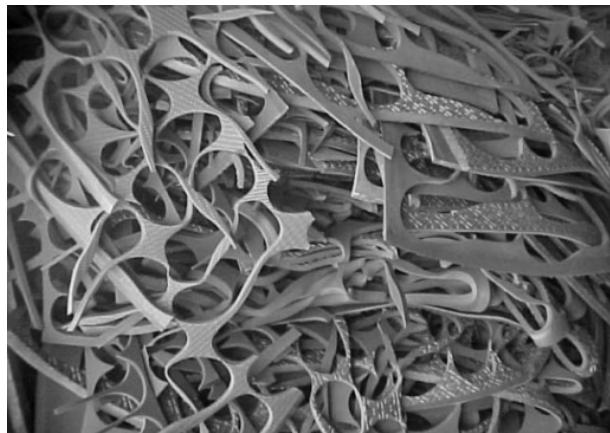
2.1.2 Resíduos de EVA como agregado leve

Um compósito de matriz cimentícia pode ter diversos agregados, entre eles o Etileno Acetato de Vinila (EVA) como agregado sintético. O EVA é um copolímero produzido pela copolimerização do gás etileno com o acetato de vinila. O EVA com teores de acetato de vinila entre 18-28% em sua composição possui grande aplicação na indústria de calçados, sendo a maior parte utilizada na confecção de placas expandidas para estampagem de palmilhas, entressolas, confecção de solados, ou de artigos como viseiras, brinquedos e material didático (ZATTERA et al., 2005).

Segundo Zattera et al. (2005), o processo de corte e acabamento de chapas expandidas de EVA gera uma média de 18% em massa de material residual. Santiago (2008) destaca que é na indústria calçadista que os resíduos pós-industriais de EVA são originados em maior escala, com o recorte das placas de EVA expandidas, os retalhos são impróprios para reutilização na própria indústria. A figura 7 ilustra os resíduos da indústria calçadista após o corte da placa de EVA expandida.

Como o EVA é um polímero termofixo, ou seja, que após ser moldado não pode ser fundido e remoldado novamente, tem sua reutilização limitada a alguns processos de reciclagem. Filho (2005) destaca a utilização dos resíduos de EVA como agregado leve em diversos componentes e sistemas sem função estrutural na construção civil, como o enchimento de lajes, isolamento acústico e térmico, e blocos e/ou painéis para vedação.

Figura 7 – Resíduos da indústria calçadista proveniente do corte de chapas de EVA expandido.



Fonte: [Zattera et al. \(2005\)](#).

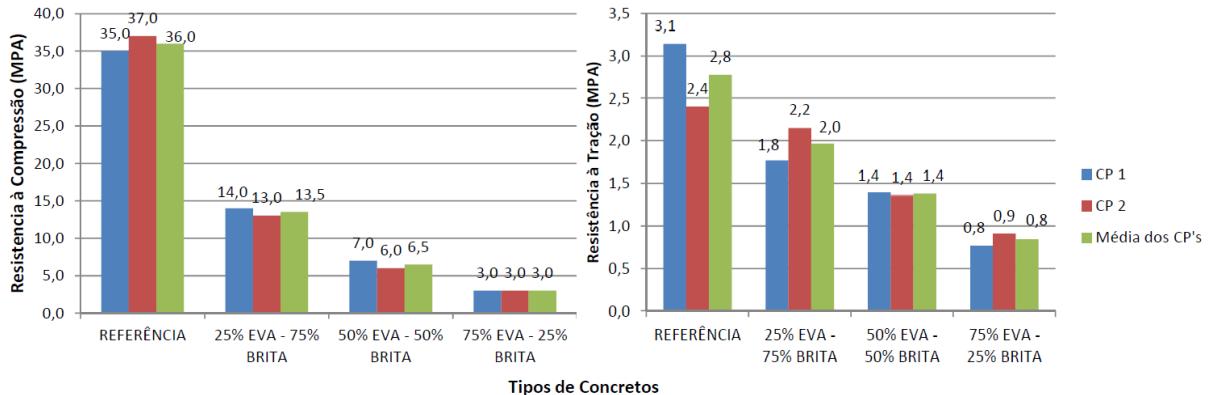
[Filho \(2005\)](#), [Lucas e Benatti \(2008\)](#), e [Santiago \(2008\)](#) destacam algumas vantagens na utilização do EVA como agregado leve na construção civil:

- Isolação acústica, eliminando ruídos de impactos e absorvendo ruídos aéreos;
- Isolação térmica, obtendo maior conforto com menor consumo de energia;
- Baixa densidade, melhor relação peso/volume do produto;
- Menor custo total, pela diminuição da carga estrutural e menor custo de transporte.

A utilização do EVA como agregado na fabricação do concreto pode fornecer ao compósito a característica de concreto leve. De acordo com a NBR 8953 (Concreto para fins estruturais — Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência) ([ABNT, 2015b](#)), os concretos leves devem apresentar massa específica seca menor que 2000 kg/m^3 . [Neville \(2013\)](#) classifica os vários tipos de concretos leves segundo o método de produção, são eles: pela utilização de agregados porosos leves, conhecido como *concreto com agregados leves*; pela introdução de vazios de grandes dimensões, conhecidos como *aerado, celular ou espumoso*; e pela exclusão dos agregados miúdos da mistura, os *sem finos*.

Embora existam vantagens na utilização do resíduo de EVA como agregado leve, [Paula \(2011\)](#) e [Dias \(2017\)](#) concluem que há diminuição na resistência de concretos com adição de EVA nas misturas, conforme pode ser verificado na figura 8, em que [Paula \(2011\)](#) realizou ensaios de compressão e tração em concretos contendo resíduos de EVA em substituição ao agregado graúdo (brita) nas porcentagens de 25, 50 e 75%.

Figura 8 – Resistência em função de diferentes misturas de concreto leve e dos concretos de referência (sem EVA).



Fonte: [Paula \(2011\)](#).

Todos os tipos de concretos leves possuem uma característica em comum, corpos porosos que determinam baixa massa específica. Em essência, a diminuição na massa específica do concreto em cada método é obtida pela presença de vazios, que podem estar associadas ao agregado e a matriz cimentícia. Pela presença de vazios em sua composição, os concretos leves apresentam uma redução nas propriedades mecânicas quando comparados com o concreto normal. Por outro lado, apresentam melhor isolamento térmico, uma durabilidade satisfatória e implicam um custo total mais baixo ([NEVILLE, 2013; MEHTA; MONTEIRO, 2014; SANTIAGO, 2008](#)).

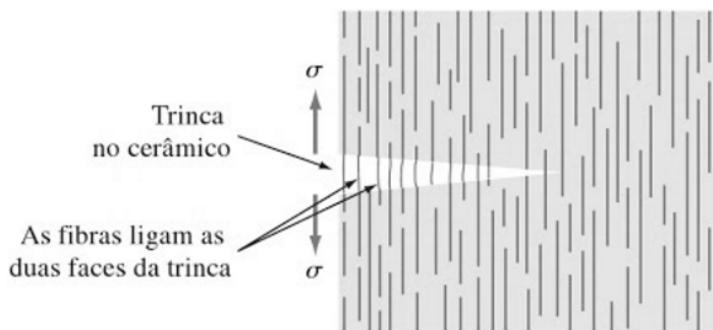
A principal vantagem na utilização do resíduo de EVA como agregado leve é a diminuição do peso do compósito e da quantidade de agregados naturais utilizados, mostrando-se como uma forma econômica e ecológica para reduzir o impacto produzido por esses resíduos. No entanto, a utilização desse agregado leve tem como consequência à perda de resistência devido a incorporação de vazios presentes nos grãos de EVA. Para minimizar tais perdas, estuda-se a incorporação de fibras como elemento de reforço na matriz cimentícia.

2.1.3 Fibras como elementos de reforço

As fibras podem estar presentes na matriz do compósito como elemento de reforço. Para [Lima \(2004\)](#), o principal objetivo da adição de fibras é assegurar a manutenção da resistência mesmo após a fissuração da matriz, propiciando maior resistência ao impacto e tenacidade, e permitindo maiores deformações ao compósito antes da ruptura. [Smith e Hashemi \(2013\)](#) destacam três principais mecanismos pelos quais se pode aumentar a tenacidade à fratura dos compósitos de matriz cerâmica, todos eles resultante da interferência das fibras de reforço com as fendas que se propagam no material. São eles:

- *Deflexão da fenda.* Ao encontrar o reforço a fenda muda de direção, sendo necessário maiores tensões para propagar a fenda;
- *Formação de pontes no interior da fenda.* São criadas pontes que ligam as duas faces da fenda, sendo necessário aumentar o nível de tensão para que a fenda continue a avançar, mecanismo ilustrado na figura 9;
- *Extração das fibras.* Existe uma absorção da energia de propagação da fenda para a extração das fibras da matriz.

Figura 9 – Ilustração de como as fibras agem como reforço ao criar pontes entre as faces da fenda.



Fonte: [Smith e Hashemi \(2013\)](#).

Em compósitos cimentícios como o concreto e a argamassa, as fibras são adicionadas para melhorar a resistência à fissuração, tenacidade, resistência à fadiga, resistência ao impacto e outras propriedades mecânicas. O concreto reforçado com fibras é definido como sendo o concreto produzido com cimento hidráulico, contendo agregados miúdos ou miúdos e graúdos, e fibras descontínuas discretas. Essas fibras podem ser de origem natural, como por exemplo o asbesto, sisal e celulose, e podem ser produtos industrializados como o vidro, aço, carbono e polímeros. ([NEVILLE, 2013](#); [MEHTA; MONTEIRO, 2014](#)).

Alguns estudos ([SOUZA, 2012](#); [SILVA et al., 2013](#); [SANTOS, 2015](#); [SANTOS et al., 2015](#); [IGLESIAS et al., 2016](#); [SILVA et al., 2016](#); [MENDONÇA, 2016](#); [DIAS, 2017](#)) vêm sendo realizados sobre a aplicação de fibras naturais em argamassas e concretos leves como reforço, com o objetivo de recuperar parte das propriedades mecânicas perdidas com a utilização dos agregados leves, produzindo um compósito mais resistente mas sem perder a característica de leve. Entre as fibras estudadas estão a fibra de coco, sisal, e piaçava.

A utilização das fibras naturais depende das quantidades disponíveis e da dispersão geográfica, em virtude dos custos de coleta e transporte. O uso das fibras

naturais como reforço da matriz cimentícia tem despertado grande interesse nos países em desenvolvimento, por causa de seu baixo custo, disponibilidade, economia de energia e também no que se refere às questões ambientais ([JUNIOR, 2011](#)).

De acordo com a Comissão Executiva de Planejamento de Lavoura Cacaueira - [CEPLAC \(2016\)](#), a palmeira *Attalea funifera Martius*, também conhecida como piaçava ou piaçaba, é espécie nativa e endêmica do sul do Estado da Bahia, onde encontram-se os principais municípios produtores. O nome vulgar piaçava é de origem tupi, traduzido como “planta fibrosa” com a qual se faz utensílios caseiros. De acordo com a [CEPLAC \(2016\)](#), a palmeira produz uma fibra longa, resistente, rígida, lisa, de textura impermeável e de alta flexibilidade, essa palmeira se desenvolve bem em solos de baixa fertilidade e com características físicas inadequadas para a exploração econômica de muitos cultivos. A necessidade de poucos recursos financeiros para o plantio, a manutenção e exploração, tornam a piaçaveira uma opção agrícola atraente, pelos reduzidos riscos e altos rendimentos que proporciona ao investidor. A figura 10 ilustra as fibras de piaçava.

As fibras de piaçava apresentam resistência a tração na ordem de 100 MPa ([SOUZA, 2012](#)), o que torna sua utilização vantajosa como elemento de reforço na matriz cimentícia. [Souza \(2012\)](#) e [Dias \(2017\)](#) concluem que as fibras, quando utilizadas em determinada proporção, contribuem para recuperação das propriedades mecânicas tanto da argamassa quanto do concreto leve.

Figura 10 – Fibras de piaçava.



Fonte: [Silva et al. \(2016\)](#).

A quantidade de fibras adicionadas a mistura depende das propriedades que se deseja alcançar na produção do compósito. De modo geral, baixas quantidade de fibras (menos de 1% da fração volumétrica) são empregados para controlar a fissuração por retração, geralmente utilizada em lajes e pavimentos. Enquanto altas quantidade de fibras são normalmente empregadas para alcançar melhorias consideráveis na resistência a flexão, tenacidade à fratura e resistência ao impacto ([MEHTA; MONTEIRO, 2014](#)).

Estudos de dosagem mostram-se necessários quanto à utilização das fibras na produção de novos compósitos cimentícios, visto que a relação fibras/cimento tem

grande impacto nas propriedades do compósito e, se usada de forma indiscriminada, o benefício pode vir a ser nulo, ou mesmo impactar de forma negativa nas propriedades desejadas.

2.1.4 Dosagem racional

O estudo de dosagem racional é o conjunto de procedimentos necessários para obter a melhor proporção entre os materiais constitutivos do concreto ou argamassa. Tem por objetivo obter a mistura ideal e mais econômica para atender requisitos de resistência mecânica, durabilidade, deformabilidade, entre outros. Deve-se considerar como materiais passíveis de serem utilizados num estudo de dosagem: os diferentes cimentos, os agregados miúdos e graúdos, a água, o ar incorporado ou aprisionado, os aditivos, as adições, os pigmentos e as fibras. Essa proporção ideal pode ser expressa em massa ou volume e é conhecida como traço ([TUTIKIAN; HELENE, 2011](#)).

Para [Mehta e Monteiro \(2014\)](#), o objetivo geral do estudo de dosagem consiste em selecionar os componentes adequados entre os materiais disponíveis e determinar a combinação mais econômica que produzirá o compósito com certas características mínimas de desempenho. Além da influência nos custos e características do produto final, os efeitos da dosagem podem ser observados em importantes propriedades, tanto no estado fresco quanto no estado endurecido.

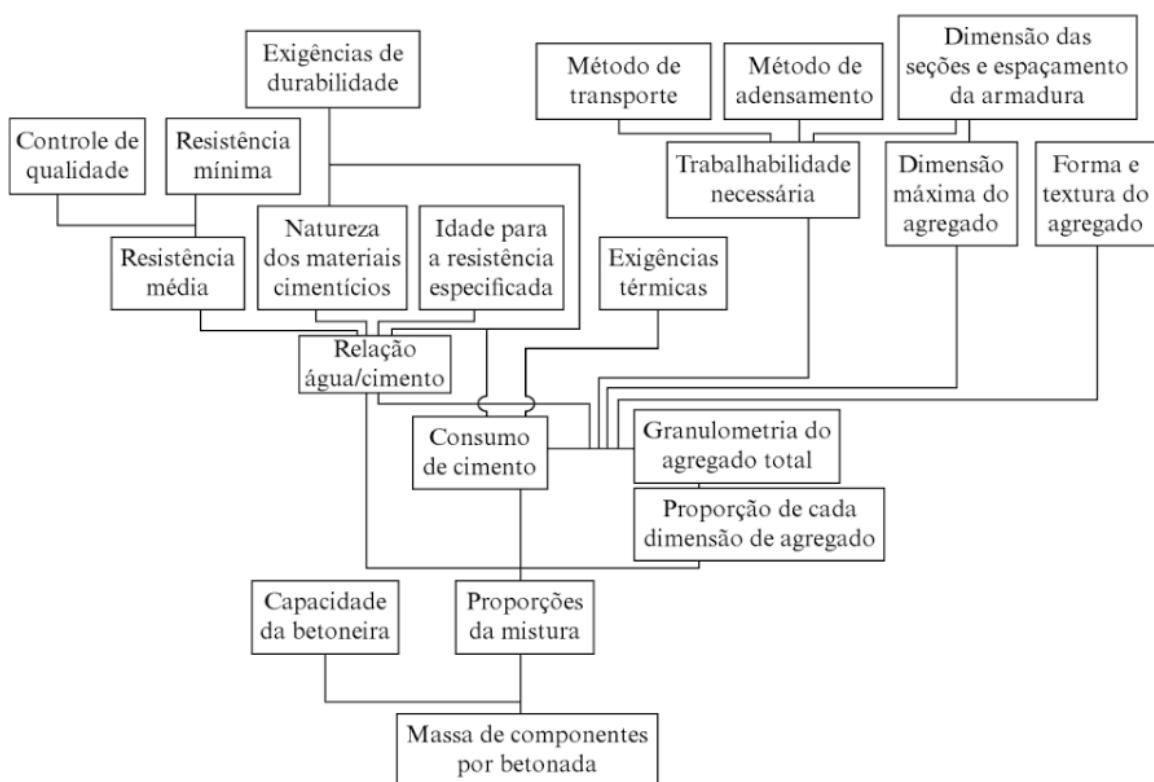
Segundo [Tutikian e Helene \(2011\)](#), no Brasil, não existe um texto consensual de como deve ser feito um estudo de dosagem. O que leva a diversos métodos e recomendações propostas por diferentes pesquisadores, muitas vezes, confundidos com uma recomendação da instituição para a qual trabalham. Embora existam diversos métodos de dosagem, tais quais o ACI (American Concrete Institute) 211.1-81 ([ACI211, 1991](#)), ABCP (Associação Brasileira de Cimento Portland) ([RODRIGUES, 1995](#)), CEN (Comite Europeen Normalisation) ([CEN, 2000](#)), entre outros. Alguns procedimentos e relações são comuns a todos, como por exemplo, o cálculo da resistência média, a correlação da resistência com a relação água/cimento e a relação cimento/agregado, e a qualidade e características dos agregados e elementos de reforço do compósito cimentício.

Um dos métodos com boa aceitação no Brasil é o método da ABCP ([RODRIGUES, 1995](#)). O método da ABCP foi publicado em 1984 pela Associação Brasileira de Cimento Portland como um estudo técnico. Esse método, baseado no texto da Norma ACI 211.1-81 ([ACI211, 1991](#)), constitui-se em uma adaptação prática do método americano às condições brasileiras e permite a utilização de agregados graúdos britados e areia de rio, que se enquadram na norma NBR 7211 (Agregados para concreto - Especificação) ([ABNT, 2009](#)). Esse método considera tabelas e gráficos elaborados com base em valores médios de resultados experimentais, adequada aos materiais mais utilizados em várias

regiões do Brasil ([TUTIKIAN; HELENE, 2011](#)).

[Neville \(2015\)](#) separa alguns fatores básicos que devem ser considerados em um processo de dosagem. Por meio de sequência de decisões, o autor determina a quantidade de componentes por betoneira para um determinado traço. A figura 11 ilustra o processo esquematizado, em que as caixas representam às propriedades dos componentes, métodos adotados na produção e atributos desejados para a mistura. Representando à influência de cada uma dessas decisões no produto final, que é a massa de componentes por betonada, ou também chamado de traço.

Figura 11 – Fatores básicos do processo de dosagem



Fonte: [Neville \(2015\)](#)

O traço do compósito cimentício, ou seja, a quantidade exata dos materiais que devem ser utilizados na fabricação do concreto ou argamassa para garantir as propriedades desejadas, geralmente é apresentado em função do consumo de cimento. O traço pode ser apresentado em massa ou em volume unitário dos materiais para facilitar a dosagem, sendo apresentado da seguinte forma: $1 : m : b : a$ (cimento:areia:brita:água). Ou seja, para uma unidade em massa ou volume de cimento, temos m unidades de areia, b unidades de brita e a representa a quantidade de água, tudo em relação ao cimento.

2.2 Análise de Regressão

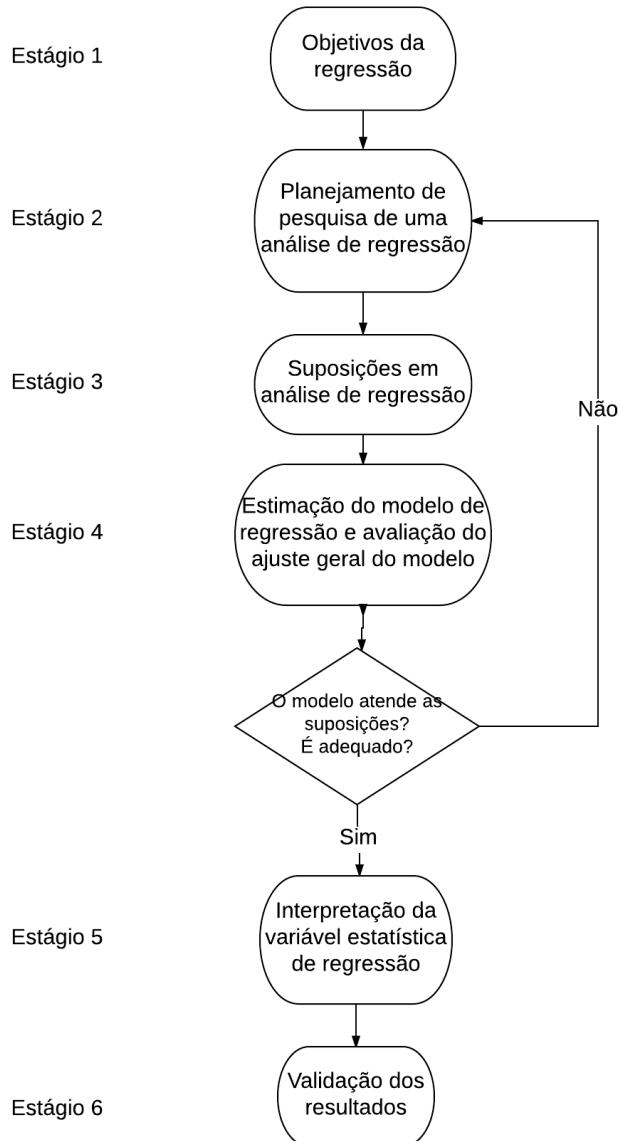
A análise de regressão é uma das técnicas de estimação mais utilizadas na estatística para investigar e modelar relacionamentos existentes entre as diversas variáveis de um processo (WERKEMA; AGUIAR, 1996). Segundo Ragsdale (2010), a análise de regressão é um método de modelagem que avalia a relação funcional entre uma variável dependente Y e uma ou mais variáveis contínuas independentes X_1, X_2, \dots, X_n por meio de uma função $f(\cdot)$ de relação. Para Hoffmann et al. (2015), mesmo que não exista relação causal entre as variáveis podemos relacioná-las por meio de uma expressão matemática, que pode ser útil para se estimar o valor de uma das variáveis quando conhecemos os valores das outras.

Segundo Hair et al. (2009), o objetivo da análise de regressão é prever uma única variável dependente a partir do conhecimento de uma ou mais variáveis independentes. Werkema e Aguiar (1996) destacam quatro principais objetivos,

1. **Descrição**, onde a função de relação é utilizada para sumarizar ou descrever um conjunto de dados;
2. **Predição**, onde envolve a predição de valores da variável de resposta para novas observações fora do conjunto de dados estudado;
3. **Controle**, utilizado quando a relação entre a variável de resposta e as variáveis explicativas são do tipo causa-e-efeito. Sendo possível controlar a variável de interesse em faixas de valores pré-fixados utilizando as variáveis independentes;
4. **Estimação de parâmetros**, quando é utilizada para estimar parâmetros desconhecidos de equações teóricas que representam o relacionamento entre variáveis de interesse.

A figura 12 apresenta seis estágios fundamentais em um processo de análise de regressão segundo Hair et al. (2009). O estágio 1 está ligado ao problema de pesquisa e ao objetivo principal da análise de regressão, nessa etapa serão selecionadas as variáveis dependentes e independentes do modelo. No estágio 2, será realizada o planejamento da pesquisa, onde é decidido o tamanho do conjunto de dados (amostras) adequado para garantir o poder estatístico e generalização da população. No estágio 3, verificam-se as suposições relacionadas a modelos de regressão, podendo voltar para o estágio anterior se necessário. O estágio 4, avalia as variáveis estatísticas e a qualidade de ajuste do modelo, caso o modelo não seja adequado ou tenha pouca significância o processo volta para o estágio 2 de planejamento. No estágio 5 o modelo já está ajustado e bem definido, nesta etapa é realizada a interpretação das variáveis estatísticas, levando em consideração os objetivos da regressão. Por fim, a ultima etapa é de validação dos resultados, onde é avaliada a capacidade preditiva e a estabilidade do modelo.

Figura 12 – Estágios do processo de decisão para análise de regressão



Fonte: Adaptada de [Hair et al. \(2009\)](#).

2.2.1 Modelos de regressão linear

Os modelos de regressão linear são considerados quando os parâmetros de ajuste do modelo apresentam comportamento linear em relação a variável de resposta ([WERKEMA; AGUIAR, 1996](#)). A forma geral de um modelo de regressão linear é apresentada como:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon, \quad (1)$$

em que y é a variável de resposta, x_k representam as variáveis explicativas, β_k os coeficientes desconhecidos do modelo e ε o resíduo aleatório associado ao modelo de

regressão. É importante ressaltar que o termo "linear" é usado para indicar que o modelo é linear nos parâmetros β_k , e não porque y é função linear das variáveis x_k . De modo geral, podemos categorizar os modelos de regressão linear em: linear simples, quando a relação é entre apenas duas variáveis, e linear múltipla, quando a relação envolve mais de uma variável independente.

A regressão linear simples examina a relação linear entre duas variáveis contínuas, uma variável de resposta e uma variável preditora. A forma geral de um modelo de regressão linear simples é apresentado por,

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon, \quad (2)$$

em que β_0 é o *intercepto* e β_1 a *inclinação* da reta. Como os parâmetros β_0 e β_1 são desconhecidos, será necessário estimá-los por meio de técnicas estatísticas a partir de um conjunto de dados conhecidos ([WERKEMA; AGUIAR, 1996](#)).

A regressão linear múltipla é o método de análise apropriado quando o problema envolve uma única variável de resposta para duas ou mais variáveis explicativas. O objetivo da análise de regressão múltipla é prever as mudanças na variável de resposta através das mudanças nas variáveis explicativas ([HAIR et al., 2009](#)). A forma geral de um modelo de regressão linear múltipla é dada por,

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon, \quad (3)$$

em que existem k variáveis explicativas que estão relacionadas com a variável de resposta (y), os parâmetros β_i , para $i = 0, 1, \dots, k$, são constantes de ajuste do modelo.

Um outro exemplo de regressão linear são os modelos de regressão polinomiais, segundo [Werkema e Aguiar \(1996\)](#), os modelos de regressão polinomiais são muito utilizados em situações onde a função que relaciona a variável de resposta às variáveis explicativas é curvilínea, ou quando existe uma relação não linear complexa entre as variáveis, mas que pode ser bem aproximada por um polinômio em pequenos intervalos de valores para as variáveis explicativas. A eq. (4) apresenta um modelo polinomial de segunda ordem com uma variável explicativa.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon. \quad (4)$$

Se considerarmos a parábola na eq. (4) como uma equação linear nas duas incógnitas $x_1 = x$ e $x_2 = x^2$, temos o caso da regressão linear múltipla, eq. (3). Assim, o ajuste de uma parábola se assemelha aos demais modelos, dependendo apenas da quantidade de variáveis explicativas e da ordem do polinômio. De modo geral, todos os modelos de regressão linear podem ser definidos segundo a eq. (1).

Existem pressupostos que devem ser respeitados para que a regressão linear tenha seus coeficientes estimados de maneira ótima, não tendenciosa ou imparciais. Os principais pressupostos encontrados em [Werkema e Aguiar \(1996\)](#), [Hair et al. \(2009\)](#) e [Hoffmann et al. \(2015\)](#) são:

1. **Linearidade**, deve existir uma relação linear entre as variáveis explicativas e a variável de resposta;
2. **Normalidade**, os resíduos devem apresentar distribuição normal;
3. **Homocedasticidade**, a variância dos resíduos deve ser constante para observações diferentes;
4. **Independência dos resíduos**, o resíduo de uma observação não depende do valor de outro resíduo, ou seja, os resíduos não devem ser correlacionados.

2.2.2 Estimação dos parâmetros por Mínimos Quadrados

Após a escolha da forma adequada para o modelo de regressão, o próximo passo é estimar os parâmetros ótimos que melhor ajustam o modelo a um conjunto de dados existente. Existem diversos métodos estatísticos para o ajuste dos parâmetros, o método dos mínimos quadrados, um dos mais utilizados, consiste em minimizar a soma dos quadrados dos resíduos (SQR), obtidos por meio da diferença entre valores observados (y) e valores estimados (\hat{y}). Desta forma, a teoria dos Mínimos Quadrados presta-se a estimação dos parâmetros das equações de ajustamento de variáveis e obtenção dos coeficientes de explicação ou determinação dos fenômenos ([MILONE; ANGELINI, 1995](#); [WALPOLE, 2009](#)).

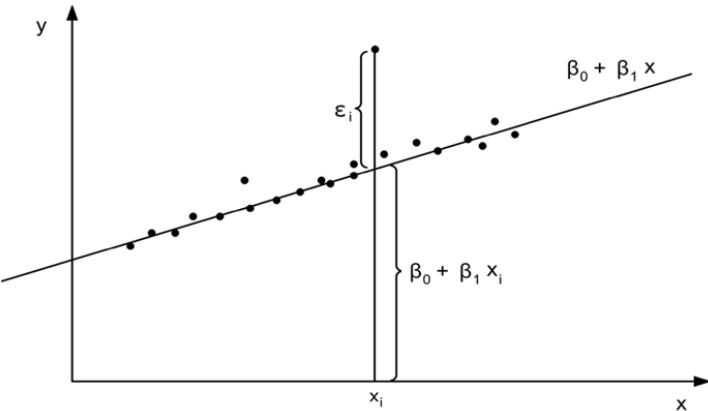
A figura 13 ilustra a reta do modelo de regressão linear simples, dada pela equação $y = \beta_0 + \beta_1 x$. Esse modelo pode ser ajustado a um conjunto de dados $[(x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, n]$ de tal modo que os parâmetros β_0 e β_1 sejam ótimos, ou seja, minimizem o erro de forma global. O erro, também conhecido como resíduo, associado a cada ponto, pode ser definido como $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$, ou seja, a diferença entre o valor observado e o valor estimado pelo modelo.

Sendo assim, podemos definir a soma dos quadrados dos resíduos como

$$SQR = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2. \quad (5)$$

Para determinar os parâmetros β_0 e β_1 que minimizam a SQR, derivamos parcialmente a eq. (5) em relação aos parâmetros desconhecidos do modelo e igualamos as derivadas

Figura 13 – Representação da reta de regressão



Fonte: Portal Action, no endereço em <<http://www.portalaction.com.br>> .

parciais a 0, obtemos

$$\frac{\partial(SQR)}{\partial\beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(SQR)}{\partial\beta_1} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) x_i = 0. \quad (7)$$

Com base nas equações anteriores, podemos calcular, de maneira determinística, os valores de β_0 e β_1 por meio das expressões

$$\beta_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (8)$$

e

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x}, \quad (9)$$

onde $\bar{x} = \sum_{i=1}^n (\frac{x_i}{n})$ e $\bar{y} = \sum_{i=1}^n (\frac{y_i}{n})$.

Dessa forma, os valores estimados para os parâmetros β_0 e β_1 utilizando o conjunto de dados de regressão $[(x_i, y_i); i = 1, 2, \dots, n]$ são os que minimizam os resíduos do modelo escolhido. Esse processo pode ser aplicado a qualquer modelo de regressão que seja linear com relação aos parâmetros. Para uma regressão linear múltipla de k parâmetros, o processo é semelhante, embora o problema seja resolvido por meio de um sistema de $k + 1$ equações, conhecidas como sistema de equações normais. As eqs. (10) ilustram um sistema de equações normais para uma regressão linear múltipla com duas variáveis explicativas, x_1 e x_2 .

$$\left\{ \begin{array}{l} n\beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{1i} + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{2i} = \sum_{i=1}^n Y_i \\ \beta_0 \sum_{i=1}^n x_{1i} + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{2i} = \sum_{i=1}^n x_{1i}Y_i \\ \beta_0 \sum_{i=1}^n x_{2i} + \beta_1 \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{2i} + \beta_2 \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^n x_{2i}Y_i \end{array} \right. \quad (10)$$

O coeficiente de determinação (R^2) é comumente utilizado como uma medida de qualidade do ajustamento do modelo de regressão aos dados. Esse coeficiente é importante pois indica o quanto o modelo pode explicar dos dados observados. O R^2 é expresso como sendo a razão entre a soma dos quadrados dos resíduos e a soma de quadrados total, dado pela expressão

$$R^2 = \left(\frac{SQReg}{SQT} \right) = \left(1 - \frac{SQR}{SQT} \right) = \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right), \quad (11)$$

onde $SQReg$ é a soma de quadrados da regressão, SQR é a soma de quadrados dos resíduos e SQT a soma de quadrados total (MILONE; ANGELINI, 1995).

O valor do R^2 varia entre 0 e 1 ($0 \leq R^2 \leq 1$) e, segundo Walpole (2009), este coeficiente pode ser interpretado como a proporção da variabilidade presente nas observações da variável resposta (y), que é explicada pela variável regressão (x) no modelo de regressão ajustado aos dados. Em outras palavras, é uma medida estatística de ajustamento do modelo em relação aos valores observados, quanto maior o valor de R^2 , mais explicativo é o modelo e melhor ele se ajusta ao conjunto de dados utilizados na regressão. Se um modelo puder explicar 100% ($R^2 = 1$) da variância, os valores ajustados sempre serão iguais aos valores observados.

2.2.3 Teste de hipóteses e significância

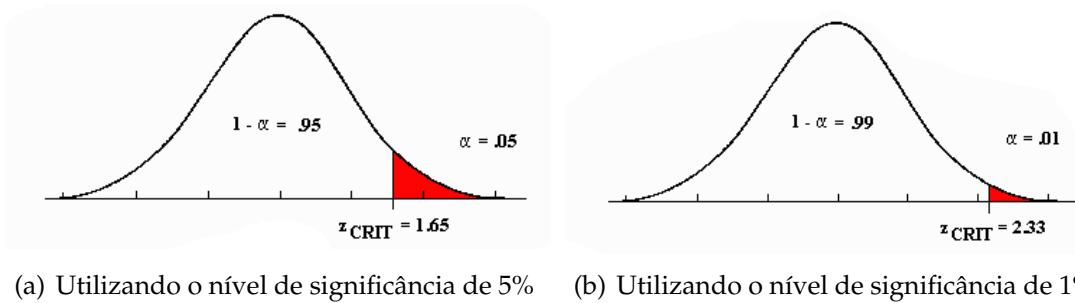
Os testes de hipóteses, também conhecidos como testes de significância, são testes estatísticos que tem como principal objetivo utilizar uma regra decisória para rejeitar ou não rejeitar uma hipótese estatística, utilizando como base dados amostrais de uma população. Para Grimm (1993), os testes de hipóteses são um conjunto de procedimentos inferenciais, que usam dados de amostras para estabelecer hipóteses sobre a população. De modo geral, todos os testes de hipóteses compartilham algumas características, tais quais o uso de amostras para representar populações, a utilização de estatística inferencial, e a possibilidade de erros na tomada de decisão.

Em testes de hipóteses definimos a hipótese a ser testada, chamada de hipótese nula (H_0), e a hipótese que contraria a H_0 , chamada de hipótese alternativa (H_1).

Qualquer decisão tomada implica a possibilidade de cometer, basicamente, dois tipos de erros: a probabilidade de rejeitarmos a hipótese nula quando ela é, efetivamente, verdadeira (TIPO I) e a probabilidade de rejeitarmos a hipótese alternativa quando ela é, efetivamente, verdadeira (TIPO II).

O valor α é o nível de significância do teste, avaliando o risco que se corre de rejeitar uma hipótese verdadeira ou aceitar a hipótese alternativa, devendo ser estabelecido antes do experimento ser realizado. Grimm (1993) comenta que o uso do nível de significância de 5% (0,05) é uma convenção entre os estatísticos para rejeição da hipótese nula, embora não seja incomum a utilização de 10% ou 1%. A figura 14 ilustra a região da hipótese nula para diferentes valores de α .

Figura 14 – Distribuição nula e o que ocorre quando consideramos valores de α cada vez menores



(a) Utilizando o nível de significância de 5% (b) Utilizando o nível de significância de 1%

Fonte: [\(ICESS\) \(2016\)](#)

Um outro conceito importante é a significância estatística, ou *valor-p*, que é a probabilidade de se obter uma estatística de teste igual ou mais extrema que a observada em uma amostra com base na hipótese nula. Especificamente, o *valor-p* representa a probabilidade de erro envolvida em aceitar o resultado observado como válido. Esse valor pode ser comparado ao nível de significância do teste (α) para que seja tomada a decisão de aceitar ou rejeitar a hipótese nula.

Um procedimento básico do teste hipótese sobre uma parâmetro β de uma população pode ser apresentado em quatro etapas:

1. Definição da hipóteses:

$$H_0 : \beta = \beta_0 \quad (12)$$

$$H_1 : \beta \neq \beta_0; \quad (13)$$

2. Identificação da estatística de teste e da distribuição;
3. Especificação do nível de significância do teste (α);
4. Cálculo da estatística de teste baseado na amostra e tomada de decisão.

2.2.4 Seleção de variáveis explicativas

Na construção de modelos de regressão múltipla, é comum assumir que há k candidatas à variáveis explicativas. Um princípio que deve nortear a construção desses modelos é o princípio da parcimônia, em que modelos mais simples devem ser escolhidos aos mais complexos, desde que não haja redução significativa na qualidade do ajustamento.

Segundo [Hair et al. \(2009\)](#), os métodos de busca sequencial são uma abordagem objetiva para selecionar variáveis que maximizam a previsão empregando o menor número de variáveis. Esses métodos têm em comum a abordagem, de estimar a equação de regressão com um conjunto de variáveis e então acrescentar ou eliminar seletivamente as variáveis explicativas utilizando alguma medida de critério. As abordagens de busca sequencial são: seleção *forward*, seleção *backward* e seleção *stepwise*.

A medida de critério pode variar a depender do autor, mas, segundo [Werkema e Aguiar \(1996\)](#), o critério para adição ou remoção de uma variável em cada etapa é, usualmente, expresso por meio de um *teste F-parcial*. Para um modelo de regressão com k candidatas à variáveis explicativas x_1, x_2, \dots, x_k , o valor do *teste F-parcial* para uma variável x_i qualquer é expresso como:

$$F_i = \frac{SQReg(x_i|x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_k)}{QMR}, \quad (14)$$

em que,

$$QMR = \frac{SQR}{n - k - 1}, \quad (15)$$

onde n é o total de observações e QMR é o quadrado médio dos resíduos de um modelo de regressão. A estatística F é calculada para cada variável, como se essa fosse a última a entrar no modelo, representando a contribuição desta ao modelo de regressão. Este é um teste de hipótese, em que testamos a hipótese nula ($H_0 : x_i = 0$) e a hipótese alternativa ($H_1 : x_i \neq 0$), a interpretação do resultado do *teste f-parcial* pode ser realizada através do valor do teste comparado a um F_{in} ou F_{out} predefinido ou utilizando o *valor-p* comparado ao nível de significância do teste.

O processo de seleção *forward*, ou adição *forward*, é baseada na noção de que o modelo de regressão inicia, apenas, com o *intercepto* (β_0), e as k candidatas à variáveis explicativas x_1, x_2, \dots, x_k devem ser inseridas uma por vez, até que uma equação de regressão seja satisfatória. A cada etapa, calcula-se o *teste F-parcial* da variável candidata a inserção, caso esse valor seja superior a um F_{in} crítico, a variável candidata é inserida no modelo.

A seleção *backward*, ou eliminação *backward*, segue um processo oposto ao descrito para o *forward*. O modelo começa contendo todas as k candidatas à variáveis

explicativas e, por etapas, identifica-se a variável que tem o menor valor da estatística F, caso esse valor seja inferior a um F_{out} crítico, a variável é retirada do modelo. O modelo com as $k - 1$ variáveis é, então, promovido e a próxima candidata para sair é identificada. Este processo continua até não existir mais variáveis explicativas que podem ser descartadas.

A seleção *stepwise* é uma modificação na seleção *forward*, a modificação envolve mais testes em cada estágio para assegurar a eficácia das variáveis que foram inseridas no modelo. Mais detalhes podem ser encontrados em [Werkema e Aguiar \(1996\)](#), [Walpole \(2009\)](#), [Hair et al. \(2009\)](#), [Kutner et al. \(2010\)](#).

2.2.5 Análise de resíduos

O resíduo é definido por

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (16)$$

em que y_i é o valor observado ou medido, e \hat{y}_i é o valor correspondente estimado por um modelo de regressão.

A análise de resíduos fornece um conjunto de ferramentas analíticas para o exame da adequação dos modelos de regressão, verificando os pressupostos que devem ser respeitados em uma análise de regressão. Por meio de análise gráfica ou testes estatísticos utilizando os resíduos, é possível verificar a linearidade, normalidade, homocedasticidade e independência dos erros ([HAIR et al., 2009](#)).

Segundo [Werkema e Aguiar \(1996\)](#), o gráfico de resíduos contra valores ajustados é útil para detectar a não linearidade do fenômeno, a variância dos resíduos e a presença de *outliers*. Nesse tipo de gráfico, o ideal é ter os resíduos dispostos de maneira aleatória e centrado no zero, indicando que os resíduos são independentes e aleatórios. A figura 2.2.5 ilustra alguns padrões de dispersão de resíduos.

Um indicativo de que o modelo de regressão respeita os pressupostos é apresentar um gráfico de dispersão semelhante ao da figura 15(a), onde os resíduos são distribuídos de forma aleatórias e centrados no zero. Quando não existe uma relação linear entre as variáveis explicativas e a variável de resposta, os resíduos podem apresentar um padrão na dispersão, a figura 15(b) ilustra esta situação.

Modelos que apresentam comportamento de heteroscedasticidade, em que a variância dos resíduos não é constante, geram gráficos de resíduos semelhantes aos apresentados nas figuras 15(c) e 15(d), em que, à medida que ocorre alterações na variável de resposta, a variância do erro aumenta ou diminui.

Existem inúmeras maneiras de se expressar o vetor de resíduos " ε_i ". Uma alterna-

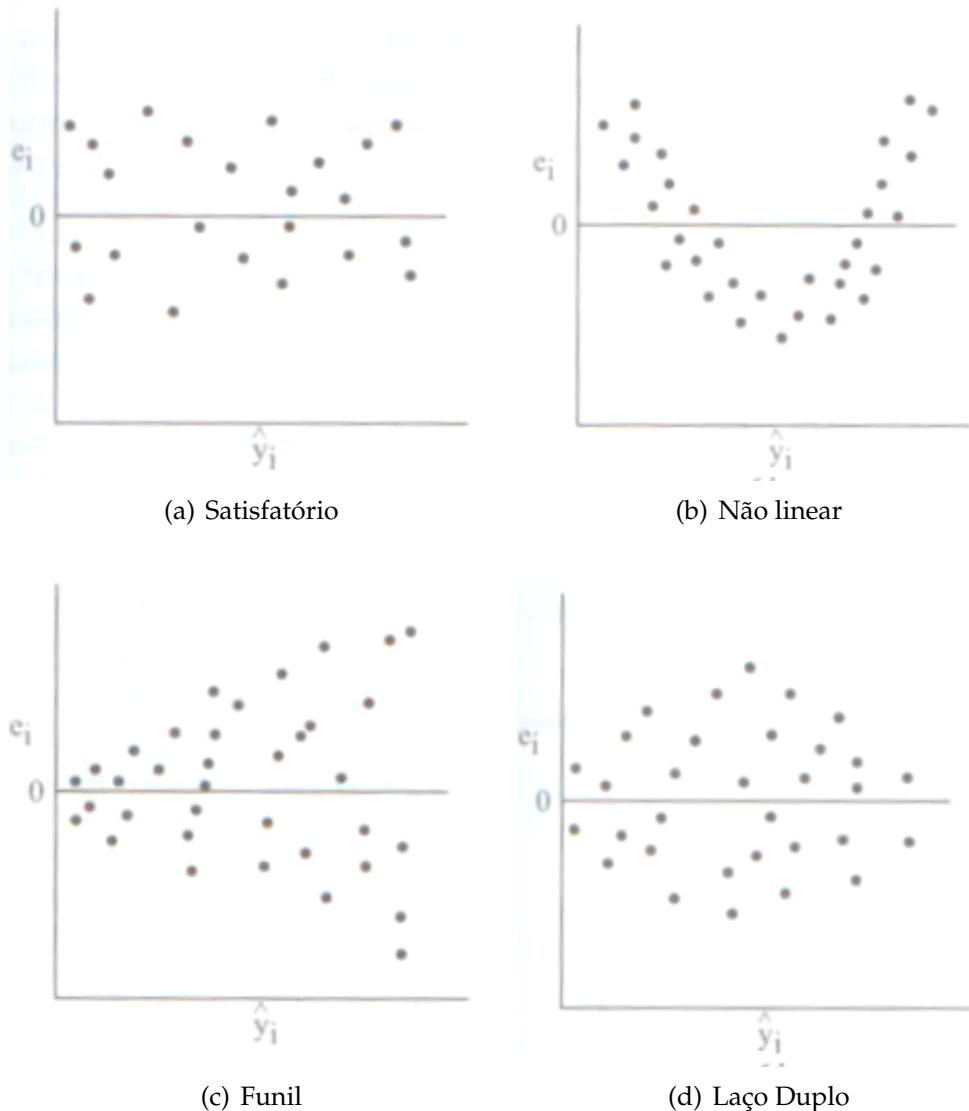


Figura 15 – Padrões de dispersão de resíduos para um modelo de regressão

Fonte: [Werkema e Aguiar \(1996\)](#), [Hair et al. \(2009\)](#).

tiva que ajuda a identificar *outliers* são os resíduos normalizados, dado pela expressão

$$d_i = \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{QMR}}. \quad (17)$$

Os resíduos normalizados partem do pressuposto da distribuição normal dos mesmos, desta forma, aproximadamente 95% dos resíduos normalizados (d_i) devem estar no intervalo de (-2,2). Resíduos fora desse intervalo podem indicar a presença de *outliers* nos dados observados, tornando-se influentes nas estimativas dos coeficientes de regressão. De modo geral, aconselha-se a retirada desses valores do processo de estimação.

As técnicas gráficas podem ser uma boa alternativa para ter uma ideia geral do comportamento dos resíduos, mas devido a sua análise ser subjetiva, pois são técnicas visuais e dependem da interpretação do analista, recomenda-se sua utilização

de forma limitada e criteriosa. Para a análise formal dos resíduos, podemos realizar testes estatísticos de hipóteses, tais quais o teste de *Shapiro-wilk* (SHAPIRO; WILK, 1965) para normalidade, *Durbin-Watson* (DURBIN; WATSON, 1951) para independência dos resíduos e *Breusch-Pagan* (BREUSCH; PAGAN, 1979) para a homoscedásticidade.

Os testes de normalidade são utilizados para determinar se um conjunto de dados de uma variável aleatória assemelha-se a uma distribuição normal. O teste de Shapiro-Wilk (SHAPIRO; WILK, 1965) é um teste de hipótese baseado na estatística W , expressa na forma

$$W = \frac{\left(\sum_{i=1}^n a_i x_i \right)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad (18)$$

em que x_i são os valores ordenados da amostra, onde x_1 é o menor valor; a_i é uma constante tabelada que é definida pelas médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra de tamanho n de uma distribuição Normal. A formulação das hipóteses é que:

$$\begin{aligned} H_0 &: X \text{ tem distribuição normal,} \\ H_1 &: X \text{ não tem distribuição normal.} \end{aligned}$$

Desta forma, calcula-se a estatística de teste apresentada na eq. (18) e a depender do nível de significância escolhido para o teste, rejeita-se a hipótese nula H_0 .

O teste de *Durbin-Watson* (DURBIN; WATSON, 1951) verifica a independência dos erros, ou seja, se existe uma autocorrelação nos resíduos indicando que observações adjacentes são correlacionadas. Esse tipo de erro é mais comum em séries temporais, onde estimativas futuras podem depender de observações anteriores. Este teste é baseado na suposição de que os resíduos de um modelo de regressão podem ser gerados por um processo autorregressivo, dado por:

$$\varepsilon_i = \rho \varepsilon_{i-1} + a_i, \quad (19)$$

testando a presença de autocorrelação por meio das hipóteses que

$$\begin{aligned} H_0 &: \rho = 0, \\ H_1 &: \rho \neq 0, \end{aligned}$$

em que ε_i é o termo do erro do modelo na i -ésima observação, $a_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_a^2)$ e ρ ($|\rho| < 1$) é o parâmetro de autocorrelação. A estatística do teste de *Durbin-Watson* é dada por:

$$dw = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}, \quad (20)$$

em que ε_i é o resíduo associado à i -ésima observação. A depender do valor da estatística de teste apresentado na eq. (20), não rejeita a H_0 , sendo o caso que não existe autocorrelação entre os resíduos, para obter uma conclusão neste teste é necessário comparar a estatística exibida aos limites inferiores e superiores em uma tabela. O *valor-p* também pode ser utilizado para tomar a decisão, dependendo apenas do nível de significância escolhido.

Por ultimo, o teste de *Breusch-Pagan* (BREUSCH; PAGAN, 1979) é utilizado para verificar o pressuposto de homoscedasticidade, que é o termo para designar a variância constante dos erros para observações diferentes. O método de *Breusch-Pagan* é bastante utilizando para testar a hipótese nula de que as variâncias dos erros são iguais, formulando as hipóteses como:

$$\begin{aligned} H_0 &: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 \\ H_1 &: \text{pelo menos um dos } \sigma_i^2 \text{ é diferente, } i = 1, \dots, k. \end{aligned}$$

A estatística de teste do *Breusch-Pagan*, envolve construir uma regressão linear simples, entre o vetor calculado pela eq. (21) como variável de resposta e os valores ajustados $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$ como variáveis explicativas. Dessa forma, se não existir heteroscedasticidade, espera-se que os resíduos ao quadrado não aumentem ou diminuam com o aumento do valor predito, apresentando uma variância constante. Ou seja, o teste de *Breusch-Pagan* tenta identificar uma relação entre os resíduos e o valor predito pelo modelo.

$$u_i = \frac{\varepsilon_i^2}{SQR/n}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (21)$$

2.2.6 Validação do modelo de regressão

O processo de validação do modelo de regressão é importante para mensurar a estabilidade e a capacidade preditiva do modelo. A preocupação fundamental desse processo é garantir que os resultados sejam generalizáveis à população, e não especificamente ao conjunto de dados utilizados na estimativa (HAIR et al., 2009).

Werkema e Aguiar (1996), Hair et al. (2009) apresentam três tipos de procedimentos que são geralmente utilizados para validar um modelo de regressão, são eles:

1. Análise dos coeficientes do modelo e de valores preditos, essa abordagem depende de experiências anteriores e conhecimento do fenômeno modelado para avaliar a estabilidade e a magnitude dos dados;

2. Coleta de novos dados para avaliar o modelo ajustado e sua capacidade preditiva, o objetivo da recoleta é confirmar se o modelo é também aplicável aos novos dados e não apenas ao conjunto de dados utilizados no ajuste;
3. Validação cruzada, dessa forma dividem-se os dados em *estimação* e *predição*, os dados de *estimação* são utilizados para o ajuste do modelo e os dados de *predição* são utilizados para avaliar a capacidade preditiva.

Para [Hair et al. \(2009\)](#) e [Kutner et al. \(2010\)](#), uma alternativa para obter amostras adicionais para fins de validação é empregar a amostra original de uma maneira especializada, calculando a estatística PRESS (Soma de quadrados de predição), uma medida que avalia a precisão preditiva do modelo de regressão estimado. Geralmente a estatística PRESS é utilizada quando não é possível realizar uma nova coleta para avaliar o modelo, ou subdividir os dados para realizar uma validação cruzada devido a dificuldade ou escassez na coleta de dados.

A estatística PRESS é calculada eliminando-se o *i*-ésimo valor do conjunto de dados, estima-se uma nova função de regressão que é utilizada para prever o dado omitido. A soma quadrática de todos os erros de predição define o valor PRESS, dado pela equação

$$PRESS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_{(i)})^2, \quad (22)$$

em que $\hat{y}_{(i)}$ é o valor predito da regressão sem a *i*-ésima observação.

O valor PRESS ([ALLEN, 1974](#)) assemelha-se ao valor da SQR (eq. (5)) e segundo [Kutner et al. \(2010\)](#), um valor de PRESS razoavelmente próximo da SQR é um indicador da validade do modelo de regressão. No uso desse critério, o modelo com menor valor PRESS apresenta maior capacidade preditiva.

Um complemento à estatística PRESS é o valor do R^2 para predição (R^2_{Pred}), esse critério, geralmente, é mais intuitivo do que o valor PRESS devido a sua similaridade com o coeficiente de determinação (R^2). O R^2_{Pred} é dado pela expressão

$$R^2_{Pred} = \left(1 - \frac{PRESS}{SQT} \right) * 100, \quad (23)$$

ou seja, é a razão entre o PRESS e a soma de quadrados total (SQT). Segundo [Myers et al. \(2016\)](#), este coeficiente também é um indicador da capacidade preditiva do modelo, e quanto mais próximo for de 100% mais o modelo consegue predizer valores de novas observações.

2.3 Modelos de Regressão em Compósitos com Matriz Cimentícia

Diversos estudos relacionam as propriedades mecânicas de materiais cimentícios com a composição desses materiais, tais como: relação água/cimento, porosidade do material, relação agregado/cimento e tipos de agregados. A análise de regressão é uma ferramenta que pode ser utilizada na estimativa dos parâmetros de equações teóricas já existentes ou na modelagem de novas equações.

[Abrams \(1919\)](#) propôs um modelo teórico que utiliza a relação de água/cimento como principal fator na influência da resistência à compressão do concreto. A chamada Lei de Abrams é utilizada ainda hoje na dosagem racional do concreto para definir a proporção entre os materiais, possibilitando a obtenção das propriedades mecânicas específicas de projeto. Métodos de dosagem como o da ABCP ([RODRIGUES, 1995](#)) e o método americano ([ACI211, 1991](#)) utilizam a Lei de Abrams como referência no processo. A Lei de Abrams é definida pela expressão

$$f_c = \frac{\beta_0}{\beta_1^x} \quad (24)$$

em que f_c é a resistência à compressão, x a relação água/cimento da mistura, β_0 e β_1 são constantes cujos valores dependem da qualidade do cimento usado, da idade do concreto e das condições de cura. Essas constantes podem ser estimadas utilizando análise de regressão em um conjunto de dados conhecido.

[Lyse \(1932\)](#) e [Priszkulnik e Kirilos \(1974\)](#) apresentam outros modelos teóricos utilizados na dosagem racional do concreto. A Lei de Lyse utiliza a relação água/cimento para estimar a relação em massa seca de agregado/cimento para uma determinada família de concretos da mesma consistência no estado fresco. A equação da Lei de Lyse é dada como

$$m = \beta_0 + \beta_1 x \quad (25)$$

em que m é a relação em massa seca de agregado/cimento, x a relação água/cimento da mistura, β_0 e β_1 são constantes cujos valores dependem da família de concreto em relação a consistência. O modelo apresentado por [Priszkulnik e Kirilos \(1974\)](#), correlaciona o valor do traço seco apresentado por [Lyse \(1932\)](#) com o consumo de cimento (c). A equação da Lei de Priszkulnik e Kirilos aparece como:

$$c = \frac{1000}{\beta_0 + \beta_1 m}. \quad (26)$$

A análise de regressão é bastante utilizada nos modelos teóricos associados a dosagem racional, onde são realizados ensaios experimentais de dosagem para posteriormente

estimar uma equação de regressão, com o objetivo de realizar análise numérica e predição de valores fora dos dados ensaiados.

Outras equações encontradas na literatura são as que correlacionam a porosidade do material com a resistência à compressão (RYSHKEWITCH, 1953; SCHILLER, 1958; POWERS, 1958; HASSELMAN, 1963). Isso devido a relação que existe entre a resistência do material cimentício com a existência de poros na matriz, segundo Neville (2013), há uma redução de 30% na resistência com 5% de vazios ou uma perda de 10% de resistência com 2% de vazios na matriz cimentícia. O modelo proposto por Powers (1958), um dos mais utilizados, tem a seguinte forma

$$f_c = \beta_0 s^{\beta_1}, \quad (27)$$

em que s é a razão sólido/espaço, que pode ser interpretado como $1 - p$, onde p é a porosidade do material; β_0 e β_1 são constantes cujos valores dependem do material utilizado. Um interpretação prática para β_0 é que esse seja o valor da resistência intrínseca do material sob porosidade zero.

Em trabalhos mais recentes, Lian et al. (2011) propõem um novo modelo relacionando a porosidade com a resistência mecânica do concreto, o estudo apresentado pelo autor utiliza três tipos diferentes de agregados graúdos: quartzito, calcário e dolomite, e varia a proporção de agua/cimento presentes na mistura para obter amostras com diferentes resistências e porosidades. A porosidade total foi estimada através de uma equação análoga a equação de Hoff (1972), mas incorporando a proporção e tipos de agregados da mistura. O modelo proposto foi derivado da teoria de fratura frágil (GRIFFITH, 1921) e apresenta a seguinte forma:

$$f_c = \sqrt{\beta_0(1-p)^{\beta_1} e^{-\beta_2 p}}, \quad (28)$$

em que p é a porosidade do concreto, e β_0 , β_1 e β_2 são constantes do modelo que devem ser estimadas. Embora a eq. (28) tenha sua forma paramétrica não linear, o autor utilizou transformações algébricas para linearizar o modelo e realizar a regressão linear múltipla. Ao final do trabalho, Lian et al. (2011) sugere que fatores como a forma e absorção de água pelo agregado sejam contabilizados separadamente, visto que não foram levados em consideração no modelo proposto.

Em outro trabalho, Cabral et al. (2009) investigaram a influência do agregado reciclado de cerâmica vermelha nas propriedades mecânicas do concreto, propondo modelos que descrevem o comportamento das propriedades de resistência à compressão, módulo de deformação e volume de poros permeáveis ao substituir o agregado natural pelo reciclado. Os modelos propostos pelo autor definem um percentual a ser aplicado na propriedade estudada com base na quantidade de agregado natural substituído pelo

reciclado. Os modelos ajustados reportados pelo autor foram

$$f_c = \left(\frac{102,43}{5,38^{a/c}} \right) [1 - (0,371rvg - 0,138rvm)], \quad (29)$$

$$E_c = \left(\frac{21,69}{a/c^{0,5}} \right) [1 - (0,440rvg - 0,113rvm)], \quad (30)$$

$$VPP(\%) = 15,1(a/c^{0,23})(1 + 0,64rvg)(1 + 0,29rvm), \quad (31)$$

em que a/c a relação água/cimento, rvg o agregado graúdo de cerâmica vermelha, rvm o agregado miúdo de cerâmica vermelha, E_c o módulo de deformação e VPP o volume de poros permeáveis em porcentagem.

[Lopes et al. \(2013\)](#) investigaram a influência dos agregados não convencionais de EVA e fibras vegetais de piaçava na resistência mecânica de argamassa leve, utilizando das técnicas de regressão linear múltipla e análise de variância para construir modelos para a resistência à compressão e resistência à tração. Os modelos tiveram como variáveis explicativas a relação água/cimento (a/c), percentual de incorporação do EVA (Q_e), percentual de incorporação da fibra (Q_f) e granulometria do EVA (d_g). Os modelos ajustados reportados neste trabalho foram

$$f_c = -37,73214928 + 67,15677494(a/c) + 4,35268838(d_g) + 6,31800435(Q_e) \quad (32)$$

$$\begin{aligned} &+ 15,12796158(Q_f) - 5,97676785(a/c)(d_g) - 9,99585312(a/c)(Q_e) \\ &- 0,38721430(d_g)(Q_e) - 22,05261275(a/c)(Q_f) - 0,76571970(d_g)(Q_f) \\ &- 1,97621287(Q_e)(Q_f) + 0,56981463(a/c)(d_g)(Q_e) \\ &+ 1,07284834(a/c)(d_g)(Q_f) + 2,87577621(a/c)(Q_e)(Q_f) \\ &+ 0,09143254(d_g)(Q_e)(Q_f) - 0,13167507(a/c)(d_g)(Q_e)(Q_f) \end{aligned}$$

$$f_t = -0,03974522 + 3,57863202(a/c) + 0,43321849(Q_e) \quad (33)$$

$$\begin{aligned} &+ 0,0121667(Q_f) + 0,30107124(d_g) - 0,77859916(a/c)Q_e \\ &- 0,02557953(Q_e d_g) - 0,45317503(a/c)d_g + 0,03972670(a/c)d_g Q_e, \end{aligned}$$

em que f_c é a resistência à compressão e f_t a resistência à tração.

Embora as eqs. (32, 33) reportadas por [Lopes et al. \(2013\)](#) tenham apresentado R^2 da ordem de 90%, descrevendo de maneira satisfatória as propriedades mecânicas, os modelos utilizam de muitos parâmetros e variáveis independentes para descrever o fenômeno. Isso contraria o princípio da parcimônia, em que, modelos mais simples devem ser escolhidos aos mais complexos, desde que a qualidade do ajuste seja similar.

Outro ponto negativo dos modelos é que, em teoria, existe uma relação não linear entre a composição do compósito e as propriedades mecânicas (resistência à compressão e tração), ao utilizar uma regressão linear o modelo distânciaria-se deste fenômeno, dificultando por exemplo, o estudo de dosagem racional.

Nesse contexto, verifica-se que a utilização de técnicas de análise de regressão para modelar as propriedades mecânicas dos compósitos de matriz cimentícia, utilizando como base a sua composição, mostra-se como uma alternativa viável.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo é dividido metodologicamente em duas etapas, a coleta de dados e a modelagem matemática de cada propriedade estudada. A coleta e preparo dos dados é uma fase essencial, visto que é necessário obter diferentes combinações entre as variáveis do processo para realizar um análise multivariada. Como o objetivo é modelar a influência dos agregados não convencionais de resíduos de EVA com as fibras de piaçava nas propriedades mecânicas de compósitos cimentícios, tornou-se necessário obter dados de diferentes traços de argamassa e concreto contendo diferentes proporções desses agregados.

A coleta de dados foi separada entre dados de argamassa e concreto. Os dois grupos de dados foram coletados a partir de ensaios mecânicos, realizados segundo a norma vigente para cada um destes ensaios, utilizando os agregados de EVA e fibras de piaçava para os dois grupos.

A etapa de modelagem matemática foi realizada por meio de análise multivariada com técnicas de regressão múltipla, visando, medir, explicar e prever o grau de relacionamento entre variáveis estatísticas (combinações ponderadas de variáveis). O procedimento proposto foi utilizado para os dois grupos de dados, modelando as propriedades da argamassa e concreto ao se utilizar os agregados não convencionais citados.

3.1 Coleta e Preparo de Dados

3.1.1 Dados de concreto

O conjunto de dados referente às misturas de concreto utilizados neste trabalho foram produzidos e coletados em conjunto com [Dias \(2017\)](#). Todos os ensaios foram realizados no Laboratório de Materiais de Construção Civil (LMCC) localizado na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC).

Foram definidos 10 traços diferentes de concreto, alterando as porcentagens de EVA e fibras de piaçava em cada mistura. Inicialmente foi definido o traço do concreto de referência, concreto comum sem a utilização do EVA ou fibras. Para o cálculo do traço, foi utilizado o método de dosagem da Associação Brasileira de Cimento Portland (ABCP), onde foi escolhido uma resistência a tensão de compressão de 20MPa como referência. O traço do concreto de referência é dado por 1:1,7:3,4:0,62 (cimento:areia:brita:água) em massa.

Com base no concreto de referência, foram definidos os traços dos concretos especiais, contendo os agregados de EVA e fibras de piaçava. Para cada traço, os agregados de EVA e de fibras foram alterados em diferentes proporções, o agregado de EVA foi utilizado em substituição ao agregado graúdo (brita) em volume, nas proporções de 5, 15 e 25%, ou seja, retirou-se o agregado graúdo da mistura de referência e adicionou os resíduos de EVA na mesma proporção em volume. As fibras de piaçava, por outro lado, foram incorporadas a mistura nas porcentagens de 0, 1 e 2% do volume total.

Foi utilizada uma granulometria inferior a $850 \mu\text{m}$ para o EVA. Para as fibras, foi utilizando um tamanho padrão de 2 cm. A figura 16 ilustra a distribuição dos 10 traços de concreto utilizados nesta pesquisa. Os detalhes das propriedades dos materiais utilizados na produção dos traços de concreto estão apresentados na tabela 1.

Figura 16 – Diagrama dos traços de concreto utilizados na coleta de dados, considerando o tipo de concreto, substituição pelo EVA e incorporação de fibras

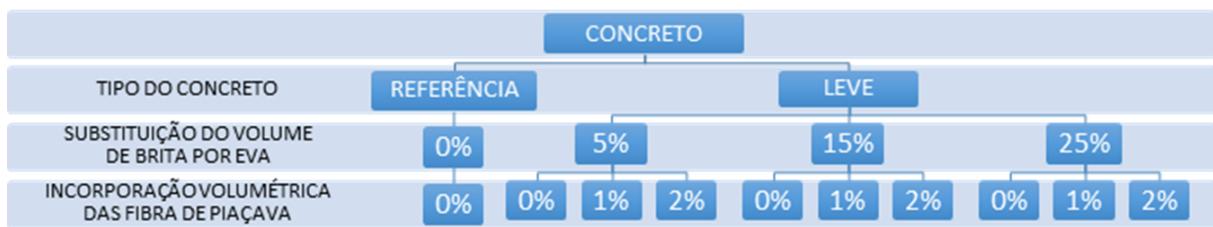


Tabela 1 – Propriedades dos materiais utilizados na fabricação dos corpos de prova de concreto

Material	Massa Específica (g/cm^3)	Massa Unitária (g/cm^3)	Diâmetro Máx. Brita (mm)	Módulo de Finura	Identificação
Cimento	2,96	-	-	-	MIZU CP II E 40 RS
Areia	2,194	-	-	1,89	-
Brita 1	2,488	1,462	19	-	Gnaisse
Brita 0	2,451	1,381	-	-	Gnaisse
Água	1	-	-	-	-
EVA	0,409	-	-	-	-
Fibra de Piaçava	1,112	-	-	-	-

Para cada traço, foram moldados corpos de prova cilíndricos de 10 cm de diâmetro por 20 cm de altura seguindo a NBR 5738:2015 (ABNT, 2015a). Após a cura dos corpos de prova em tanque coberto, durante 28 dias, foram realizados ensaios mecânicos para aferir a resistência à compressão, resistência à tração e o módulo de deformação.

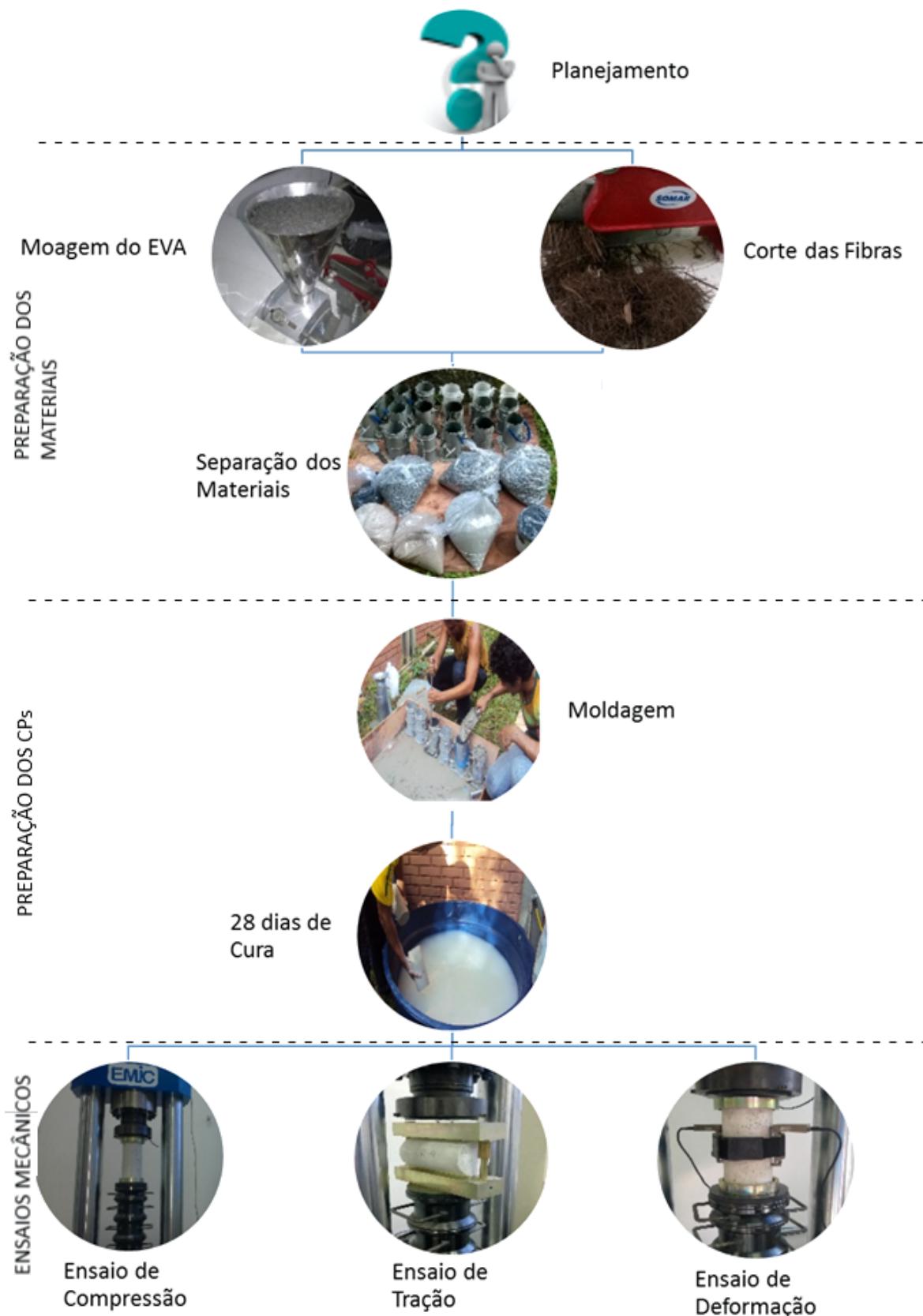
A resistência à compressão foi determinada por meio do ensaios de compressão axial, realizados de acordo com a NBR 5739:2007 ([ABNT, 2007](#)). A resistência à tração foi determinada através do ensaios de tração na compressão diametral, realizado de acordo com a NBR 7222:2011 ([ABNT, 2011](#)). O módulo de deformação foi determinado de acordo com a NBR 8522:2008 ([ABNT, 2008](#)).

Foram utilizados três corpos de prova para cada mistura em cada ensaio realizado, considerando como resultado da propriedade o valor médio dos três ensaios. Ao longo dessa etapa, foram moldados, curados e ensaiados aos 28 dias um total de 90 corpos de prova. É possível observar na tabela 2 os resultados dos ensaios de compressão, tração e módulo de deformação. A figura 17 ilustra as etapas realizadas para a coleta dos dados de concreto.

Tabela 2 – Resultados dos ensaios mecânicos (resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação) de cada traço de concreto, considerando a concentração dos agregados não convencionais

Traço	EVA (%)	Fibra (%)	Compressão (MPa)	Tração (MPa)	Deformação (GPa)
1	0	0	21,08	3,23	36,71
2	5	0	22,57	2,63	34,43
3	15	0	15,16	2,38	28,74
4	25	0	10,01	1,26	23,34
5	5	1	17,27	2,64	35,78
6	15	1	18,33	2,02	30,92
7	25	1	11,65	1,79	21,22
8	5	2	16,7	2,3	31,44
9	15	2	15,94	2,53	24,38
10	25	2	11,02	1,96	20,61

Figura 17 – Diagrama do processo de coleta de dados do concreto.



3.1.2 Dados de argamassa

Os dados de argamassa utilizados neste trabalho foram gerados por [Lopes \(2012\)](#), que produziu um total de 81 diferentes traços de argamassas contendo agregados de EVA e fibras de piaçava para diferentes granulometrias e proporções de material cimentício. Os ensaios foram realizados no Laboratório de Ensaios Mecânicos e Resistência dos Materiais (LEMER) localizado na Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC).

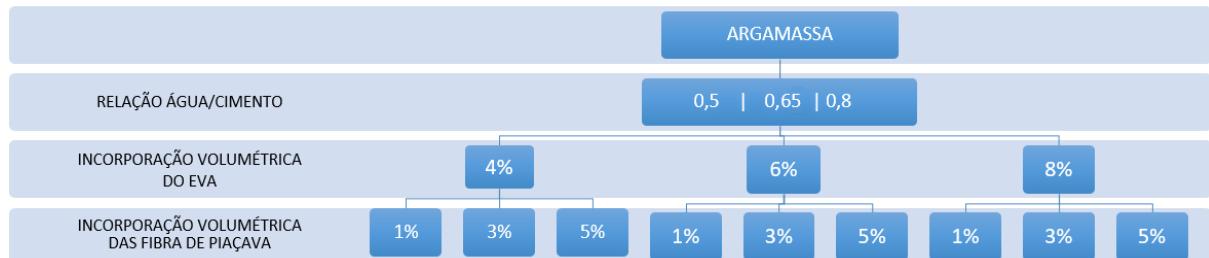
Para este trabalho, utilizaram-se 27 diferentes traços, selecionando apenas os traços semelhantes aos utilizados no concreto, dessa forma foram mantidos os valores da granulometria do EVA. A fixação desses traços tem como principal objetivo a redução da quantidade de variáveis explicativas e a similaridade com os dados coletados para concreto.

[Lopes \(2012\)](#) incorporou os agregados a um traço fixo de 1:0,5 (material cimentício:areia), sendo o material cimentício (aglomerante) composto por 50% cimento, 30% metacaulinita e 20% cinza volante. O agregado de EVA foi incorporado nas proporções de 4, 6 e 8% do volume total do traço. Para as fibras, utilizaram-se as proporções de 1, 3 e 5% do volume total do traço. Foram utilizadas as variações da relação água/cimento de 0,5, 0,65 e 0,8 para a estimação dos parâmetros dos modelos.

A granulometria do EVA utilizada neste trabalho foram os grãos maiores que 0,650 mm e menores que 0,850 mm, isto é, grãos retidos na peneira de 30 mesh; no caso das fibras de piaçava, utilizou-se um comprimento padrão de 2 cm.

A figura 18 ilustra a distribuição dos 27 traços de argamassas utilizados neste trabalho, a tabela 3 detalha as propriedades de cada material utilizado na produção dos traços.

Figura 18 – Diagrama dos traços de argamassa utilizados na coleta de dados, considerando a relação água/cimento, incorporação de EVA e fibras



Para cada traço, os autores moldaram corpos de prova cilíndricos de 5 cm de diâmetro por 10 cm de altura e corpos de prova prismáticos de 4 cm de largura e 16 cm de comprimento. Os corpos de prova foram ensaiados após 28 dias de cura. É possível observar na tabela 4 os resultados dos ensaios de compressão, tração e módulo de

Tabela 3 – Propriedades dos materiais utilizados no cálculo dos traços de argamassa

Material	Massa Específica (g/cm^3)	Identificação
Cimento	3,04	CP V Ari
Metacaulinita	2,72	
Cinza Volante	2,33	
Areia	2,63	
EVA	0,24	
Fibra de Piaçava	1,12	
Água	1	

Fonte: Lopes (2012).

deformação dos traços estudados, em que, foram realizados três ensaios por traço em cada propriedade, utilizando assim como valor da propriedade a média dos resultados.

3.2 Modelagem Matemática

Na modelagem matemática, utilizou-se a metodologia estatística de análise multivariada por meio de Regressão Polinomial, descrita na seção 2.2.1. A escolha deve-se ao fato dos resultados dos ensaios analisados e a busca na literatura científica previamente apresentarem uma relação não linear entre as propriedades mecânicas e as concentrações de agregados (ABRAMS, 1919; PRISZKULNIK; KIRILOS, 1974; LYSE, 1932). Dessa forma, optou-se pela utilização de um polinômio de grau 2 com duas variáveis explicativas que representam os agregados de EVA e das fibras utilizadas neste trabalho. A forma geral do modelo é apresentada na eq. (34)

$$Y = \beta_0 + \beta_1 e + \beta_2 f + \beta_3 e^2 + \beta_4 f^2 + \beta_5 e f + \varepsilon, \quad (34)$$

onde, e e f representam as porcentagens de EVA e fibras presentes na mistura; β_0 representa o comportamento do compósito cimentício sem concentração de agregados, ou seja, argamassa e concreto normal; β_1 e β_2 estão relacionados aos efeitos lineares dos agregados; β_3 e β_4 estão relacionados aos efeitos quadráticos do EVA e das fibras; β_5 é o parâmetro associado ao efeito de interação conjunta entre os dois tipos de agregados, e o ε_i representa o erro de ajuste. O Y , sendo a variável dependente, representa a propriedade no compósito que está sendo estimada, podendo ser igual a resistência à compressão (f_c), resistência à tração (f_t) ou o módulo de deformação (ε_c).

Para as análises estatísticas e cálculos dos efeitos de interação entre as variáveis do processo, foram desenvolvidos algoritmos no Software Estatístico R (FOUNDATION, 2016). Os algoritmos desenvolvidos foram utilizados para estimação dos coeficientes de regressão, testes de hipóteses, análise de resíduos e validação dos modelos.

Tabela 4 – Resultados dos ensaios mecânicos (resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação) de cada traço de argamassa

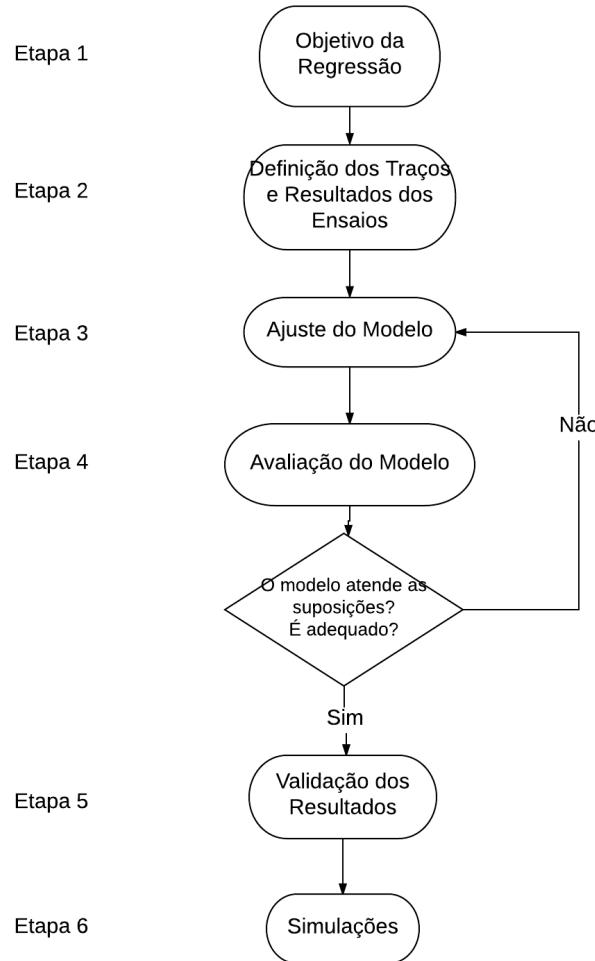
Traço	a/c	EVA (%)	Fibra (%)	Compressão (MPa)	Tração (MPa)	Deformação (GPa)
1	0,5	4	1	18,18	2,95	5,60
3	0,5	4	5	26,08	4,08	5,09
4	0,5	6	1	23,56	3,43	5,60
5	0,5	6	3	20,68	3,08	3,95
6	0,5	6	5	20,17	3,46	6,06
7	0,5	8	1	19,61	2,98	4,16
8	0,5	8	3	21,54	3,06	4,84
9	0,5	8	5	17,72	2,97	5,02
10	0,65	4	1	16,76	2,02	3,54
11	0,65	4	3	14,06	1,97	3,77
12	0,65	4	5	10,59	1,84	3,72
13	0,65	6	1	14,62	2,12	3,70
14	0,65	6	3	10,70	1,74	2,72
15	0,65	6	5	9,17	2,01	3,13
16	0,65	8	1	12,73	1,75	2,02
17	0,65	8	3	11,20	1,60	2,44
18	0,65	8	5	9,52	1,71	2,77
19	0,8	4	1	3,62	1,24	2,26
20	0,8	4	3	6,67	1,20	1,90
21	0,8	4	5	4,43	1,05	1,62
22	0,8	6	1	3,87	0,92	1,07
23	0,8	6	3	4,53	0,91	2,14
24	0,8	6	5	3,72	0,99	1,96
25	0,8	8	1	6,67	1,33	1,91
26	0,8	8	3	5,55	0,94	1,65
27	0,8	8	5	4,94	1,12	1,70

Fonte: [Lopes \(2012\)](#).

O diagrama da figura 19 ilustra os passos utilizados para modelagem matemática de cada propriedade estudada dos compósitos. Utilizando como entrada os dados dos resultados dos ensaios mecânicos (compressão, tração e módulo de deformação) e a composição do traço coletados na etapa anterior, e tendo como saída o modelo matemático ajustado. As etapas descritas foram realizadas para os dois grupos de dados, argamassa e concreto.

A etapa 1 define o objetivo da regressão, que consiste em modelar uma das propriedades dos compósitos estudados (compressão, tração e módulo de deformação). É nesta etapa que são definidas as variáveis dependentes e independentes do modelo. Tendo a resistência à compressão (f_c), a resistência à tração (f_t) e o módulo de deformação (ε_c) como variáveis dependentes, as que queremos estimar através do modelo

Figura 19 – Diagrama do processo de modelagem matemática



ajustado. Como variáveis independentes, utilizaremos as concentrações de agregados em cada traço, as porcentagens de EVA (e) e as porcentagens de fibras de piaçava (f).

A etapa 2 está relacionada aos resultados dos ensaios e à composição de cada traço, esta etapa foi definida na seção de coleta e preparo de dados (3.1), de modo que os dados do grupo de argamassa estão apresentados na tabela 4 e os dados do grupo de concreto na tabela 2. Os dados obtidos nessa etapa foram utilizados para o ajuste dos modelos de regressão de cada propriedade na etapa seguinte.

Na etapa 3 é onde se define a forma do modelo e se realiza o processo de estimativa dos parâmetros. Inicialmente todos os modelos apresentam a forma completa de um polinômio de grau 2 com duas variáveis explicativas apresentado na eq. (34). O método utilizado para estimar os parâmetros β_i , valores que melhor ajustam o modelo ao conjunto de dados, foi o método dos mínimos quadrados (WERKEMA; AGUIAR, 1996). O Software Estatístico R conta com diversas implementações desse método, tendo um suporte abrangente para a regressão linear múltipla.

Foram utilizados os dados da etapa anterior para ajustar os modelos propostos,

como o parâmetro β_0 é uma constante, alterou-se a forma do modelo geral no momento da regressão para estimar os demais parâmetros. Utilizando o conjunto de dados de regressão $[(e_i, f_i, y_i) ; i = 1, 2, \dots, n]$, que representam as concentrações de EVA (e_i) e fibras (f_i) para uma determinada propriedade (y_i), pode-se então, ajustar o modelo na seguinte forma:

$$y_i - \beta_0 = \beta_1 e_i + \beta_2 f_i + \beta_3 e_i^2 + \beta_4 f_i^2 + \beta_5 e_i f_i + \varepsilon_i . \quad (35)$$

Essa forma remete a regressão linear múltipla, visto que a eq. (35) pode ser escrita da seguinte maneira,

$$Y_i = \beta_1 X_{1_i} + \beta_2 X_{2_i} + \beta_3 X_{3_i} + \beta_4 X_{4_i} + \beta_5 X_{5_i} i + \varepsilon_i . \quad (36)$$

Utilizou-se da função "lm(..)" do R, função essa utilizada para construir modelos lineares de regressão e estimar os parâmetros do modelo. A figura 20 ilustra a execução deste comando no ajuste inicial do modelo de concreto para compressão axial.

Figura 20 – Estimação dos parâmetros de um modelo de regressão usando a função *lm(..)* do software R

```
> modelo <- lm(y~0+EVA+FIBRA+EVA:FIBRA+I(EVA^2)+I(FIBRA^2), data=dados)
> modelo

call:
lm(formula = y ~ 0 + EVA + FIBRA + EVA:FIBRA + I(EVA^2) + I(FIBRA^2),
    data = dados)

Coefficients:
            EVA          FIBRA        I(EVA^2)      I(FIBRA^2)   EVA:FIBRA
              1.15       -187.54      -186.84     -5717.61      1596.04
```

Após estimados os parâmetros do modelo na forma da eq. (36), a etapa 4 é de avaliação, em que foi realizado o processo de eliminação *Backward* para determinar o melhor conjunto de termos que podem conformar os modelos de regressão, retirando termos que não contribuem ativamente para uma melhor qualidade do modelo. A escolha do processo *Backward* dar-se ao fato de partir de um modelo completo, contendo todas as variáveis preditoras envolvidas, simplificando o processo ao escolher a variável que deve ser retirada.

Ainda nessa etapa, os coeficientes de qualidade dos modelos são avaliados, foram realizados os testes de hipóteses de *Shapiro-wilk*, *Durbin-Watson* e *Breusch-Pagan* em conjunto com uma análise gráfica dos resíduos para determinar se os modelos respeitam os principais pressupostos. Também foi calculado o Coeficiente de Determinação (R^2) para determinar a qualidade de ajuste aos dados. Todos os testes de hipóteses utilizaram o nível de significância α de 5%, valor considerado razoável para a maioria das aplicações estatísticas.

A etapa 4 é uma etapa iterativa, pois a depender dos resultados encontrados, torna-se necessário refazer a etapa 3 com uma nova forma paramétrica para o modelo. Como descrito anteriormente, a seleção *Backward* incorpora inicialmente todas

as variáveis e depois, por etapas, cada uma pode ser ou não eliminada. A decisão de retirada da variável é tomada baseando-se em testes F parciais, que são calculados para cada variável como se ela fosse a última a entrar no modelo. Sendo assim, caso seja necessário retirar alguma variável do modelo, volta-se a etapa 3, estimando novamente os parâmetros sem a variável retirada.

Embora o processo de seleção *Backward* possa ser automatizado, optou-se pela intervenção do pesquisador em cada uma das iterações, visto que em alguns casos, mais de uma variável pode ser elegível pelo teste F a ser retirada do modelo, nesses casos, a decisão fica a cargo do pesquisador qual variável retirar, analisando os demais indicadores de qualidade de ajuste e a base de conhecimento. A figura 21 ilustra a saída dos valores de um teste F parcial para as variáveis, onde é possível observar o indicativo que mais de uma variável pode ser retirada. No exemplo em questão, quatro variáveis estão elegíveis para sair do modelo segundo o teste F, sendo elas: o efeito linear e quadrático das fibras, o efeito quadrático do EVA e o efeito de interações entre os agregados.

Figura 21 – Exemplo de resultado dos testes F parciais para o modelo de resistência à compressão na argamassa

Analysis of Variance Table

Response: y	Df	Sum Sq	Mean Sq	F value	Pr(>F)	
AC	1	22.7408	22.7408	322.7196	2.22e-13	***
I(AC^2)	1	0.6957	0.6957	9.8731	0.005366	**
EVA	1	0.4440	0.4440	6.3009	0.021280	*
FIBRA	1	0.0135	0.0135	0.1921	0.666086	
I(EVA^2)	1	0.0033	0.0033	0.0469	0.830901	
I(FIBRA^2)	1	0.0244	0.0244	0.3465	0.563008	
EVA:FIBRA	1	0.0837	0.0837	1.1881	0.289339	
Residuals	19	1.3389	0.0705			

A etapa 5, etapa de validação dos resultados, tem por objetivo avaliar a estabilidade e a capacidade preditiva do modelo. Utilizou-se o critério PRESS ([ALLEN, 1974](#)) em conjunto com o R^2 de predição, esse é um critério indicado quando o conjunto de dados utilizados na estimação dos modelos não pode ser subdividido, ou mesmo, não havendo possibilidade de uma nova coleta. Esta é uma etapa importante quando deseja-se utilizar os modelos para predição de resultados, ou seja, utilizar os modelos em simulações para avaliar características importantes de cada propriedade.

Na etapa 6, a última etapa, utilizamos os modelos ajustados e validados em simulações. O objetivo geral é simular concentrações de agregados ainda não estudados, analisando a influência desses agregados nas propriedades mecânicas dos compósitos cimentícios e estimando valores ótimos para dosagem racional da argamassa e concreto.

De modo geral, essas seis etapas descrevem o processo de modelagem das

propriedades dos compósitos cimentícios estudados. Esse procedimento é executado de forma análoga para cada propriedade (resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação) dos dois grupos de dados, argamassa e do concreto.

3.2.1 Modelos de concreto

Para os modelos provenientes dos dados de concreto, em que é conhecida a resistência do traço sem a utilização dos agregados de EVA e de fibras (ver tabela 2) como concreto de referência (Traço 1). O coeficiente β_0 presente no modelo geral na eq. (34) não precisa ser estimado, pois utiliza-se o resultado do ensaio realizado no concreto de referência como constante. Essa metodologia reduz a quantidade de coeficientes que devem ser estimados e minimiza o resíduo geral do modelo.

O modelo de resistência à compressão (f_c), apresentado na eq. (37), tem como variável dependente a resistência à compressão axial determinada pela NBR 5739 (ABNT, 2007). Como variáveis independentes, utilizamos as porcentagens de EVA (e) e fibras de piaçava (f) presentes no traço. A constante σ_c representa o resultado do ensaio no concreto de referência e o ε o erro associado ao modelo

$$f_c = \sigma_c + \beta_3 e^2 + \beta_4 f^2 + \beta_5 e f + \varepsilon . \quad (37)$$

O modelo de resistência à tração (f_t), apresentado na eq. (38), tem como variável dependente a resistência à tração na compressão determinada pela NBR 7222:2011 (ABNT, 2011). Como variáveis independentes, utilizamos as porcentagens de EVA (e) e fibras de piaçava (f) presentes no traço. A constante σ_t representa o resultado do ensaio no concreto de referência e o ε o erro associado ao modelo

$$f_t = \sigma_t + \beta_1 e + \beta_2 f + \beta_5 e f + \varepsilon . \quad (38)$$

O modelo do módulo de deformação (ε_c), apresentado na eq. (39), tem como variável dependente o módulo de deformação determinada pela NBR 8522:2008 (ABNT, 2008). Como variáveis independentes, utilizamos as porcentagens de EVA (e) e fibras de piaçava (f) presentes no traço. A constante σ_ε representa o resultado do ensaio no concreto de referência e o ε o erro associado ao modelo

$$\varepsilon_c = \sigma_\varepsilon + \beta_1 e + \beta_4 f^2 + \varepsilon . \quad (39)$$

As eqs. (37, 38 e 39) são as formas finais dos modelos após o processo de seleção/eliminação de termos do modelo, mantendo apenas os parâmetros significativos. Os coeficientes obtidos para as equações e os resultados da qualidade de ajuste serão discutidos no próximo capítulo.

3.2.2 Modelos de argamassa

Para os modelos provenientes dos dados de argamassa, em que não existe o traço sem a utilização dos agregados de EVA e de fibras (ver tabela 4), o coeficiente β_0 , intercepto da eq. (34), deve ser estimado em conjunto com as demais variáveis, e representa o valor da argamassa de referência. Especificamente para os modelos de argamassa, foram acrescentados mais duas possíveis variáveis explicativas para representar a relação água/cimento (a), β_6 para o efeito linear e β_7 para o efeito quadrático. Desta forma, a eq. (34) toma a seguinte forma

$$Y = \beta_0 + \beta_1 e + \beta_2 f + \beta_3 e^2 + \beta_4 f^2 + \beta_5 e f + \beta_6 a + \beta_7 a^2 + \varepsilon . \quad (40)$$

O modelo de resistência à compressão (f_c), apresentado na eq. (41), tem como variável dependente a resistência à compressão axial determinada pela NBR 5739 (ABNT, 2007). Como variáveis independentes, utilizamos as porcentagens de EVA (e), fibras de piaçava (f) e a relação água/cimento (a) presentes no traço. O intercepto β_0 representa uma estimativa do valor da resistência da argamassa sem as utilizações dos agregados para o traço fixo estudado.

$$f_c = \beta_0 + \beta_1 e + \beta_2 f + \beta_5 e f + \beta_6 a + \varepsilon , \quad (41)$$

O modelo de resistência à tração (f_t), apresentado na eq. (42), tem como variável dependente a resistência à tração na compressão determinada pela NBR 7222:2011 (ABNT, 2011). Como variáveis independentes, utilizamos as porcentagens de EVA (e), fibras de piaçava (f) e a relação água/cimento (a) presentes no traço. A constante σ_t representa o resultado do ensaio no concreto de referência e ε o erro associado ao modelo.

$$f_t = \beta_0 + \beta_3 e^2 + \beta_4 f^2 + \beta_6 a + \beta_7 a^2 + \varepsilon , \quad (42)$$

O modelo do módulo de deformação (ε_c), apresentado na eq. (43), tem como variável dependente o módulo de deformação determinada pela NBR 8522:2008 (ABNT, 2008). Como variáveis independentes, utilizamos as porcentagens de EVA (e), fibras de piaçava (f) e a relação água/cimento (a) presentes no traço. A constante σ_ε representa o resultado do ensaio no concreto de referência e ε o erro associado ao modelo.

$$\varepsilon_c = \beta_0 + \beta_3 e^2 + \beta_5 e f + \beta_6 a + \varepsilon , \quad (43)$$

As eqs. (41, 42, 43) são as formas finais dos modelos após o processo de seleção/e-eliminação de termos do modelo, mantendo apenas os parâmetros significativos com

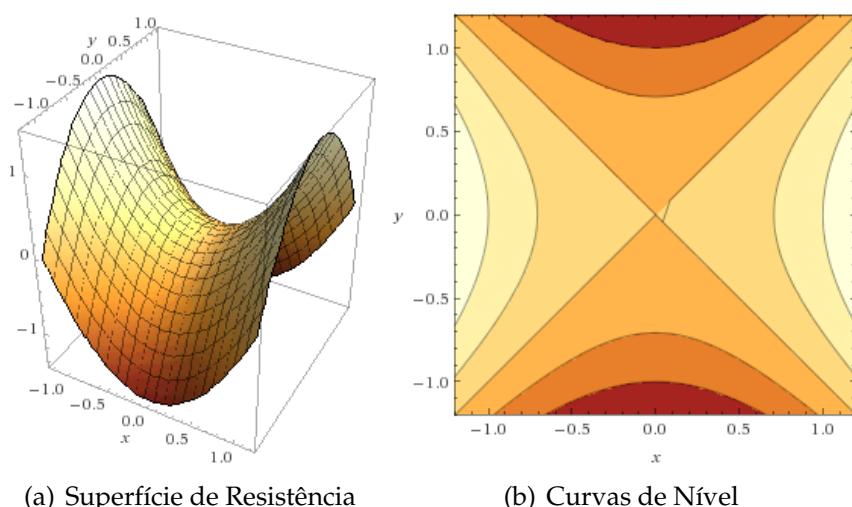
base nos teste F , testes de hipóteses e demais testes de qualidade de ajuste apresentados.

3.3 Simulação e Interpretação

Os modelos propostos para as propriedades de resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação para o concreto e argamassa foram utilizados em simulações, com os objetivos de interpretar a influência dos agregados de EVA e das fibras de piaçava e obter a proporção ótima desses agregados nas misturas. Para os modelos de argamassa, o valor utilizado para a relação água/cimento foi fixada igualmente ao do concreto, permitindo a simplificação na análise dos resultados e comparação com os dados de concreto. Dessa forma, o valor da variável a nas eqs. (41, 42, 43) foi fixada em 0,62.

Para descrever de forma gráfica a influência dos agregados nas propriedades mecânicas, foram utilizados gráficos de superfície em conjunto com as curvas de nível. Esses dois tipos de gráficos exploram a relação potencial entre três variáveis, no caso, a variável de resposta que está associada a propriedade mecânica e as duas variáveis explicativas, que são os agregados estudados. Com isso, foi possível descrever a superfície de resistência, cruzando os valores das resistências nas propriedades mecânicas estudadas, com a concentração dos agregados de EVA e de fibras. A imagem 22 exibe um exemplo em que as variáveis preditoras são exibidas nas escalas x e y , e a variável de resposta (z) é representada por uma superfície suave, no caso das curvas de nível, é exibida a relação tridimensional em duas dimensões, com os preditores x e y plotados e valores de resposta representados por contornos.

Figura 22 – Exemplo de gráfico de superfície e curvas de nível para equação $z = x^2 - y^2$



(a) Superfície de Resistência

(b) Curvas de Nível

O ponto crítico de cada modelo foi avaliado para maximizar a propriedade mecânica associada ao modelo, com o objetivo de identificar a proporção ótima entre os agregados de EVA e de fibras. Ou seja, ao analisar o máximo local por meio da primeira derivada parcial em relação as fibras, podemos identificar a proporção ótima de fibras de piaçava para uma determinada proporção de EVA, valor esse que maximiza a função resposta e otimiza a propriedade. Como exemplo, em que Y é um dos modelos apresentados, a expressão dada por

$$\frac{\partial Y}{\partial f} = 0, \quad (44)$$

ilustra a avaliação do ponto crítico. O teste da derivada segunda, dada pela expressão

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial f^2} < 0, \quad (45)$$

avalia se o ponto crítico é de fato um ponto de máximo.

Para os modelos em que a melhor proporção seja identificada, foi realizada uma análise de eficiência dada pela equação

$$\%E_Y(e, f) = \frac{Y(e, f_{max}) - Y(e, f)}{Y(e, f)} 100, \quad (46)$$

onde, f_{max} representa a melhor proporção de fibras para a proporção de EVA e . Esta análise, realizada por meio de um gráfico de superfície, possibilita observar em quais proporções dos agregados a eficiência ($\%E_Y$) é maior, justificando assim a utilização em conjunto.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, discutiremos os resultados obtidos para os modelos de concreto e argamassa, apresentando separadamente os resultados para os dois grupos de dados. A análise do resultado de cada grupo será realizada por meio de testes estatísticos para os estimadores de regressão, análise de resíduos e qualidade de ajuste, posteriormente, apresentamos as simulações para cada propriedade estudada.

4.1 Resultados Para os Modelos de Concreto

A partir do modelo completo (ver eq. (34)) contendo todos os parâmetros, foi realizado o processo de eliminação *Backward* para seleção dos parâmetros significativos de cada modelo. Esse processo foi realizado em todos os modelos, visando reduzir a quantidade de variáveis explicativas sem perder a qualidade de ajuste. A tabela 5 apresenta a execução do método *Backward* no modelo de resistência à compressão (f_c), exibindo os resultados dos *testes f parciais* em cada iteração do método *Backward*.

Tabela 5 – Iterações do método *Backward* e resultados dos testes F parciais dos parâmetros do modelo de resistência à compressão no concreto

Iteração	Resultados dos testes F parciais (valor- <i>p</i>)				
	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
1	0,9533	0,4748	0,0683	0,6326	0,0740
2	-	0,3831	0,0001	0,5759	0,0385
3	-	-	$3,99 \cdot 10^{-5}$	0,0112	0,0386

Em cada iteração um parâmetro é escolhido para ser retirado do modelo. Essa decisão leva em consideração o resultado do *teste f parcial*, onde, dado o nível de significância de 5%, temos que, o *valor-p* deve ser inferior a 0,05 para ser considerado significante ao modelo, levando em consideração também, a análise dos demais indicadores de qualidade de ajuste em conjunto com a base de conhecimento. A tabela 6 exibe o resultado final dos *testes F parciais* de cada modelo apresentado nas eqs. (37, 38 e 39) para cada propriedade estudada do concreto, os coeficientes de regressão estimados por meio de mínimos quadrados são exibidos na tabela 7.

Para o modelo de resistência à compressão (f_c), eq. (37), as constantes β_1 e β_2 que estão associados aos efeitos lineares do EVA e das fibras, foram retiradas do modelo no processo *Backward* devido a baixa significância no teste F, constatando assim, a pouca influência desses termos na resistência à compressão. Por tanto, no modelo f_c , aparecem

Tabela 6 – Resultados dos testes F parciais dos parâmetros dos modelos de concreto

Modelo	Resultados dos testes F parciais (<i>valor-p</i>)				
	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
f_c	-	-	$3,99 \cdot 10^{-5}$	0,0112	0,0386
f_t	$5,43 \cdot 10^{-6}$	0,0099	-	-	0,0046
ε_c	$6,98 \cdot 10^{-7}$	-	-	0,0268	-

apenas os termos associados aos efeitos quadráticos (β_3 e β_4) e ao efeito de interação conjunta β_5 ,

$$f_c = 21,08 - 185,69e^2 - 14359,42f^2 + 1485,49ef . \quad (47)$$

Para o modelo de resistência à tração (f_t), eq. (38), após o processo de eliminação *Backward*, foram mantidos os termos associados aos efeitos lineares β_1 e β_2 , e ao efeito de interação entre os agregados β_5 . Reduzindo o modelo f_t a

$$f_t = 3,23 - 7,47e - 37,32f + 295,34ef . \quad (48)$$

Por último, para o módulo de deformação (ε_c), eq. (39), o processo de eliminação *Backward* conduz a um modelo onde aparece o termo linear para o EVA β_1 e o termo quadrático para as fibras β_5 , na forma

$$\varepsilon_c = 36,71 - 53,00e - 7406,31f^2 . \quad (49)$$

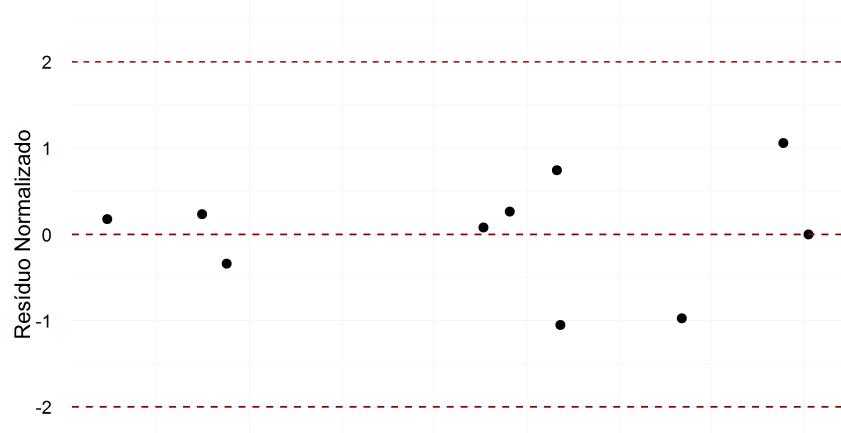
Tabela 7 – Valores das constantes para cada um dos modelos propostos para o concreto

Modelo	Estimativas				
	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
f_c	-	-	-185,69	-14359,42	1485,49
f_t	-7,47	-37,32	-	-	295,34
ε_c	-53,00	-	-	-7406,31	-

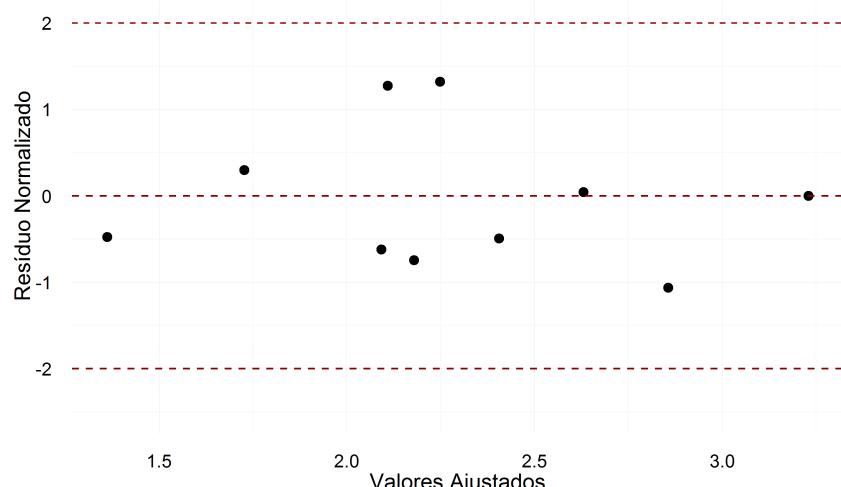
Além dos diferentes valores para os coeficientes estimados (ver tabela 7), a existência de diferentes coeficientes entre os modelos é um indicador de que os agregados de EVA e de fibras afetam o comportamento de cada propriedade através de mecanismos diferentes, modificando diferentes características do material.

Após o modelo de regressão ter seus coeficientes estimados, torna-se importante a análise de resíduos para garantir que os valores estimados β_k sejam não-enviesados, de modo a garantir os pressupostos da análise de regressão, tais quais a linearidade, normalidade, homocedasticidade e independência dos resíduos. Essa análise foi realizada por meio de gráficos de dispersão de resíduos, exibidos na figura 23 e de testes de hipóteses, apresentados na tabela 8.

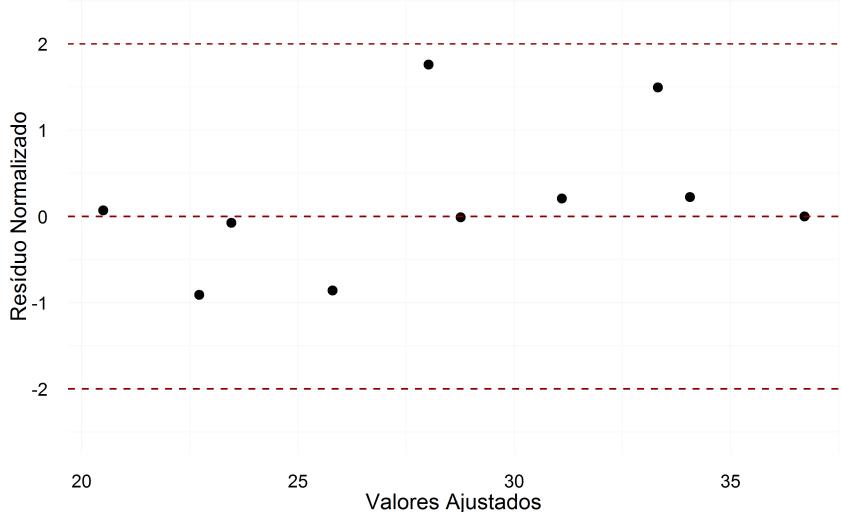
Figura 23 – Distribuição normalizada dos resíduos para os modelos propostos no concreto, (a) resistência à compressão, (b) resistência à tração e (c) módulo de deformação



(a) Resistencia à compressão (f_c)



(b) Resistência à tração (f_t)



(c) Módulo de deformação (ε_c)

Embora a análise de gráficos de dispersão dos resíduos seja, em certa medida, subjetiva, essa metodologia ajuda a entender o comportamento do modelo por meio dos resíduos. A figura 23 ilustra a distribuição normalizada dos resíduos para cada modelo, observamos que nenhum dos resíduos apresentam valores fora do intervalo (-2, 2), o que é um indicativo da não existência de *outliers*. Todos os resíduos apresentam distribuição aleatória e centrada no zero, o que é um indicador da independência dos erros e da validade dos pressupostos da análise de regressão.

Quanto aos testes de hipóteses (ver tabela 8), em que a análise é mais objetiva, percebe-se que em todas as situações estudadas o p-valor de cada teste é superior a 0,05 (5%). Considerando o nível de significância de 5% utilizado nos testes de *Shapiro-Wilk* para normalidade, *Durbin-Watson* para independência dos erros e *Breusch-Pagan* para homoscedasticidade, podemos afirmar que os pressupostos da análise de regressão foram atendidos.

Tabela 8 – Valores dos testes de hipóteses aplicados aos resíduos dos modelos ajustados para o concreto

Modelo	Shapiro-Wilk		Durbin-Watson		Breusch-Pagan	
	Resultado	p-valor	Resultado	p-valor	Resultado	p-valor
f_c	0,8962	0,1987	3,0040	0,9481	1,1766	0,5553
f_t	0,8955	0,1952	3,1322	0,9618	0,0345	0,9829
ε_c	0,8674	0,0932	2,2352	0,6850	0,0260	0,8720

Os resultados dos testes de hipóteses nos resíduos reforçam o bom ajuste dos modelos aos dados, indicando que os coeficientes estimados por mínimos quadrados são não tendenciosos ou imparciais, ou seja, estimados de maneira ótima.

Na tabela 9 são apresentados os avaliadores da qualidade de ajuste para cada modelo. Podemos constatar que todos os modelos apresentam um coeficiente de determinação (R^2) superior ou igual a 90%, indicando uma bom ajuste aos dados experimentais e que os modelos reproduzem apropriadamente a influência dos agregados não convencionais nas propriedades mecânicas do material. Em relação ao critério PRESS, observamos que para todos os modelos mostram-se na mesma ordem que a SQE, o que é um indicador da validade dos modelos propostos. Ao analisar o avaliador R_{pred}^2 , observamos que todos os modelos apresentam valor superior a 70%, reforçando a validade dos modelos para novas observações.

De modo geral, todos os modelos apresentaram uma boa capacidade preditiva pelo R_{pred}^2 e valores próximos de PRESS e SQE, como também satisfatórios valores do coeficiente de determinação (R^2). Esses resultados são fundamentais para que os modelos possam ser utilizados em simulações, nas quais, espera-se uma boa representação dos dados reais.

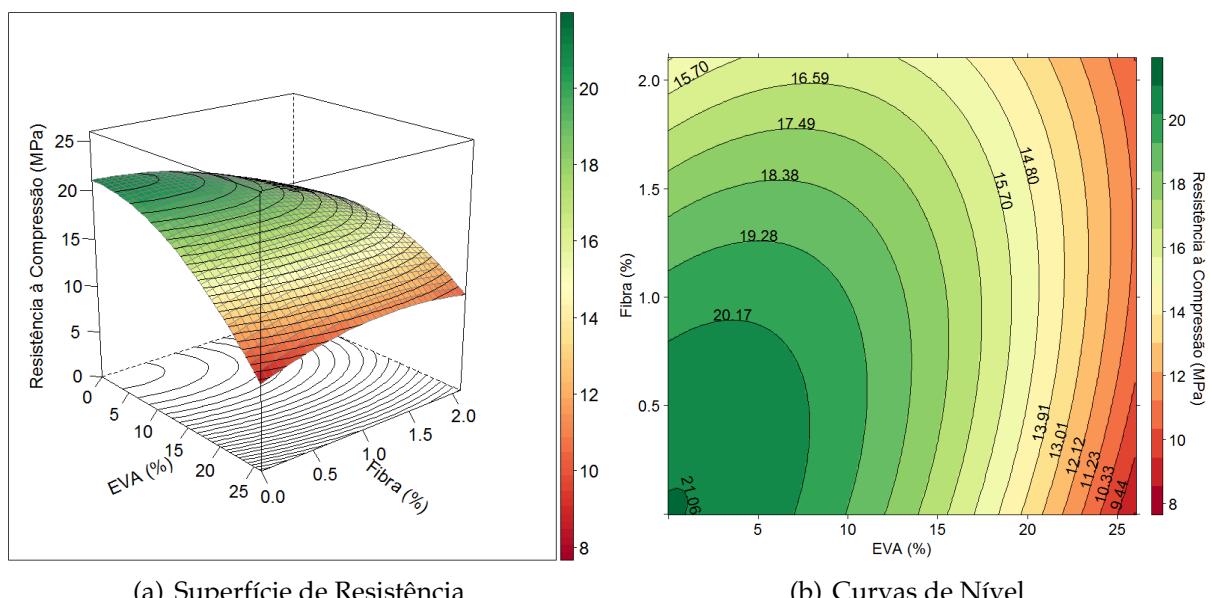
Tabela 9 – Parâmetros da qualidade de ajuste para os modelos ajustados para o material concreto

Modelo	R^2 (%)	SQE	PRESS	R^2_{pred} (%)
f_c	90,61	14,83	23,00	85,43
f_t	90,00	0,27	0,71	73,96
ε_c	94,40	19,00	25,62	92,45

Utilizando os modelos propostos para descrição e predição das propriedades mecânicas de resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação, torna-se possível estudar a influencia dos agregados de EVA e fibras de piaçava nessas propriedades, e assim, obter valores ótimos que podem ser utilizados para dosagem racional.

A figura 24 apresenta a superfície descritiva e as curvas de nível para a propriedade de resistência à compressão, segundo a eq. (47), e considerando as dosagens utilizadas neste estudo. Da análise da figura é possível concluir que a utilização do EVA reduz a resistência à compressão do concreto em todas as dosagens utilizadas, observando-se também uma recuperação parcial da resistência à compressão com a incorporação das fibras de piaçava. É possível observar que existe um ponto de equilíbrio na utilização das fibras em conjunto com o EVA, isso devido a curvatura apresentada nos gráficos, esse valor se torna interessante no estudo de dosagem racional, principalmente, pela efeito da utilização indiscriminada de fibras pode levar a um comportamento contrário ao desejado, que é a recuperação da resistência à compressão.

Figura 24 – Resultados do modelo de resistência à compressão do concreto contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava



Utilizando a eq. (47), é possível identificar a proporção ótima entre os agregados

avaliando o ponto crítico do modelo, sendo o ponto crítico o máximo local da função. Como o objetivo é identificar a proporção ótima de fibras para uma proporção fixa de EVA, definimos o ponto crítico como a raiz da primeira derivada do modelo em relação a porcentagem de fibras, dada por:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_c}{\partial f} &= 0, \\ 1485,49e - 2878,8f &= 0, \\ f &= \frac{1485,49}{28718,8}e, \\ f &= 0,05172535e.\end{aligned}\tag{50}$$

Como a segunda derivada é menor que zero, sendo $\frac{\partial^2 f_c}{\partial f^2} = -2878,8$, o ponto crítico é ponto de máximo local.

Segundo a eq. (50), para a resistência à compressão (f_c), a proporção ótima de fibras em relação a proporção de EVA é de $5,172 \cdot 10^{-2}$ em porcentagem do volume total da mistura, este valor define a quantidade de fibras que nos permite obter a máxima recuperação na resistência para uma determinada proporção de EVA. Utilizando o modelo proposto (eq. (47)) com a proporção ótima de fibras e, comparando com o traço contendo as demais proporções de fibras utilizadas neste trabalho, podemos estimar a eficiência ($\%E_{f_c}$) na utilização da proporção ótima de fibras dada pela equação

$$\%E_{f_c}(e, f) = \frac{f_c(e, 5, 172 \cdot 10^{-2}) - f_c(e, f)}{f_c(e, f)} \cdot 100.\tag{51}$$

A figura 25 ilustra a eficiência ($\%E_{f_c}$) para diferentes proporções no traço das misturas de concreto. É possível observar que quanto maior a porcentagem de utilização do EVA, maior é a eficiência quanto a utilização das fibras. É possível observar também, o ponto ótimo dado pela eq. (50) ao utilizar a proporção ótima de fibras.

A figura 26 ilustra as estimativas do modelo para resistência à compressão do concreto utilizando apenas EVA e com a proporção ótima de fibras. Observa-se que com 5% de EVA e 0,26% de fibras, a recuperação na resistência à compressão é de apenas 0,47%. Ao utilizar 25% de EVA e 1,29% de fibras, a recuperação da resistência chega a 25,34%. O que sugere que a utilização de elevadas concentrações de EVA com concentração ótima de fibras leva a melhor relação entre peso do material e resistência à compressão.

Os resultados para resistência à tração são apresentados na figura 27, observa-se que o efeito do EVA é semelhante ao da resistência à compressão, pois ocorre uma redução na propriedade mecânica na medida que aumenta a incorporação do EVA. Entretanto, a incorporação das fibras nem sempre leva a uma recuperação da resistência,

Figura 25 – Eficiência na utilização das fibras de piaçava na recuperação da resistência à compressão para o concreto

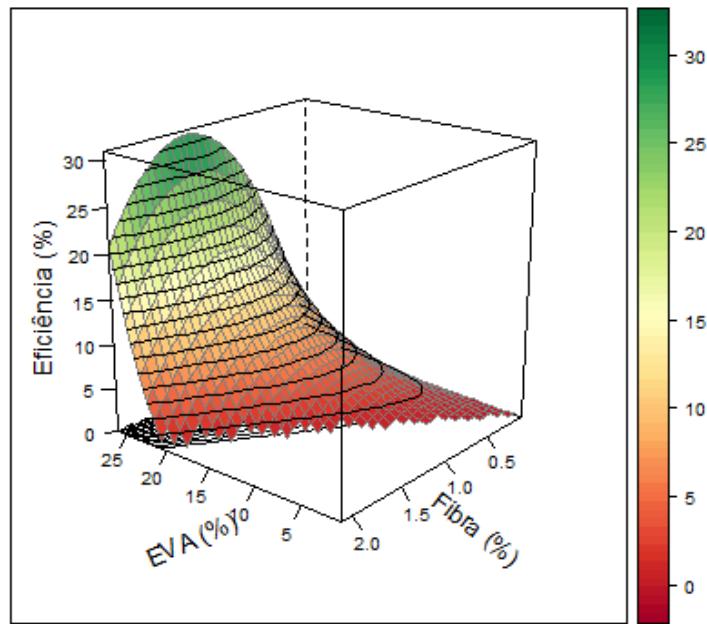
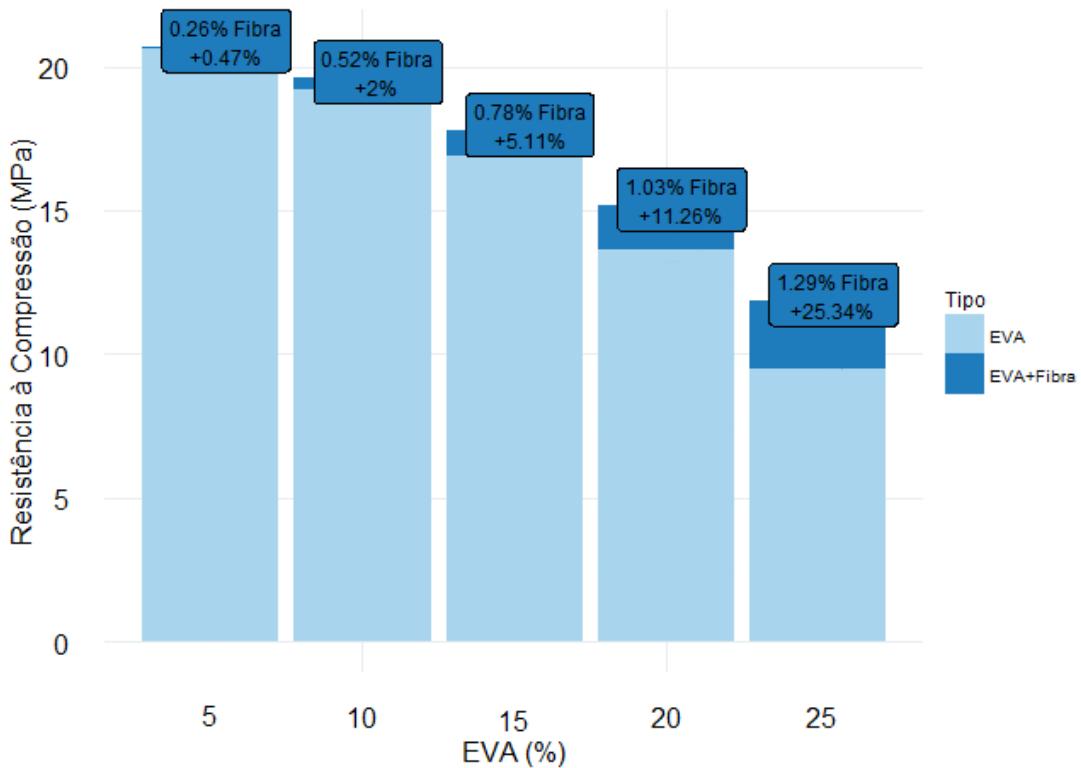


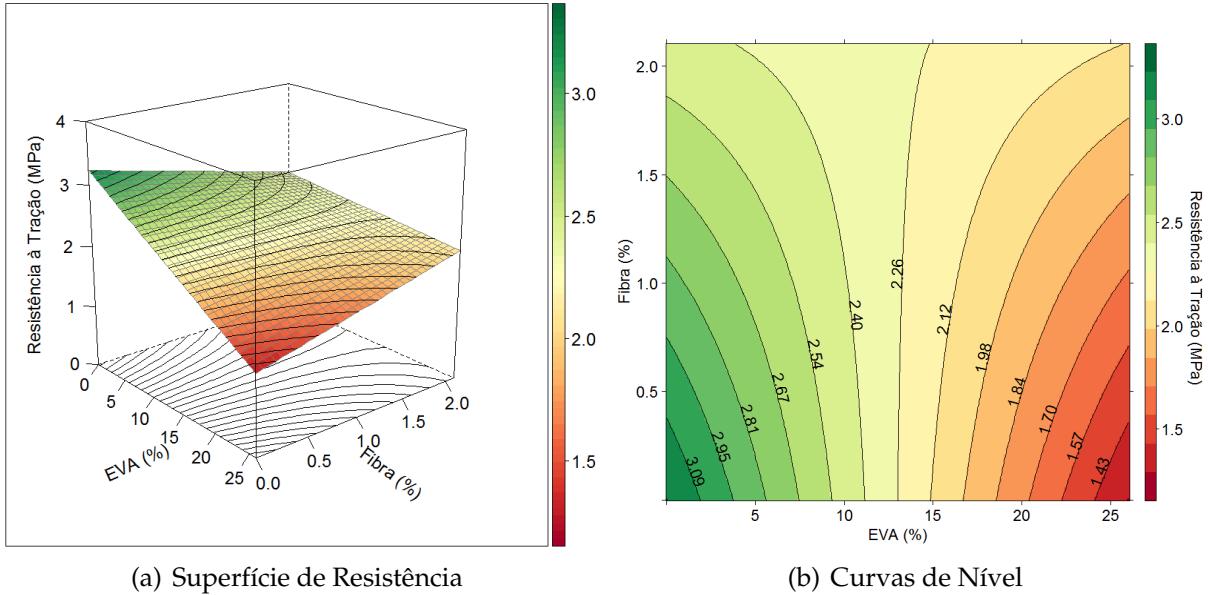
Figura 26 – Valores máximos da resistência à compressão para a proporção ótima de fibras no concreto



para baixas porcentagens de EVA as fibras não recuperam a resistência, pelo contrário, contribuem no enfraquecimento do material. Por outro lado, para elevadas porcentagens

de EVA (superiores a 12%), as fibras agem recuperando a resistência à tração.

Figura 27 – Resultados do modelo de resistência à tração do concreto contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava



Utilizando a eq. (48), torna-se possível identificar o equilíbrio entre os agregados ao avaliar o ponto crítico da função. Como o objetivo é identificar a proporção ótima de fibras para uma proporção fixa de EVA, definimos o ponto crítico como a raiz da primeira derivada do modelo em relação a porcentagem de fibras, dada por

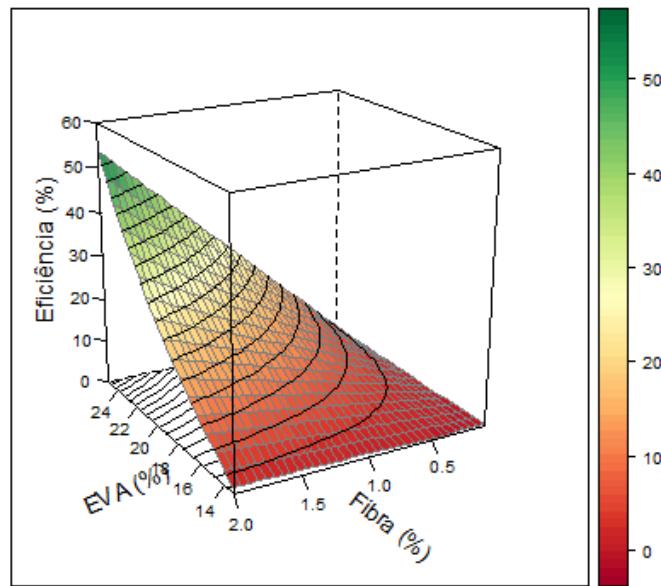
$$\begin{aligned} \frac{\partial f_t}{\partial f} &= 0, \\ 295,34e - 37,32 &= 0, \\ e &= 0,1264. \end{aligned} \quad (52)$$

Como a segunda derivada é igual a zero, o teste da derivada segunda torna-se inconclusivo. Por outro lado, a equação exibe um ponto de inflexão quando o valor do EVA é de 0,1264, sendo esse o ponto crítico da função.

A partir da eq. (52), constatamos, que para a resistência à tração o valor de 12,64% de utilização do EVA é o limitador para o efeito de reforço da fibra, abaixo desse valor, a incorporação de fibras torna-se prejudicial em qualquer porcentagem. A partir desse valor a proporção ótima de fibras é de 2%, este valor para fibras é o máximo estudado neste trabalho, acreditamos que fora desta faixa de estudo o máximo local variável possa ser determinado. A figura 28 ilustra a eficiência para diferentes proporções de agregados no traço. É possível observar que quanto maior a porcentagem de utilização do EVA, maior é a eficiência quanto a utilização das fibras.

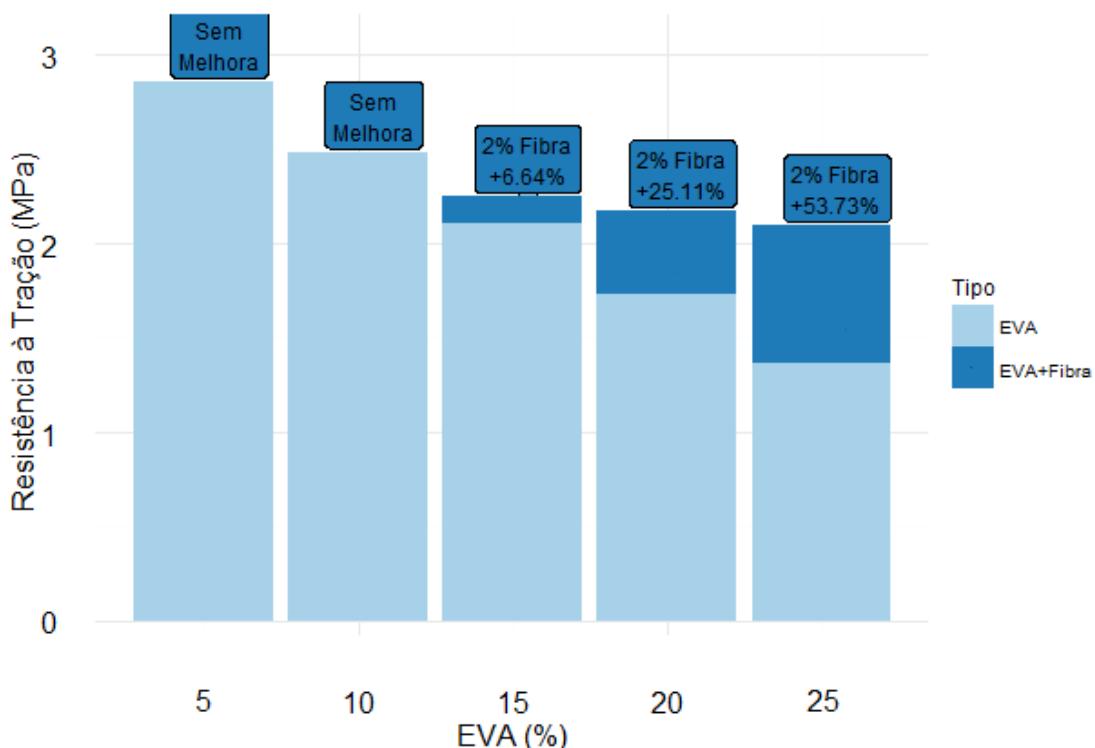
A figura 29 apresenta estimativas do modelo para resistência à tração do concreto variando apenas a incorporação de EVA e com a proporção ótima de fibras. Conforme

Figura 28 – Eficiência na utilização das fibras de piaçava na recuperação da resistência à tração no concreto



discutido previamente, é possível observar que para as porcentagens de 5 e 10% não existe melhora com a utilização das fibras nas misturas. Em termos comparativos, observa-se que com 15% de EVA e 2% de fibras, a recuperação na resistência à tração é de apenas 6,64%. Ao utilizar 25% do EVA e 2% de fibras, a recuperação da resistência chega a 53,73%. Sugerindo novamente que a melhor relação resistência peso encontra-se nas altas concentrações de EVA.

Figura 29 – Valores máximos da resistência à tração para a proporção ótima de fibras

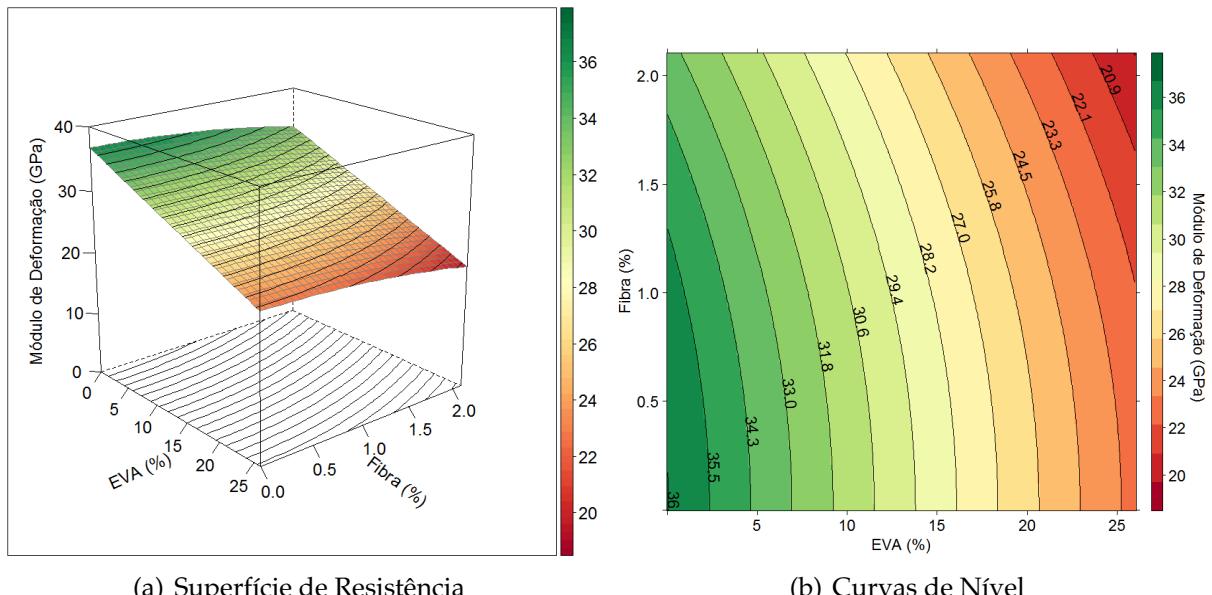


A figura 30 ilustra as estimativas do modelo para o módulo de deformação (ε_c), apresentando a superfície de resistência e as curvas de nível. A partir da análise da figura 30 e do modelo de deformação, eq. (49), é possível concluir que ambos os agregados reduzem o módulo de deformação, não ocorrendo a recuperação do material pela presença das fibras. Esta redução se torna mais acentuada para maiores proporções de EVA.

Segundo a eq. (53), a que define o ponto crítico do modelo, confirma-se que não existe proporção de fibras que contribua para recuperação do módulo de deformação, isso devido ao ponto crítico da função ser atingido apenas quando a proporção de fibras é igual a zero. Como a segunda derivada é menor que zero, sendo $\frac{\partial^2 \varepsilon_c}{\partial f^2} = -14812,6$, o ponto crítico é ponto de máximo local.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varepsilon_c}{\partial f} &= 0, \\ -14812,6f &= 0.\end{aligned}\quad (53)$$

Figura 30 – Resultados do modelo de módulo de deformação do concreto contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava.



De modo geral, é possível observar que para todas as propriedades mecânicas estudadas a utilização dos resíduos de EVA leva a uma redução da resistência, chegando a ser de 57,83% com a utilização de 25% de EVA na tração. Quanto a utilização das fibras de piaçava, é possível observar que o efeito de recuperação parcial da resistência é observado para as propriedades de resistência à compressão e resistência à tração, ficando mais acentuado com maiores valores na proporção do EVA. Para o módulo de deformação não foi observado melhora com a utilização das fibras.

Por fim, a melhor dosagem entre os agregados no concreto para uma recuperação efetiva da resistência, envolve valores de EVA acima de 15% com a utilização de $5,173 \cdot 10^{-2}$ o valor em fibras de piaçava. Nessa faixa, existe uma recuperação conjunta entre as propriedades de resistência à compressão e resistência à tração.

4.2 Resultados Para os Modelos de Argamassa

A partir do modelo completo da argamassa (ver eq. (40)) contendo todos os parâmetros, foi realizado o processo de eliminação *Backward* para seleção dos parâmetros significativos para cada propriedade mecânica modelada. O processo realizado foi idêntico ao descrito nos modelos de concreto. A tabela 10 exibe os resultados final dos testes *F* parciais de cada modelo apresentado nas eqs. (41, 42 e 43) para cada propriedade estudada na argamassa, os coeficientes de regressão estimados por meio de mínimos quadrados são exibidos na tabela 11.

Tabela 10 – Resultados dos testes *F* parciais dos parâmetros dos modelos de argamassa

Modelo	Resultados dos testes <i>F</i> parciais (<i>valor-p</i>)						
	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7
f_c	0,0104	0,0170	-	-	0,0232	$1,544 \cdot 10^{-14}$	-
f_t	0,0040	-	-	0,0483	-	0,00025	0,0050
ε_c	0,0009	-	-	-	0,0400	$3,46 \cdot 10^{-13}$	

Para os modelos de argamassa, onde não existem traços de referência para as propriedades estudadas, a constante β_0 não tem interpretação prática, visto que sua interpretação está associada a resistência quando todos os parâmetros forem zeros, EVA, fibras e relação água/cimento, um comportamento inexistente no conjunto de dados utilizados.

Para o modelo de resistência à compressão (f_c), eq. (41), as constantes β_3 e β_4 que estão associados aos efeitos quadráticos do EVA e das fibras, foram retiradas do modelo no processo *Backward* devida a baixa significância no teste *F*, constatando a pouca influência desses termos na resistência à compressão. Por tanto, no modelo f_c , aparecem apenas os termos associadas aos efeitos lineares (β_1 e β_2) e ao efeito de interação conjunta β_5 , o modelo ajustado aparece na forma

$$f_c = 48,79 + 14,57e + 80,26f - 1952,36ef - 55,00a . \quad (54)$$

Para o modelo de resistência à tração (f_t), eq. (42), após o processo de eliminação *Backward*, foram mantidos os termos associados aos efeitos lineares β_1 do EVA e o termo β_4 associado ao efeito quadrático das fibras. Dessa forma o modelo f_t foi reduzido a

$$f_t = 12,78 - 6,37e + 33,04f^2 - 25,25a - 13,81a^2 . \quad (55)$$

Por último, para o módulo de deformação (ε_c), eq. (43), o processo de eliminação *Backward* conduz a um modelo onde aparece o termo linear para o EVA β_1 e o termo de interação β_5 entre os agregados, na forma

$$\varepsilon_c = 11,34 - 19,36e + 86,18ef - 10,80a . \quad (56)$$

Tabela 11 – Valores das constantes para cada um dos modelos propostos para o material argamassa

Modelo	Estimativas							
	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	β_7
f_c	48,79	14,57	80,26	-	-	1952,36	-55,00	-
f_t	12,78	-6,37	-	-	33,04	-	-25,25	13,81
ε_c	11,34	-19,36	-	-	-	86,18	-10,80	

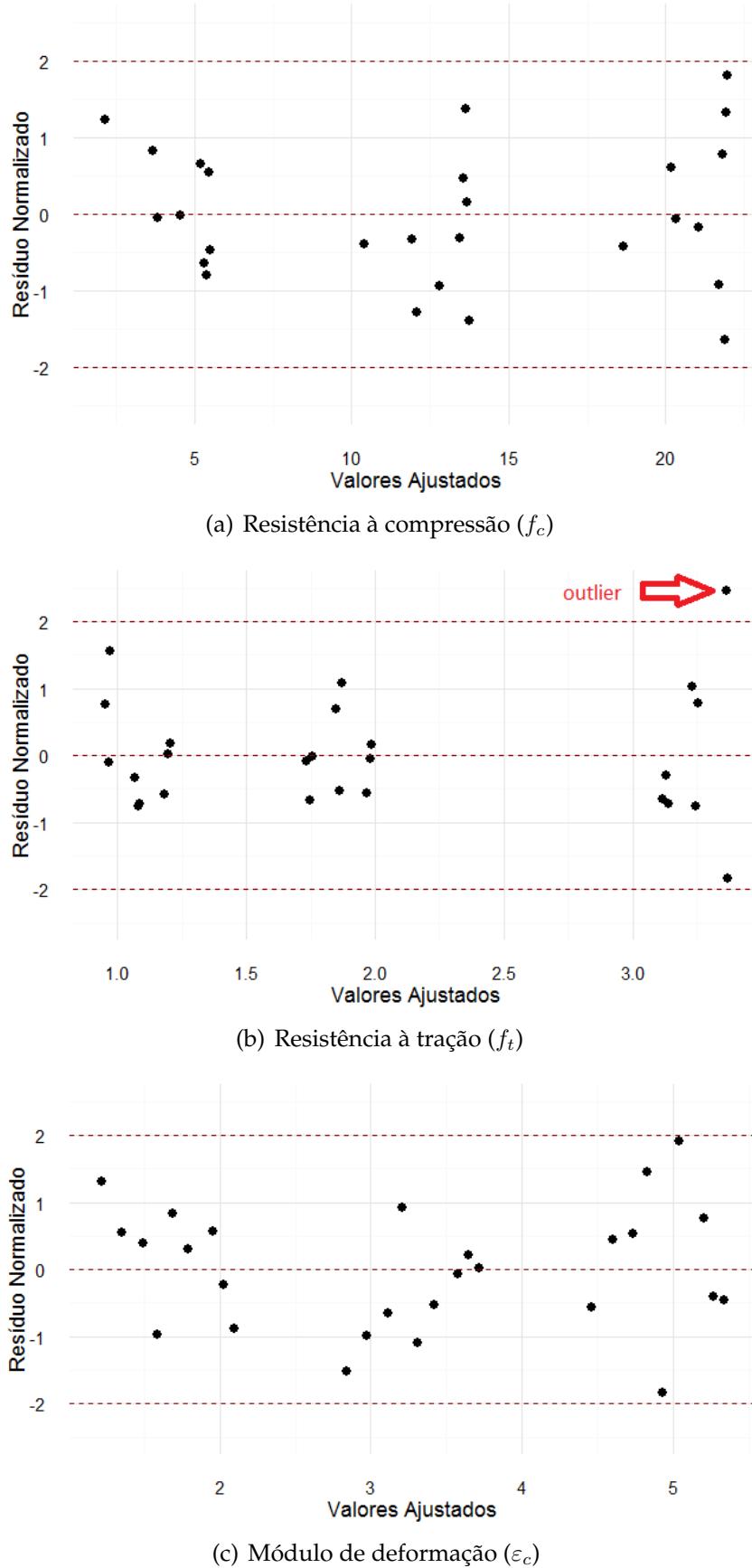
Além dos diferentes valores para os coeficientes estimados (ver tabela 11), a existência de diferentes coeficientes entre os modelos é um indicador de que os agregados de EVA e de fibras influenciam o comportamento das propriedades mecânicas da argamassa de forma diferente. Esta característica, já tinha sido constatado no concreto. Além das diferenças entre as propriedades, é possível notar a diferença entre os modelos de argamassa e concreto. Com relação aos coeficientes, os modelos de argamassa apresentam o comportamento mais linear do que os modelos de concreto apresentados na tabela 7.

A validação dos pressupostos da análise de regressão, como a linearidade, normalidade, homocedasticidade e independência dos resíduos foram realizadas através de gráficos de dispersão de resíduos, exibidos na figura 31 e testes de hipóteses, apresentados na tabela 12.

A figura 31 ilustra a distribuição normalizada dos resíduos para cada modelo. Observamos que para os modelos de compressão (f_c) e módulo de deformação (ε_c) nenhum dos resíduos tem valor fora do intervalo (-2, 2), o que é um indicador da não existência de *outliers*. Por outro lado, para o modelo de tração (f_t), foi detectada a presença de uma amostra como *outlier* (ver figura 31b), posteriormente, a amostra foi retirada do processo de estimação, resultando em melhorias na qualidade dos coeficientes. De modo geral, todos os resíduos apresentam distribuição aleatória e centrada no zero, o que é um indicador da independência dos erros e da validade dos pressupostos da análise de regressão.

Quanto aos testes de hipóteses, em que a análise não apresenta elementos subjetivos, percebe-se que em todas as situações estudadas o *p-valor* de cada teste é superior a 0,05 (5%). Considerando o nível de significância de 5% utilizado nos testes de *Shapiro-Wilk* para normalidade, *Durbin-Watson* para independência dos erros e *Breusch-Pagan*

Figura 31 – Distribuição normalizada dos resíduos para os modelos de argamassa propostos, (a) resistência à compressão, (b) resistência à tração e (c) módulo de deformação.



para homoscedasticidade, podemos afirmar que os pressupostos da análise de regressão foram atendidos.

Tabela 12 – Valores dos testes de hipóteses aplicados aos resíduos dos modelos ajustados para argamassa

Modelo	Shapiro-Wilk		Durbin-Watson		Breusch-Pagan	
	Resultado	p-valor	Resultado	p-valor	Resultado	p-valor
f_c	0,9810	0,8836	1,569	0,0774	7,4418	0,1143
f_t	0,9278	0,0686	2,342	0,6544	5,6923	0,2223
ε_c	0,9886	0,9882	2,345	0,7310	4,2501	0,2357

Os resultados dos testes de hipóteses nos resíduos reforçam o ajuste satisfatório dos modelos aos dados, indicando que os coeficientes estimados por mínimos quadrados são não tendenciosos ou imparciais, ou seja, estimados de maneira ótima.

Na tabela 13 são apresentados os avaliadores da qualidade de ajuste para cada modelo. Podemos constatar que todos os modelos apresentam um coeficiente de determinação (R^2) elevado, o que indica um bom ajuste aos dados experimentais, sendo o do módulo de deformação (ε_c) o que apresenta menor valor, com 88,91%. Em relação ao critério PRESS, observamos que para todos os modelos mostram-se na mesma ordem que a SQE, o que é um indicador da validade dos modelos propostos. Ao analisar o avaliador R^2_{pred} , observamos que todos os modelos apresentam valor superior a 84%, fortalecendo a validade dos modelos para novas observações.

Tabela 13 – Parâmetros da qualidade de ajuste para os modelos de argamassa propostos

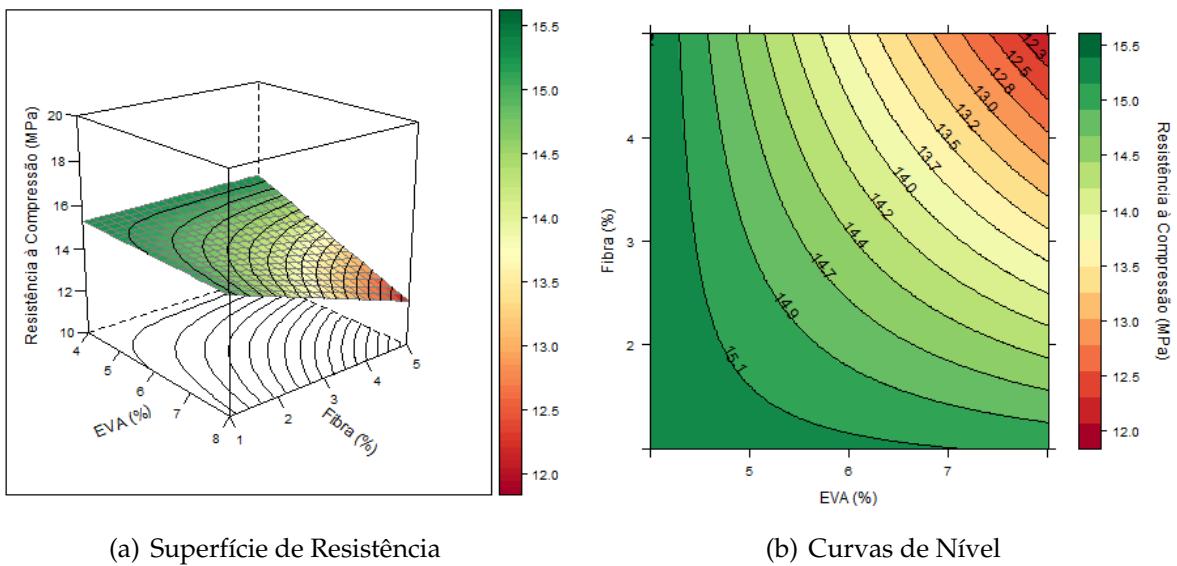
Modelo	R^2 (%)	SQE	PRESS	R^2_{pred} (%)
f_c	92,54	106,81	180,17	87,42
f_t	94,80	1,20	2,01	91,30
ε_c	88,91	6,28	8,62	84,78

De modo geral, todos os modelos apresentaram uma boa capacidade preditiva pelo R^2_{pred} e valores próximos de PRESS e SQE, como também valores adequados do coeficiente de determinação (R^2). Esses resultados são fundamentais para que os modelos possam ser utilizados em simulações, em que espera-se uma boa representação dos dados reais.

Utilizando os modelos propostos para descrição e predição das propriedades mecânicas de resistência à compressão eq. (54), resistência à tração eq. (55) e módulo de deformação eq. (56) da argamassa, é possível estudar a influência dos agregados de EVA e fibras de piaçava nestas propriedades, e assim, obter valores ótimos que podem ser utilizados para dosagem racional.

A figura 32 apresenta a superfície descriptiva e as curvas de nível para a propriedade de resistência à compressão segundo a eq. (54), considerando as dosagens utilizadas neste estudo. Pela análise da figura é possível concluir que a utilização do EVA, nas porcentagens estudadas, não tem uma redução significativa na resistência à compressão da argamassa, por outro lado, observa-se que a utilização das fibras pode levar a redução da resistência à compressão para elevados valores de EVA.

Figura 32 – Resultados do modelo de resistência à compressão da argamassa contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava



(a) Superfície de Resistência

(b) Curvas de Nível

Para uma busca dos valores ótimos ou ponto críticos do modelo, utiliza a eq. (54) e derivando torna-se possível identificar a proporção ótima entre os agregados, que aparece na forma

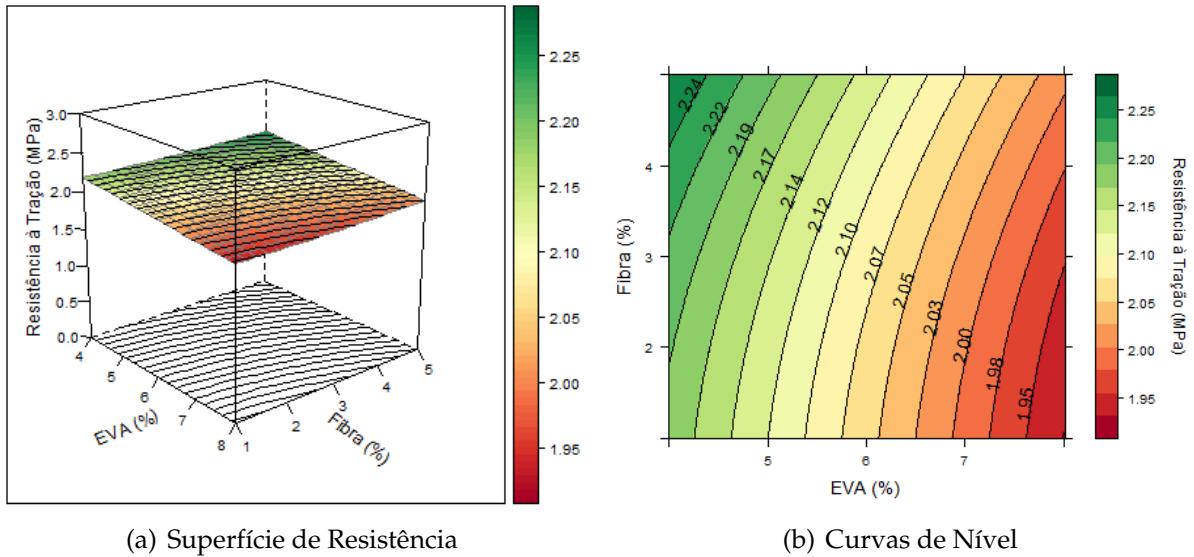
$$\begin{aligned} \frac{\partial f_c}{\partial f} &= 0, \\ 80,26 - 1952,36e &= 0, \\ e &= 0,041. \end{aligned} \quad (57)$$

Segundo a eq. (57), para a resistência à compressão (f_c), o valor de 4,1% de utilização do EVA é o limitador para o efeito das fibras. Por tanto, as fibras só teriam efeito de recuperação da resistência abaixo desse valor. Como esse valor está no limite do intervalo estudado para argamassa (valores de EVA entre 4 e 8%), não é indicado extrapolar essa observação para um intervalo não estudado. Desta forma, para a propriedade de resistência à compressão na argamassa nos intervalos estudados neste trabalho as fibras de piaçava não exerceram influência de recuperação da resistência.

Os resultados do modelo para resistência à tração são apresentados na figura 33, observa-se que ocorre uma redução nesta propriedade mecânica com a incorporação

do EVA. Por outro lado, a incorporação das fibras, principalmente a 5%, leva a uma recuperação parcial da resistência à tração. Este efeito pode ser observado pelas curvas de nível (figura 33b), em que ao adicionar as fibras, a resistência tende a aumentar suavemente.

Figura 33 – Resultados do modelo de resistência à tração da argamassa contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava



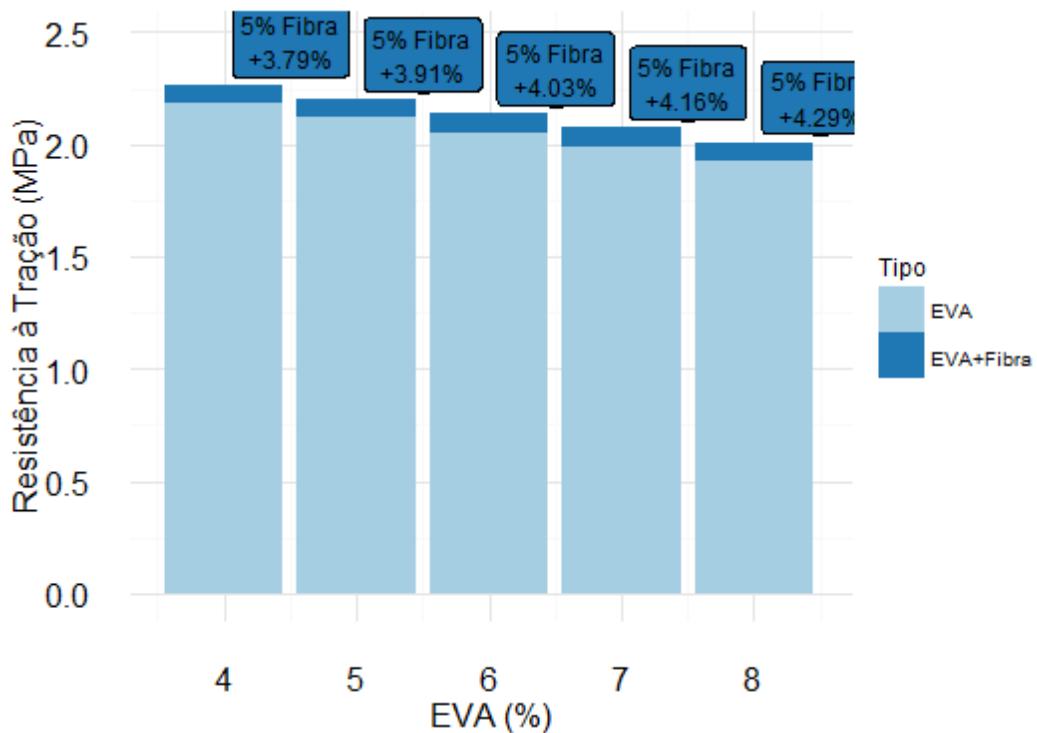
Utilizando a eq. (55) é possível identificar que para qualquer valor de EVA, a função se torna estritamente crescente com relação as fibras, ou seja, quanto maior a quantidade de fibras a ser usada, melhor é a recuperação da resistência à tração. Sendo que, para este estudo, o valor limite utilizado na argamassa é de 5% de fibras. O que leva a uma melhora na propriedade de tração de até 4,29% em relação a não utilização das fibras. A figura 34 ilustra o aumento da resistência à tração nas diversas proporções do EVA para 5% de fibras.

A figura 35 ilustra as estimativas do modelo para o módulo de deformação (ε_c), apresentando a superfície de resistência e as curvas de nível. A partir da análise da figura 35 e do modelo de deformação, eq. (56), é possível concluir que a utilização do EVA reduz o módulo de deformação, e que, para as fibras, a função é estritamente crescente. Os resultados do módulo de deformação são semelhantes aos encontrados na tração para argamassa, em que além do EVA reduzir as propriedades, as fibras recuperaram parcialmente essas resistência.

Embora a utilização do EVA leve a uma perda da propriedade de deformação, ao utilizar a fibra na sua proporção máxima estudada neste trabalho é possível obter uma recuperação de até 11,15% com relação a não utilização. A figura 36 ilustra os valores máximos do módulo de deformação para diferentes proporções de EVA e 5% de fibras.

Por fim, é possível observar que para todas as propriedades mecânicas estudadas

Figura 34 – Valores máximos de resistência à tração para a proporção de 5% de fibras no material argamassa



Fonte: O autor.

a utilização dos resíduos de EVA leva a uma redução da resistência, embora, para a resistência à compressão esse efeito não seja significativo. Quanto a utilização das fibras de piaçava, é possível observar que o efeito de recuperação parcial da resistência encontra-se apenas nas propriedades de resistência à tração e módulo de deformação. Desse modo, a melhor dosagem entre os agregados na argamassa envolve valores de 5% na utilização das fibras em qualquer porcentagem de EVA quando existe recuperação (resistência à tração e módulo de deformação).

De modo geral, a influência dos agregados não convencionais de EVA e fibras de piaçava diferem nas propriedades de argamassa e concreto. Embora sejam compósitos semelhantes, a presença do agregado graúdo (brita) no concreto adiciona uma nova fase ao compósito, o que segundo Neville (2013), leva a diferenças no comportamento tensão-deformação. As relações tensão-deformação da pasta de cimento (argamassa) são lineares, mas para o concreto a relação tensão-deformação se torna curvilínea nas tensões mais elevadas, estando associadas a propagação das microfissuras nos compósitos. Esse efeito, de certa forma, pode ser constatado ao analisar os modelos para os diferentes compósitos, em que, para a argamassa os modelos se mostram mais próximos do linear enquanto para o concreto, os modelos se mostram mais curvilíneos. A comparação entre os modelos dos compósitos se torna menos eficientes também devido as diferenças entre os materiais e as dosagens utilizadas. O quadro 1 exibe um comparativo entre

Figura 35 – Resultados do modelo de módulo de deformação da argamassa contendo agregados de EVA e fibras naturais de piaçava

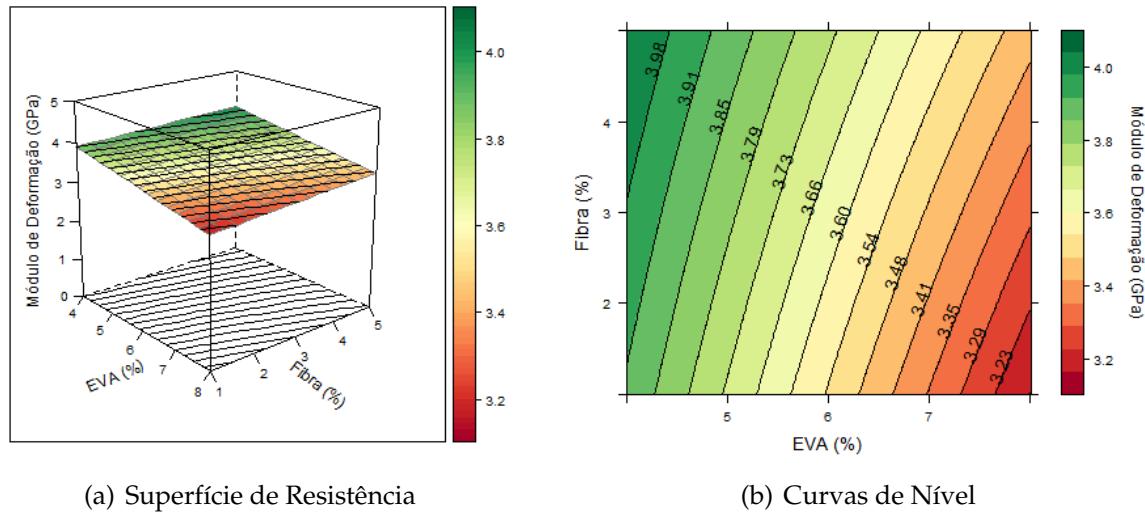
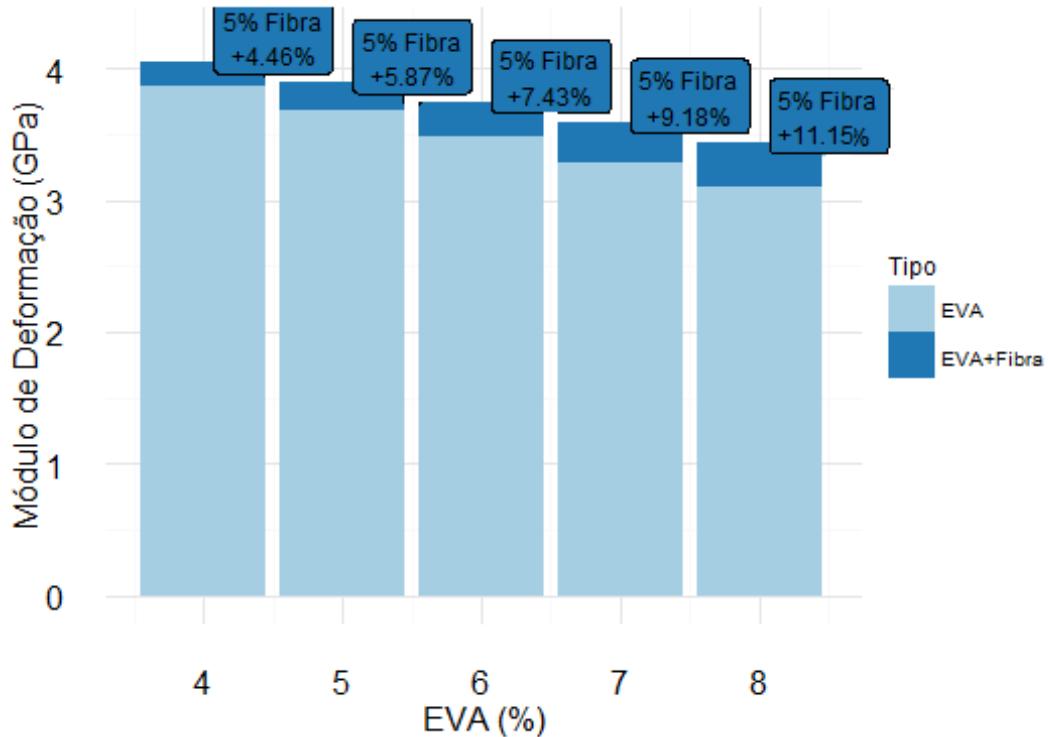


Figura 36 – Valores máximos do módulo de deformação para a proporção de 5% de fibras no material argamassa



as propriedades do concreto e da argamassa contendo os agregados estudados em dosagens ótimas, isto é, aquelas em que foram obtidas as melhores propriedades de cada material.

Quadro 1 – Quadro comparativo entre os resultados das dosagens ótimas para o concreto e argamassa contendo os agregados não convencionais

Propriedade	Concreto	Argamassa
Resistência à Compressão	<ul style="list-style-type: none"> As fibras ajudam na recuperação da resistência A proporção ótima de fibras em relação a proporção de EVA é de $5,172 * 10^{-2}$ em porcentagem 	<ul style="list-style-type: none"> Não foi identificado melhoria na utilização das fibras nas porcentagens estudadas
Resistência à tração	<ul style="list-style-type: none"> As fibras só agem na recuperação da resistência quando a utilização de EVA é superior a 12% Utilização de 2% de fibras para uma melhor recuperação 	<ul style="list-style-type: none"> As fibras ajudam na recuperação da resistência, embora a melhora observada foi inferior a 5% da resistência à tração com a utilização de 5% fibras
Módulo de Deformação	<ul style="list-style-type: none"> Não foi identificado melhoria na propriedade com a utilização das fibras 	<ul style="list-style-type: none"> As fibras ajudam na recuperação da propriedade Utilização de 5% de fibras, valor máximo estudado

5 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foram propostos modelos matemáticos para a caracterização das propriedades mecânicas de compósitos cimentícios, argamassa e concreto, contendo agregados não convencionais de EVA e fibras de piaçava. A partir dos dados coletados mediante ensaios mecânicos, foram modeladas as propriedades de resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação dos compósitos. Os modelos foram utilizados para avaliar a relação dos agregados e a influência dos mesmos nas propriedades estudadas, contribuindo para o estudo de dosagem racional desses compósitos.

Na construção dos modelos foram utilizadas técnicas estatísticas de análise multivariada de dados, utilizando como base o método de regressão polinomial devido as características não lineares dos fenômenos estudados, onde, os parâmetros dos modelos foram estimados por meio da técnica de mínimos quadrados. Também utilizou-se o método *backward* através do teste F para selecionar os termos significativos de cada modelo. A aceitação dos modelos foi realizada através dos testes de hipótese Shapiro-Wilk, Durbin Watson e Breusch-Pagan, realizando também a análise gráfica de resíduos para identificação dos *outliers*, desta forma, foram confirmados os pressupostos de normalidade, independência e homoscedasticidade dos resíduos de todos os modelos propostos.

Para avaliar a qualidade de ajuste e validar os modelos propostos, foram utilizados o coeficiente de determinação (R^2), o critérios PRESS e o coeficiente R_{Pred}^2 . Dessa forma, constatou-se que todos os modelos apresentaram boa qualidade ao obter, nos modelos de concreto, um R^2 superior ou igual a 90% e R_{Pred}^2 superior a 70%. Já os modelos de argamassa, apresentaram um R^2 superior ou igual a 88%, e R_{Pred}^2 superior a 84%. Concluindo assim, que os modelos propostos são uma boa representação dos fenômenos estudados, podendo ser utilizados em simulações para um melhor entendimento da influência das variáveis envolvidas.

Uma análise dos modelos permite caracterizar a argamassa e o concreto estudados, obtendo assim, parâmetros relevantes tais como a proporção ótima de agregados para uma melhor eficiência na mistura. A partir desta análise conclui-se que:

- A incorporação de EVA leva a uma perda nas propriedades mecânicas da argamassa e do concreto, reduzindo a resistência à compressão, resistência à tração e o módulo de deformação. Para o concreto, com a utilização de 25% de EVA, essa redução chega a 55,05% na compressão, 57,83% na tração e 36,09% no módulo de deformação em relação a não utilização do EVA. Para a argamassa, com a

utilização de 8% de EVA, a compressão não apresentou redução significativa no modelo, por outro lado, a tração apresentou uma redução de 20,90% e módulo de deformação uma redução de 33,36% em comparação com a não utilização do EVA. Esse comportamento já era esperado, isso devido ao EVA ser um copolímero com baixa massa específica, o que incorpora características de compósitos leves ao material estudado.

- As fibras de piaçava podem ser utilizadas para recuperação parcial da resistência à compressão e da resistência à tração do concreto, chegando a recuperar 25,34% da resistência à compressão com a utilização de 1,29% de fibras e de 53,73% da resistência à tração com a utilização de 2% de fibras em comparação com a mesma mistura sem as fibras.
- Para a argamassa, as fibras podem ser utilizadas para recuperação parcial da resistência à tração e do módulo de deformação, chegando a uma recuperação de 4,29% para a resistência à tração com a utilização de 5% de fibras e de 11,15% para o módulo de deformação com a utilização de 5% de fibras.
- Foi observado que as propriedades estudadas do concreto e da argamassa se comportam de maneiras diferentes com a utilização dos agregados. Apresentando dosagens distintas como a melhor dosagem. Embora os compósitos sejam semelhantes, a presença do agregado graúdo (brita) no concreto adiciona uma nova fase ao compósito, o que modifica as suas propriedades em comparação com a argamassa.
- Em todos os casos que houve recuperação na resistência perdida, a eficiência torna-se mais acentuada com maiores valores na proporção do EVA ao utilizar o valor ótimo de fibras.
- Para a argamassa, a melhor dosagem entre os agregados envolve a utilização de 5% de fibras em qualquer porcentagem de EVA. Este valor ótimo para fibras é o máximo estudado neste trabalho, acreditamos que fora desta faixa de estudo o máximo local variável possa ser determinado.
- A melhor dosagem entre os agregados no concreto envolve valores de EVA acima de 15% com a utilização de $5,173 \cdot 10^{-2}$ vezes esse valor para as fibras. Nessa faixa, existe recuperação conjunta nas propriedades mecânicas de compressão e tração, garantindo assim uma boa relação entre peso e resistência.

Os desdobramentos futuros desta pesquisa sugerem uma expansão nas faixas dos parâmetros de interesse (porcentagem de EVA e fibras) como também avaliar o tamanho do grão do EVA e das fibras, visando ampliar a abrangência dos modelos propostos

e uma caracterização mais detalhada dos materiais. Ademais, propor novos modelos incluindo a porosidade entre os parâmetros de estudo, identificando a influência da relação entre os agregados e a porosidade nas propriedades mecânicas do material.

Por meio da metodologia exemplificada nesta pesquisa, torna-se possível realizar estudos utilizando outros compósitos para obter uma dosagem ótima entre os materiais constituintes. No contexto de compósitos cimentícios, podemos abranger o estudo de compósitos contendo outros tipos de agregados não convencionais, tais quais as fibras de coco, fibras de sisal, pó de tecido entre outras.

Referências

- ABIPLAST, A. B. da Indústria do P. **A indústria brasileira da transformação de material plástico - Perfil 2015.** 2016.
- ABNT. NBR 5739 **Concreto - Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos.** 2007.
- ABNT. NBR 8522 **Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão.** 2008.
- ABNT. NBR 7211 **Agregados para concreto - Especificaçãoo.** 2009.
- ABNT. NBR 12142 **Concreto — Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos.** 2010.
- ABNT. NBR 7222 **Concreto e argamassa — Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos.** 2011.
- ABNT. NBR 6118 **Procedimento - Projeto de estruturas de concreto.** 2014.
- ABNT. NBR 5738 **Concreto - Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova.** 2015.
- ABNT. NBR 8522 **Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência.** 2015.
- ABRAMS, D. A. **Design of concrete mixtures.** Lewis Institute: Structural Materials Research Laboratory, 1919. v. 1.
- ACI211. Standard practice for selecting proportions for normal, heavyweight and mass concrete. **American Concrete Institute, USA,** 1991.
- ALLEN, D. M. The relationship between variable selection and data agumentation and a method for prediction. **Technometrics**, Taylor & Francis Group, v. 16, n. 1, p. 125–127, 1974.
- ARAUJO, S. d. S. **Estudos Experimentais Sobre o Módulo de Elasticidade do Concreto.** 1. ed. Brasil: Appris, 2014. v. 1.
- BEZERRA, A. **Utilização do resíduo da indústria de calçados (EVA-Etileno Acetato de Vinila) como agregado leve na produção de blocos vazados de concreto para alvenaria sem função estrutural.** Dissertação (Mestrado) — UFPB/CCT, 2002.
- BREUSCH, T. S.; PAGAN, A. R. A simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, JSTOR, p. 1287–1294, 1979.
- CABRAL, A. E. B.; SCHALCH, V.; MOLIN, D. C. C. D.; RIBEIRO, J. L. D.; RAVINDRARAJAH, R. S. Desempenho de concretos com agregados reciclados de cerâmica vermelha. **Cerâmica.** Vol. 55, n. 336 (out./dez. 2009), p. 448-460, 2009.

- CEN. **Concrete-Part 1: Specification, performance, production and conformity.** Europe: CEN, 2000.
- CEPLAC, C. E. de Planejamento de L. C. **A piacaveira desponta como cultura de destaque na economia da região do sul da Bahia.** 2016. Acessado: 19 set. 2016. Disponível em: <<http://www.ceplac.gov.br/radar/piacava.htm>>.
- DIAS, L. A. **Concreto Incorporado com EVA e Fibras de Piaçava: Uma Alternativa Sustentável na Construção Civil.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Ilhéus-BA, 2017.
- DURBIN, J.; WATSON, G. S. Testing for serial correlation in least squares regression. *Biometrika*, JSTOR, v. 38, n. 1/2, p. 159–177, 1951.
- FILHO, R. S. P. **Contribuição ao Processo de Reciclagem dos Resíduos da Indústria de Calçados na Construção Civil: Bloco EVA-uma Alternativa às Alvenarias das Construções.** Tese (Doutorado) — Universidade Federal da Paraíba, 2005.
- FILHO, R. S. P.; MÉLO, A. B. d. A reciclagem de resíduos da indústria de calçados (EVA) na execução de painéis de vedação na construção civil: aplicação de desempenho. *II Encontro Temático de Meio Ambiente e Educação Ambiental na UFPB, João Pessoa*, 2003.
- FOUNDATION, R. **The R Project for Statistical Computing.** 2016. Acessado: 19 set. 2016. Disponível em: <<https://www.r-project.org/>>.
- GARLET, G. **Aproveitamento de Resíduos de EVA (EthyleneVinylAcetate) Como Agregado Para Concreto Leve na Construção Civil.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1998.
- GRIFFITH, A. A. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character*, JSTOR, v. 221, p. 163–198, 1921.
- GRIMM, L. **Statistical applications for the behavioral sciences.** J. Wiley, 1993. (Statistical applications for the behavioral sciences). ISBN 9780471509820. Disponível em: <<https://books.google.ch/books?id=vzOCAAAIAAJ>>.
- HAIR, J. F.; BLACK, W. C.; BABIN, B. J.; ANDERSON, R. E.; TATHAM, R. L. **Análise multivariada de dados.** 5. ed. Porto Alegre: Bookman Editora, 2009.
- HASSELMAN, D. P. H. Relation Between Effects of Porosity on Strength and on Young's Modulus of Elasticity of Polycrystalline Materials. *Journal of the American Ceramic Society*, v. 46, n. 11, p. 564–565, 1963. ISSN 0002-7820. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1111/j.1151-2916.1963.tb14615.x>>.
- HOFF, G. C. Porosity-strength considerations for cellular concrete. *Cement and Concrete Research*, Elsevier, v. 2, n. 1, p. 91–100, 1972.
- HOFFMANN, R. et al. Análise de regressão: uma introdução à econometria. O autor, 2015.
- IBGE, I. B. de Geografia e E. . **Produção da Extração Vegetal e da Silvicultura 2014.** 2015.

- IBGE, I. B. de Geografia e E. . **Contas Nacionais Trimestrais: Indicadores de Volume e Valores Correntes - outubro / dezembro 2015.** 2016.
- (ICESS), I. for C. E. S. S. **TESTES DE HIPÓTESE OU TESTES DE SIGNIFICÂNCIA ÚTEIS EM CIÊNCIAS ATMOSFÉRICAS.** 2016. Acessado: 19 set. 2016. Disponível em: <http://www.icesc.ucs.edu/gem/testes_de_signif.htm>.
- IGLESIAS, S. M.; ALMEIDA, H. C.; DOMINGUEZ, D. S.; SANTOS, J. F. Three-dimensional image processing applied to the characterization of lightweight mortar reinforced with piassaba fibers. Springer, p. 19–24, 2016.
- ISAIA, G. C. **Materiais de construção civil: e princípios de ciências e engenharia de materiais.** Brasil: IBRACON, 2010.
- JOHN, V. M. Reciclagem de resíduos na construção civil: contribuição à metodologia de pesquisa e desenvolvimento. **São Paulo**, v. 102, 2000.
- JUNIOR, H. S. **Materiais à base de cimento reforçado com fibra vegetal: reciclagem de resíduos para a construção de baixo custo.** Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2011.
- KOLLER, D. R. P.; PILECCO, D. S.; BOHRER, D.; GODOY, J. D.; FENSTERSEIFER, C. A. J.; BARROSO, L. B. Avaliação da resistência à compressão de argamassas produzidas com vidro moído. **Disciplinarum Scientia | Naturais e Tecnológicas**, v. 8, n. 1, p. 17–23, 2016.
- KUTNER, M. H.; NACHTSHEIM, C. J.; NETER, J.; LI, W. **Applied Linear Statistical Models.** 5. ed. New York: McGraw-Hill Irwin New York, 2010. v. 1. ISBN 0072386886.
- LIAN, C.; ZHUGE, Y.; BEECHAM, S. The relationship between porosity and strength for porous concrete. **Construction and Building Materials**, Elsevier, v. 25, n. 11, p. 4294–4298, 2011.
- LIMA, P. R. L. Análise teórica e experimental de compósitos reforçados com fibras de sisal. **Análise teórica e experimental de compósitos reforçados com fibras de sisal**, PEC/COPPEDEC/UFRJ Rio de Janeiro, 2004.
- LOPES, R. F. **Modelagem Matemática Computacional de Compósitos de Argamassa Leve Reforçada com Fibras de Piaçava.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Ilhéus-BA, 2012.
- LOPES, R. F.; ALVIM, R. D. C.; ALVIM, R. A. A.; CORREA, N. S. Mathematical Modeling of Composite Lightweight Mortar Reinforced with Piassava Fibers. **Open Journal of Mathematical Modeling**, v. 1, n. 5, p. 184–193, 2013.
- LÓPEZ, D.; AZEVEDO, C. de; NETO, E. B. Avaliação das propriedades físicas e mecânicas de concretos produzidos com vidro cominuído como agregado fino (evaluation of physical and mechanical properties of concretes produced with ground waste glass as fine aggregate). **Cerâmica**, SciELO Brasil, v. 51, p. 318–324, 2005.
- LUCAS, D.; BENATTI, C. T. Utilização de resíduos industriais para a produção de artefatos cimentícios e argilosos empregados na construção civil. **Revista em Agronegócio e Meio Ambiente**, v. 1, n. 3, p. 405–418, 2008.

- LYSE, I. **Tests on consistency and strength of concrete having constant water content.** Philadelphia: ASTM, 1932. v. 32.
- MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais.** 2. ed. Brasil: Ibracon, 2014.
- MENDONÇA, R. S. **Caracterização de Argamassas Leves usando Processamento Tridimensional de Imagens e Processamento Paralelo.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Ilhéus-BA, 2016.
- MILONE, G.; ANGELINI, F. **Estatística aplicada.** Brasil: Atlas, 1995.
- MYERS, R. H.; MONTGOMERY, D. C.; ANDERSON-COOK, C. M. **Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments.** 3. ed. :: John Wiley & Sons, 2016.
- NAGALLI, A. **Gerenciamento de resíduos sólidos na construção civil.** Brasil: Oficina de Textos, 2016.
- NEVILLE, A. M. **Tecnologia do concreto.** Brasil: Bookman Editora, 2013.
- NEVILLE, A. M. **Propriedades do Concreto-5^a Edição.** Brasil: Bookman Editora, 2015.
- PAULA, L. S. **Utilização de resíduos de EVA como agregados graúdos em concretos.** 2011. Universidade Federal do Ceará (UFC). Monografia.
- PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. Fundamentos do concreto e projeto de edifícios. **São Carlos: Universidade de São Paulo,** 2010.
- POWERS, T. C. Structure and physical properties of hardened portland cement paste. **Journal of the American Ceramic Society**, Wiley Online Library, v. 41, n. 1, p. 1–6, 1958.
- PRISZKULNIK; KIRILOS. Considerações sobre a resistência à compressão de concretos preparados com cimentos portland comum tipos cp-250, cp-320 e cp-400, e a sua durabilidade. **Encontro Nacional da Construção, Rio de Janeiro,** 1974.
- RAGSDALE, C. **Spreadsheet modeling & decision analysis: A practical introduction to management science.** :: Nelson Education, 2010.
- ROCHA, F. d. M. D. et al. Aproveitamento de resíduos sólidos industriais em materiais alternativos na perspectiva da construção seca: Bloco eva-intertravamento e racionalização das alvenarias. Universidade Federal da Paraíba, 2008.
- RODRIGUES, P. P. Parâmetros de dosagem do concreto. **Associação Brasileira de Cimento Portland, ET-67 2a edição.** São Paulo/Brasil, 1995.
- ROLIM, A. M. A reciclagem de resíduos de eva da indústria calçadista. **Anais do V Encontro Nacional sobre Gestão Empresarial e Meio Ambiente.** São Paulo, 1999.
- RYSHKEWITCH, E. Compression Strength of Porous Sintered Alumina and Zirconia. **Journal of American Ceramic Society**, v. 36, n. 11, p. 65–68, 1953. ISSN 0002-7820.
- SANTIAGO, E. **Utilização de Agregados de EVA e RCD para obtenção de concretos leves.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), Feira de Santana, 2008.

- SANTOS, F. M. R. d. **Estudo de Compósitos Cimentícios Leves com Resíduos de EVA e Fibras Vegetais para Aplicações na Construção Civil.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Ilhéus-BA, 2015.
- SANTOS, J.; IGLESIAS, S.; DOMINGUEZ, D.; ALMEIDA, H. Caracterização de argamassas leves reforçadas com fibras de piaçava utilizando tomografia computadorizada e Análise de Fourier. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**, v. 10, n. 2, 2015.
- SCHILLER, K. pp. 35–49 in mechanical properties of non-metallic brittle materials. Edited by WH Walton. Butter-worth & Co.(Publishers) Ltd., London, 1958.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples). **Biometrika**, JSTOR, v. 52, n. 3/4, p. 591–611, 1965.
- SILVA, A. d. R. Estudo térmico e de materiais na construção de casas populares com blocos confeccionados a partir de um composto a base de cimento, gesso, eps e raspa de pneu. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2010.
- SILVA, O. H.; UMADA, M. K.; POLASTRI, P.; NETO, G. D. A.; ANGELIS, B. L. D.; MIOTTO, J. L. Etapas do gerenciamento de resíduos da construção civil. **Revista Eletrônica em Gestão, Educação e Tecnologia Ambiental**, v. 1, n. 1, p. 39–48, 2015.
- SILVA, R.; DOMINGUEZ, D.; ALVIM, R. **Aplicação de imagens microtomográficas na caracterização de compósitos cimentícios leves reforçados com fibras de piaçava.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Ilhéus-BA, 2012.
- SILVA, R.; DOMINGUEZ, D.; ALVIM, R.; IGLESIAS, S. Análise da resistência mecânica e porosidade de um compósito cimentício leve com eva e reforçado com fibras de piaçava. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos**, v. 8, n. 1, 2013.
- SILVA, R. M.; ALVIM, R. de C.; DOMINGUEZ, D. S. Estudo da resistência mecânica de um compósito cimentício leve reforçado com fibras de piaçava. **Revista Educação, Tecnologia e Cultura-ETC**, v. 12, n. 12, 2016.
- SMITH, W. F.; HASHEMI, J. **Fundamentos de engenharia e ciência dos materiais.** :: AMGH Editora, 2013.
- SOUZA, T. F. d. **Avaliação da Resistência de Compósitos de Argamassa Leve de EVA Reforçada com Fibras de Piaçava.** Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), Ilhéus-BA, 2012.
- TUTIKIAN, B.; HELENE, P. Dosagem dos concretos de cimento portland. **Concreto: Ciência e Tecnologia**, v. 1, p. 415–51, 2011.
- WALPOLE, R. E. **Probabilidade & Estatística para engenharia e ciências.** Brasil: Pearson Prentice Hall, 2009.
- WERKEMA, M. C. C.; AGUIAR, S. **Análise de regressão: como entender o relacionamento entre as variáveis de um processo.** Brasil: UFMG, Escola de Engenharia, Fundação Christiano Ottoni, 1996.
- WILLIAM, D. C.; CALLISTER, J. **Ciência e Engenharia de Materiais: uma introdução.** Brasil: Grupo Gen-LTC, 2008. v. 7.

ZATTERA, A. J.; BIANCHI, O.; ZENI, M.; FERREIRA, C. A. Caracterização de resíduos de copolímeros de Etileno Acetato de Vinila–EVA. **Polímeros: Ciência e tecnologia**, SciELO Brasil, v. 15, n. 1, p. 73–78, 2005.

Apêndices

**APÊNDICE A – Trabalhos desenvolvidos durante a
pesquisa, apresentados em congressos e submetidos a
revistas**

MODELO MATEMÁTICO PARA CARACTERIZAÇÃO DA RESISTÊNCIA A COMPRESSÃO DE ARGAMASSA LEVE COM EVA E FIBRAS

Marlesson R. O. de Santana – mrosantana@uesc.br

Dany S. Domingues – dsdominguez@gmail.com

Jose R. C. Pessoa – jrenatopessoa@gmail.com

Susana M. Iglesias – smiglesias1975@gmail.com

Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, Universidade Estadual de Santa Cruz,
Campus Soane Nazaré de Andrade - Ilhéus, BA, Brazil

Resumo. A reciclagem de resíduos descartados nos processos industriais vem se mostrando como uma alternativa viável para minimizar o impacto ambiental, em especial a reciclagem de resíduos sólidos com aplicações na construção civil, como a utilização de resíduos de EVA (Etileno-Acetato de Vinila) que é resíduo da indústria calçadista. Esse material pode ser utilizado como agregado leve na produção de argamassas e concretos, melhorando características acústicas, térmicas e a relação resistência/peso em projetos construtivos, embora a utilização de EVA reduza as propriedades mecânicas do compósito. Uma alternativa para amenizar esta redução, é o reforço destes compostos com a utilização de fibras, em especial a fibra vegetal de piaçava (a palmeira *Attalea funifera Martius*). Com o surgimento de novas compósitos, estudos para caracterização das propriedades mecânicas se tornam necessários, neste trabalho propomos um novo modelo matemático para caracterização da resistência a compressão de argamassa leve contendo EVA e fibras de piaçava. Na construção do modelo utilizamos análise de regressão para relacionar as variáveis independentes, como a relação água/cimento, e as porcentagens de EVA e fibra presentes na matriz cimentícia com a resistência à compressão. Os resultados preliminares oferecidos neste trabalho sugerem a necessidade de aprimoramento do modelo, e a diminuição das incertezas nos dados.

Palavras-chave: Argamassas Leves, Resistência Mecânica, Modelo Matemático, Regressão Linear



ANÁLISE VOLUMÉTRICA DA POROSIDADE DO CONCRETO ATRAVÉS DE MICROTOMOGRAFIA COM RAIO X E PROCESSAMENTO DE IMAGENS

**José Renato de Castro Pessôa¹, Dany Sanchez Dominguez², Joaquim Teixeira de Assis¹,
Marlesson R. O. de Santana², Leonardo Alves Dias²**

¹ Instituto Politécnico, UERJ, Rua Bonfim 25, Vila Amélia, Nova Friburgo, RJ
{jreantopessoa@gmail.com, joaquim@iprj.uerj.br}

² Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia,
UESC, Campus Soane Nazaré de Andrade, Ilhéus, BA
{dsdominguez@gmail.com, mrosantana@uesc.br; leodiaseps@gmail.com}

RESUMO

A resistência à compressão do concreto é uma propriedade fundamental do material, estando diretamente relacionada com a estrutura da matriz cimentícia. Verifica-se que a presença de poros na matriz cimentícia diminui essa resistência, onde além da quantidade de poros, devem ser consideradas também a área específica e a distribuição dos poros por tamanho. Estes fatores influenciam diretamente na resistência do material. Devido à variação das dimensões dos poros, bem como às suas formas irregulares, as técnicas tradicionais variam desde operações e equipamentos simples até muito sofisticados, ocasionando diferenças significativas nos resultados. Este trabalho apresenta um método de ensaio não destrutivo (END) para obtenção da porosidade do concreto utilizando microtomografia por Raio X com processamento de imagens digitais para caracterização da distribuição, tamanho e volume dos poros presentes na matriz cimentícia. Foram utilizadas imagens microtomográficas das amostras de concreto de 20MPa e 30MPa com 256 tons de cinza, ajustadas em contraste, binarizadas e filtradas para a caracterização da distribuição, volume e tamanho dos poros na matriz cimentícia. Os resultados dos valores de porosidade mostram compatibilidade entre o método apresentado e o método proposto pela NBR 9778 (2009).

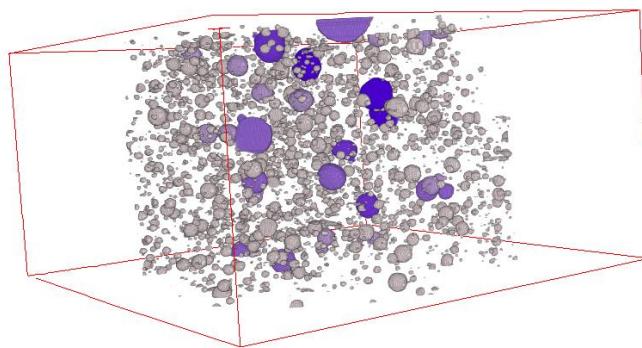


Figure 1 – Distribuição dos poros em uma amostra de concreto agrupadas por volume.

Palavras-chave: Concreto, Porosidade, Microtomografia, Raio X

Agradecimentos: À FAPESB pelo apoio financeiro a este projeto.

Caracterização de concretos leves incorporados com etileno acetato de vinila (EVA) e fibras da *Attalea funifera Martius* (Piaçava)

*Characterization of lightweight concrete incorporated with ethylene vinyl acetate (EVA) and fibers of *Attalea funifera Martius* (Piaçava)*

José R. C. Pessôa (1); Leonardo A. Dias (2); Marlesson R. O. de Santana (2); Dany S. Domingues (2); Joaquim T. de Assis (1)

(1) Instituto Politécnico, UERJ, Nova Friburgo, RJ

(2) Universidade Estadual de Santa Cruz, UESC, Ilhéus, BA

UESC, Campus Soane Nazaré de Andrade - Rod. Jorge Amado, km 16 - Salobrinho, Ilhéus - BA, 45662-900

Resumo

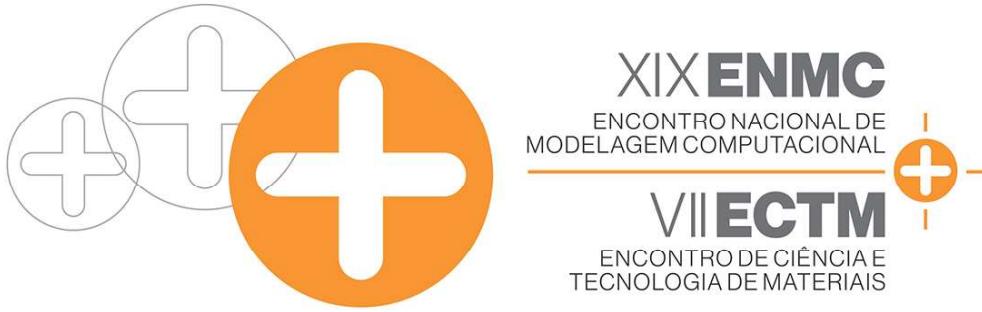
Nos últimos anos, o processo de urbanização e os avanços tecnológicos vêm promovendo uma crescente agressão ao meio ambiente, em especial o descontrole na exploração de recursos naturais e um volume crescente de resíduos sólidos na natureza. Visando diminuir o impacto ambiental das atividades de construção civil, realizamos neste trabalho, a caracterização de concretos leves incorporados com Etileno Acetato de Vinila (EVA), como elemento redutor da massa específica, e fibras oriundas da *Attalea Funifera Martius* (piaçava), fibras vegetais de alta resistência à tração, como elementos de reforço. Foram moldados um total de 204 corpos de prova de concreto distribuídos em 12 traços com diferentes quantidades de material incorporado, para uma resistência à compressão de referência de 20 MPa. Foram utilizadas técnicas de caracterização consagradas no meio científico e prescritas pela ABNT. Para o concreto fresco foi utilizada a NM 67:98 (Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone) e para o concreto endurecido as seguintes normas: NBR 9778/05 (Determinação da absorção de água, índice de vazios e massa específica), NBR 5739/07 (Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos de concreto), NBR 7222/11 (Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos), NBR 8522/08 (Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão). A grande inovação e principal contribuição deste trabalho foi a caracterização de um novo tipo de concreto leve especial. Os resultados alcançados sugerem um grande potencial do material proposto em diversas aplicações na construção civil.

Palavra-Chave: Concreto, concreto leve, etileno acetato de vinila, *Attalea funifera Martius*

Abstract

In recent years, urbanization process and technological advances foment a growing damage to the environment, especially in the uncontrolled exploitation of natural resources and increasing the volumes of solid waste in nature. Aiming to reduce the environmental impact of construction activities, in this work we carried out the characterization of lightweight concretes incorporated with Ethylene Vinyl Acetate (EVA) as a reducer element of specific mass, and fiber originated from *Attalea funifera Martius* (Piaçava), vegetable fibers with high tensile strength, used as reinforcement elements. Were molded 204 concrete specimens, distributed in 12 mixes, with different amounts of material incorporated, as reference compressive strength we consider 20 MPa. Characterization techniques were used enshrined in the scientific and prescribed by ABNT. For fresh concrete was used NM 67:98 (Slump test for determination of the consistency) and the hardened concrete the following standards: NBR 9778/05 (Determination of absorption, voids and specific gravity), NBR 5739/07 (Compression test of cylindric specimens - method of test), NBR 7222/11 (Determination of the tension strength by diametrical compression of cylindrical test specimens), NBR 8522/08 (Determination of the elasticity modulus by compression). The main contribution of this work was the characterization of a new type of special lightweight concrete. The results suggest a great potential of the proposed material for applications in civil construction.

Keywords: Concrete, lightweight concrete, ethylene vinyl acetate, *Attalea funifera Martius*



19 a 21 de Outubro de 2016
Universidade Federal da Paraíba – João Pessoa - PB

MODELAGEM DE PROPRIEDADES MECÂNICAS DE CONCRETOS PRODUZIDOS COM AGREGADOS NÃO CONVENCIONAIS DE EVA E FIBRAS DE PIAÇAVA

Marlesson R. O. de Santana¹ - marlessonsa@gmail.com

Leonardo Alves Dias² - leodiaseps@gmail.com

Dany S. Dominguez^{1,2} - dsdominguez@gmail.com

Jose R. C. Pessoa¹ - jrenatopessoa@gmail.com

Susana M. Iglesias¹ - smiglesias1975@gmail.com

¹Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional, UESC, Ilhéus, BA, Brasil

²Programa de Pós-graduação Ciência Inovação e Modelagem em Materiais, UESC, Ilhéus, BA, Brasil

Resumo. A indústria da construção civil tem um grande potencial para a reciclagem de resíduos mediante a incorporação desses materiais como agregados. O resíduo de EVA (Etileno-Acetato de Vinila) vem sendo utilizado na produção de compósitos leves em conjunto com fibras vegetais de piaçava (a palmeira *Attalea funifera Martius*) como reforço. Neste trabalho, procurou-se modelar as propriedades mecânicas de resistência à compressão, resistência à tração e módulo de deformação de concretos contendo agregados não convencionais de EVA e fibras de piaçava. Foi utilizado um modelo de regressão polinomial com duas variáveis explicativas para modelar cada propriedade mecânica estudada, utilizando como variáveis independentes as porcentagens de EVA e fibras presentes na mistura. A qualidade de ajuste foi medida através dos testes de hipótese Shapiro-Wilk, Durbin Watson e Breusch-Pagan, análise gráfica dos resíduos, coeficiente de determinação (R^2), R^2 de predição (R_{Pred}^2) e critério PRESS. Através de simulações realizadas com os modelos propostos, constatou-se que a fibra de piaçava pode ser utilizada como reforço nas propriedades de resistência à compressão e resistência à tração, onde foi possível identificar uma proporção ótima entre os agregados.

Keywords: Concreto, Resistência Mecânica, Modelo Matemático, Regressão Linear

1. INTRODUÇÃO

A indústria da construção civil é um dos ramos da economia com grande impacto sobre o Produto Interno Bruto (PIB) nacional. Segundo o IBGE (2016), no ano de 2015, o setor da construção teve participação de 6,4% no PIB brasileiro. Embora a construção civil seja reconhecida como uma atividade que contribui para o desenvolvimento econômico e social, é também uma atividade que leva a um consumo excessivo de recursos naturais provenientes de fontes não renováveis, sendo também geradora de resíduos de construção e demolição, configurando-se como uma atividade potencialmente degradante ao ambiente. (Henrique, 2015; Nagalli, 2016).

CARACTERIZAÇÃO DE CONCRETO ENDURECIDO UTILIZANDO SCÂNER DE MESA E MICROTOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

R. E. WILSON (1), J. R. PESSOA (2), J. T. DE ASSIS (1), D. S. DOMINGUEZ (2,3), L. A. DIAS (2), M. R. SANTANA (3).

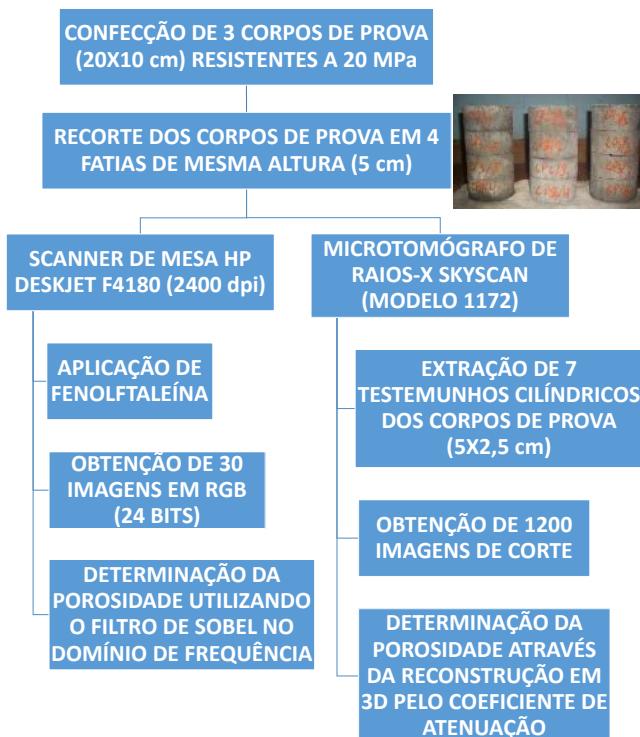
(1) Instituto Politécnico, UERJ, Nova Friburgo, RJ; (2) Programa de Pós-graduação em Ciência, Inovação e Modelagem de Materiais, UESC, Ilhéus (BA); (3) Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia, UESC, Ilhéus, (BA)

Contatos: {jrenatopessoa, dsdominguez, leodiaseps, marlessonsa}@gmail.com; joaquim@iprj.uerj.br

INTRODUÇÃO

A qualidade das estruturas produzidas com concreto está relacionada com os materiais utilizados na fabricação deste compósito cimentício. Uma vez que o concreto esteja no estado endurecido, dados sobre a disposição dos agregados e dos poros de ar são aspectos importantes tanto na resistência do material produzido, como no impacto dos efeitos nocivos das patologias do concreto, em especial a RAA (reação ácida-agregado), que ocorre na interface entre os agregados e a pasta, e ação gelo degelo, influenciada pela disposição dos poros. O objetivo deste trabalho é avaliar e comparar, respectivamente, as técnicas de microtomografia computadorizada (μ TC) de raios-X e de escaneamento por escâner comercial, para caracterização do concreto endurecido e compará-los com os resultados da ABNT NBR 9778:2005 [1].

METODOLOGIA



A figura 1 apresenta a imagem após detecção de baixa frequência pelo filtro de Sobel, pelo método do scanner comercial e a figura 2 mostra uma construção tridimensional com todos os poros encontrados na amostra a partir do método de microtomografia.

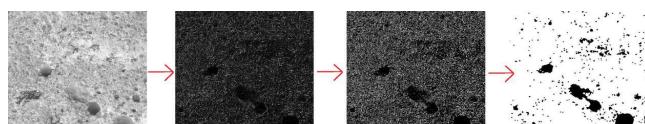


Figura 1 – Processo de obtenção de imagem pelo filtro Sobel

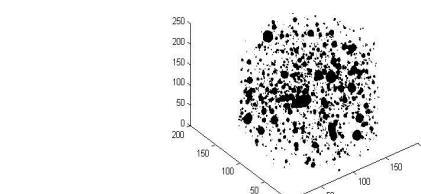


Figura 2 – Reconstrução em 3D dos poros em um dos corpos de prova cilíndricos de 5 cm por 2,5 cm

RESULTADOS

Através das imagens obtidas pelo scanner de mesa HP DESKEJET 4180 foi possível obter o teor de agregado graúdo nos corpos de prova, 37,87%. Indicando desta forma, 16% a mais do que o teor de brita presente no traço pré-estabelecido para este trabalho. Na Tabela 1, constam os resultados obtidos para a porosidade por scanner, microtomografia e pela NBR 9778:2005 [1].

Tabela 1 – Índice de porosidade pelos métodos de scanner comercial, de microtomografia de raios-X e pela NBR 9778:2005

TÉCNICAS	POROSIDADE (%)
SCANNER	3,12±1,30
μ TC - RAIOS-X	2,04±0,68
NBR 9778:05	2,08

CONCLUSÕES

A utilização do Escâner Comercial para se obter imagens do concreto se apresentou como um método aceitável por seus resultados e principalmente por seu baixo custo e facilidade de operação. O uso de micro tomografia, por sua vez, é um método não destrutivo que demonstrou produzir excelentes resultados na detecção de poros, mas não se mostrou eficiente na detecção de agregados. O grande problema encontrado na detecção de agregados por microtomografia de raios-X é a proximidade dos valores dos índices de atenuação dos componentes da rocha com o da pasta conforme figura 3.

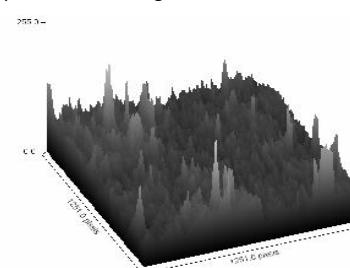


Figura 3 – Reprodução do coeficiente de atenuação na superfície do agregado graúdo através da microtomografia de raios-X

REFERÊNCIAS

- [1] ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 9778:2005 / Argamassa e concreto endurecidos - Determinação da absorção de água, índice de vazios e massa específica, Rio de Janeiro, Brasil, 2005.

APÊNDICE B – Algoritmos do software R para o ajuste dos modelos de regressão

```

1 ##### =====#
2 # Algoritmo para regressão multipla do modelo de resistência à compressão. O mesmo
3 # procedimento é realizado para os modelos de resistência à tração e módulo de deformação
4 # nos dados de argamassa e concreto.
5 #
6 # Projeto Completo para os dados de concreto:
7 #   https://github.com/marlesson/regressa_concreto
8 #
9 # Marlesson R. O. de Santana
10 # 14/09/2016
11 ##### =====#
12
13 library(plotrix)
14 library(lmtest)
15 library(qpcR)
16 library(nlstools)
17
18 require(qpcR)
19 require(rpanel)
20 require(lattice)
21 require(latticeExtra)
22 require(grid)
23 require(lattice)
24 require(RColorBrewer)
25 library(ggplot2)
26
27 library("lattice")
28 library(latticeExtra)
29
30 source("lib/graficos.r")
31 source("lib/indices_qualidade.r")
32
33
34 ##### =====# Leitura dos Dados #####
35
36 ### Dados de concreto
37 dados <- read.table(file="dados.txt", header=T, sep=" ")
38
39 ### Dados de resistência à compressão do CR (Concreto de Referencia)
40 fcc0 <- dados[dados$EVA==0&dados$FIBRA==0,]$COMPRESSAO
41
42 ### Dados de resistência à compressao
43 fcc <- dados$COMPRESSAO
44
45 ### Calcula o Y da regressao múltipla segundo Eq. (35)
46 Y <- fcc-fcc0
47
48
49
50 ##### =====# Regressao #####
51
52 ### Modelo completo segundo Eq. (35), utilizando a função lm() em R para a regressão

```

```

53 modelo      <- lm(Y~0+EVA+FIBRA+EVA:FIBRA+I(EVA^2)+I(FIBRA^2) , data=dados)
54 modelo$fcc0 <- fcc0
55
56
57 ##### Coeficientes/Qualidade de Ajuste #####
58
59 fcc_r      <- M.predict(modelo, dados$EVA, dados$FIBRA) # Resistência à compressão pelo modelo
60 fcc        <- dados$COMPRESSAO # Resistência à compressão pelo ensaio
61
62 residuos <- fcc-fcc_r # Resíduos do modelo
63
64 ### Exibição dos Coeficientes e Índices de Qualidade
65
66 # Coeficientes
67 print(summary(modelo))
68
69 # R2 (Coeficiente de Determinação)
70 print(paste("R^2 -> ", Q.R2(fcc_r, fcc)))
71
72 # Soma dos quadrados dos resíduos
73 print(paste("SSE -> ", Q.SSE(fcc_r, fcc)))
74
75 # Estatística PRESS
76 press <- Q.PRESS(modelo, 'COMPRESSAO', fcc0, dados)
77 print(paste("PRESS -> ", press))
78
79 # R2 da Predição
80 print(paste("R^2 PRESS -> ", Q.R2Pred(fcc, press)))
81
82 ### Testes de hipóteses do modelo
83
84 # Shapiro-wilk
85 print(shapiro.test(residuals(modelo)))
86
87 # Durbin-Watson test
88 print(dwtest(modelo))
89
90 # Breusch-Pagan test
91 print(bptest(modelo))
92
93
94 ##### Impressão dos Gráficos do Modelo #####
95
96 ### Resíduos do Modelo
97 PrintResiduoNormalizado(pathImagens("compressao", "residuo_normalizado.png"),
98                           modelo, residuos, fcc_r)
99
100 PrintResiduoVarReg(pathImagens("compressao", "residuo.png"),
101                      "Resistência à Compressão", residuos, dados$COMPRESSAO)
102
103 PrintResiduoVarReg(pathImagens("compressao", "residuo_eva.png"),
104                      "EVA (%)", residuos, dados$EVA)
105
106 PrintResiduoVarReg(pathImagens("compressao", "residuo_fibra.png"),
107                      "Fibras (%)", residuos, dados$FIBRA)
108
109 ### Gráficos 3D, superfície de resistência e Curvas de Nível
110
111 lim_xyz <- c(0.26, 0.021, 0, 26) #Limites de graficos
112 lbl_xyz <- c("EVA (%)", "Fibra (%)", "Resistência à Compressão (MPa)")
```

```

113
114 print3DFunc(pathImagens("compressao", "3d_1.png"),
115             modelo,
116             list(z=-50, x=-70, y=0), #angulo
117             lbl_xyz,
118             lim_xyz)
119
120 printCurvasNivelFunc(pathImagens("compressao", "curva_nivel.png"), modelo, lbl_xyz, lim_xyz)
121
122 ### Graficos 3d Eficiencia
123 print3DEFici(pathImagens("compressao", "3d_ef.png"),
124               modelo,
125               list(z=140, x=-70, y=-00),
126               c("EVA (%)", "Fibra (%)", "Eficiência (%")),
127               c(0.26, 0.021, 0, 31))
128
129 ### Max resistencia Barra
130 maxFib <- optimizeFibModelo(modelo, iEva=seq(0.05, 0.25, by=0.05), TRUE)
131 printMaxResistenciaFibra(pathImagens("compressao", "barra_max.png"), maxFib, lbl_xyz[3])

```

./07-algoritmos/main_comp.r

```

1 TIPO EVA FIBRA COMPRESSAO TRACAO MODULO MASSA ABSORCAO POROSIDADE
2 CR 0 0 21.08 3.23 36.71 2097.54 5.54 11.61
3 EF5 0.05 0 22.57 2.63 34.43 2101.32 6.32 13.26
4 1EF5 0.05 0.01 17.27 2.64 35.78 2092.87 7.91 16.53
5 2EF5 0.05 0.02 16.70 2.30 31.44 2108.81 8.20 17.30
6 EF15 0.15 0 15.16 2.38 28.74 1956.29 7.54 14.75
7 1EF15 0.15 0.01 18.33 2.02 30.92 1988.09 8.77 17.44
8 2EF15 0.15 0.02 15.94 2.53 24.38 2064.51 8.98 18.53
9 EF25 0.25 0 10.01 1.26 23.34 1922.18 9.43 18.14
10 1EF25 0.25 0.01 11.65 1.79 21.22 1938.71 10.93 21.18
11 2EF25 0.25 0.02 11.02 1.96 20.61 1965.11 11.28 22.16

```

./07-algoritmos/dados.txt

```

1 =====
2 # Funções de auxilio para a regressão e impressão dos gráficos
3 #
4 # Marlesson R. O. de Santana
5 # 14/09/2016
6 =====
7
8 # Definicao de configurações
9 args(panel.3d.contour)
10 body(panel.3d.contour)
11
12 # Plot Residuo Normalizado
13 PrintResiduoNormalizado <- function(filename, modelo, residuos, fcc_r, ...) {
14   sqe      <- sum(residuos^2)
15   qme      <- sqe/(length(resid(modelo))-length(coef(modelo))-1)
16
17   nres     <- residuos/sqrt(qme)
18
19   df       <- data.frame(res=nres, fcc=fcc_r)
20
21   p <- ggplot(df, aes(x = fcc, y = res)) + ylim(-2.5, 2.5) +
22     geom_point(size=3.5) +
23     geom_abline(slope = 0, intercept = 2, colour = "darkred", linetype = 2, size=0.6) +

```

```

24     geom_abline(slope = 0, intercept = 0, colour = "darkred", linetype = 2, size=0.7) +
25     geom_abline(slope = 0, intercept = -2, colour = "darkred", linetype = 2, size=0.7) +
26     labs(x="Valores Ajustados", y = "Res\u00edduo Normalizado")+
27     theme_minimal()+
28     theme(axis.text =element_text(size=15),
29           axis.title=element_text(size=18),
30           plot.title=element_text(size=20, face="bold"))
31
32 #print(p)
33
34 ggsave(file=filename)
35 }
36
37 # Plot Residuo EVA
38 PrintResiduoVarReg <- function(filename, x_lbl, residuos, var, ...){
39
40   df   <- data.frame(residuos=residuos, var=var)
41
42   p <- ggplot(df, aes(x = var, y = residuos))+
43     geom_point(size=3.5)+
44     geom_abline(slope = 0, intercept = 0, colour = "darkred", linetype = 2) +
45     labs(x=x_lbl, y = "Res\u00edduo EVA")+
46     theme_minimal()+
47     theme(axis.text =element_text(size=12),
48           axis.title=element_text(size=16),
49           plot.title=element_text(size=20,face="bold"))
50
51 print(p)
52 }
53
54 # Print Grafico da função
55 printModeloAjuste <- function(filename, modelo, fcc_r, fcc, ylim, xlim, ...){
56
57   #
58   # ajuste Pontos
59   pred   <- data.frame(y=fcc ,x=fcc_r)
60   m0     <- lm(y~x, data = pred)
61
62   #
63   # fazendo a predição intervalar num grid regular mais fino
64   seq_pred <- seq(min(fcc_r), max(fcc_r), length=10)
65   pred2   <- data.frame(x=seq_pred)
66   pred$x2 <- seq_pred
67   pred$y2 <- predict(m0, newdata=pred2)
68
69   #str(pred)
70   r2      <- format(c(coef(m0), summary(m0)$r.squared)[3]*100, digits=4)
71
72   #
73   #Correla\u00e7\u00e3o do Modelo
74   ggplot(pred, aes(x = x, y = y)) + ylim(ylim) + xlim(xlim) +
75     geom_point(size=3)+
76     geom_line(aes(y=y2, x=x2), colour = "darkred", linetype = 2)+geom_text(data = NULL, x =xlim[2], y = ylim[2],
77     label = paste("R\u00b2", r2), size=6)+labs(title="Valores Ajustados X Valores Observados", x="Valores Ajustados (MPa)", y =
78     "Valores Observados (MPa)")+
79     theme_minimal()+
80     theme(axis.text =element_text(size=12),
81           axis.title=element_text(size=16),
82

```

```

83         plot.title=element_text(size=20,face="bold"))
84
85     ggsave(file=filename)
86 }
87
88
89
90 # Print grafico 3D Eficiencia
91 print3DEfici <- function(filename, modelo, screen, lbl, lim){
92
93     # Limite
94     max_eva <- lim[1]
95     max_fib <- lim[2]
96
97     pred      <- expand.grid(bloco="I", EVA=seq(0,max_eva,l=35), FIBRA=seq(0,max_fib,l=35))
98     pred$FCC  <- ((M.predict(modelo,pred$EVA, pred$FIBRA)-M.predict(modelo,pred$EVA,0*pred$FIBRA))/M.predict(modelo,pred$EVA,0*pred$FIBRA))*100
99     pred$EVA  <- pred$EVA*100
100    pred$FIBRA <- pred$FIBRA*100
101    pred <- pred[pred$FCC > 0,]
102 #
103 # vendo a superfície ajustada
104 args(panel.3d.contour)
105 body(panel.3d.contour)
106
107 colr <- brewer.pal(11, "RdYlGn")
108 colr <- colorRampPalette(colr, space="rgb")
109
110 xlab <- lbl[1]
111 ylab <- lbl[2]
112 zlab <- lbl[3]
113
114 png(file=filename, width=400, height=400)
115 fig <- wireframe(FCC~EVA*FIBRA, data=pred,
116                     scales =list(arrows=FALSE, axis=list(text=list(cex=1.5))),
117                     main   =list(cex=1.5),
118                     zlab   =list(zlab, rot=90, cex=1.2),
119                     xlab   =list(xlab, rot=24, cex=1.2),
120                     ylab   =list(ylab, rot=-37, cex=1.2),
121                     cex.lab=0.2,
122                     zlim   =c(lim[3],lim[4]),
123                     col    ="gray50",
124                     col.contour=1,
125                     panel.3d.wireframe="panel.3d.contour",
126                     type=c("on","bottom"),
127                     col.regions=colr(100),
128                     drape=TRUE,
129                     screen=screen)
130 print(fig)
131 #
132 dev.off()
133 }
134
135 # Print grafico 3D
136 print3DFunc <- function(filename, modelo, screen, lbl, lim){
137
138     # Limite
139     max_eva <- lim[1]
140     max_fib <- lim[2]
141

```

```

142 pred      <- expand.grid(bloco="I", EVA=seq(0,max_eva,l=35), FIBRA=seq(0,max_fib,l=35))
143 pred$FCC  <- M.predict(modelo, pred$EVA, pred$FIBRA)
144 pred$EVA   <- pred$EVA*100
145 pred$FIBRA <- pred$FIBRA*100
146
147 #
148 # vendo a superfície ajustada
149 args(panel.3d.contour)
150 body(panel.3d.contour)
151
152 colr <- brewer.pal(11, "RdYlGn")
153 colr <- colorRampPalette(colr, space="rgb")
154
155 xlab <- lbl[1]
156 ylab <- lbl[2]
157 zlab <- lbl[3]
158
159 #png(file=filename, width=850, height=850)
160 fig <- wireframe(FCC~EVA*FIBRA, data=pred,
161                   scales =list(arrows=FALSE, axis=list(text=list(cex=2.5))),
162                   main    =list(cex=2),
163                   zlab    =list(zlab, rot=90, cex=2),
164                   xlab    =list(xlab, rot=24, cex=2),
165                   ylab    =list(ylab, rot=-37, cex=2),
166                   cex.lab =1.2,
167                   zlim    =c(lim[3],lim[4]),
168                   col     ="gray50",
169                   col.contour=1,
170                   panel.3d.wireframe="panel.3d.contour",
171                   type=c("on","bottom"),
172                   col.regions=colr(100),
173                   drape=TRUE,
174                   screen=screen)
175 print(fig)
176 #
177 #dev.off()
178 }
179
180
181 # Curvas de Nível 3D
182 printCurvasNivelFunc <- function(filename, modelo, lbl, lim){
183
184   # Limite
185   max_eva <- lim[1]
186   max_fib <- lim[2]
187
188   colr <- brewer.pal(11, "RdYlGn")
189   colr <- colorRampPalette(colr, space="rgb")
190
191   xlab <- lbl[1]
192   ylab <- lbl[2]
193   zlab <- lbl[3]
194
195   pred      <- expand.grid(bloco="I", EVA=seq(0,max_eva,l=200), FIBRA=seq(0,max_fib,l=200))
196   pred$FCC  <- M.predict(modelo, pred$EVA, pred$FIBRA)
197   pred$EVA   <- pred$EVA*100
198   pred$FIBRA <- pred$FIBRA*100
199
200 #png(file=filename, width=950, height=850)

```



```

262 }
263 
264 
265 
266 p <- ggplot(data=df, aes(x=eva, y=len, fill=tipo)) +
267   geom_bar(stat="identity")+
268   geom_label(aes(y=fcc+0.2, label=cMelhora), size=4.2, nudge_x = 0.5)+ 
269   geom_text(aes(y=len+0.05, label=fib), size=4.2, nudge_x = 0.5)+ 
270   scale_fill_brewer(palette="Paired", labels=c("EVA", "EVA+Fibra"))+
271   theme_minimal()+
272   labs(x="EVA (%)", y = lbl_y, fill="Tipo")+
273   theme(axis.text=element_text(size=16),
274         axis.title=element_text(size=16),
275         plot.title=element_text(size=20,face="bold"))
276 
277 print(p)
278 #ggsave(file=filename)
279 }

280 
281 # Retorna um vetor de indices para os pontos de interceptação entre
282 # as duas retas
283 interceptLine <- function(vet1, vet2, error){
284 
285   i = c()
286 
287   for(k in seq(1, length(vet1))){
288     sub <- abs(vet1[k]-vet2[k])
289 
290     i[k] <- (sub < error)
291   }
292 
293   return(i)
294 }

295 
296 # Plot de linha do máximo de resistencia com a utilização
297 # da fibra com linha sem utilização da fibra
298 printMaxResistenciaFibraLine <- function(filename, maxFib, lbl_y){
299   df      <- data.frame()
300 
301   for (i in seq(1,length(maxFib$eva))) {
302     df <- rbind(df, data.frame(tipo='CF',
303                   eva=maxFib$eva[i]*100,
304                   fcc= maxFib$fcc_com_fibra[i]))
305 
306     df <- rbind(df, data.frame(tipo='SF',
307                   eva=maxFib$eva[i]*100,
308                   fcc = maxFib$fcc_sem_fibra[i]))
309   }
310 
311 }

312 
313 p <- ggplot(data=df, aes(x=eva, y=fcc, group=tipo, colour=tipo)) +
314   geom_line()+
315   scale_fill_brewer(palette="Paired", labels=c("EVA", "EVA+Fibra"))+
316   theme_minimal()+
317   labs(title="Maximiza\u00e7\u00e3o da Resist\u00eancia com a Utiliza\u00e7\u00e3o da
318         Fibra",
319         x="EVA (%)", y = lbl_y, colour="Tipo")+
320   theme(axis.text=element_text(size=12),
321         axis.title=element_text(size=16),

```

```

321     plot.title=element_text(size=20,face="bold"))
322
323 #Pontos de divisão
324 intercept_lines <- interceptLine(maxFib$fcc_sem_fibra , maxFib$fcc_com_fibra , error=1e-02)
325
326 # Se tiver intersecção com as linhas
327 if(length(which(intercept_lines)) > 0){
328   i_max <- max(which(intercept_lines))
329
330   x1 <- maxFib$eva[ i_max]*100
331   y1 <- maxFib$fcc_com_fibra[ i_max]
332   points_inter <- data.frame(tipo='CF',eva = x1, fcc = y1)
333
334 # Plot point
335 p <- p + geom_point(data=points_inter, colour="red") +
336   geom_text(data=head(points_inter, 1),
337             label=paste(" ,round(x1, 2) , " , round(y1,2) , ") , sep = " " ) ,
338             colour = "black" , size=4, hjust=1)
339 }
340
341 #print(p)
342
343 ggsave( file=filename )
344 }
345
346 # Plot de linha com valores de fibra 0, 1 e 2
347 printResistenciaFibraLinha <- function(filename, modelo, lbl_y){
348   iEva <- seq(0, 0.25, by=0.0025)
349
350   fcc_0 <- M.predict(modelo,iEva, rep(0, length(iEva)))
351   fcc_1 <- M.predict(modelo,iEva, rep(0.01, length(iEva)))
352   fcc_2 <- M.predict(modelo,iEva, rep(0.02, length(iEva)))
353
354   df <- data.frame()
355
356   for (i in seq(1,length(iEva))) {
357     df <- rbind(df, data.frame(tipo='SF',
358                           eva = iEva[i]*100,
359                           fcc = fcc_0[i]))
360
361     df <- rbind(df, data.frame(tipo='CF1',
362                           eva=iEva[i]*100,
363                           fcc=fcc_1[i]))
364
365     df <- rbind(df, data.frame(tipo='CF2',
366                           eva=iEva[i]*100,
367                           fcc=fcc_2[i]))
368   }
369 }
370
371 p <- ggplot(data=df, aes(x=eva, y=fcc, group=tipo, colour=tipo)) +
372   geom_line()+
373   scale_fill_brewer(palette="Paired", labels=c("EVA", "EVA+Fibra"))+
374   theme_minimal()+
375   labs(title="Resist\u00eancia X EVA", x="EVA (%)",
376        y = lbl_y, colour="Tipo")+
377   theme(axis.text =element_text(size=12),
378         axis.title=element_text(size=16),
379         plot.title=element_text(size=20,face="bold"))

```

```

381
382
383 # Verifica se tem ponto de intercecao
384 intercept_lines <- interceptLine(fcc_0, fcc_1, error=1e-01)
385
386 # Se tiver intercecao com as linhas fcc_0, fcc_1
387 if(length(which(intercept_lines)) > 0){
388   i_max <- median(which(intercept_lines))
389
390   x1 <- iEva[i_max]*100
391   y1 <- fcc_0[i_max]
392   points_inter <- data.frame(tipo='CF2',eva = x1, fcc = y1)
393
394   # Plot point
395   p <- p + geom_point(data=points_inter, colour="red") +
396     geom_text(data=head(points_inter, 1),
397               label=paste("(", round(x1, 2), ", ", round(y1,2), ")"),
398               colour = "black", size=4, hjust=1)
399 }
400
401 intercept_lines <- interceptLine(fcc_0, fcc_2, error=1e-01)
402
403 # Se tiver intercecao com as linhas fcc_0, fcc_1
404 if(length(which(intercept_lines)) > 0){
405   i_max <- median(which(intercept_lines))
406
407   x1 <- iEva[i_max]*100
408   y1 <- fcc_0[i_max]
409   points_inter <- data.frame(tipo='CF2',eva = x1, fcc = y1)
410
411   # Plot point
412   p <- p + geom_point(data=points_inter, colour="red") +
413     geom_text(data=head(points_inter, 1),
414               label=paste("(", round(x1, 2), ", ", round(y1,2), ")"),
415               colour = "black", size=4, hjust=1)
416 }
417
418 #print(p)
419
420 ggsave(file=filename)
421 }
422
423 # Plot de linha com valores de eva 5, 15, 25
424 printResistenciaEVALinha <- function(filename, modelo, lbl_y){
425   iFib <- seq(0, 0.02, by=0.00025)
426
427   fcc_0 <- M.predict(modelo, rep(0.05, length(iFib)), iFib)
428   fcc_1 <- M.predict(modelo, rep(0.15, length(iFib)), iFib)
429   fcc_2 <- M.predict(modelo, rep(0.25, length(iFib)), iFib)
430
431   df <- data.frame()
432
433   for (i in seq(1,length(iFib))) {
434     df <- rbind(df, data.frame(tipo='EVA5',
435                           fib = iFib[i]*100,
436                           fcc = fcc_0[i]))
437
438     df <- rbind(df, data.frame(tipo='EVA15',
439                           fib=iFib[i]*100,
440                           fcc=fcc_1[i]))

```

```

441
442
443     df <- rbind(df, data.frame(tipo='EVA25',
444                     fib=iFib[i]*100,
445                     fcc=fcc_2[i]))
446 }
447
448 #Pontos de intersecção
449 y <- min(abs(fcc_0-fcc_1))
450 i <- which(abs(fcc_0-fcc_1) == y)
451 x1 <- iFib[i]*100
452 y1 <- fcc_0[i]
453
454 y <- min(abs(fcc_2-fcc_0))
455 i <- which(abs(fcc_2-fcc_0) == y)
456 x2 <- iFib[i]*100
457 y2 <- fcc_0[i]
458
459 p <- ggplot(data=df, aes(x=fib, y=fcc, group=tipo, colour=tipo)) +
460   geom_line()+
461   scale_fill_brewer(palette="Paired", labels=c("EVA", "EVA+Fibra"))+
462   theme_minimal()+
463   labs(title="Resist\u00eancia X Fibra", x="Fibra (%)",
464        y = lbl_y, colour="Tipo")+
465   theme(axis.text =element_text(size=12),
466         axis.title=element_text(size=16),
467         plot.title=element_text(size=20,face="bold"))
468
469
470 # print(p)
471
472 ggsave(file=filename)
473 }
474
475 # Path de imagens para salvar
476 pathImagens <- function(tipo, filename){
477   return(paste("Graficos/", tipo, "/", filename, sep = ""))
478 }
479
480 =====
481 # Funções desenvolvidas para matérias do blog "Ridículas <- dicas curtas sobre R"
482 # www.ridiculas.wordpress.com, por Walmes Zeviani
483 # envie sugestões para walmes<at>ufpr.br
484 =====
485 # painel para gráficos com contornos
486 panel.3d.contour <- function(x, y, z, rot.mat, distance, type="on",
487                               nlevels=20, zlim.scaled, col.contour=1, ...){
488   clines <- contourLines(x, y, matrix(z, nrow=length(x), byrow=TRUE),
489                          nlevels=nlevels)
490   if(any(type%in%("bottom"))){
491     for(l1 in clines){
492       n <- ltransform3dto3d(rbind(l1$x, l1$y, zlim.scaled[1]),
493                             rot.mat, distance)
494       panel.lines(n[1,], n[2,], col=col.contour, lty=1, lwd=1)
495     }
496   panel.3dwire(x, y, z, rot.mat, distance, zlim.scaled=zlim.scaled, ...)
497   if(any(type%in%("on"))){
498     for(l1 in clines){
499       n <- ltransform3dto3d(rbind(l1$x, l1$y, l1$level), rot.mat, distance)
500       panel.lines(n[1,], n[2,], col=col.contour, lty=1, lwd=1)
501     }
502   }
503 }
```

```

501      }}
502  if(any(type%in%c("top"))){
503    for(l1 in clines){
504      n <- ltransform3dto3d(rbind(l1$x, l1$y, zlim.scaled[2]),
505                            rot.mat, distance)
506      panel.lines(n[1,], n[2,], col=col.contour, lty=1, lwd=1)
507    }
508  }

```

./07-algoritmos/lib/graficos.r

```

1 #=====
2 # Funções de auxilio para a regressão, calculo dos índices de qualidade e testes
3 # de hipótese
4 #
5 # Marlesson R. O. de Santana
6 # 14/09/2016
7 #-----
8
9 # Definicao do modelo para utlização em simulação, Eq. (35)
10 M.predict <- function(modelo, eva, fibra){
11   return(array(modelo$fcc0+predict(modelo, newdata = data.frame(EVA=eva, FIBRA=fibra))))
12 }
13
14 # Calcula o R2 (Coeficiente de Determinação)
15 Q.R2 <- function(y_pred, y, ...){
16
17   sqt <- sum((y - median(y))^2)
18
19   sqr <- Q.SSE(y_pred, y)
20
21   return( 1 - (sqr / sqt) )
22 }
23
24 # Calcula o R2 da Predição
25 Q.R2Pred <- function(y, press){
26
27   sqt <- sum((y - median(y))^2)
28
29   return( 1 - (press / sqt) )
30 }
31
32 # Calcula o soma dos quadrados do resuduo
33 Q.SSE <- function(y_pred, y, ...){
34   return( sum((y_pred - y)^2) )
35 }
36
37 # Calcula o soma dos quadrados do resuduo
38 Q.MSE <- function(modelo, y_pred, y, ...){
39
40   if(is.na(coef(modelo)[ "(Intercept)" ])){
41     coefs <- length(coef(modelo))
42   } else{
43     coefs <- length(coef(modelo)) - 1
44   }
45
46   return(Q.SSE(y_pred, y)/(length(y)-coefs-1))
47 }
48
49 # Calcula o PRESS

```

```

50 Q.PRESS <- function(modelo, y_str, fcc0, dados){
51   press <- 0
52
53   for(i in 1:length(dados$TIPO)){
54     newDados <- dados[-i, ]
55
56     ## Calcula o y da regressao
57     newDados['y'] <- newDados[y_str] - fcc0
58
59     newModelo <- update(modelo, data=newDados)
60     newModelo$fcc0 <- fcc0
61
62     newPred <- M.predict(newModelo, dados[i, 'EVA'], dados[i, 'FIBRA'])
63     realValue <- dados[i, y_str]
64
65     press <- press + (newPred - realValue)^2
66   }
67   return(press)
68 }
69
70 optimizeFibModelo <- function(modelo, iEva, maximum){
71
72   # Intervalo de utilização da fibra
73   iFib <- c(-0.0001, 0.0201)
74
75
76   fcc_sem_fibra <- c()
77   fcc_com_fibra <- c()
78   fib <- c()
79
80   i <- 1
81   for(eva in iEva){
82     fibMax <- optimize(M.predict, iFib, tol = 0.0001, maximum=maximum, modelo = modelo, eva = eva)
83
84     fcc_sem_fibra[i] <- M.predict(modelo, eva, 0)
85     if(maximum){
86       fcc_com_fibra[i] <- M.predict(modelo, eva, fibMax$maximum)
87       fib[i] <- fibMax$maximum
88     } else {
89       fcc_com_fibra[i] <- M.predict(modelo, eva, fibMax$minimum)
90       fib[i] <- fibMax$minimum
91     }
92
93     i <- i+1
94   }
95
96   return(list(eva = iEva, fib=fib, fcc_sem_fibra=fcc_sem_fibra, fcc_com_fibra=fcc_com_fibra))
97 }
```

./07-algoritmos/lib/indices_qualidade.r

APÊNDICE C – Imagens do processo de produção dos CPs e coleta de dados do concreto

Figura 37 – Moagem dos recortes de EVA em duas etapas. A partir de recortes de EVA foi utilizado o moinho de maior capacidade e potencia, posteriormente passado pelo moinho menor para reduzir os grãos



(a) Moinho de facas modelo N150 da marca RONE (b) Moinho de facas da marca SP LABOR

Figura 38 – Processo de recorte das fibras de piaçava utilizando uma prensa de corte manual



(a) Fibras de Piaçava (b) Recorte das fibras no tamanho específico

Figura 39 – Separação dos materiais para produção de um traço e moldagem dos corpos de prova



(a) Materiais necessários para a produção de um traço

(b) Moldagem dos corpos de prova

Figura 40 – Preparando os corpos de prova após desmoldagem para iniciar o processo de cura



(a) Corpos de prova

(b) Tanque de cura

Figura 41 – Preparando a máquina EMIC para realização dos ensaios mecânicos



(a)

(b)

Figura 42 – Preparando os CPs para a realização do ensaio de resistência à compressão

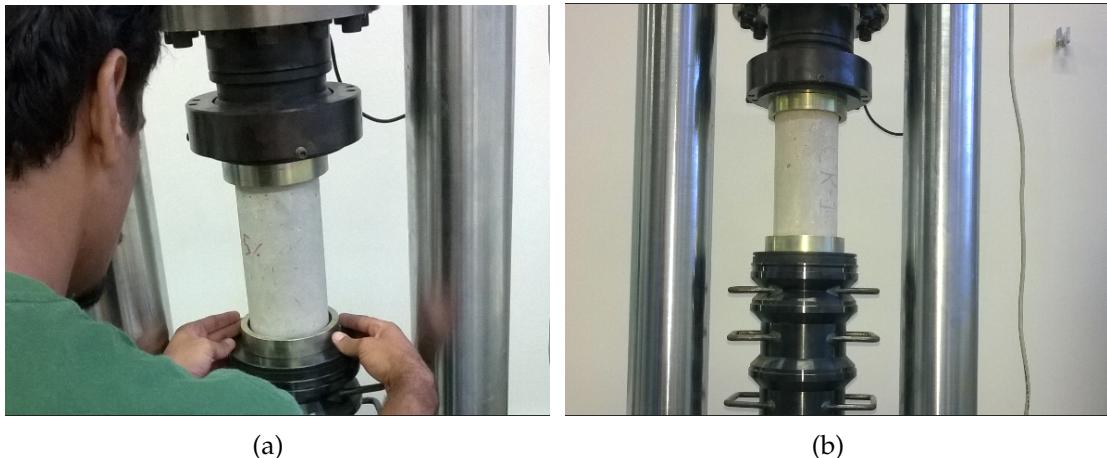


Figura 43 – Preparando os CPs para a realização do ensaio de resistência à tração e módulo de deformação

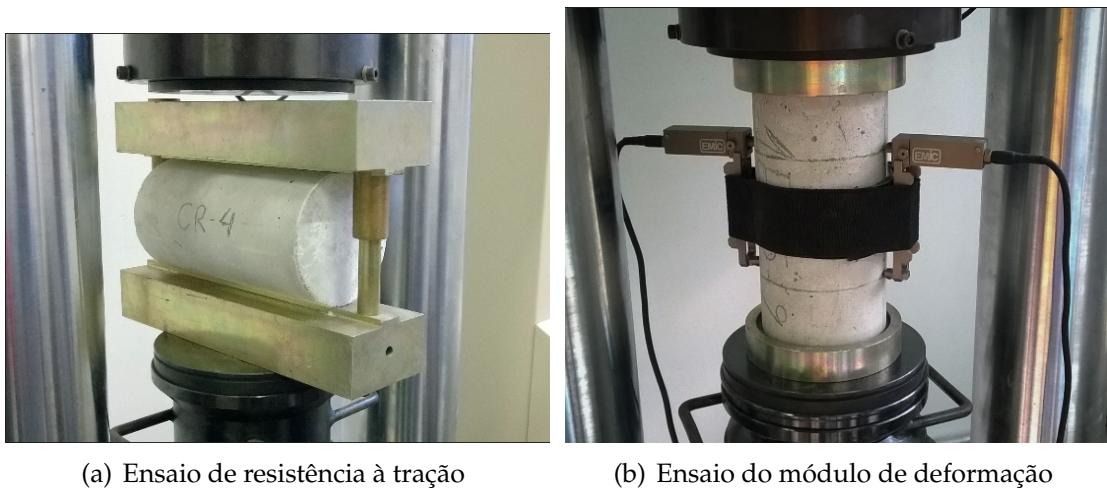


Figura 44 – Corpos de prova rompidos após realização dos ensaios mecânicos

