



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ
PRO-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM COMPUTACIONAL
EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA

CARLOS ALBERTO OLIVEIRA ARAUJO

AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DE VÁRIAS MEDIDAS DE SIMILARIDADE NA REDE
AUTO-ORGANIZÁVEL DE KOHONEN

ILHÉUS-BA
2017

CARLOS ALBERTO OLIVEIRA ARAUJO

**AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DE VÁRIAS MEDIDAS DE
SIMILARIDADE NA REDE AUTO-ORGANIZÁVEL DE
KOHONEN**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia da Universidade Estadual de Santa Cruz, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Prof. Dr. Gildson Queiroz de Jesus

Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Silva Palmeira

ILHÉUS-BA
2017

-
- A663 Araujo, Carlos Alberto Oliveira.
 Avaliação da Influência de Várias Medidas de Similaridade na Rede Auto-Organizável de Kohonen / Carlos Alberto Oliveira Araujo.
 – Ilhéus-BA: UESC, 2017.
 58f. : il.; anexos.
- Orientador: Gildson Queiroz de Jesus.
 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Santa Cruz. Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia.
 Inclui referências.
1. Redes neurais (Computação). 2. Mapas auto organizáveis.
 3. Algoritmos computacionais. I. Título.

CARLOS ALBERTO OLIVEIRA ARAUJO

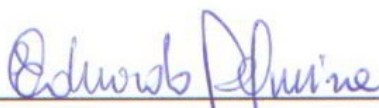
**AVALIAÇÃO DA INFLUÊNCIA DE VÁRIAS MEDIDAS DE
SIMILARIDADE NA REDE AUTO-ORGANIZÁVEL DE
KOHONEN**

Ilhéus-BA, 24/02/2017

Comissão Examinadora



Prof. Dr. Gildson Queiroz de Jesus
UESC
(Orientador)



Prof. Dr. Eduardo Silva Palmeira
UESC
(Coorientador)



Prof. Dr. Paulo Eduardo Ambrósio
UESC



Prof. Dr. Fabíolo Moraes Amaral
IFBA

Dedico a minha mãe, Alina, a minha esposa,
Márcia, e às minhas filhas, Maria Laura e
Maria Fernanda.

Agradecimentos

- A Deus, Senhor de todas as coisas.
- Aos meus pais, Alina e Francisco, meus irmãos Reinaldo, Jean e Rennan e às minhas filhas Maria Laura e Maria Fernanda, pela compreensão nos momentos de ausência.
- A minha esposa Márcia, pelo apoio e carinho durante todo esse tempo que estamos juntos.
- Ao Prof. Dr. Gildson Queiroz de Jesus, pelo importante papel de orientador deste trabalho. Sem ele esta tarefa não teria sido concluída.
- Ao Prof. Dr. Eduardo Silva Palmeira, pela sua relevante colaboração na teoria Fuzzy.
- Aos demais membros do PPGMC, com destaque para o Prof. Dr. Francisco Bruno Souza Silva, pela sua competência à frente da Coordenação deste Programa de Pós-Graduação.
- À servidora Ellen Pitombo de Souza, pela dedicação no atendimento das atividades relativas ao Colegiado do Curso.
- À Profa. MSc. Thaise Santos Silva, pelo importante suporte na fase inicial desta pesquisa.
- Aos colegas do PPGMC, com destaque a Guilherme Peixoto Andrade e Ciro Campos Chaves, pela parceria em algumas atividades do curso.
- Aos colegas da Diretoria de Infraestrutura da Universidade Federal do Sul da Bahia, pela solidariedade durante esses anos de trabalho.
- Muito Obrigado!

“Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer.”

(Albert Einstein)

Avaliação da Influência de Várias Medidas de Similaridade na Rede Auto-Organizável de Kohonen

Resumo

Conhecido por ser um método automático bastante empregado na clusterização e exploração de dados, o mapa auto-organizável de Kohonen é utilizado para o levantamento de dados em áreas como indústria, finanças, ciências naturais e linguística. Assim, neste trabalho, implementamos o *self-organizing map* (SOM), proposto pelo cientista Tuevo Kohonen, de forma que inserimos diversas medidas de similaridade com o objetivo de analisar a influência de cada uma das métricas utilizadas na classificação dos dados. Desse modo, escolhemos as medidas de similaridade Euclidiana, Fu, Fuzzy, Grafo Fuzzy e Tanimoto. Percebeu-se, portanto, que apesar do bom funcionamento da rede de Kohonen com todas as medidas supracitadas e suas especificidades, a natureza dos dados de entrada é que vai influenciar na escolha da medida correta para a sua classificação, pois para manter a eficácia do método é preciso selecionar corretamente a medida de similaridade devido ao caráter linear ou não-linear do conjunto de dados.

Palavras-chave: Mapa Auto-Organizável. Similaridade. Redes Neurais

Evaluating of Influence of Various Similarity Measures on the Kohonen Self-Organizing Network

Abstract

Known as an automatic method widely employed for clustering and data mining, the Kohonen's self-organizing map is used for data exploration in areas such as industry, finance, natural sciences and linguistics. Thus in this work we implemented the self-organizing map (SOM), proposed by the scientist Tuevo Kohonen, so that we inserted several similarity measures with the objective of analyzing the influence of each one of the metrics used in the data classification. Then, we chose the Euclidean, Fu, Fuzzy, Fuzzy Graph and Tanimoto similarity measures. It was concluded that in spite of the good functioning of the Kohonen's network with all the aforementioned measures and their specificities, the nature of the input data is that will influence on the choice of the correct measure for its classification, because to maintain the effectiveness of the method must correctly select the measure of similarity due to the linear or non-linear character of the data set.

Keywords: Self-Organizing Map. Similarity. Neural Networks.

Lista de figuras

Figura 1 – Representação em diagrama de blocos dos sistema nervoso	3
Figura 2 – Processo em lotes no qual as amostras são divididos em sublistas a partir dos modelos de melhor correspondência, em seguida os novos modelos são distribuídos como mediana (generalizada) das sublistas sobre os vizinhos.	6
Figura 3 – Exemplo de grafo clássico	11
Figura 4 – Exemplo de grafo fuzzy	12
Figura 5 – Conjunto de treinamento	15
Figura 6 – Disposição dos neurônios N_1 , N_2 , N_3 e N_4 após a escolha aleatória dos seus pesos	16
Figura 7 – Neurônios ativados e a formação dos <i>clusters</i> com a medida de similaridade Euclidiana	18
Figura 8 – Neurônios ativados e a formação dos <i>clusters</i> com a medida de similaridade de Fu	19
Figura 9 – Neurônios ativados e a formação dos <i>clusters</i> com a medida de similaridade Fuzzy	21
Figura 10 – Pesos entre ponto a e os neurônios	23
Figura 11 – Pesos dos neurônios entre si	23
Figura 12 – Neurônios ativados e a formação dos <i>clusters</i> com a medida de similaridade Grafo Fuzzy	26
Figura 13 – Neurônios ativados e a formação dos subconjuntos com a medida de similaridade Tanimoto	27
Figura 14 – Gráfico de Desempenho das Métricas Utilizadas	32
Figura 15 – Ilustração da disposição dos neurônios após os seus ajustes de pesos para o SOM Euclidiano, Fu e Tanimoto	34
Figura 16 – Ilustração da disposição dos neurônios após os seus ajustes de pesos para o SOM Fuzzy	35
Figura 17 – Ilustração da disposição dos neurônios após os seus ajustes de pesos para o SOM Grafo Fuzzy	36

Lista de tabelas

Tabela 1 – Algoritmo da Rede de Kohonen	14
Tabela 2 – Algoritmo da Rede de Kohonen Grafo Fuzzy	22
Tabela 3 – Vetores de Pesos do Neurônios (w_j)	29
Tabela 4 – Conjunto de Validação (xv)	30
Tabela 5 – Mapa Topológico	30
Tabela 6 – Conjunto de Treinamento (xt)	31
Tabela 7 – Comparativo entre as Métricas	32
Tabela 8 – Neurônios Ativados na Validação dos Dados	33
Tabela 9 – Neurônio Ativado Para Cada Dado do Conjunto de Treinamento e Cada Métrica	37
Tabela 10 – Erro Absoluto Entre os Vetores de Pesos Iniciais ($w_j^{inicial}$) e Pesos Finais dos Neurônios(w_j^{final})	41
Tabela 11 – Erro Absoluto entre o Peso Final Neurônio (w_j^{final}) Associado e o Dado de Validação (xv_i)	42
Tabela 12 – Neurônios Não Ativados por Métrica	43
Tabela 13 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Euclidiana (w_j^{final})	43
Tabela 14 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Fu (w_j^{final})	44
Tabela 15 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Fuzzy (w_j^{final})	44
Tabela 16 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Grafo Fuzzy (w_j^{final})	45
Tabela 17 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Tanimoto (w_j^{final})	45
Tabela 18 – Conjunto de dados Iris	54

Lista de abreviaturas e siglas

UESC	Universidade Estadual de Santa Cruz
DCET	Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
PPGMC	Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia
IFBA	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia
RNA	Rede Neural Artificial
SOM	<i>Self-Organizing Map</i>
LVQ	<i>Learning Vector Quantization</i>
ASSOM	<i>Adaptative-Subspace Self-Organizing Map</i>

Lista de símbolos

\equiv	Equivalente
\cap	Interseção
\cup	União
\in	Pertence
\notin	Não Pertence
$\ x\ $	Norma Euclidiana do vetor x
x^T	Transposto do vetor x
γ	Taxa de aprendizagem

Sumário

1 – Introdução	1
1.1 Organização da Dissertação	2
2 – Preliminares	3
2.1 Breve Histórico sobre as Redes Neurais	3
2.2 Rede Auto-Organizável de Kohonen (<i>self-organizing map</i>)	5
2.2.1 Algoritmo de Aprendizagem Incremental do SOM	6
2.3 Medidas de Similaridade	9
2.3.1 Euclidiana	9
2.3.2 Fu	10
2.3.3 Fuzzy	10
2.3.4 Grafo Fuzzy	11
2.3.5 Tanimoto	13
3 – Rede Auto-Organizável de Kohonen com Várias Medidas de Similaridade	14
3.1 Rede Auto-Organizável de Kohonen Euclidiana	15
3.2 Rede Auto-Organizável de Kohonen Fu	18
3.3 Rede Auto-Organizável de Kohonen Fuzzy	19
3.4 Rede Auto-Organizável de Kohonen Grafo Fuzzy	21
3.5 Rede Auto-Organizável de Kohonen Tanimoto	26
4 – Aplicação da Rede Auto-Organizável de Kohonen com Várias Similaridades para Classificação dos Dados Iris	28
4.1 Dados Usados na Simulação	29
4.2 Resultados	32
4.3 Discussão dos Resultados	45
5 – Considerações Finais	48
5.1 Trabalhos Futuros	49
Referências	50
Anexos	53
ANEXO A – Conjunto de Dados Iris	54

1 Introdução

O uso de modelos de sistemas tem como objetivo simular o comportamento das diversas variáveis envolvidas num complexo processo, no decorrer do tempo. Essas simulações estão cada vez mais presentes em áreas como a Engenharia (HAMMAMI et al., 2016) e (TSEKOURAS et al., 2007), Biologia (ADANDEDJAN et al., 2013) e (PIZZI et al., 2007), Medicina (RAJCHL et al., 2016) e (CHUANG et al., 1999) e Ciências Econômicas (BARBIERI, 2015) e (BROCKETT et al., 1998). Logo, o uso da computação como ferramenta de processamento das informações tem se tornado imprescindível devido à complexidade das análises. Diante disso, a modelagem computacional tem como uma de suas propostas o desenvolvimento de técnicas que aumentem a eficácia no processamento sem que, com isso, se aumente o custo computacional. Então, no que tange à Inteligência Artificial, as Redes Neurais Artificiais (RNAs) apresentam técnicas capazes de realizar as mais complexas tarefas, devido a sua capacidade de aprendizado, seja ele supervisionado ou não. Portanto, neste trabalho será feita uma análise em uma RNA que tem destaque para o levantamento de dados em áreas como a indústria, finanças, ciências naturais e linguística, a saber, a Rede Auto-Organizável de Kohonen, doravante SOM (*self-organizing map*).

O SOM é amplamente conhecido por ser um método automático utilizado na clusterização e exploração de dados. Isso se deve ao fato de que sua rede é capaz de se ajustar de tal forma que transforma um conjunto de dados de entrada de dimensão elevada em sub-conjuntos de dados de saída uni ou bidimensionais. Todo esse processo é baseado em um aprendizado competitivo, cooperativo e adaptativo, no qual os neurônios têm, na fase inicial, seus pesos sinápticos aleatoriamente escolhidos. Esses neurônios são dispostos em um mapa topológico com a distribuição feita a partir dos conjuntos de vizinhança. Então, para que possam ter os seus pesos ajustados com relação aos dados de entrada, concorrem entre si, classificados por alguma medida de similaridade.

Na maioria dos estudos práticos é aplicada a distância Euclidiana como medida de similaridade para escolha do neurônio vencedor. Contudo, alguns problemas de engenharia (TAPAN; WANG, 2016) e (RAY et al., 2016) ou ciências naturais (YANG et al., 2012) podem estar associados a fenômenos de diversas características. Isso requer uma análise mais detalhada de qual medida de similaridade é mais eficaz para a modelagem do problema. Então, neste trabalho, foram utilizadas as medidas Fu (FU et al., 1993), Fuzzy (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2003), Grafo Fuzzy (ROSENFELD, 1975) e (SILVA, 2016) e Tanimoto (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2003) com o objetivo de analisar a influência da medida de similaridade na eficácia e eficiência do processo de

classificação dos dados do algoritmo SOM.

Na busca de melhorar o desempenho do SOM foi proposto, nesta dissertação, avaliar a influência de algumas medidas de similaridade no processo de treinamento do algoritmo SOM. Dessa forma, o objetivo geral da pesquisa é desenvolver um estudo da influência de algumas métricas de classificação do neurônio vencedor no algoritmo SOM de Kohonen proposto em (KOHONEN, 2013). Assim, esse trabalho foi motivado pela necessidade de avaliar o quanto a escolha da medida de similaridade influencia no processo de classificação dos dados, além da implementação de uma métrica que pudesse classificar os dados por uma medida que não levasse em consideração a distância espacial dos dados de entrada. Vale ressaltar que este tipo de estudo para a rede neural de Kohonen, até o conhecimento dos autores, não foi realizado. Logo, este trabalho pode ser pioneiro sobre o tema.

No que tange aos objetivos específicos, a pesquisa foi realizada em torno dos seguintes:

1. Compreender o procedimento do algoritmo SOM de Kohonen;
2. Implementar o algoritmo SOM de Kohonen;
3. Implementar no algoritmo SOM de Kohonen as medidas de similaridade Euclidiana, Fu, Fuzzy, Grafo Fuzzy e Tanimoto;
4. Avaliar a influência das medidas de similaridade na rede de Kohonen;
5. Testar computacionalmente o algoritmo SOM de Kohonen, usando as medidas de similaridade propostas na base de dados Iris, a fim de examinar a eficiência e eficácia de cada métrica do ponto de vista de um modelo computacional dinâmico.

1.1 Organização da Dissertação

No Capítulo 2 são apresentados os conceitos e definições da Rede Auto-Organizável de Kohonen e das medidas de similaridade que serão utilizadas para desenvolvimento da pesquisa.

No Capítulo 3 são apresentados os principais algoritmos utilizados na pesquisa, seguidos de um exemplo para cada medida de similaridade utilizada.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados compostos por tabelas, ilustrações e comentários dos testes computacionais realizados na base de dados Iris. E, por fim, no Capítulo 5 é feita uma apresentação global da pesquisa, a colaboração e os resultados alcançados, com um destaque para os trabalhos futuros.

2 Preliminares

Simbolizando uma tecnologia que tem sua origem em áreas como a Neurociência, Matemática, Estatística, Física, Ciência da Computação e Engenharia, as redes neurais ou redes neurais artificiais, podem ser aplicadas em múltiplos campos, como modelagem, análise de séries temporais, reconhecimento de padrões, processamento de sinais e controle (HAYKIN, 2001). Isso se deve a uma significativa propriedade presente nela: capacidade de aprender a partir de dados de entrada, com ou sem supervisão.

Nos últimos 30 anos, o desenvolvimento de tecnologias envolvendo as redes neurais cresceu consideravelmente (HAYKIN, 2001, p. 69). Esse crescimento se deve a sua incrível capacidade de processar informações. Logo, o cérebro é um sistema de processamento de informação altamente complexo, não-linear e paralelo que tem a capacidade, a partir dos seus neurônios, de realizar certos processamentos mais rapidamente que o mais rápido computador atual (HAYKIN, 2001). O autor (*ibidem*) afirma que o sistema nervoso humano pode ser visto como um sistema de três estágios, como o mostrado no diagrama de blocos da Figura 1. O cérebro, centro do sistema representado pela rede neural, recebe continuamente os estímulos convertidos pelos receptores e promove a tomada de decisões que são convertidas pelos atuadores em respostas perceptíveis como saída do sistema. As setas apontadas para a esquerda representam a realimentação do sistema.

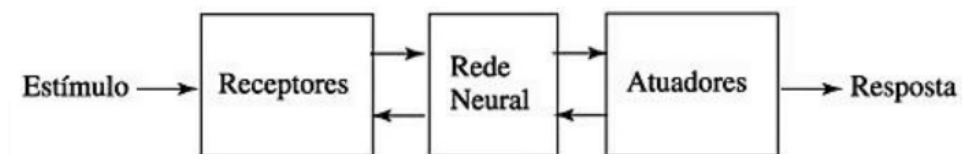


Figura 1 – Representação em diagrama de blocos dos sistema nervoso

Fonte: Arbid (1987 apud HAYKIN, 2001)

2.1 Breve Histórico sobre as Redes Neurais

Os estudos a respeito das redes neurais começaram a ser desenvolvidos há pouco mais de sete décadas, a partir do trabalho de McCulloch e Pitts (1943) (HAYKIN, 2001), associando elementos do componente biológico a uma representação matemática. Isso porque os pesquisadores elaboraram a descrição de um cálculo lógico das redes neurais que interligava elementos neurofisiológicos e matemáticos. No artigo intitulado *A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity*, os autores afirmam que o

sistema nervoso é uma rede de neurônios, cada um tendo uma soma e um axônio e suas adjunções, ou sinapses, estão sempre entre o axônio de um neurônio e a soma de outro. Sendo assim, em qualquer instante um neurônio tem algum limiar, cuja excitação deve exceder para iniciar um impulso, exceto pelo fato de que o tempo de sua ocorrência é determinado pelo neurônio, não pela excitação (MCCULLOCH; PITTS, 1943). Ou seja, em um dado instante o neurônio pode encontrar-se ativo ou não.

Alguns anos depois, em 1949, as redes neurais tiveram mais uma contribuição significativa com a publicação do livro *The Organization of Behavior* de Donald Olding Hebb (HEBB, 1949). Em seu livro, o autor "[...] propôs que a conectividade do cérebro é continuamente modificada conforme um organismo vai aprendendo as tarefas funcionais diferentes e que *agrupamentos neurais* são criados por tais modificações" (HAYKIN, 2001, p. 64, grifo do autor). Assim, é entendido que o cérebro permanece em constante aprendizado à medida que diferentes atividades são propostas, criando, com isso, grupos de neurônios.

Mais tarde, cerca de 15 anos depois da publicação do artigo de McCulloch e Pitts, Rosenblatt introduziu uma outra perspectiva para o problema de reconhecimento de padrões (ROSENBLATT, 1958). Ele elaborou o algoritmo *perceptron*, uma das primeiras redes neurais artificiais criadas, cujo método de aprendizagem é supervisionado. Mais adiante, em 1973, von der Malsburg propôs em seu artigo o desenvolvimento de células corticais sensíveis ao padrão por meio de um processo auto-organizado envolvendo o aprendizado sináptico e o arranjo de colunas funcionais como consequência de conexões intracorticais e não devido a uma distribuição predeterminada de aferentes (MALSBURG, 1973), que, segundo Haykin, "[...] talvez tenha sido o primeiro a demonstrar a auto-organização" (HAYKIN, 2001, p. 66). Assim, em 1976 Willshaw e von der Malsburg mostraram que os mapeamentos são configurados de uma forma de sistema para sistema ao invés de uma célula a célula. O padrão de conexões desenvolve-se passo a passo e de forma ordenada, sendo a orientação dos mapeamentos estabelecida nos estágios iniciais do desenvolvimento (WILLSHAW; MALSBURG, 1976).

Seis anos depois do trabalho de Willshaw e von der Malsburg, Kohonen apresentou um princípio que facilita a formação automática de mapas topologicamente corretos de características de eventos observáveis. O sistema básico de auto-organização é uma matriz unidimensional ou bidimensional de unidades de processamento que se assemelha a uma rede de unidades de lógica de limiar, e caracterizada por retroalimentação lateral de curto alcance entre unidades vizinhas (KOHONEN, 1982), o que, segundo Haykin, "[...] tornou-se uma referência para a avaliação de outras inovações neste campo" (HAYKIN, 2001, p. 67).

Assim, o que se apresentou aqui é apenas um fragmento do processo de desenvolvimento das redes neurais desde o seu surgimento com o trabalho de McCulloch e

Pitts. Portanto, vale ressaltar que essa teoria ganhou força a partir da década de 1980 com o artigo de Hopfield, em 1982, e o livro de Rumelhart e McClelland, em 1986 (HAYKIN, 2001).

2.2 Rede Auto-Organizável de Kohonen (*self-organizing map*)

Professor Emérito da Academia da Finlândia, o cientista Teuvo Kohonen vem desde 1960 contribuindo com novos conceitos para a computação neural. Dentre os seus trabalhos pode-se destacar: *self-organizing map* (SOM) (KOHONEN, 1982), *learning vector quantization* (LVQ) (KOHONEN, 1990a) e *adaptive-subspace self-organizing map* (ASSOM) (KOHONEN et al., 1997). Voltando o foco para o SOM, este ganhou um importante destaque desde a sua publicação, por se tratar de uma RNA não-supervisionada capaz de mapear automaticamente um conjunto de sinais de entrada em um sistema. Diante disso, a partir desse ponto, será tratado especificamente do mapa auto-organizável de Kohonen (*self-organizing map*), tema principal deste trabalho.

Largamente conhecido por ser um impressionante método de RNA, o SOM proposto por Kohonen (KOHONEN, 1982) é composto por uma rede simplificada de elementos físicos adaptativos que recebe sinais em sua entrada, os quais são automaticamente mapeados em um conjunto de respostas de saída (KOHONEN, 1982). Dessa forma, a rede de Kohonen é capaz de classificar um conjunto de entrada de dados de dimensão elevada em sub-conjuntos de dados de saída, mantendo as suas características, condensadas em um grupo organizado topologicamente de dimensão reduzida.

Os neurônios de saída disputam entre si para decidir qual deles será ativado, trata-se de uma competição baseada no seguinte lema: "o vencedor leva tudo". Para competir, os neurônios mantêm-se dispostos em uma grade, na qual permanecem lateralmente conectados, para que, dessa forma, o vencedor promova consigo os seus vizinhos, os quais foram definidos a partir de um mapa topológico. Logo, os modelos similares são mantidos mais próximos uns dos outros, enquanto que os dissimilares permanecem afastados. Nesse sentido, o SOM, além de ser um gráfico de similaridade, é um diagrama de agrupamento (KOHONEN, 1998).

A Figura 2 mostra o neurônio vencedor m_i , ativado no processo de competição. Com isso, a partir do processo de cooperação, ajuda os neurônios do seu conjunto de vizinhança N_i . Dessa forma, todos os neurônios que foram envolvidos nos dois processos citados, terão os seus vetores de pesos ajustados durante o processo adaptativo. Todos esses processos serão descritos na Subseção 2.2.1.

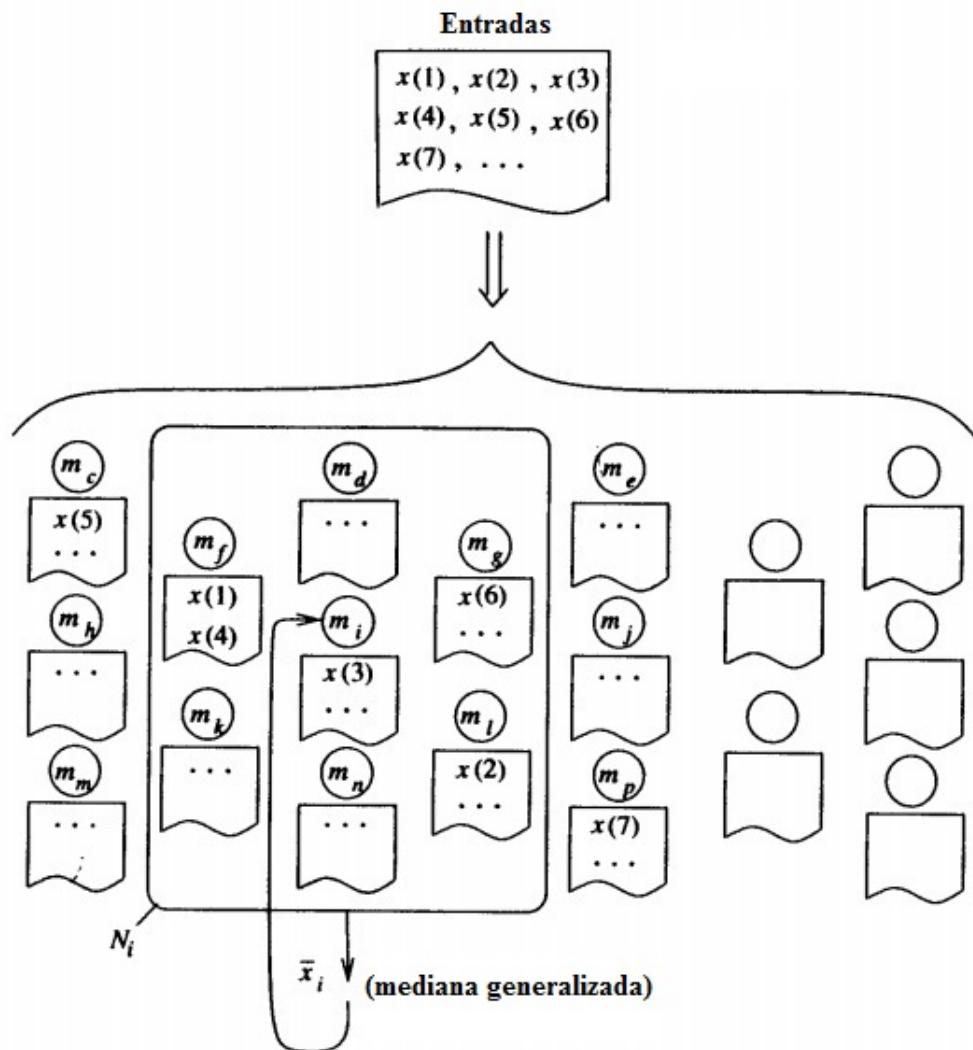


Figura 2 – Processo em lotes no qual as amostras são divididos em sublistas a partir dos modelos de melhor correspondência, em seguida os novos modelos são distribuídos como mediana (generalizada) das sublistas sobre os vizinhos.

Fonte: Kohonen (2001)

2.2.1 Algoritmo de Aprendizagem Incremental do SOM

O primeiro passo do processo de formação do mapa auto-organizável é a inicialização dos pesos sinápticos da grade (HAYKIN, 2001). Para isso, são atribuídos a ele pequenos valores gerados aleatoriamente sem nenhuma arrumação. Por conseguinte, uma vez inicializada, a grade deve estar envolvida nos seguintes processos (HAYKIN, 2001, p. 487 e 488):

1. *Competição.* Para cada padrão de entrada, os neurônios da grade calculam seus respectivos valores de uma função discriminante, a qual fornece a base para competição entre os neurônios;
2. *Cooperação.* O neurônio vencedor determina a localização espacial de uma vizinhança topológica de neurônios excitados, fornecendo assim a base para a cooperação entre os neurônios vizinhos;

3. *Adaptação Sináptica*. Este último mecanismo permite que os neurônios excitados aumentem seus valores individuais da função discriminante em relação ao padrão de entrada através de ajustes aplicados a seus pesos sinápticos. Os ajustes feitos são tais que a resposta do neurônio vencedor à aplicação subsequente de um padrão de entrada similar é melhorada.

O Processo Competitivo

Sejam x_1 e w_j vetores do R^m , de forma que m seja a dimensão do espaço de entrada, então:

$$x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}]^T. \quad (1)$$

E,

$$w_j = [w_{j1}, w_{j2}, \dots, w_{jm}]^T, j = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

Sendo que x_i é padrão de entrada, w_j é vetor de peso sináptico do neurônio j e N a quantidade de neurônios que formam a grade.

Isto posto, segue-se em busca da maior similaridade entre um vetor x_i de entrada e os vetores de pesos sinápticos w_j dos neurônios. Para isso, usa-se $\|x_i - w_j\|$ para $j = 1, 2, \dots, N$. Dessa forma, assume-se que distância Euclidiana foi aplicada a todos os neurônios. Então, feito isso, identifica-se o neurônio que possui o vetor de pesos com a menor distância do dado em questão, o qual é declarado vencedor, assim, é definida a localização onde a vizinhança topológica dos neurônios excitados deve ser centrada (HAYKIN, 2001). Por fim, com o objetivo de simplificar o processo competitivo entre os neurônios, Haykin (*ibidem*, p. 488), apresenta a seguinte expressão:

$$i(x) = \operatorname{argmin}_j \|x_i - w_j\|, j = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

Sendo que $\operatorname{argmin}_j \|x_i - w_j\|$ é a função que classifica o neurônio com a maior similaridade com o dado x_i , levando em consideração o vetor de pesos sinápticos w_j .

O Processo Cooperativo

Antes da localização do centro de uma vizinhança topológica de neurônios cooperativos é preciso definir uma vizinhança que seja correta do ponto de vista neurobiológico. Para tanto, é importante lembrar que um neurônio que está sendo excitado tende a promover mais aqueles que estão na vizinhança mais próxima do que aqueles que estão mais distantes. Para tanto, é criado um conjunto de vizinhança para cada neurônio que será ativado junto com o neurônio vencedor. Diversas são as funções

utilizadas para definir tal conjunto de vizinhança, de modo que neste trabalho será utilizada a seguinte (LO et al., 1991):

$$h_{j,i(x)}(n) = \begin{cases} 1 & \text{se } i \in V(N_j) \\ 0 & \text{se } i \notin V(N_j). \end{cases} \quad (4)$$

Onde $V(N_j)$ é conjunto formado pelos neurônios vizinhos a um raio de distância do neurônio N_j , tomando como base o mapa topológico.

Com isso, todos os neurônios dentro do conjunto $V(N_j)$ terão as suas saídas definidas com o valor 1 quando o neurônio N_j for selecionado, caso contrário serão atribuídos com valor zero. Essa função serve para ativar apenas os vizinhos que estiverem dentro de um certo raio de distância do neurônio ativado (LO et al., 1991). Ressalta-se que outras funções podem ser utilizadas para identificação da vizinhança dos neurônios, sendo que algumas são apresentadas em (HAYKIN, 2001, p. 489 e 490).

O Processo Adaptativo

Para manter a organização automática da grade de pesos dos neurônios é preciso que o vetor w_j seja modificado em relação a dado de entrada x . Para tanto, é preciso criar uma regra que gerencie tais modificações. Sendo assim, o vetor de peso atualizado $w_j(n+1)$ no tempo $n+1$ será modificado por (HAYKIN, 2001, p. 492):

$$w_j(n+1) = w_j(n) + \eta(n)h_{j,i(x)}(n)(x_i - w_j(n)) \quad (5)$$

Essa equação é responsável por mover o vetor de pesos sinápticos w_j em direção ao vetor de dados x . Para isso, $\eta(n)$, conhecida com o parâmetro da taxa de aprendizagem, para tanto segue a definição (HAYKIN, 2001, p. 492):

$$\eta(n) = \eta_0 \exp\left(-\frac{n}{\tau_2}\right), n = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

onde τ_2 é uma constante de tempo do algoritmo SOM. Assim, segundo (HAYKIN, 2001, p. 493) o parâmetro da taxa de aprendizagem $\eta(n)$ deve iniciar com um valor próximo a 0,1 e decrescer, gradualmente, mas permanecer acima de 0,01. Esse procedimento ajuda no processo de ajuste de pesos dos neurônios, aumentando a eficiência quando está no início do processo e garantindo a eficácia com o passar do tempo. Vale ressaltar que, segundo afirmação do autor (*ibidem*), caso esse valor diminua a zero, é possível que a grade fique presa num estado metaestável, que seria uma configuração do mapa de características com um defeito topológico.

2.3 Medidas de Similaridade

Diversas são as medidas de similaridades existentes, de forma que o uso dessas ferramentas matemáticas se faz necessário quando se pretende classificar dados. O uso de uma dessas medidas é essencial no processo de clusterização de dados, pois é a ferramenta responsável por quantificar a semelhança entre dados e/ou conjuntos de dados. Nesse contexto, Goshtasby (GOSHTASBY, 2012) conceitua que sejam $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ e $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, então a similaridade entre X e Y , $S(X, Y)$, é uma medida que quantifica o grau de correlação entre eles, de forma que será considerada similaridade se à medida que a dependência entre X e Y aumenta, produz um valor mais elevado. Assim, S será considerada uma medida de similaridade se satisfaz às seguintes condições (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2003, p. 405):

1. $S(X, X) = S_0$;
2. $-\infty < S(X, Y) \leq S_0 < +\infty$;
3. $S(X, Y) = S_0$, se e somente se $X = Y$;
4. $S(X, Y) = S(Y, X)$;
5. $S(X, Y)S(Y, Z) \leq [S(X, Y) + S(Y, Z)]S(X, Z)$.

Portanto, essas grandezas, quando empregadas em algoritmos de clusterização, geralmente são utilizadas para identificar características específicas entre os objetos analisados. Logo, nessa vertente, alguns desses instrumentos têm bastante destaque no ambiente científico, como é o caso da medida Euclidiana. Assim, as medidas de similaridade são usadas para se identificar o quão semelhante uma informação é de outra, auxiliando, com isso, no seu agrupamento a partir de características entre as informações que se deseja classificar. Nesse sentido, serão apresentadas nesta seção as medidas de similaridade que foram utilizadas nesta pesquisa.

2.3.1 Euclidiana

Talvez a mais utilizada medida de similaridade geométrica, a métrica Euclidiana usual essencialmente mede a distância em linha reta de dois pontos em um espaço de dimensão R^m . Com isso, pode-se definir a similaridade Euclidiana da seguinte forma:

$$S_E(x_i, w_j) = \sqrt{\sum_{k=1}^m (x_{ik} - w_{jk})^2} \quad (7)$$

Onde x_i e $w_j \in R^m$ e m é a dimensão do espaço. Assim, quanto menor for o valor de $S_E(x_i, w_j)$ mais similares serão os pontos, ou seja, mais próximos eles estão um do outro.

2.3.2 Fu

Possivelmente não tão conhecida quanto a métrica Euclidiana, vem sendo utilizada em algumas análises (FU et al., 1993), (POURSISTANI et al., 2016) e (NEZAMABADI-POUR; KABIR, 2009), sendo definida como se segue:

$$S_F(x_i, w_j) = 1 - \frac{\|x_i - w_j\|}{\|x_i\| + \|w_j\|} \quad (8)$$

Onde $\|x_i - w_j\| = S_E(x_i, w_j)$ e $\|x_i\| = \sqrt{\sum_{k=1}^m x_{ik}^2}$ para x_i e $w_j \in R^m$. Assim definido, o intervalo dessa função varia entre 0 e 1 e a função mede as diferenças qualitativa e quantitativa entre dois vetores (FU et al., 1993). Dessa forma, $S_E(x_i, w_j) = 1$ (valor máximo) quando $x_i = w_j$, tendo o seu valor mínimo (0) se $x_i = -w_j$. Ou seja, quanto mais próximo de 1, maior será similaridade entre os dados.

2.3.3 Fuzzy

Bastante conhecida por carregar consigo a incerteza contida na informação, a métrica fuzzy, para o caso que será apresentado, traz um contraponto ao que já foi dito, pois quando $x_{ik} = 1/2$ não temos nenhuma certeza se x_i possui a k -ésima característica ou não. Então, na lógica fuzzy, não se tem a absoluta certeza de cada acontecimento. Assim, a equivalência entre duas variáveis binárias a e b é dada pela seguinte relação:

$$(a \equiv b) = ((NOT\ a)\ AND\ (NOT\ b))\ OR\ (a\ AND\ b) \quad (9)$$

Dessa forma, é possível entender que se trata de uma generalização da lógica binária, na qual x_i só pode assumir o valor 0 ou 1. Assim, são apresentadas as seguintes definições (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2003, p. 416):

$$s(x_{ik}, w_{jk}) = \max(\min(1 - x_{ik}, 1 - w_{jk}), \min(x_{ik}, w_{jk})) \quad (10)$$

$$S_{Fz}(x_i, w_j) = \left(\sum_{k=1}^m s(x_{ik}, w_{jk})^q \right)^{1/q} \quad (11)$$

Onde os valores máximo e mínimo de S_{Fz} , respectivamente, são $m^{1/q}$ e $0,5m^{1/q}$, de forma que m é a dimensão do espaço

Durante o desenvolvimento do trabalho definiu-se o valor de $q = 1$, por facilidade. Com isso, a Equação (11) será utilizada da seguinte forma:

$$S_{Fz}(x_i, w_j) = \sum_{k=1}^m s(x_{ik}, w_{jk}) \quad (12)$$

2.3.4 Grafo Fuzzy

Utilizada para os mais diversos fins, a teoria dos grafos é um tópico fundamental na matemática discreta e na ciência da computação, teve a sua origem no século XVIII introduzida pelo cientista Leonhard Euler. Assim, desde essa época a teoria de grafos vem sendo utilizada para a resolução dos mais complexos problemas, de forma que atualmente pode-se destacar o uso em redes de computadores (DIETRICH et al., 2017) e (LI; XU, 2014) e o gerenciamento de rotas de voos do sistema aéreo (YANGZHOU; DEFU, 2014). De forma que, de modo geral, essa técnica representa objetos como vértices e a relação entre dois objetos como uma aresta que os conecta (STEIN et al., 2013). Além disso, como exemplo, podemos citar a modelagem de sistemas elétricos, mecânicos e hidráulicos dentro de uma estrutura comum (SCHMITKE et al., 2008)

Definição 1 (Grafo Clássico) Um grafo clássico $G = \{V, A\}$ é definido pelo par de conjuntos V , que representa os vértices do grafo e A , representando as arestas do grafo $A \subseteq V \times V$.

Assim, uma forma de ilustrar o que foi dito é a partir da Figura 3, na qual temos o conjunto dos vértices $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ e o das arestas $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$

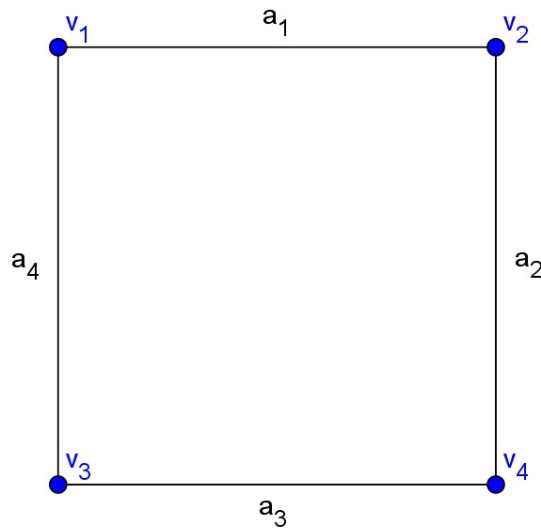


Figura 3 – Exemplo de grafo clássico

Fonte: Silva (2016)

Desenvolvida por Rosenfeld em 1975, a teoria de grafos fuzzy teve agregada a ela, no mesmo ano, diversos conceitos de conexão em grafos fuzzy introduzidos por Yan e Bang (TOM; SUNITHA, 2015). Sendo assim, segue uma definição formal de grafo fuzzy (ROSENFELD, 1975) e (SILVA, 2016):

Definição 2 (Grafo Fuzzy) Um grafo $\tilde{G} = \{V, A\}$ é considerado fuzzy se V é o conjunto de vértices, A é uma relação fuzzy simétrica e μ_A é uma função que associa cada aresta a um valor no intervalo $[0, 1]$.

Diante das definições sobre grafos, neste trabalho, considerar-se-á apenas grafos não direcionados, pois a relação fuzzy é simétrica, isto é, $\mu(x, y) = \mu(y, x)$. Assim, vértices (nós) no formato (x, x) serão desconsiderados e, portanto, terão seus valores definidos como nulos.

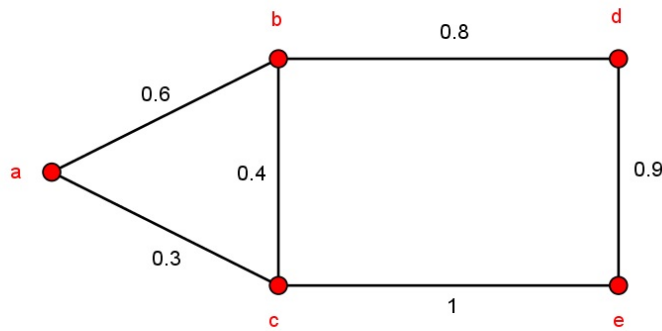


Figura 4 – Exemplo de grafo fuzzy

Fonte: Silva (2016)(Adaptada)

A Figura 4 apresenta um exemplo de grafo fuzzy (ROSENFELD, 1975, p. 85-88) e (SILVA, 2016).

Definição 3 (Caminho em um grafo fuzzy) Um caminho C em um grafo fuzzy $\tilde{G} = \{V, A\}$ é uma sequencia de vértices distintos x_1, x_2, \dots, x_m tal que $\mu(x_i, x_{i+1}) > 0, i = 1, 2, \dots, m$.

Definição 4 (Intensidade de um caminho) Seja C um caminho de vértices distintos x_1, x_2, \dots, x_m , então a intensidade do caminho, $S(C)$, é definida como o menor peso das arestas do caminho que liga dois vértices distintos.

Definição 5 (Comprimento de um caminho) Seja C um caminho que passa pelos vértices x_1, x_2, \dots, x_m em um grafo fuzzy $\tilde{G} = \{V, A\}$.

Então, o comprimento de C pode ser definido por:

$$\rho(C) = \sum_{i=1}^m \frac{1}{\mu(x_i, x_{i+1})}. \quad (13)$$

Definição 6 (Distância fuzzy entre dois vértices) *A distância fuzzy entre dois vértices distintos x_i e x_j , $\delta(x_i, x_j)$, pode ser definida como o menor comprimento de todos os caminhos que ligam esses dois vértices. Logo, se $x_i = x_j$, então $\delta(x_i, x_j) = 0$.*

2.3.5 Tanimoto

Habitualmente usada, a medida de Tanimoto (GODDEN et al., 2000), (BAJUSZ et al., 2015) e (HIMMAT et al., 2016) pode ser empregada tanto para vetores de valores reais quanto para de valores discretos. Destarte, tal medida de similaridade é definida com se segue (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2003, p. 409):

$$S_T(x_i, w_j) = \frac{x_i^T w_j}{\|x_i\|^2 + \|w_j\|^2 - x_i^T w_j}. \quad (14)$$

Dessa forma, segundo Goshtasby (GOSHTASBY, 2012), a medida de Tanimoto é proporcional ao produto interno de x_i e w_j e inversamente proporcional às somas das distâncias Euclidianas ao quadrados e do produto interno de x_i e w_j .

Em um emprego mais amplo, a medida de Tanimoto, utilizada para vetores de valores discretos e inspirada na comparação de conjuntos, é apresentada da seguinte forma (THEODORIDIS; KOUTROUMBAS, 2003, p. 411):

$$\frac{n_{X \cap Y}}{n_X + n_Y - n_{X \cap Y}} = \frac{n_{X \cap Y}}{n_{X \cup Y}}. \quad (15)$$

Onde X e Y são dois conjuntos e n_X , n_Y , $n_{X \cap Y}$ e $n_{X \cup Y}$ são o número de elementos de X , Y , $X \cap Y$ e $X \cup Y$, respectivamente.

3 Rede Auto-Organizável de Kohonen com Várias Medidas de Similaridade

Por se tratar de uma rede neural com algoritmo bastante desenvolvido, a rede de Kohonen mostrou ser bastante versátil no que diz respeito à alteração de medida de similaridade altamente difundida no algoritmo clássico, a distância Euclidiana, como poderá ser visto neste capítulo. A partir desse ponto, serão apresentados alguns exemplos ilustrativos realizados com base na modificação da medida de similaridade do SOM.

Com isso, teve como informações de entrada uma matriz com o conjunto de dados de treinamento, de modo que as informações sejam organizadas, sequencialmente, nas colunas da matriz. Além disso, é preciso definir um valor para a taxa de aprendizagem obedecendo os parâmetros $0,1 \leq \gamma \leq 0,001$ e o mapa topológico estabelecendo, a partir dele, o conjunto de vizinhança de cada neurônio. Com essas informações os passos 1 a 6 do algoritmo da tabela 1 poderão ser processadas.

Tabela 1 – Algoritmo da Rede de Kohonen

Rede de Kohonen
Entrada: Conjunto de treinamento, taxa de aprendizagem, quantidade de neurônios, mapa topológico e conjunto de vizinhança, Conjunto de dados para análise
Saída: Dados agrupados em classes
Início
1. Definir, com valores aleatórios, os vetores de pesos dos neurônios, tendo com base a quantidade de neurônios
2. Verificar, para o dado em questão do Conjunto de Treinamento, qual dos neurônios tem a maior similaridade, declarando o vencedor
3. Fazer o ajuste do vetor de pesos do neurônio vencedor e dos neurônios da sua vizinhança previamente definida
4. Repetir os passos 2 e 3 para todos os dados do Conjunto de Treinamento
5. Verificar se há diferença entre os vetores de pesos anteriores e os atuais
6. Se o passo 5 for verdadeiro, voltar ao passo 2, se não, ir para o passo seguinte
7. Fazer o agrupamento dos neurônios nas classes
8. Gerar as classes elaboradas a partir do conjunto de dados proposto para análise
Fim

Então, aferidas essas informações, é preciso, com base em um vetor gerado contendo os neurônios vencedores para cada dado, fazer o agrupamento dos neurônios que foram ativados e formar as classes. Esse agrupamento é parte do processo de clusterização. Após obter todas essas informações, será feita a verificação dos dados que serão analisados tomando como base as informações processadas nos passos 1 a 10. Um

exemplo disso é o vetor de pesos dos neurônios, gerado em forma de uma matriz, na qual estão distribuídos em suas colunas as informações ajustadas para cada neurônio. Por fim, a partir dos vetores de pesos ajustados dos neurônios e agrupamentos criados entre os neurônios, serão geradas as classes, levando em consideração a similaridade dos dados analisados com os neurônios de cada *cluster*, finalizando, com isso, o algoritmo. Os passos citados podem ser verificados na Tabela 1.

3.1 Rede Auto-Organizável de Kohonen Euclidiana

Durante o desenvolvimento da pesquisa implementou-se o algoritmo em linguagem de programação e, dessa forma, o processamento das análises pôde ser acelerado devido ao uso da computação com ferramenta de suporte. Logo, para que se possa visualizar de uma forma mais didática os processos implementados durante a pesquisa, serão descritos alguns exemplos ilustrativos do algoritmo da Rede de Kohonen, implementados utilizando as medidas de similaridades apresentadas na Seção 2.3. Sendo assim, iniciar-se-á com a métrica Euclidiana, apresentada na Subseção 2.3.1. Para tal procedimento, o algoritmo foi desenvolvido no MATLAB(R), versão R2012b (8.0.0.783) 64-bit, instalado no Sistema Operacional Windows 10 Home (64 bits) num computador com processador Intel(R) Core(TM) i5-3317U com 6,00 GB de memória RAM.

Para ilustrar o que foi apresentado, mostraremos, a seguir, alguns exemplos utilizando dados numéricos.

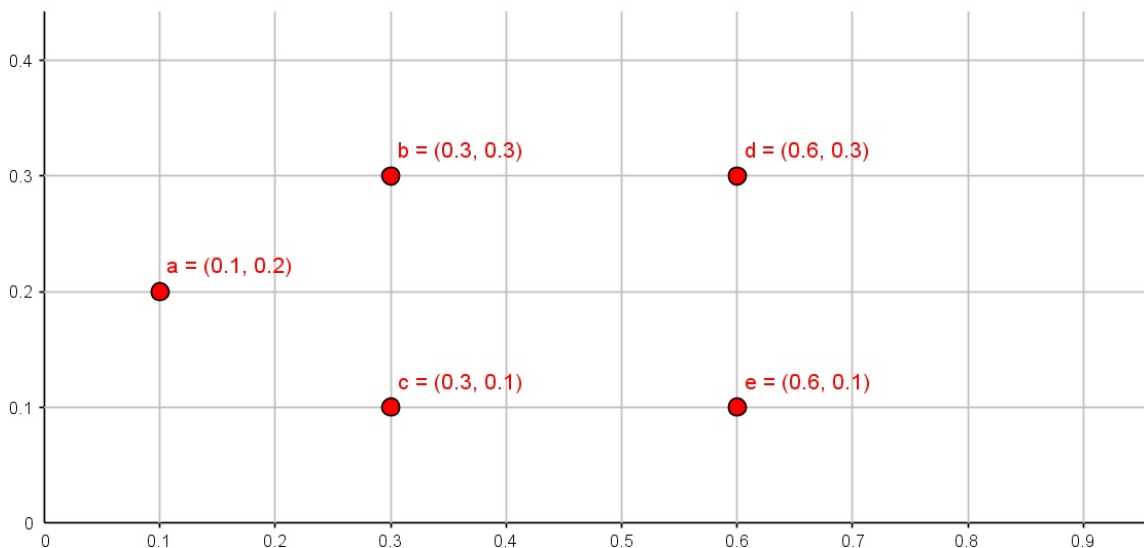


Figura 5 – Conjunto de treinamento

Tomando por base a Figura 5, temos o conjunto de treinamento $X = \{a, b, c, d, e\}$, cada um desses pontos tem valores que estão associados no plano cartesiano de tal forma

que os pontos a, b, c, d , e e têm as coordenadas, respectivamente, $(0,10; 0,20)$, $(0,30; 0,30)$, $(0,30; 0,10)$, $(0,60; 0,30)$ e $(0,60; 0,10)$. É importante ressaltar que os valores utilizados precisam estar na faixa entre 0 e 1 e, caso não estejam, precisam ser normalizados para que sejam apresentados na mesma faixa.

De posse dessas informações, definiremos a taxa de aprendizagem com $\gamma = 0.1$ e a quantidade de neurônios com $N = 4$. Dando continuidade ao exemplo, é necessário definir o vetor de pesos dos neurônios, o mapa topológico e os conjuntos de vizinhança. Então, nesse caso, escolheu-se para N_1, N_2, N_3 e N_4 os pesos $(0,65; 0,25)$, $(0,72; 0,04)$, $(0,1; 0,11)$ e $(0,73; 0,22)$, respectivamente. Os neurônios estão distribuídos em uma matriz 2×2 com a distribuição dos elementos que se segue: $a_{11} = N_1$, $a_{12} = N_2$, $a_{21} = N_3$ e $a_{22} = N_4$. Contudo, os conjuntos de vizinhança ficaram assim: $V(N_1) = \{N_2, N_3\}$, $V(N_2) = \{N_1, N_4\}$, $V(N_3) = \{N_1, N_4\}$ e $V(N_4) = \{N_2, N_3\}$. Na Figura 6 está apresentada essa distribuição no plano cartesiano. Assim, os cálculos para verificar qual neurônio tem a maior similaridade (passo 2 do algoritmo) com o ponto a , tomando por base a Equação (7), são:

$$S_E(a, w_1) = \sqrt{(0,1 - 0,65)^2 + (0,2 - 0,25)^2} = 0,55$$

$$S_E(a, w_2) = \sqrt{(0,1 - 0,72)^2 + (0,2 - 0,04)^2} = 0,65$$

$$S_E(a, w_3) = \sqrt{(0,1 - 0,1)^2 + (0,2 - 0,11)^2} = 0,09$$

$$S_E(a, w_4) = \sqrt{(0,1 - 0,73)^2 + (0,2 - 0,22)^2} = 0,63$$

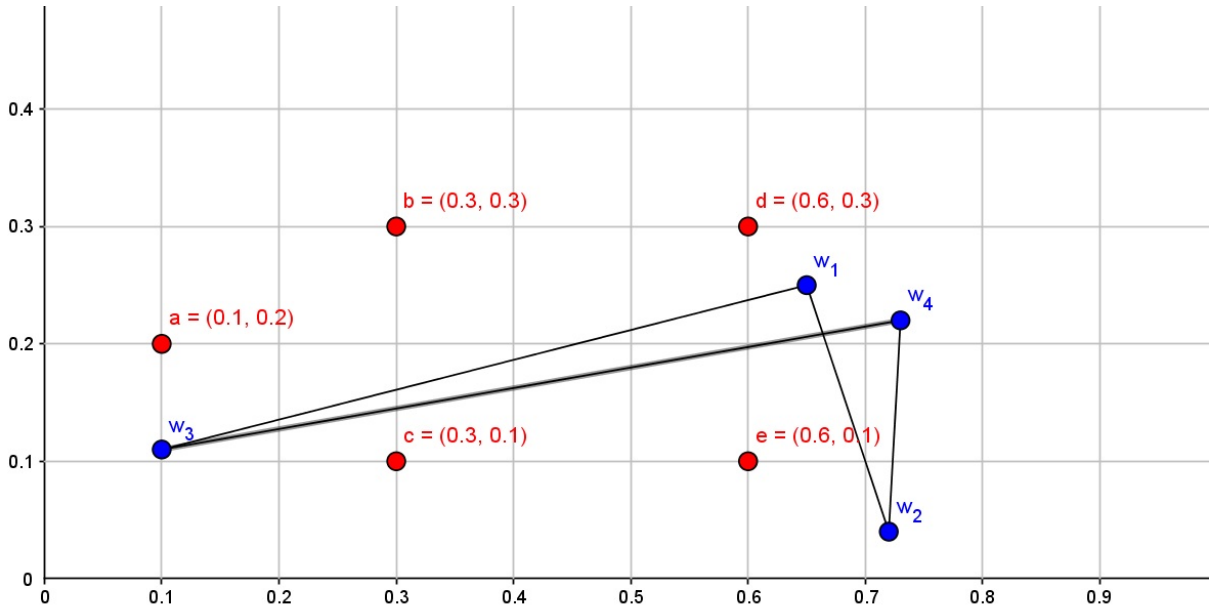


Figura 6 – Disposição dos neurônios N_1, N_2, N_3 e N_4 após a escolha aleatória dos seus pesos

Assim, $i(a) = \operatorname{argmin}_j \|a - w_j\| = 0,09$. Sendo assim, o neurônio que tem a menor distância do ponto a é o neurônio N_3 , ou seja, N_3 tem a maior similaridade com o ponto

a.

Após esse processo, procede-se com o ajuste dos pesos dos neurônios. Para tal modificação será necessário utilizar a Equação (5), de modo que, para o neurônio vencedor tem-se:

$$w_3(2) = (0, 10; 0, 11) + 0,1 * (0; 0, 09) = (0, 10; 0, 12),$$

E para o seu conjunto de vizinhança, ajusta-se:

$$w_1(2) = (0, 65; 0, 25) + 0,1 * (-0, 55; -0, 05) = (0, 60; 0, 25),$$

$$w_4(2) = (0, 73; 0, 22) + 0,1 * (-0, 63; -0, 02) = (0, 67; 0, 22).$$

Todo esse procedimento vai se repetir para todos os pontos do conjunto de treinamento. Esse procedimento vai se repetir até que seja verificado que os pesos dos neurônios não sejam mais alterados, assim, o algoritmo finaliza apresentando na saída um neurônio vencedor para cada ponto. Assim, os ajustes dos pesos somente são finalizados quando o sistema atingir um estado estável, então o processo é encerrado. Portanto, para dar continuidade ao exemplo, o restante do processo foi realizado no *software* MATLAB(R), do qual foram obtidos os seguintes resultados:

- Os pesos finais dos neurônios N_1 , N_2 , N_3 e N_4 foram (0,41; 0,20), (0,60; 0,19), (0,24; 0,20) e (0,41; 0,20), respectivamente, e o número de épocas de 169;
- Os neurônios ativados para os pontos a , b , c , d e e foram 3, 3, 3, 2 e 2, respectivamente;
- Foram criados 2 *clusters*, de forma que o primeiro foi ativado pelo neurônio N_3 , ao qual pertencem os pontos a , b e c . Já o segundo foi ativado pelo neurônio N_2 e consta os pontos d e e . Os neurônios N_1 e N_4 não foram ativados por nenhum ponto e finalizaram com os mesmos valores para seus pesos, ou seja, (0,40; 0,20). O que foi descrito pode ser visualizado na Figura 7.

Feito isso, pôde-se inserir os dados para análise e classificação nos respectivos *clusters*. Dessa forma, o próximo passo para finalização do exemplo é a leitura e classificação de alguns dados, a saber: f , g e h com os valores (0; 0,20), (0,40; 0,20) e (0; 0,20), respectivamente. Assim, os pontos f , g e h ativaram os neurônios N_3 , N_1 e N_2 , respectivamente, ficando, então, o ponto f no *cluster* 1, o ponto g ficou sem *cluster*, devido ao neurônio N_1 não ter sido ativado na fase de treinamento, e o ponto h no *cluster* 2. Finaliza-se, dessa forma, todo o processo do algoritmo SOM envolvendo o ajuste da rede e o processo de *clusterização*.

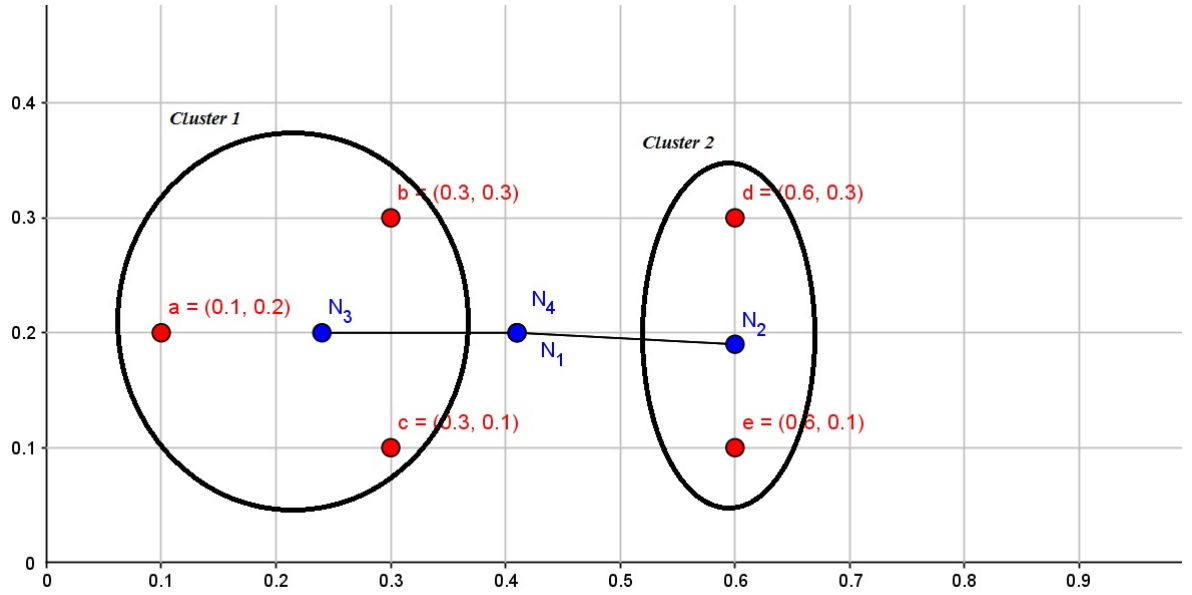


Figura 7 – Neurônios ativados e a formação dos *clusters* com a medida de similaridade Euclidiana

3.2 Rede Auto-Organizável de Kohonen Fu

Visando dar continuidade aos exemplos ilustrativos de substituição da medida de similaridade, utilizou-se a medida de Fu apresentada na Subseção 2.3.2, com isso a Equação (8) será utilizada no passo 2 do algoritmo da Tabela 1.

Dando início ao exemplo, considerando os mesmos valores para os parâmetros e dados do exemplo anterior. Seguem os cálculos, então, para a similaridade:

$$S_F(a, w_1) = 1 - \frac{\sqrt{(0,1 - 0,65)^2 + (0,2 - 0,25)^2}}{\sqrt{0,10^2 + 0,20^2} + \sqrt{0,65^2 + 0,25^2}} = 0,40$$

$$S_F(a, w_2) = 1 - \frac{\sqrt{(0,1 - 0,72)^2 + (0,2 - 0,04)^2}}{\sqrt{0,10^2 + 0,20^2} + \sqrt{0,72^2 + 0,04^2}} = 0,32$$

$$S_F(a, w_3) = 1 - \frac{\sqrt{(0,1 - 0,1)^2 + (0,2 - 0,11)^2}}{\sqrt{0,10^2 + 0,20^2} + \sqrt{0,10^2 + 0,11^2}} = 0,76$$

$$S_F(a, w_4) = 1 - \frac{\sqrt{(0,1 - 0,73)^2 + (0,2 - 0,22)^2}}{\sqrt{0,10^2 + 0,20^2} + \sqrt{0,73^2 + 0,22^2}} = 0,36$$

Assim, $i(a) = \operatorname{argmax}_j \|a - w_j\| = 0,76$ e, dessa forma, o neurônio que tem a maior similaridade é o N_3 . Depois de finalizado o processo de ajuste dos pesos de neurônios, obteve-se os seguintes resultados:

- Os pesos finais dos neurônios N_1 , N_2 , N_3 e N_4 foram $(0,41; 0,20)$, $(0,47; 0,19)$, $(0,24; 0,20)$ e $(0,45; 0,20)$, respectivamente, e o número de épocas de 114;
- Os neurônios ativados para os pontos a , b , c , d e e foram 3, 3, 3, 2 e 2, respectivamente;
- Foram criados 2 *clusters*, de forma que o primeiro foi ativado pelo neurônio N_3 , ao qual pertencem os pontos a , b e c . Já o segundo foi ativado pelo neurônio N_2 e consta os pontos d e e . Os neurônios N_1 e N_4 não foram ativados por nenhum ponto. O que foi descrito pode ser visualizado na Figura 8.

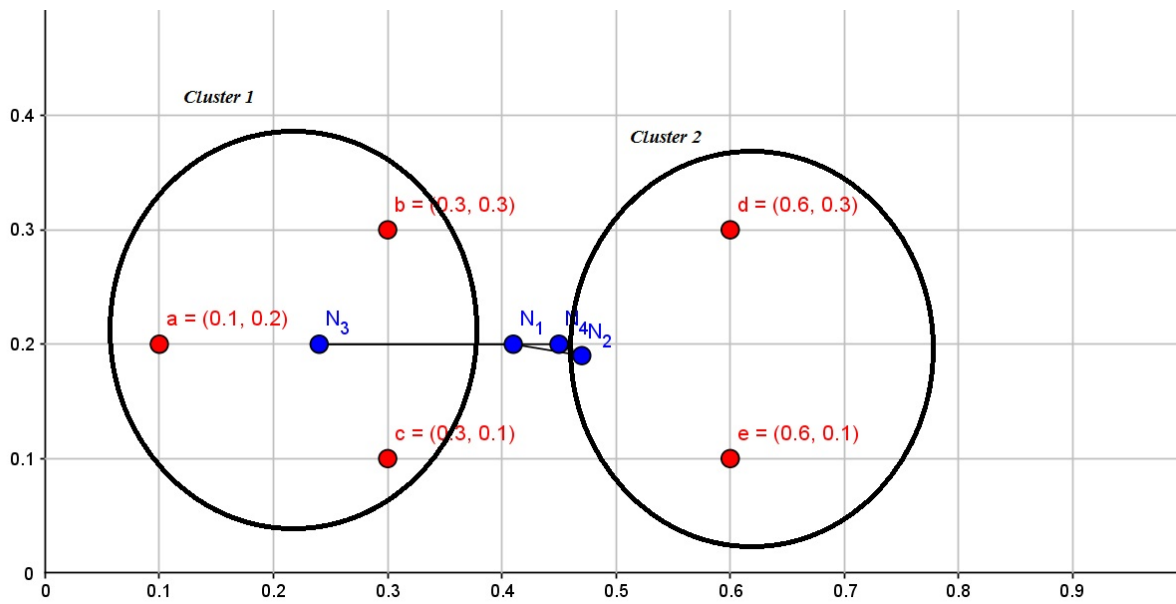


Figura 8 – Neurônios ativados e a formação dos *clusters* com a medida de similaridade de Fu

Seguindo a mesma finalização do exemplo anterior, os pontos f , g e h ativaram os neurônios N_3 , N_1 e N_2 , respectivamente, ficando, então, o ponto f no *cluster* 1, o ponto g ficou sem *cluster* e o ponto h no *cluster* 2, finalizando, com isso, o processo do algoritmo SOM com a medida de similaridade de Fu.

3.3 Rede Auto-Organizável de Kohonen Fuzzy

Dando continuidade aos exemplos, será apresentado em sequência mais uma modificação para a rede de Kohonen. A implementação será com a medida de similaridade Fuzzy apresentada na Subseção 2.3.3. Assim, mais uma vez serão mantidos os valores dos parâmetros e dados definidos no exemplo da Seção 3.1 de modo que serão utilizadas no passo 2 da Tabela 1 as Equações (10) e (12). Assim sendo, seguem os cálculos:

$$\begin{aligned}
s(x_{11}, w_{11}) &= \max(\min(1 - 0, 10; 1 - 0, 65), \min(0, 10; 0, 65)) = 0,35 \\
s(x_{12}, w_{12}) &= \max(\min(1 - 0, 20; 1 - 0, 25), \min(0, 20; 0, 25)) = 0,75 \\
S_{Fz}(x_1, w_1) &= (x_{11}, w_{11}) + (x_{12}, w_{12}) = 0,35 + 0,75 = 1,10
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s(x_{11}, w_{21}) &= \max(\min(1 - 0, 10; 1 - 0, 72), \min(0, 10; 0, 72)) = 0,28 \\
s(x_{12}, w_{22}) &= \max(\min(1 - 0, 20; 1 - 0, 04), \min(0, 20; 0, 04)) = 0,80 \\
S_{Fz}(x_1, w_2) &= (x_{11}, w_{21}) + (x_{12}, w_{22}) = 0,28 + 0,80 = 1,08
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s(x_{11}, w_{31}) &= \max(\min(1 - 0, 10; 1 - 0, 10), \min(0, 10; 0, 10)) = 0,90 \\
s(x_{12}, w_{32}) &= \max(\min(1 - 0, 20; 1 - 0, 11), \min(0, 20; 0, 11)) = 0,80 \\
S_{Fz}(x_1, w_3) &= (x_{11}, w_{31}) + (x_{12}, w_{32}) = 0,90 + 0,80 = 1,70
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s(x_{11}, w_{41}) &= \max(\min(1 - 0, 10; 1 - 0, 73), \min(0, 10; 0, 73)) = 0,27 \\
s(x_{12}, w_{42}) &= \max(\min(1 - 0, 20; 1 - 0, 22), \min(0, 20; 0, 22)) = 0,78 \\
S_{Fz}(x_1, w_4) &= (x_{11}, w_{41}) + (x_{12}, w_{42}) = 0,27 + 0,78 = 1,05
\end{aligned}$$

Desse modo, $i(a) = \operatorname{argmax}_j ||a - w_j|| = 1,70$ e, com isso, o neurônio que tem a maior similaridade é o N_3 . Depois de finalizado o processo de ajuste dos pesos de neurônios, obtiveram-se os seguintes resultados:

- Os pesos dos neurônios N_1 , N_2 , N_3 e N_4 foram (0,41; 0,20), (0,60; 0,19), (0,24; 0,20) e (0,41; 0,20), respectivamente, e o número de épocas de 169;
- Os neurônios ativados para os pontos a , b , c , d e e foram 3, 3, 3, 2 e 2, respectivamente;
- Foram criados 2 *clusters*, de forma que o primeiro foi ativado pelo neurônio N_3 , no qual pertencem os pontos a , b e c . Já o segundo foi ativado pelo neurônio N_2 e consta os pontos d e e . Os neurônios N_1 e N_4 não foram ativados por nenhum ponto e finalizaram com os mesmos valores para seus pesos, ou seja, (0,41, 0,20). O que foi descrito pode ser visualizado na Figura 9.

Seguindo a mesma finalização dos exemplos anteriores, os pontos f , g e h ativaram os neurônios N_3 , N_3 e N_2 , respectivamente, ficando, então, os pontos f e g no *cluster* 1 e o ponto h no *cluster* 2, finalizando, com isso, o processo do algoritmo SOM com a medida de similaridade Fuzzy.

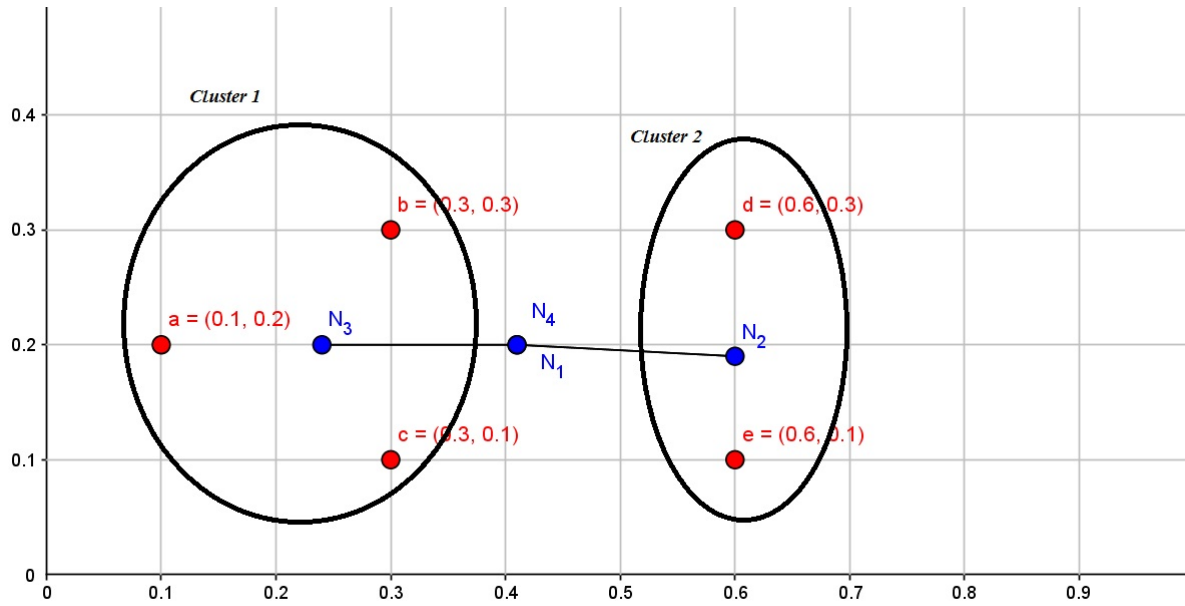


Figura 9 – Neurônios ativados e a formação dos *clusters* com a medida de similaridade Fuzzy

3.4 Rede Auto-Organizável de Kohonen Grafo Fuzzy

Prosseguindo no ambiente da lógica nebulosa, a próxima medida de similaridade fuzzy vem acompanhada com a teoria de grafos. Nesse exemplo serão mantidos os valores definidos para o exemplo da seção 3.1.

A distância por grafo fuzzy entre um certo dado e um neurônio da rede neural será dado obedecendo os seguintes passos:

1. Formar um grafo entre o dado e todos os neurônios da rede;
2. Calcular o peso de cada uma das arestas (grau de similaridade) que ligam o dado aos neurônios e os neurônios entre si através das seguintes equações (Definição 2):

$$\mu(x_i, w_j) = 1 - S_E(x_i, w_j), i = 1, \dots, t \text{ e } j = 1, \dots, N \quad (16)$$

$$\mu(w_j, w_k) = 1 - S_E(w_j, w_k), k = 1, \dots, N \quad (17)$$

sendo S_E dado como na Equação (7);

3. Calcular o comprimento de todos os possíveis caminhos que ligam o dado ao neurônio (Definição 4) segundo a Equação 13;
4. Determinar a distância fuzzy entre o dado e o neurônio (Definição 5).

Tabela 2 – Algoritmo da Rede de Kohonen Grafo Fuzzy

Rede de Kohonen

Entrada: Conjunto de Treinamento, taxa de aprendizagem, quantidade de neurônios, mapa topológico e conjunto de vizinhança, Conjunto de dados para análise.

Saída: Dados agrupados em classes.

Início

1. Definir, com valores aleatórios, os vetores de pesos dos neurônios, tendo com base a quantidade de neurônios;
2. Criar, a partir do conjunto de dados de entrada, a matriz de similaridade entre os dados e os neurônios;
3. Se necessário, normalizar a matriz criada no passo 2, se não ir para o passo 4;
4. Criar matriz de similaridade entre os neurônios;
5. Se necessário, normalizar a matriz criada no passo 4, se não ir para o passo 6;
6. Criar, a partir da matriz de similaridade criada no passo 2, a matriz de grau de similaridade ($\mu(x_i, w_j)$) entre os dados e os neurônios;
7. Criar, a partir da matriz de similaridade criada no passo 4, a matriz de grau de similaridade ($\mu(w_j, w_k)$) entre os neurônios;
8. Criar, a partir das matrizes geradas nos passos 6 e 7, a matriz com a distância fuzzy (ρ) entre o dado analisado e os neurônios;
9. Verificar, para o dado em questão do Conjunto de Treinamento, qual dos neurônios tem a maior similaridade, declarando o vencedor;
10. Fazer o ajuste do vetor de pesos do neurônio vencedor e dos neurônios da sua vizinhança previamente definida;
11. Repetir os passos 8, 9 e 10 para todos os dados do Conjunto de Treinamento;
12. Verificar se há diferença entre os vetores de pesos anteriores e os atuais;
13. Se o passo 12 for verdadeiro, voltar ao passo 2, se não, ir para o passo seguinte;
14. Fazer o agrupamento dos neurônios nas classes;
15. Gerar as classes elaboradas a partir do conjunto de dados proposto para análise.

Fim

Feitas as definições, são apresentados os cálculos a seguir:

Cálculos dos pesos entre o dado analisado e os neurônios

$$\mu(a, w_1) = 1 - S_E(a, w_1) = 1 - 0,55 = 0,45$$

$$\mu(a, w_2) = 1 - S_E(a, w_2) = 1 - 0,65 = 0,35$$

$$\mu(a, w_3) = 1 - S_E(a, w_3) = 1 - 0,09 = 0,91$$

$$\mu(a, w_4) = 1 - S_E(a, w_4) = 1 - 0,63 = 0,37$$

Cálculos dos pesos entre os neurônios

$$\mu(w_1, w_2) = 1 - S_E(w_1, w_2) = 1 - 0,23 = 0,77$$

$$\mu(w_1, w_3) = 1 - S_E(w_1, w_3) = 1 - 0,57 = 0,43$$

$$\mu(w_1, w_4) = 1 - S_E(w_1, w_4) = 1 - 0,09 = 0,91$$

$$\mu(w_2, w_3) = 1 - S_E(w_2, w_3) = 1 - 0,63 = 0,37$$

$$\mu(w_2, w_4) = 1 - S_E(w_1, w_2) = 1 - 0,18 = 0,82$$

$$\mu(w_3, w_4) = 1 - S_E(w_1, w_2) = 1 - 0,64 = 0,36$$

As Figuras 10 e 11 mostram graficamente os pesos calculados para dados \times neurônios e neurônios \times neurônios.

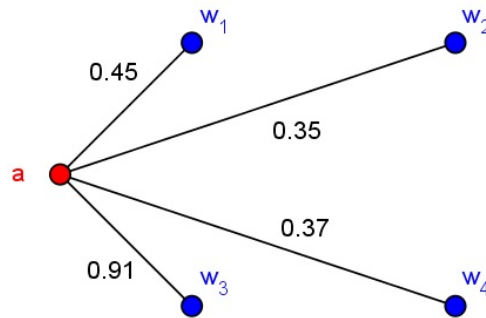


Figura 10 – Pesos entre ponto a e os neurônios

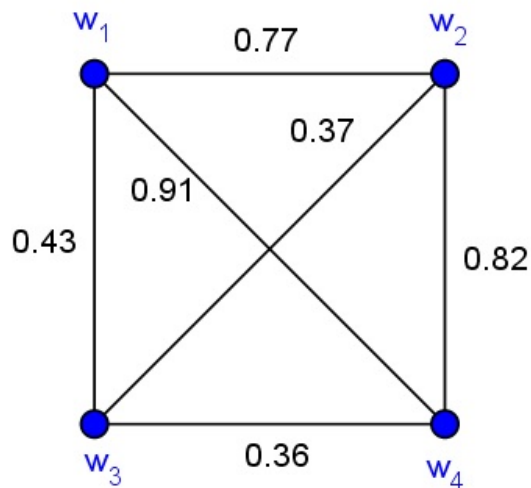


Figura 11 – Pesos dos neurônios entre si

Cálculos da distância entre os dados e os neurônios

Conforme poderá ser visto, existem vários caminhos do ponto a para os neurônios, assim será encontrado o comprimento de todos os caminhos que ligam a a w_1 , a a w_2 , a a w_3 e a a w_4 . Com isso, temos:

1. Quinze caminhos ligam a a w_1 . Sendo assim, serão mostrados todos os caminhos que ligam o ponto ao neurônio em questão. Veja então:

- $C_1 : a \rightarrow w_1; \rho(C_1) = \frac{1}{0,45} = 2,22$
- $C_2 : a \rightarrow w_3 \rightarrow w_1; \rho(C_2) = \frac{1}{0,91} + \frac{1}{0,43} = 3,42$
- $C_3 : a \rightarrow w_3 \rightarrow w_2 \rightarrow w_1; \rho(C_3) = \frac{1}{0,91} + \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,77} = 5,10$
- $C_4 : a \rightarrow w_3 \rightarrow w_4 \rightarrow w_1; \rho(C_4) = \frac{1}{0,91} + \frac{1}{0,36} + \frac{1}{0,91} = 4,98$
- $C_5 : a \rightarrow w_3 \rightarrow w_4 \rightarrow w_1; \rho(C_5) = \frac{1}{0,91} + \frac{1}{0,36} + \frac{1}{0,82} + \frac{1}{0,77} = 6,39$
- $C_6 : a \rightarrow w_4 \rightarrow w_1; \rho(C_6) = \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,91} = 3,80$
- $C_7 : a \rightarrow w_4 \rightarrow w_2 \rightarrow w_1; \rho(C_7) = \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,82} + \frac{1}{0,77} = 5,22$
- $C_8 : a \rightarrow w_4 \rightarrow w_3 \rightarrow w_1; \rho(C_8) = \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,36} + \frac{1}{0,46} = 7,81$
- $C_9 : a \rightarrow w_4 \rightarrow w_3 \rightarrow w_2 \rightarrow w_1; \rho(C_9) = \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,36} + \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,77} = 9,48$
- $C_{10} : a \rightarrow w_4 \rightarrow w_2 \rightarrow w_3 \rightarrow w_1; \rho(C_{10}) = \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,82} + \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,43} = 8,95$
- $C_{11} : a \rightarrow w_2 \rightarrow w_1; \rho(C_{11}) = \frac{1}{0,35} + \frac{1}{0,77} = 4,16$
- $C_{12} : a \rightarrow w_2 \rightarrow w_4 \rightarrow w_1; \rho(C_{12}) = \frac{1}{0,35} + \frac{1}{0,82} + \frac{1}{0,91} = 5,18$
- $C_{13} : a \rightarrow w_2 \rightarrow w_3 \rightarrow w_1; \rho(C_{13}) = \frac{1}{0,35} + \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,43} = 7,89$
- $C_{14} : a \rightarrow w_2 \rightarrow w_3 \rightarrow w_4 \rightarrow w_1; \rho(C_{14}) = \frac{1}{0,35} + \frac{1}{0,37} + \frac{1}{0,36} + \frac{1}{0,91} = 9,44$
- $C_{15} : a \rightarrow w_2 \rightarrow w_4 \rightarrow w_3 \rightarrow w_1; \rho(C_{15}) = \frac{1}{0,35} + \frac{1}{0,82} + \frac{1}{0,36} + \frac{1}{0,43} = 9,18$

$$\delta(a, w_1) = \min\{C_1, C_2, \dots, C_{15}\} = 2,22$$

2. Os demais cálculos foram realizados através do *software* MATLAB(R).

Depois de finalizado o processo de ajuste dos pesos de neurônios, obtiveram-se os seguintes resultados:

- Os pesos dos neurônios N_1 , N_2 , N_3 e N_4 foram (0,41; 0,20), (0,60; 0,19), (0,24; 0,20) e (0,41; 0,20), respectivamente, e o número de épocas de 169;
- Os neurônios ativados para os pontos a , b , c , d e e foram 3, 3, 3, 2 e 2, respectivamente;
- Foram criados 2 *clusters*, de forma que o primeiro foi ativado pelo neurônio $N = 3$, no qual pertencem os pontos a , b e c . Já o segundo foi ativado pelo neurônio N_2 e consta os pontos d e e . Os neurônios N_1 e N_4 não foram ativados por nenhum ponto e finalizaram com os mesmos valores para os pesos, ou seja, (0,41, 0,20). O descrito aqui pode ser visualizado na Figura 12.

Como pôde ser visto, o uso de grafos fez com que, na busca da similaridade entre os dados e os neurônios, a quantidade de informações a serem processadas fosse aumentada consideravelmente, isso gera um maior custo computacional. Então, como forma de reduzir o processamento de algumas informações, utilizou-se um algoritmo que determina caminho, chamado Algoritmo de Dijkstra. Esse algoritmo é capaz de determinar o melhor caminho entre dois vértices em um grafo. O uso desse recurso é bastante utilizado na Ciência da Computação como forma de diminuir o custo computacional no uso de grafos (ASCENCIO; ARAÚJO, 2010, p. 408-424).

Seguindo a mesma finalização dos exemplos anteriores, os pontos f , g e h ativaram os neurônios N_3 , N_1 e N_2 , respectivamente, ficando, então, o ponto f no *cluster* 1, o ponto g ficou sem *cluster*, devido ao neurônio N_1 não ter sido ativado na fase de treinamento, e o ponto h no *cluster* 2, finalizando, com isso, o processo do algoritmo SOM com a medida de similaridade Grafo Fuzzy.

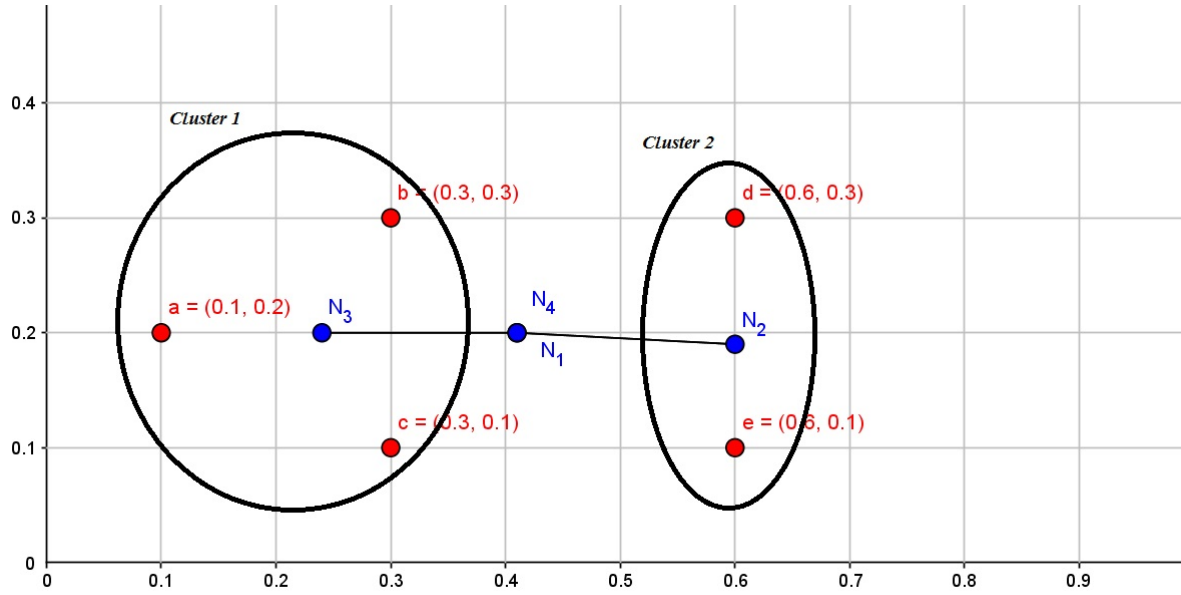


Figura 12 – Neurônios ativados e a formação dos *clusters* com a medida de similaridade Grafo Fuzzy

3.5 Rede Auto-Organizável de Kohonen Tanimoto

Para finalizar, será mostrada a rede de Kohonen com a sua medida de similaridade utilizando a métrica de Tanimoto, apresentada na Subseção 2.3.5. Para tanto, mais uma vez serão mantidos os valores utilizados no primeiro exemplo, de forma que para o passo 2 da tabela 1 será utilização da Equação (14). Segue, assim, o exemplo:

$$S_T(a, w_1) = \frac{(0, 10; 0, 20)^T(0, 65; 0, 25)}{(0, 10^2 + 0, 20^2) + (0, 65^2 + 0, 25^2) - (0, 10; 0, 20)^T(0, 65; 0, 25)} = 0, 27$$

$$S_T(a, w_2) = \frac{(0, 10; 0, 20)^T(0, 72; 0, 04)}{(0, 10^2 + 0, 20^2) + (0, 72^2 + 0, 04^2) - (0, 10; 0, 20)^T(0, 72; 0, 04)} = 0, 16$$

$$S_T(a, w_3) = \frac{(0, 10; 0, 20)^T(0, 10; 0, 11)}{(0, 10^2 + 0, 20^2) + (0, 10^2 + 0, 11^2) - (0, 10; 0, 20)^T(0, 10; 0, 11)} = 0, 81$$

$$S_T(a, w_4) = \frac{(0, 10; 0, 20)^T(0, 73; 0, 22)}{(0, 10^2 + 0, 20^2) + (0, 73^2 + 0, 22^2) - (0, 10; 0, 20)^T(0, 73; 0, 22)} = 0, 23$$

Assim, $i(a) = \operatorname{argmax}_j ||a - w_j|| = 0, 81$ e, dessa forma, o neurônio que tem a maior similaridade é o N_3 . Depois de finalizado o processo de ajuste dos pesos de neurônios, obtiveram-se os seguintes resultados:

- Os pesos dos neurônios N_1 , N_2 , N_3 e N_4 foram $(0,41; 0,20)$, $(0,47; 0,19)$, $(0,24; 0,20)$ e $(0,45; 0,20)$, respectivamente, e o número de épocas de 114;

- Os neurônios ativados para os pontos a , b , c , d e e foram 3, 3, 3, 2 e 2, respectivamente;
- Foram criados 2 *clusters*, de forma que o primeiro foi ativado pelo neurônio N_3 , ao qual pertencem os pontos a , b e c . Já o segundo foi ativado pelo neurônio N_2 e consta os pontos d e e . Os neurônios N_1 e N_4 não foram ativados por nenhum ponto. O descrito aqui pode ser visualizado na Figura 13.

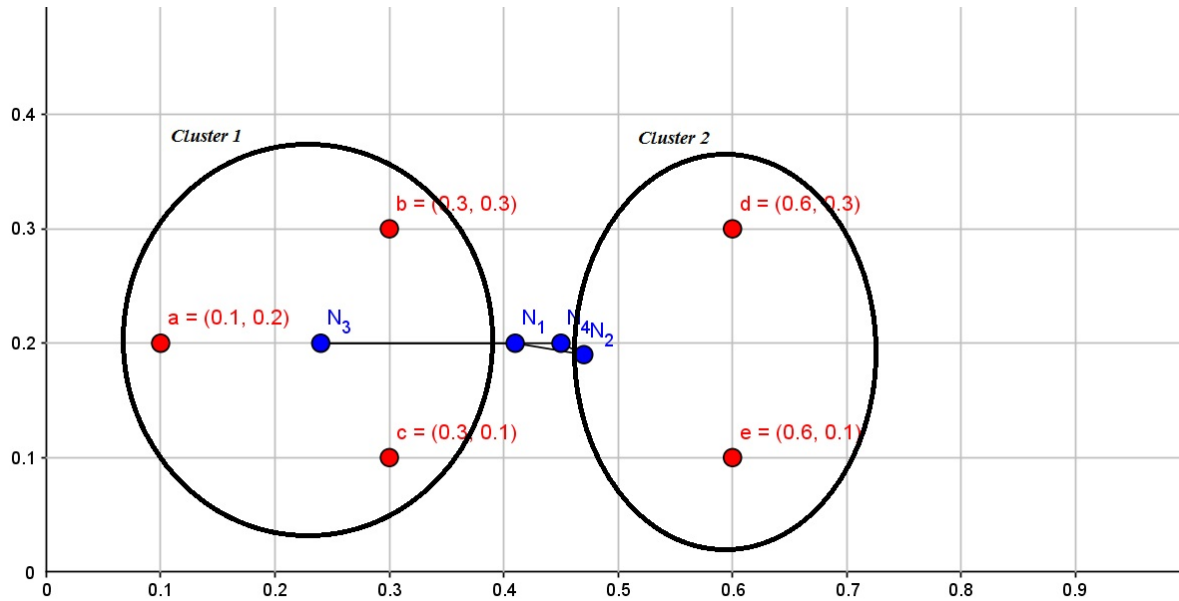


Figura 13 – Neurônios ativados e a formação dos subconjuntos com a medida de similaridade Tanimoto

Seguindo a mesma finalização dos exemplos anteriores, os pontos f , g e h ativaram os neurônios N_3 , N_1 e N_2 , respectivamente, ficando, então, o ponto f no *cluster* 1, o ponto g ficou sem *cluster*, devido ao neurônio N_1 não ter sido ativado na fase de treinamento, e o ponto h no *cluster* 2, finalizando, com isso, o processo do algoritmo SOM com a medida de similaridade Tanimoto e, por consequência, os exemplos para as métricas propostas. Vale ressaltar que, apesar de tratar-se de medidas de similaridade diferentes, os *clusters* formados foram iguais, porém os dados de validação foram classificados de forma diferente nos *clusters*, devido aos pesos finais dos neurônios bem como da classificação de cada medida de similaridade.

4 Aplicação da Rede Auto-Organizável de Kohonen com Várias Similaridades para Classificação dos Dados Iris

Os dados de treinamento e de validação foram compostos a partir do conjunto de dados Iris, cuja composição é dada por três classes de 50 amostras e cada classe é composta de informações de uma espécie da flor Iris. De forma que, foram registradas 4 características de cada planta, a saber: o comprimento da sépala, a largura da sépala, o comprimento da pétala e a largura da pétala. Assim, foram coletadas as informações de 150 plantas, de forma que a primeira classe (amostras de 1 a 50) foi coletada da Iris Setosa e é linearmente separável das outras duas, que foram coletadas da Iris Versicolor e da Iris Virginica, as quais não são linearmente separáveis. Uma tabela com os dados pode ser visualizada no ANEXO A.

Para dar continuidade ao experimento, foi feita a seguinte divisão: as 40 primeiras amostras de cada classe foram agrupadas para compor o conjunto de treinamento, somando 120 dados; as 10 amostras restantes de cada classe serviram para compor o conjunto de validação, totalizando 30 amostras. Essa divisão dos dados foi utilizada para que após os testes fosse possível avaliar a qualidade dos *clusters* gerados. Assim, para que se pudesse iniciar os processos de treinamento e validação os dados foram normalizados pela equação que se segue:

$$x_{normalizado} = \frac{x_i}{\sqrt{\sum_{k=1}^m x_{ik}^2}}. \quad (18)$$

Esse processo se faz necessário para que os valores máximos e mínimos dos elementos se tornem iguais. Feito isso, a análise iniciará-se com um quadro comparativo com número de épocas e o tempo de processamento de cada algoritmo, mas antes serão apresentados alguns parâmetros que foram utilizados no processo.

Para que se pudesse dar continuidade ao processo de análise de dados foi preciso antes estabelecer valores para as variáveis que seriam usados em todos testes e para que, assim, fosse possível fazer um comparativo de desempenho de cada medida de similaridade implementada no algoritmo SOM. Vale ressaltar que os vetores de pesos dos neurônios foram gerados aleatoriamente para o experimento, sendo assim os mesmos valores foram utilizados para o processamento em todas as métricas. Ressalta-se ainda, que a escolha da quantidade neurônios foi devido a algumas quantidades apresentarem instabilidade durante os testes, logo, por facilidade, escolheu-se 16 neurônios, a qual utilizou-se para todas as métricas.

4.1 Dados Usados na Simulação

Taxa de Aprendizagem

$$\gamma = 0,01$$

Vetores de Pesos dos Neurônios

Tabela 3 – Vetores de Pesos do Neurônios (w_j)

Neurônio				
w_1	0,4868	0,4359	0,4468	0,3063
w_2	0,5085	0,5108	0,8176	0,7948
w_3	0,6443	0,3786	0,8116	0,5328
w_4	0,3507	0,9390	0,8759	0,5502
w_5	0,6225	0,5870	0,2077	0,3012
w_6	0,4709	0,2305	0,8443	0,1948
w_7	0,2259	0,1707	0,2277	0,4357
w_8	0,3111	0,9234	0,4302	0,1848
w_9	0,9049	0,9797	0,4389	0,1111
w_{10}	0,2581	0,4087	0,5949	0,2622
w_{11}	0,6028	0,7112	0,2217	0,1174
w_{12}	0,2967	0,3188	0,4242	0,5079
w_{13}	0,0855	0,2625	0,8010	0,0292
w_{14}	0,9289	0,7303	0,4886	0,5785
w_{15}	0,2373	0,4588	0,9631	0,5468
w_{16}	0,5211	0,2316	0,4889	0,6241

Conjuntos de vizinhança

$$V(N_1) = \{N_2, N_5\};$$

$$V(N_2) = \{N_1, N_3, N_6\};$$

$$V(N_3) = \{N_2, N_4, N_7\};$$

$$V(N_4) = \{N_3, N_8\};$$

$$V(N_5) = \{N_1, N_6, N_9\};$$

$$V(N_6) = \{N_2, N_5, N_7, N_{10}\};$$

$$V(N_7) = \{N_3, N_6, N_8, N_{11}\};$$

$$V(N_8) = \{N_4, N_7, N_{12}\};$$

$$V(N_9) = \{N_5, N_{10}, N_{13}\};$$

$$V(N_{10}) = \{N_6, N_9, N_{11}, N_{14}\};$$

$$V(N_{11}) = \{N_7, N_{10}, N_{12}, N_{15}\};$$

$$V(N_{12}) = \{N_8, N_{11}, N_{16}\};$$

$$V(N_{13}) = \{N_9, N_{14}\};$$

$$V(N_{14}) = \{N_{10}, N_{13}, N_{15}\};$$

$$V(N_{15}) = \{N_{11}, N_{14}, N_{16}\};$$

$$V(N_{16}) = \{N_{12}, N_{15}\}.$$

Quantidade de Neurônios

$$N = 16$$

Conjunto de Validação

Tabela 4 – Conjunto de Validação (xv)

Dado					Dado				
xv_1	5,0	3,5	1,3	0,3	xv_{16}	5,7	3,0	4,2	1,2
xv_2	4,5	2,3	1,3	0,3	xv_{17}	5,7	2,9	4,2	1,3
xv_3	4,4	3,2	1,3	0,2	xv_{18}	6,2	2,9	4,3	1,3
xv_4	5,0	3,5	1,6	0,6	xv_{19}	5,1	2,5	3,0	1,1
xv_5	5,1	3,8	1,9	0,4	xv_{20}	5,7	2,8	4,1	1,3
xv_6	4,8	3,0	1,4	0,3	xv_{21}	6,7	3,1	5,6	2,4
xv_7	5,1	3,8	1,6	0,2	xv_{22}	6,9	3,1	5,1	2,3
xv_8	4,6	3,2	1,4	0,2	xv_{23}	5,8	2,7	5,1	1,9
xv_9	5,3	3,7	1,5	0,2	xv_{24}	6,8	3,2	5,9	2,3
xv_{10}	5,0	3,3	1,4	0,2	xv_{25}	6,7	3,3	5,7	2,5
xv_{11}	5,5	2,6	4,4	1,2	xv_{26}	6,7	3,0	5,2	2,3
xv_{12}	6,1	3,0	4,6	1,4	xv_{27}	6,3	2,5	5,0	1,9
xv_{13}	5,8	2,6	4,0	1,2	xv_{28}	6,5	3,0	5,2	2,0
xv_{14}	5,0	2,3	3,3	1,0	xv_{29}	6,2	3,4	5,4	2,3
xv_{15}	5,6	2,7	4,2	1,3	xv_{30}	5,9	3,0	5,1	1,8

Mapa Topológico

Tabela 5 – Mapa Topológico

N_1	—	N_2	—	N_3	—	N_4
N_5	—	N_6	—	N_7	—	N_8
N_9	—	N_{10}	—	N_{11}	—	N_{12}
N_{13}	—	N_{14}	—	N_{15}	—	N_{16}

Conjunto de Treinamento

Tabela 6 – Conjunto de Treinamento (xt)

Dado					Dado					Dado				
xt_1	5,1	3,5	1,4	0,2	xt_{41}	7,0	3,2	4,7	1,4	xt_{81}	6,3	3,3	6,0	2,5
xt_2	4,9	3,0	1,4	0,2	xt_{42}	6,4	3,2	4,5	1,5	xt_{82}	5,8	2,7	5,1	1,9
xt_3	4,7	3,2	1,3	0,2	xt_{43}	6,9	3,1	4,9	1,5	xt_{83}	7,1	3,0	5,9	2,1
xt_4	4,6	3,1	1,5	0,2	xt_{44}	5,5	2,3	4,0	1,3	xt_{84}	6,3	2,9	5,6	1,8
xt_5	5,0	3,6	1,4	0,2	xt_{45}	6,5	2,8	4,6	1,5	xt_{85}	6,5	3,0	5,8	2,2
xt_6	5,4	3,9	1,7	0,4	xt_{46}	5,7	2,8	4,5	1,3	xt_{86}	7,6	3,0	6,6	2,1
xt_7	4,6	3,4	1,4	0,3	xt_{47}	6,3	3,3	4,7	1,6	xt_{87}	4,9	2,5	4,5	1,7
xt_8	5,0	3,4	1,5	0,2	xt_{48}	4,9	2,4	3,3	1,0	xt_{88}	7,3	2,9	6,3	1,8
xt_9	4,4	2,9	1,4	0,2	xt_{49}	6,6	2,9	4,6	1,3	xt_{89}	6,7	2,5	5,8	1,8
xt_{10}	4,9	3,1	1,5	0,1	xt_{50}	5,2	2,7	3,9	1,4	xt_{90}	7,2	3,6	6,1	2,5
xt_{11}	5,4	3,7	1,5	0,2	xt_{51}	5,0	2,0	3,5	1,0	xt_{91}	6,5	3,2	5,1	2,0
xt_{12}	4,8	3,4	1,6	0,2	xt_{52}	5,9	3,0	4,2	1,5	xt_{92}	6,4	2,7	5,3	1,9
xt_{13}	4,8	3,0	1,4	0,1	xt_{53}	6,0	2,2	4,0	1,0	xt_{93}	6,8	3,0	5,5	2,1
xt_{14}	4,3	3,0	1,1	0,1	xt_{54}	6,1	2,9	4,7	1,4	xt_{94}	5,7	2,5	5,0	2,0
xt_{15}	5,8	4,0	1,2	0,2	xt_{55}	5,6	2,9	3,6	1,3	xt_{95}	5,8	2,8	5,1	2,4
xt_{16}	5,7	4,4	1,5	0,4	xt_{56}	6,7	3,1	4,4	1,4	xt_{96}	6,4	3,2	5,3	2,3
xt_{17}	5,4	3,9	1,3	0,4	xt_{57}	5,6	3,0	4,5	1,5	xt_{97}	6,5	3,0	5,5	1,8
xt_{18}	5,1	3,5	1,4	0,3	xt_{58}	5,8	2,7	4,1	1,0	xt_{98}	7,7	3,8	6,7	2,2
xt_{19}	5,7	3,8	1,7	0,3	xt_{59}	6,2	2,2	4,5	1,5	xt_{99}	7,7	2,6	6,9	2,3
xt_{20}	5,1	3,8	1,5	0,3	xt_{60}	5,6	2,5	3,9	1,1	xt_{100}	6,0	2,2	5,0	1,5
xt_{21}	5,4	3,4	1,7	0,2	xt_{61}	5,9	3,2	4,8	1,8	xt_{101}	6,9	3,2	5,7	2,3
xt_{22}	5,1	3,7	1,5	0,4	xt_{62}	6,1	2,8	4,0	1,3	xt_{102}	5,6	2,8	4,9	2,0
xt_{23}	4,6	3,6	1,0	0,2	xt_{63}	6,3	2,5	4,9	1,5	xt_{103}	7,7	2,8	6,7	2,0
xt_{24}	5,1	3,3	1,7	0,5	xt_{64}	6,1	2,8	4,7	1,2	xt_{104}	6,3	2,7	4,9	1,8
xt_{25}	4,8	3,4	1,9	0,2	xt_{65}	6,4	2,9	4,3	1,3	xt_{105}	6,7	3,3	5,7	2,1
xt_{26}	5,0	3,0	1,6	0,2	xt_{66}	6,6	3,0	4,4	1,4	xt_{106}	7,2	3,2	6,0	1,8
xt_{27}	5,0	3,4	1,6	0,4	xt_{67}	6,8	2,8	4,8	1,4	xt_{107}	6,2	2,8	4,8	1,8
xt_{28}	5,2	3,5	1,5	0,2	xt_{68}	6,7	3,0	5,0	1,7	xt_{108}	6,1	3,0	4,9	1,8
xt_{29}	5,2	3,4	1,4	0,2	xt_{69}	6,0	2,9	4,5	1,5	xt_{109}	6,4	2,8	5,6	2,1
xt_{30}	4,7	3,2	1,6	0,2	xt_{70}	5,7	2,6	3,5	1,0	xt_{110}	7,2	3,0	5,8	1,6
xt_{31}	4,8	3,1	1,6	0,2	xt_{71}	5,5	2,4	3,8	1,1	xt_{111}	7,4	2,8	6,1	1,9
xt_{32}	5,4	3,4	1,5	0,4	xt_{72}	5,5	2,4	3,7	1,0	xt_{112}	7,9	3,8	6,4	2,0
xt_{33}	5,2	4,1	1,5	0,1	xt_{73}	5,8	2,7	3,9	1,2	xt_{113}	6,4	2,8	5,6	2,2
xt_{34}	5,5	4,2	1,4	0,2	xt_{74}	6,0	2,7	5,1	1,6	xt_{114}	6,3	2,8	5,1	1,5
xt_{35}	4,9	3,1	1,5	0,1	xt_{75}	5,4	3,0	4,5	1,5	xt_{115}	6,1	2,6	5,6	1,4
xt_{36}	5,0	3,2	1,2	0,2	xt_{76}	6,0	3,4	4,5	1,6	xt_{116}	7,7	3,0	6,1	2,3
xt_{37}	5,5	3,5	1,3	0,2	xt_{77}	6,7	3,1	4,7	1,5	xt_{117}	6,3	3,4	5,6	2,4
xt_{38}	4,9	3,1	1,5	0,1	xt_{78}	6,3	2,3	4,4	1,3	xt_{118}	6,4	3,1	5,5	1,8
xt_{39}	4,4	3,0	1,3	0,2	xt_{79}	5,6	3,0	4,1	1,3	xt_{119}	6,0	3,0	4,8	1,8
xt_{40}	5,1	3,4	1,5	0,2	xt_{80}	5,5	2,5	4,0	1,3	xt_{120}	6,9	3,1	5,4	2,1

4.2 Resultados

Para dar continuidade, vale ressaltar que o SOM com a similaridade fuzzy apresentou uma certa instabilidade para o valor da taxa de aprendizagem $\gamma = 0,01$. Logo, identificou-se que a não convergência se deu pelo caráter de incerteza apresentado pela métrica utilizada, uma vez que, ao fazer o ajuste dos valores dos pesos dos neurônios, ficarem próximos de $w_{jk} = 1/2$ o algoritmo permanecia em um estado metaestável, não finalizando, com isso, o processo adaptativo. Sendo assim, o procedimento adotado para corrigir tal anormalidade na métrica Fuzzy foi definir o valor de $\gamma = 0,1$, máximo valor admissível, conforme citado na Subseção 2.2.1.

Tabela 7 – Comparativo entre as Métricas

Métrica	Épocas	Tempo de Processamento (s)	Qtd. de Neurônios Ativados	% de Acerto na Valid. dos Dados
Euclidiana	278	2,639	14	96,67
Fu	268	4,020	14	96,67
Fuzzy	111	5,025	11	93,33
Grafo Fuzzy	286	32,882	14	86,67
Tanimoto	268	5,709	14	96,67

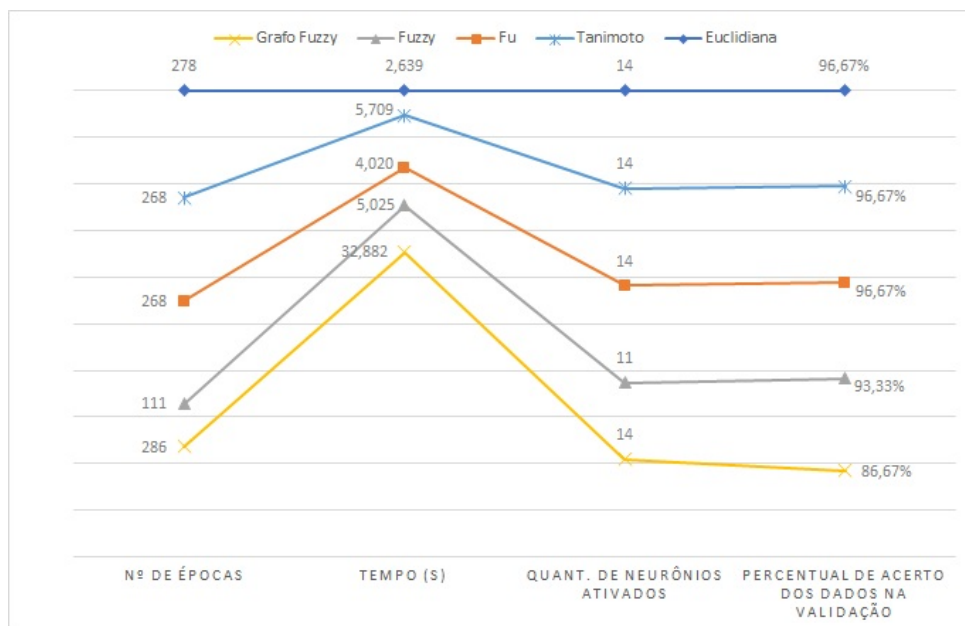


Figura 14 – Gráfico de Desempenho das Métricas Utilizadas

Tabela 8 – Neurônios Ativados na Validação dos Dados

Dado	Métrica				
	Euclidiana	Fu	Fuzzy	Grafo Fuzzy	Tanimoto
xv_1	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xv_2	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xv_3	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xv_4	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{12}	N_{16}
xv_5	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{12}	N_{16}
xv_6	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xv_7	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xv_8	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xv_9	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xv_{10}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xv_{11}	N_6	N_6	N_{11}	N_6	N_6
xv_{12}	N_{10}	N_{10}	N_{14}	N_{10}	N_{10}
xv_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xv_{14}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xv_{15}	N_{10}	N_{10}	N_{14}	N_{10}	N_{10}
xv_{16}	N_{10}	N_{10}	N_{13}	N_{10}	N_{10}
xv_{17}	N_{10}	N_{10}	N_{14}	N_{10}	N_{10}
xv_{18}	N_9	N_9	N_{13}	N_{13}	N_9
xv_{19}	N_{14}	N_{14}	N_{15}	N_{14}	N_{14}
xv_{20}	N_{10}	N_{10}	N_{14}	N_{10}	N_{10}
xv_{21}	N_4	N_4	N_3	N_4	N_4
xv_{22}	N_7	N_7	N_{11}	N_7	N_7
xv_{23}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xv_{24}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xv_{25}	N_4	N_4	N_3	N_4	N_4
xv_{26}	N_3	N_3	N_7	N_4	N_3
xv_{27}	N_1	N_1	N_7	N_5	N_1
xv_{28}	N_7	N_7	N_7	N_7	N_7
xv_{29}	N_4	N_4	N_3	N_4	N_4
xv_{30}	N_3	N_3	N_4	N_3	N_3

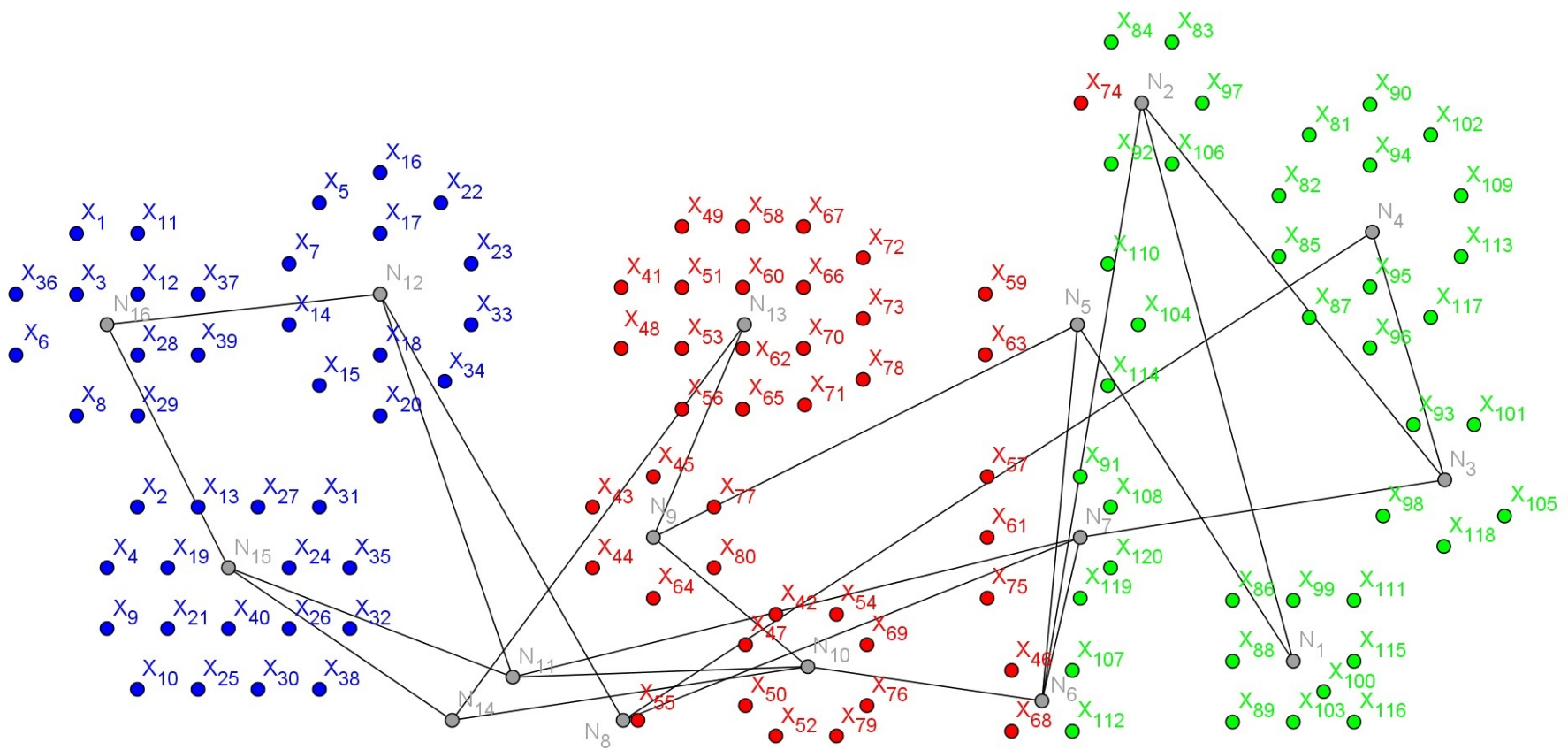


Figura 15 – Ilustração da disposição dos neurônios após os seus ajustes de pesos para o SOM Euclidiano, Fu e Tanimoto

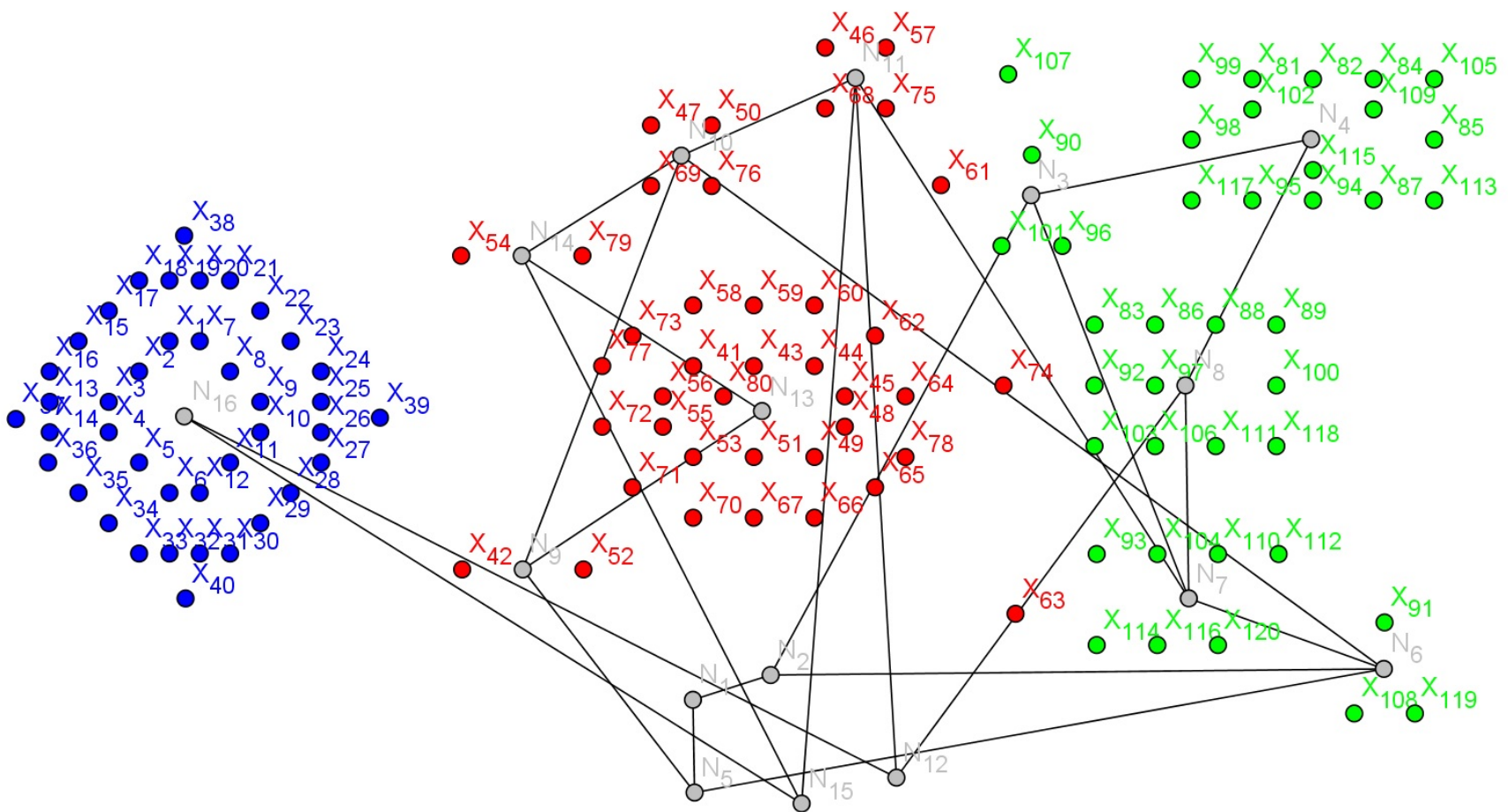


Figura 16 – Ilustração da disposição dos neurônios após os seus ajustes de pesos para o SOM Fuzzy

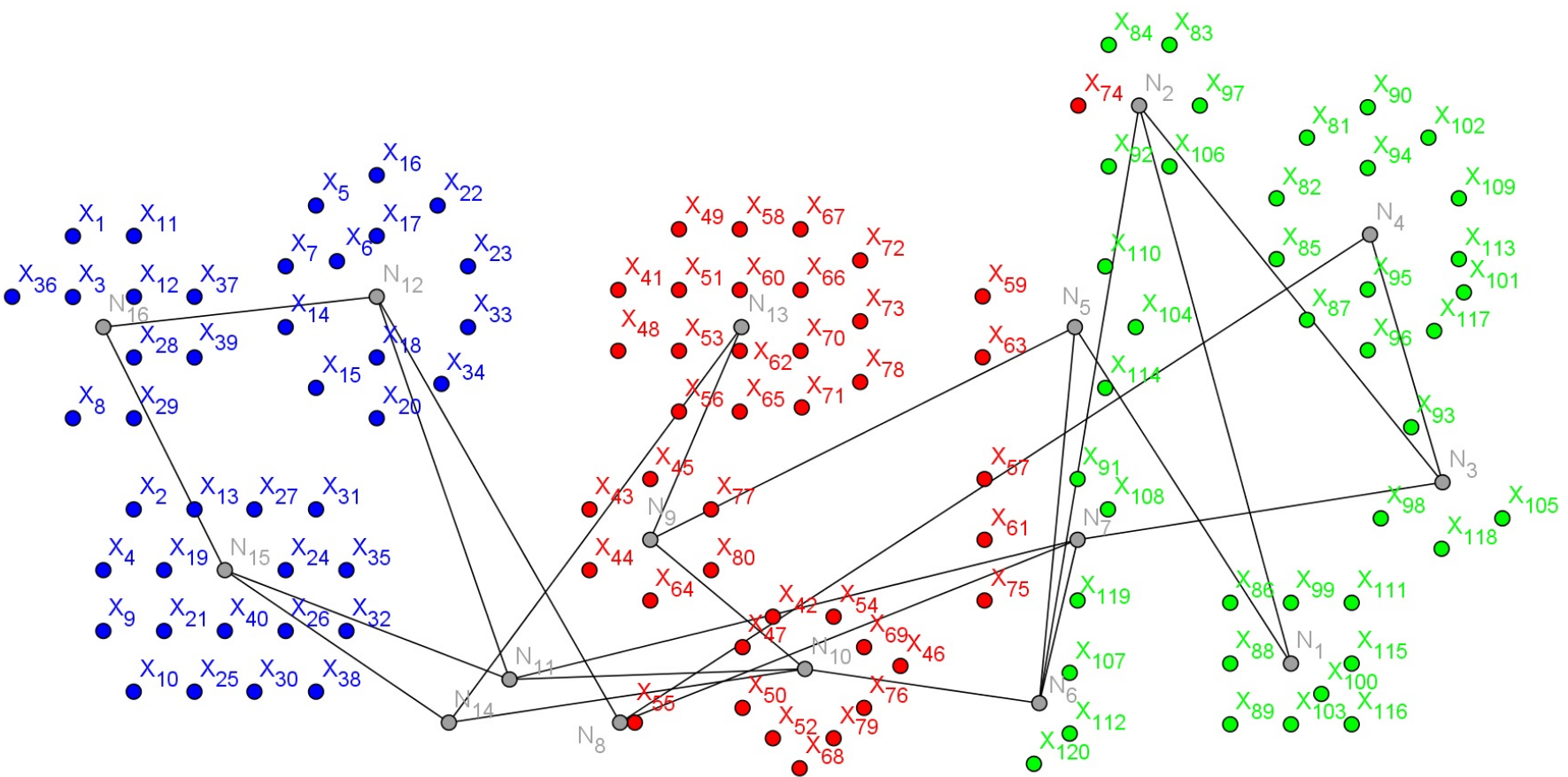


Figura 17 – Ilustração da disposição dos neurônios após os seus ajustes de pesos para o SOM Grafo Fuzzy

Tabela 9 – Neurônio Ativado Para Cada Dado do Conjunto de Treinamento e Cada Métrica

Dado	Métrica				
	Euclidiana	Fu	Fuzzy	Grafo Fuzzy	Tanimoto
xt_1	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_2	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_3	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_4	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_5	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_6	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{12}	N_{16}
xt_7	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_8	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_9	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{10}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{11}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_{12}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_{13}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{14}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{15}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{16}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{17}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{18}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{19}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{20}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{21}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{22}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{23}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{24}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{25}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{26}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{27}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{28}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_{29}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_{30}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{31}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{32}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}

continua

Tabela 9 – Neurônio Ativado Para Cada Dado do Conjunto de Treinamento e Cada Métrica (continuação)

Dado	Métrica				
	Euclidiana	Fu	Fuzzy	Grafo Fuzzy	Tanimoto
xt_{33}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{34}	N_{12}	N_{12}	N_{16}	N_{12}	N_{12}
xt_{35}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{36}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_{37}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_{38}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{39}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}	N_{16}
xt_{40}	N_{15}	N_{15}	N_{16}	N_{15}	N_{15}
xt_{41}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{42}	N_{10}	N_{10}	N_9	N_{10}	N_{10}
xt_{43}	N_9	N_9	N_{13}	N_9	N_9
xt_{44}	N_9	N_9	N_{13}	N_9	N_9
xt_{45}	N_9	N_9	N_{13}	N_9	N_9
xt_{46}	N_6	N_6	N_{11}	N_{10}	N_6
xt_{47}	N_{10}	N_{10}	N_{10}	N_{10}	N_{10}
xt_{48}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{49}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{50}	N_{10}	N_{10}	N_{10}	N_{10}	N_{10}
xt_{51}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{52}	N_{10}	N_{10}	N_9	N_{10}	N_{10}
xt_{53}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{54}	N_{10}	N_{10}	N_{14}	N_{10}	N_{10}
xt_{55}	N_8	N_8	N_{13}	N_8	N_8
xt_{56}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{57}	N_7	N_7	N_{11}	N_7	N_7
xt_{58}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{59}	N_5	N_5	N_{13}	N_5	N_5
xt_{60}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{61}	N_7	N_7	N_3	N_7	N_7
xt_{62}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{63}	N_5	N_5	N_7	N_5	N_5
xt_{64}	N_9	N_9	N_{13}	N_9	N_9

continua

Tabela 9 – Neurônio Ativado Para Cada Dado do Conjunto de Treinamento e Cada Métrica (continuação)

Dado	Métrica				
	Euclidiana	Fu	Fuzzy	Grafo Fuzzy	Tanimoto
xt_{65}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{66}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{67}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{68}	N_6	N_6	N_{11}	N_{10}	N_6
xt_{69}	N_{10}	N_{10}	N_{10}	N_{10}	N_{10}
xt_{70}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{71}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{72}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{73}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{74}	N_2	N_2	N_8	N_2	N_2
xt_{75}	N_7	N_7	N_{11}	N_7	N_7
xt_{76}	N_{10}	N_{10}	N_{10}	N_{10}	N_{10}
xt_{77}	N_9	N_9	N_{13}	N_9	N_9
xt_{78}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}	N_{13}
xt_{79}	N_{10}	N_{10}	N_{14}	N_{10}	N_{10}
xt_{80}	N_9	N_9	N_{13}	N_9	N_9
xt_{81}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{82}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{83}	N_2	N_2	N_8	N_2	N_2
xt_{84}	N_2	N_2	N_4	N_2	N_2
xt_{85}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{86}	N_1	N_1	N_8	N_1	N_1
xt_{87}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{88}	N_1	N_1	N_8	N_1	N_1
xt_{89}	N_1	N_1	N_8	N_1	N_1
xt_{90}	N_4	N_4	N_3	N_4	N_4
xt_{91}	N_7	N_7	N_6	N_7	N_7
xt_{92}	N_2	N_2	N_8	N_2	N_2
xt_{93}	N_3	N_3	N_7	N_3	N_3
xt_{94}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{95}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{96}	N_4	N_4	N_3	N_4	N_4

continua

Tabela 9 – Neurônio Ativado Para Cada Dado do Conjunto de Treinamento e Cada Métrica (continuação)

Dado	Métrica				
	Euclidiana	Fu	Fuzzy	Grafo Fuzzy	Tanimoto
xt_{97}	N_2	N_2	N_8	N_2	N_2
xt_{98}	N_3	N_3	N_4	N_3	N_3
xt_{99}	N_1	N_1	N_4	N_1	N_1
xt_{100}	N_1	N_1	N_8	N_1	N_1
xt_{101}	N_3	N_3	N_3	N_4	N_3
xt_{102}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{103}	N_1	N_1	N_8	N_1	N_1
xt_{104}	N_5	N_5	N_7	N_5	N_5
xt_{105}	N_3	N_3	N_4	N_3	N_3
xt_{106}	N_2	N_2	N_8	N_2	N_2
xt_{107}	N_6	N_6	N_{11}	N_6	N_6
xt_{108}	N_7	N_7	N_6	N_7	N_7
xt_{109}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{110}	N_5	N_5	N_7	N_5	N_5
xt_{111}	N_1	N_1	N_8	N_1	N_1
xt_{112}	N_6	N_6	N_7	N_6	N_6
xt_{113}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{114}	N_5	N_5	N_7	N_5	N_5
xt_{115}	N_1	N_1	N_4	N_1	N_1
xt_{116}	N_1	N_1	N_7	N_1	N_1
xt_{117}	N_4	N_4	N_4	N_4	N_4
xt_{118}	N_3	N_3	N_8	N_3	N_3
xt_{119}	N_7	N_7	N_6	N_7	N_7
xt_{120}	N_7	N_7	N_7	N_6	N_7

Tabela 10 – Erro Absoluto Entre os Vetores de Pesos Iniciais ($w_j^{inicial}$) e Pesos Finais dos Neurônios(w_j^{final})

Neurônio	Métrica				
	Euclidiana	Fu	Fuzzy	Grafo Fuzzy	Tanimoto
N_1	0,0559	0,0559	0,0337	0,0559	0,0559
N_2	0,2450	0,2450	0,2159	0,2444	0,2450
N_3	0,0749	0,0749	0,0795	0,0746	0,0749
N_4	0,3300	0,3300	0,3499	0,3318	0,3300
N_5	0,1227	0,1227	0,0931	0,1232	0,1227
N_6	0,0765	0,0765	0,0735	0,0755	0,0765
N_7	0,2203	0,2203	0,2223	0,2201	0,2203
N_8	0,2121	0,2121	0,2763	0,2106	0,2121
N_9	0,2215	0,2215	0,2190	0,2227	0,2215
N_{10}	0,1211	0,1211	0,1164	0,1200	0,1211
N_{11}	0,0526	0,0526	0,1433	0,0517	0,0526
N_{12}	0,2868	0,2868	0,1591	0,2784	0,2868
N_{13}	0,2787	0,2787	0,2754	0,2787	0,2787
N_{14}	0,1702	0,1702	0,1755	0,1705	0,1702
N_{15}	0,5555	0,5555	0,3760	0,5560	0,5555
N_{16}	0,2943	0,2943	0,2959	0,2943	0,2943

Tabela 11 – Erro Absoluto entre o Peso Final Neurônio (w_j^{final}) Associado e o Dado de Validação (xv_i)

Dado	Métrica				
	Euclidiana	Fu	Fuzzy	Grafo Fuzzy	Tanimoto
xv_1	0,0001	0,0001	0,0006	0,0003	0,0001
xv_2	0,0060	0,0060	0,0071	0,0058	0,0060
xv_3	0,0002	0,0002	0,0006	0,0002	0,0002
xv_4	0,0020	0,0020	0,0023	0,0016	0,0020
xv_5	0,0026	0,0026	0,0030	0,0022	0,0026
xv_6	0,0004	0,0004	0,0007	0,0004	0,0004
xv_7	0,0007	0,0007	0,0012	0,0006	0,0007
xv_8	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001
xv_9	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001
xv_{10}	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
xv_{11}	0,0006	0,0006	0,0008	0,0006	0,0006
xv_{12}	0,0001	0,0001	0,0006	0,0001	0,0001
xv_{13}	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
xv_{14}	0,0003	0,0003	0,0004	0,0003	0,0003
xv_{15}	0,0001	0,0001	0,0004	0,0001	0,0001
xv_{16}	0,0007	0,0007	0,0014	0,0009	0,0007
xv_{17}	0,0002	0,0002	0,0006	0,0003	0,0002
xv_{18}	0,0002	0,0002	0,0001	0,0002	0,0002
xv_{19}	0,0021	0,0021	0,0030	0,0018	0,0021
xv_{20}	0,0001	0,0001	0,0003	0,0003	0,0001
xv_{21}	0,0003	0,0003	0,0008	0,0003	0,0003
xv_{22}	0,0017	0,0017	0,0017	0,0017	0,0017
xv_{23}	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002	0,0001
xv_{24}	0,0000	0,0000	0,0003	0,0001	0,0000
xv_{25}	0,0004	0,0004	0,0014	0,0004	0,0004
xv_{26}	0,0012	0,0012	0,0013	0,0012	0,0012
xv_{27}	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007
xv_{28}	0,0003	0,0003	0,0003	0,0004	0,0003
xv_{29}	0,0011	0,0011	0,0024	0,0010	0,0011
xv_{30}	0,0002	0,0002	0,0008	0,0002	0,0002

Tabela 12 – Neurônios Não Ativados por Métrica

Métrica	Neurônio
Euclidiana	$N_{11}, N_{14},$
Fu	N_{11}, N_{14}
Fuzzy	$N_1, N_2, N_5, N_{12}, N_{15}$
Grafo Fuzzy	N_{11}, N_{14}
Tanimoto	N_{11}, N_{14}

Tabela 13 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Euclidiana (w_j^{final})

Neurônio				
w_1	0,7190	0,2921	0,6001	0,1897
w_2	0,7127	0,3067	0,5980	0,1962
w_3	0,6978	0,3342	0,5922	0,2217
w_4	0,6892	0,3310	0,5993	0,2350
w_5	0,7301	0,3045	0,5816	0,1823
w_6	0,7226	0,3431	0,5667	0,1917
w_7	0,7111	0,3465	0,5756	0,2049
w_8	0,7236	0,4207	0,4628	0,1674
w_9	0,7529	0,3413	0,5358	0,1655
w_{10}	0,7374	0,3561	0,5443	0,1782
w_{11}	0,7680	0,4734	0,3669	0,1021
w_{12}	0,7960	0,5626	0,2167	0,0370
w_{13}	0,7642	0,3367	0,5266	0,1558
w_{14}	0,7752	0,4111	0,4324	0,1183
w_{15}	0,8086	0,5333	0,2435	0,0358
w_{16}	0,8023	0,5463	0,2335	0,0365

Tabela 14 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Fu (w_j^{final})

Neurônio				
w_1	0,7190	0,2921	0,6001	0,1897
w_2	0,7127	0,3067	0,5980	0,1962
w_3	0,6978	0,3342	0,5922	0,2217
w_4	0,6892	0,3310	0,5993	0,2350
w_5	0,7301	0,3045	0,5816	0,1823
w_6	0,7226	0,3431	0,5667	0,1917
w_7	0,7111	0,3465	0,5756	0,2049
w_8	0,7236	0,4207	0,4628	0,1674
w_9	0,7529	0,3413	0,5358	0,1655
w_{10}	0,7374	0,3561	0,5443	0,1782
w_{11}	0,7680	0,4734	0,3669	0,1021
w_{12}	0,7960	0,5626	0,2167	0,0370
w_{13}	0,7642	0,3367	0,5266	0,1558
w_{14}	0,7752	0,4111	0,4324	0,1183
w_{15}	0,8086	0,5333	0,2435	0,0358
w_{16}	0,8023	0,5463	0,2335	0,0365

Tabela 15 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Fuzzy (w_j^{final})

Neurônio				
w_1	0,7002	0,3730	0,5448	0,2154
w_2	0,6988	0,3502	0,5761	0,2368
w_3	0,7068	0,3218	0,5915	0,2112
w_4	0,6983	0,3128	0,6055	0,2130
w_5	0,7261	0,3631	0,5473	0,2009
w_6	0,7205	0,3341	0,5724	0,2005
w_7	0,7163	0,3199	0,5846	0,2025
w_8	0,7087	0,3173	0,5937	0,2059
w_9	0,7581	0,3427	0,5283	0,1631
w_{10}	0,7298	0,3623	0,5481	0,1850
w_{11}	0,7213	0,3333	0,5730	0,1966
w_{12}	0,7309	0,3496	0,5265	0,1642
w_{13}	0,7588	0,3412	0,5293	0,1614
w_{14}	0,7543	0,3463	0,5311	0,1646
w_{15}	0,7645	0,4262	0,4262	0,1170
w_{16}	0,8059	0,5417	0,2327	0,0334

Tabela 16 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Grafo Fuzzy (w_j^{final})

Neurônio				
w_1	0,7190	0,2921	0,6001	0,1897
w_2	0,7121	0,3037	0,6001	0,1972
w_3	0,6967	0,3346	0,5933	0,2217
w_4	0,6927	0,3341	0,5937	0,2320
w_5	0,7298	0,3025	0,5824	0,1846
w_6	0,7215	0,3416	0,5690	0,1921
w_7	0,7119	0,3516	0,5711	0,2046
w_8	0,7274	0,4266	0,4531	0,1626
w_9	0,7517	0,3401	0,5382	0,1658
w_{10}	0,7355	0,3524	0,5485	0,1808
w_{11}	0,7684	0,4756	0,3640	0,0993
w_{12}	0,7943	0,5547	0,2294	0,0435
w_{13}	0,7642	0,3367	0,5266	0,1558
w_{14}	0,7735	0,4080	0,4376	0,1200
w_{15}	0,8096	0,5316	0,2441	0,0347
w_{16}	0,8023	0,5463	0,2335	0,0365

Tabela 17 – Vetores de Pesos Finais dos Neurônios da Similaridade Tanimoto (w_j^{final})

Neurônio				
w_1	0,7190	0,2921	0,6001	0,1897
w_2	0,7127	0,3067	0,5980	0,1962
w_3	0,6978	0,3342	0,5922	0,2217
w_4	0,6892	0,3310	0,5993	0,2350
w_5	0,7301	0,3045	0,5816	0,1823
w_6	0,7226	0,3431	0,5667	0,1917
w_7	0,7111	0,3465	0,5756	0,2049
w_8	0,7236	0,4207	0,4628	0,1674
w_9	0,7529	0,3413	0,5358	0,1655
w_{10}	0,7374	0,3561	0,5443	0,1782
w_{11}	0,7680	0,4734	0,3669	0,1021
w_{12}	0,7960	0,5626	0,2167	0,0370
w_{13}	0,7642	0,3367	0,5266	0,1558
w_{14}	0,7752	0,4111	0,4324	0,1183
w_{15}	0,8086	0,5333	0,2435	0,0358
w_{16}	0,8023	0,5463	0,2335	0,0365

4.3 Discussão dos Resultados

Diante das informações da Tabela 7 e do gráfico da Figura 14, percebe-se que a métrica Euclidiana apresentou o melhor desempenho mesmo tendo a segunda maior quantidade de épocas. Isso se deve, talvez, à simplicidade das operações aritméticas,

pois apenas é calculada a distância entre dois pontos. Em contraponto a isso, o SOM Grafo Fuzzy além de ter a maior quantidade de épocas, ainda teve o seu tempo de processamento cerca de 5 vezes maior que o segundo maior tempo, devido à quantidade de operações que envolvem o processo.

No que diz respeito à classificação dos dados, tanto na fase de treinamento, quanto na fase validação dos dados, percebe-se, a partir das Tabelas 7, 8 e 9, que a métrica Fu e Tanimoto ativaram os mesmos neurônios que a Euclidiana, com um tempo de processamento maior, mas a quantidade de iterações menor. Outro fato que se percebe é que o resultado da similaridade Grafo Fuzzy se assemelha em 96% na fase de treinamento e em 83% na fase de validação dos dados das três métricas citadas e ficou com a maior quantidade de iterações e de tempo de processamento. Continuando, a similaridade Fuzzy se assemelhou em 37% na parte de treinamento e em apenas 30% na parte de validação das métricas Euclidiana, Fu e Tanimoto. Por fim, todas as métricas tiveram em comum 34% na fase de treinamento e apenas 23% na fase de validação dos pesos dos neurônios ativados.

A Tabela 10 apresenta o erro entre os vetores de pesos iniciais e finais dos neurônios, o cálculo foi realizado a partir da equação a seguir:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m (w_j^{inicial} - w_j^{final})^2. \quad (19)$$

Nessa tabela é possível perceber que todos os neurônios tiveram os seus vetores de pesos modificados, mesmo aqueles que não foram ativados por nenhum dado. Isso foi possível por conta dos conjuntos de vizinhança, pois mesmo sem ter sido vencedor, os neurônios não ativados tiveram os seus pesos ajustados por conta de serem vizinhos de neurônios vencedores, sendo ajustados, portanto, pelo processo de cooperação do algoritmo SOM.

No que diz respeito à Tabela 11, percebe-se que mesmo com diferentes medidas de similaridade, os ajustes dos pesos dos neurônios foram os mesmos. Isso se deve ao fato de a equação do ajuste ser a mesma para todas as métricas, modificação que poderá ser feita em um outro estudo. Isso pode ser visualizado para as métricas Euclidiana, Fu e Tanimoto. Portanto, nota-se que o maior valor para o erro foi para a métrica Fuzzy com 0,0071 unidades de medida encontradas na similaridade fuzzy.

Já a Tabela 12 mostra que a métrica fuzzy fez um melhor agrupamento dos dados nos neurônios, uma vez que deixou de ativar 5 neurônios, conforme pode se visto na Tabela 9, e para o primeiro conjuntos de dados de entrada (xt_1 a xt_{40}) ativou apenas o neurônio N_{16} . Isso mostra ter uma maior eficácia em classificar dados linearmente separáveis.

Uma forma bastante prática de mostrar o desempenho do que está sendo apresentado é a partir das Figuras 15, 16 e 17, pois apresentam de uma forma ilustrativa o procedimento que o SOM faz. Vale ressaltar que as Figuras 15, 16 e 17 são apenas uma forma didática de visualizar o procedimento realizado pelo SOM, pois os dados analisados estariam dispostos em um espaço de 4 dimensões. Desse modo, temos as três classes de dados compostas pelo conjunto de treinamento. Além disso, é possível visualizar o mapa topológico ajustado após o processo de treinamento. Logo, um ponto importante a ressaltar é que as medidas de similaridade Euclidiana, Fu, Grafo Fuzzy e Tanimoto apresentaram praticamente as mesmas saídas, ficando com 93% a igualdade das informações. Vale ressaltar que as medidas Euclidiana, Fu e Tanimoto os resultados foram idênticos.

Continuando com a análise das informações, com o SOM é também possível fazer a classificação dos dados em grupos a partir da análise das informações geradas no processo de treinamento. Logo, na Tabela 7, percebe-se que nenhuma métrica conseguiu classificar 100% dos dados do conjunto de validação, isso se deve ao fato de alguns dados apresentarem características não-lineares, sendo por isso, em alguns casos, não classificados ou classificados no grupo errado na fase de validação dos dados. Na Figura 14 é possível visualizar o desempenho de cada métricas a partir dos principais parâmetros avaliados. Vale ressaltar que os percentuais de acerto foram calculados a partir da quantidade de dados de validação classificados corretamente nos *clusters*, dividido pela quantidade total de dados de validação e, por fim, multiplicado por 100%.

Por fim, verifica-se que as informações coletadas trouxeram indagações que não foram percebidas durante o desenvolvimento das linhas de programação. Portanto, os questionamentos ajudarão em direcionamentos futuros que poderão ser dados à pesquisa como por exemplo o aumento desempenho da métrica Fuzzy, o ajuste dos pesos dos neurônios na similaridade Grafo Fuzzy no uso de um grafo como conjunto de entrada de dados, dentre outros.

5 Considerações Finais

No decorrer desta dissertação foram apresentadas diversas medidas de similaridade implementadas no mapa auto-organizável de Kohonen. Logo, na fase inicial da pesquisa, realizou-se uma análise no algoritmo SOM, para que se pudesse entender o seu processo de funcionamento. Em seguida, iniciou-se o desenvolvimento de uma medida de similaridade baseada na teoria de grafos Fuzzy. Essa métrica se mostrou bastante vantajosa, uma vez que a medida Euclidiana classifica os dados levando em consideração a distância geométrica entre estes, embora a semelhança entre as informações possa não significar uma proximidade geométrica. Com a métrica Grafo Fuzzy os dados puderam ser classificados a partir dos pesos entre os vértices, de modo que as informações passaram a ser semelhantes sem necessariamente estarem próximas. Desse modo, cada dado esteve interligado aos demais por uma aresta que possui um peso. Então, quanto maior era o seu peso, maior a semelhança entre as informações. Portanto, de posse dessa definições, foram iniciados os teste utilizando o conjunto de dados da flor Iris.

Após se finalizar os testes com a similaridade Grafo Fuzzy, foram pesquisadas outras métricas, com o objetivo de analisar a influência de tais medidas no SOM. Para tanto, foram escolhidas, além das medidas Euclidiana e Grafo Fuzzy - que já haviam sido testadas-, as métricas Fu, Fuzzy e Tanimoto. Durante os novos testes, apenas a similaridade Fuzzy se mostrou diferente da medida Euclidiana no que diz respeito à classificação dos dados. A partir daí, pôde-se comprovar um avanço com o uso de tal similaridade, pois a métrica Fuzzy mostrou-se ser mais vantajosa para classificar dados linearmente separáveis, mas perdeu-se eficácia e gerou um maior custo computacional, além de ter sido modificada a taxa de aprendizagem para $\gamma = 0,1$, o que gerou o registro da menor das épocas, uma vez que para uma taxa de aprendizagem de $\gamma = 0,01$ levava o algoritmo ao estágio metaestável.

Percebeu-se, portanto, que as métricas Euclidiana, Fu e Tanimoto apresentaram os mesmos resultados para todos os testes realizados, porém as similaridades Fu e Tanimoto reduziram a quantidade de épocas para 268, mas aumentaram o custo computacional quando comparados com a medida Euclidiana. Vale ressaltar que, apesar de todas as métricas terem apresentado um percentual de acerto na clusterização acima de 85%, as similaridades Euclidiana, Fu e Tanimoto foram as mais eficazes, de modo que a medida Euclidiana se mostrou ser a mais eficiente de todas. Em contraponto a isso, foi percebido que o uso de uma medida incorreta sobrecarrega o sistema com um custo computacional alto para realização da mesma tarefa, isto é, reduz-se a eficiência no processo. Portanto, concluiu-se que para manter eficácia do método é preciso selecionar

corretamente a medida de similaridade de acordo com a especificidade do conjunto de dados, no caso, lineares ou não-lineares.

5.1 Trabalhos Futuros

Por fim, a pesquisa realizada pode servir de base para os seguintes trabalhos futuros:

- Podem-se realizar análises utilizando outras medidas de similaridade como, por exemplo, o coeficiente de Cosine, coeficiente de Dice e a distância de Soergel apresentadas em (BAJUSZ et al., 2015). Tais análises podem ajudar na ampliação das aplicações;
- Na medida Grafo Fuzzy, pode-se estender o grafo usando caminho entre os dados, ao invés de usar o caminho apenas entre dados e os neurônios;
- Pode-se utilizar, na medida de Grafo Fuzzy, uma outra métrica, diferente da Euclidiana, para estabelecer o grau de similaridade entre os nós.

Referências

- ADANDEDJAN, D.; MONTCHO, S. A.; CHIKOU, A.; LALEYE, P.; GOURENE, G. Caractérisation des peuplements de macroinvertébrés benthiques à l'aide de la carte auto-organisatrice (som). **Comptes Rendus Biologies**, v. 336, p. 244–248, 2013.
- ASCENCIO, A. F. G.; ARAÚJO, G. S. de. Algoritmos em grafos. In: _____. **Estutura de dados: algoritmos, análise da complexidade e implementações em JAVA e C/C++**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. p. 368–426.
- BAJUSZ, D.; RÁCZ, A.; HÉBERGER, K. Why is tanimoto index an appropriate choice for fingerprint-based similarity calculations? **Journal of Cheminformatics**, v. 7, 2015.
- BARBIERI, N. Investigating the impacts of technological position and european environmental regulation on green automotive patent activity. **Ecological Economics**, v. 117, p. 140–152, 2015.
- BROCKETT, P. L.; XIA, X.; DERRIG, R. A. Using kohonen's self-organizing feature map to uncover automobile bodily injury claims fraud. **The Journal of Risk and Insurance**, v. 65, p. 245–274, 1998.
- Center for Machine Learning and Intelligent Systems. **Iris Data Set**. 2007. Disponível em: <<http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets/Iris>>. Acesso em: 19 de dezembro de 2016.
- CHUANG, K.-H.; CHIU, M.-J.; LIN, C.-C.; CHEN, J.-H. Model-free functional mri analysis using kohonen clustering neural network and fuzzy c-means. **IEEE Transactions on Medical Imaging**, v. 18, p. 1117–1128, 1999.
- DIETRICH, D.; ABUJODA, A.; RIZK, A.; PAPADIMITRIOU, P. Multi-provider service chain embedding with nestor. **IEEE Transactions on Network and Service Management**, v. 14, p. 91–105, 2017.
- FU, L.; YANG, M.; BRAULAN, R.; BENSON, N. Real-time adaptive clustering of flow cytometric data. **Pattern Recognition**, v. 26, p. 365–373, 1993.
- GODDEN, J. W.; XUE, L.; BAJORATH, J. Combinatorial preferences affect molecular similaritydiversity calculations using binary fingerprints and tanimoto coefficients. **J. Chem. Inf. Comput. Sci.**, v. 40, p. 163–166, 2000.
- GOSHTASBY, A. A. Similarity and dissimilarity measures. In: GOSHTASBY, A. A. (Ed.). **Imagem Registration: Principles, Tools and Methods**. London: Springer, 2012. p. 7–66.
- HAMMAMI, I.; MERCIER, G.; HAMOUDA, A.; DEZERT, J. Kohonen's map approach for the belief mass modeling. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, v. 27, p. 2060–2071, 2016.
- HAYKIN, S. **Redes Neurais: Princípios e Prática**. Porto Alegre: Bookman, 2001.
- HEBB, D. O. **The Organization of Behavior: A Neuropsychological Theory**. New York: John Wiley & Sons, 1949.

- HIMMAT, M.; SALIM, N.; AL-DABBAGH, M. M.; SAEED, F.; AHMED, A. Adapting document similarity measures for ligand-based virtual screening. **Molecules**, v. 21, 2016.
- KOHONEN, T. Self-organized formation of topologically correct feature maps. **Biological Cybernetics**, v. 43, p. 59–69, 1982.
- KOHONEN, T. Improved versions of learning vector quantization. **International Joint Conference on Neural Networks**, v. 1, p. 545–550, 1990a.
- KOHONEN, T. The self-organizing map. **Neurocomputing**, v. 21, p. 1–6, 1998.
- KOHONEN, T. **Self-Organizing Maps**. 3. ed. New York: Springer, 2001.
- KOHONEN, T. Essentials of the self-organizing map. **Neural Networks**, v. 37, p. 52–65, 2013.
- KOHONEN, T.; KASKI, S.; LAPPALAINEN, H.; OBERMAYER, K.; GOODHILL, G. Self-organized formation of various invariant-feature filters in the adaptive-subspace som. **Neural Computation**, v. 9, p. 1321–1344, 1997.
- LI, X.-J.; XU, J.-M. Generalized measures for fault tolerance of star networks. **Networks**, v. 63, p. 225–230, 2014.
- LO, Z.-P.; FUJITA, M.; BAVARIAN, B. Analysis of neighborhood interaction in kohonen neural networks. **The Fifth International Parallel Processing Symposium**, p. 246–249, 1991.
- MALSBURG, C. von der. Self-organization of orientation sensitive cells in the striate cortex. **Springer-Verlag**, v. 14, p. 85–100, 1973.
- MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. **Bulletin of Mathematical Biophysics**, v. 5, 1943.
- NEZAMABADI-POUR, H.; KABIR, E. Concept learning by fuzzy k-nn classification and relevance feedback for efficient image retrieval. **Expert Systems with Applications**, v. 36, p. 5948–5954, 2009.
- PIZZI, R.; CINO, G.; GELAIN, F.; ROSSETTI, D.; VESCOVI, A. Learning in human neural networks on microelectrode arrays. **Biosystems**, v. 88, p. 1–15, 2007.
- POURSISTANI, P.; NEZAMABADI-POUR, H.; MOGHADAMB, R. A.; SAEEDA, M. Image indexing and retrieval in jpeg compressed domain based on vector quantization. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 57, p. 1005–1017, 2016.
- RAJCHL, M.; BAXTER, J. S.; MCLEOD, A. J.; YUAN, J.; QIU, W.; PETERS, T. M.; KHAN, A. R. Hierarchical max-flow segmentation framework for multi-atlas segmentation with kohonen self-organizing map based gaussian mixture modeling. **Medical Image Analysis**, v. 27, p. 45–56, 2016.
- RAY, S. S.; GANIVADA, A.; PAL, S. K. A granular self-organizing map for clustering and gene selection in microarray data. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, v. 27, p. 1890–1906, 2016.

ROSENBLATT, F. The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain. **Psychological Review**, v. 65, n. 6, p. 386–408, 1958.

ROSENFELD, A. Fuzzy graphs. In: ZADEH, L. A.; FU, K.-S.; TANAKA, K.; SHIMURA, M. (Ed.). **Fuzzy Sets and Their Applications**. New York: Academic Press, 1975. p. 77–95.

SCHMITKE, C.; MORENCY, K.; MCPHEE, J. Using graph theory and symbolic computing to generate efficient models for multi-body vehicle dynamics. **SAGE Journals**, v. 222, p. 339–352, 2008.

SILVA, T. S. **Avaliação da Influência de uma Medida de Similaridade Fuzzy na Clusterização Hierárquica Baseada na Conexidade de Grafos Fuzzy**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual de Santa Cruz, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Computacional em Ciência e Tecnologia, Ilhéus, Março 2016.

STEIN, C.; DRYSDALE, R. L.; BOGART, K. Grafos. In: _____. **Matemática Discreta para Ciência da Computação**. São Paulo: Pearson, 2013. p. 283–356.

TAPAN, S.; WANG, D. A further study on mining dna motifs using fuzzy self-organizing maps. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, v. 27, p. 113–124, 2016.

THEODORIDIS, S.; KOUTROUMBAS, K. **Pattern Recognition**. 2. ed. San Diego: Elsevier, 2003.

TOM, M.; SUNITHA, M. S. Strong sum distance in fuzzy graphs. **Springer Plus**, 2015.

TSEKOURAS, G. J.; HATZIARGYRIOU, N. D.; DIALYNAS, E. N. Two-stage pattern recognition of load curves for classification of electricity customers. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, p. 1120–1128, 2007.

WILLSHAW, D. J.; MALSBURG, C. V. D. How patterned neural connections can be set up by self-organization. **Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences**, v. 194, n. 1117, p. 431–445, 1976.

YANG, M.-S.; HUNG, W.-L.; CHEN, D.-H. Self-organizing map for symbolic data. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 203, p. 49–73, 2012.

YANGZHOU, C.; DEFU, Z. Dynamic airspace configuration method based on a weighted graph model. **Chinese Journal of Aeronautics**, v. 27, p. 903–912, 2014.

Anexos

ANEXO A – Conjunto de Dados Iris

Utilizado para reconhecimento de padrões, o conjunto de dados da flor iris é composto por três classes de 50 amostras cada. Assim, cada classe é composta de informações de uma espécie da flor iris. Contudo, foram registradas 4 características de cada planta, a saber: o comprimento da sépala, a largura da sépala, o comprimento da pétala e a largura da pétala. Então, foram coletadas as informações de 150 plantas, de forma que a primeira classe (amostras de 1 a 50) foi coletada da Iris Setosa e é linearmente separável das outras duas, que foram coletadas da Iris Versicolor e da Iris Virginica, as quais não são linearmente separáveis. A tabela 18 apresenta o que foi descrito.

Tabela 18 – Conjunto de dados Iris

Comp. Sépala	Larg. Sépala	Comp. Pétala	Larg. Pétala	Espécie
5,1	3,5	1,4	0,2	I. Setosa
4,9	3,0	1,4	0,2	I. Setosa
4,7	3,2	1,3	0,2	I. Setosa
4,6	3,1	1,5	0,2	I. Setosa
5,0	3,6	1,4	0,2	I. Setosa
5,4	3,9	1,7	0,4	I. Setosa
4,6	3,4	1,4	0,3	I. Setosa
5,0	3,4	1,5	0,2	I. Setosa
4,4	2,9	1,4	0,2	I. Setosa
4,9	3,1	1,5	0,1	I. Setosa
5,4	3,7	1,5	0,2	I. Setosa
4,8	3,4	1,6	0,2	I. Setosa
4,8	3,0	1,4	0,1	I. Setosa
4,3	3,0	1,1	0,1	I. Setosa
5,8	4,0	1,2	0,2	I. Setosa
5,7	4,4	1,5	0,4	I. Setosa
5,4	3,9	1,3	0,4	I. Setosa
5,1	3,5	1,4	0,3	I. Setosa
5,7	3,8	1,7	0,3	I. Setosa
5,1	3,8	1,5	0,3	I. Setosa
5,4	3,4	1,7	0,2	I. Setosa
5,1	3,7	1,5	0,4	I. Setosa

continua

Tabela 18 – Conjunto de dados Iris (continuação)

Comp. Sépala	Larg. Sépala	Comp. Pétala	Larg. Pétala	Espécie
4,6	3,6	1,0	0,2	I. Setosa
5,1	3,3	1,7	0,5	I. Setosa
4,8	3,4	1,9	0,2	I. Setosa
5,0	3,0	1,6	0,2	I. Setosa
5,0	3,4	1,6	0,4	I. Setosa
5,2	3,5	1,5	0,2	I. Setosa
5,2	3,4	1,4	0,2	I. Setosa
4,7	3,2	1,6	0,2	I. Setosa
4,8	3,1	1,6	0,2	I. Setosa
5,4	3,4	1,5	0,4	I. Setosa
5,2	4,1	1,5	0,1	I. Setosa
5,5	4,2	1,4	0,2	I. Setosa
4,9	3,1	1,5	0,1	I. Setosa
5,0	3,2	1,2	0,2	I. Setosa
5,5	3,5	1,3	0,2	I. Setosa
4,9	3,1	1,5	0,1	I. Setosa
4,4	3,0	1,3	0,2	I. Setosa
5,1	3,4	1,5	0,2	I. Setosa
5,0	3,5	1,3	0,3	I. Setosa
4,5	2,3	1,3	0,3	I. Setosa
4,4	3,2	1,3	0,2	I. Setosa
5,0	3,5	1,6	0,6	I. Setosa
5,1	3,8	1,9	0,4	I. Setosa
4,8	3,0	1,4	0,3	I. Setosa
5,1	3,8	1,6	0,2	I. Setosa
4,6	3,2	1,4	0,2	I. Setosa
5,3	3,7	1,5	0,2	I. Setosa
5,0	3,3	1,4	0,2	I. Setosa
7,0	3,2	4,7	1,4	I. Versicolor
6,4	3,2	4,5	1,5	I. Versicolor
6,9	3,1	4,9	1,5	I. Versicolor
5,5	2,3	4,0	1,3	I. Versicolor
6,5	2,8	4,6	1,5	I. Versicolor
5,7	2,8	4,5	1,3	I. Versicolor
6,3	3,3	4,7	1,6	I. Versicolor

continua

Tabela 18 – Conjunto de dados Iris (continuação)

Comp. Sépala	Larg. Sépala	Comp. Pétala	Larg. Pétala	Espécie
4,9	2,4	3,3	1,0	I. Versicolor
6,6	2,9	4,6	1,3	I. Versicolor
5,2	2,7	3,9	1,4	I. Versicolor
5,0	2,0	3,5	1,0	I. Versicolor
5,9	3,0	4,2	1,5	I. Versicolor
6,0	2,2	4,0	1,0	I. Versicolor
6,1	2,9	4,7	1,4	I. Versicolor
5,6	2,9	3,6	1,3	I. Versicolor
6,7	3,1	4,4	1,4	I. Versicolor
5,6	3,0	4,5	1,5	I. Versicolor
5,8	2,7	4,1	1,0	I. Versicolor
6,2	2,2	4,5	1,5	I. Versicolor
5,6	2,5	3,9	1,1	I. Versicolor
5,9	3,2	4,8	1,8	I. Versicolor
6,1	2,8	4,0	1,3	I. Versicolor
6,3	2,5	4,9	1,5	I. Versicolor
6,1	2,8	4,7	1,2	I. Versicolor
6,4	2,9	4,3	1,3	I. Versicolor
6,6	3,0	4,4	1,4	I. Versicolor
6,8	2,8	4,8	1,4	I. Versicolor
6,7	3,0	5,0	1,7	I. Versicolor
6,0	2,9	4,5	1,5	I. Versicolor
5,7	2,6	3,5	1,0	I. Versicolor
5,5	2,4	3,8	1,1	I. Versicolor
5,5	2,4	3,7	1,0	I. Versicolor
5,8	2,7	3,9	1,2	I. Versicolor
6,0	2,7	5,1	1,6	I. Versicolor
5,4	3,0	4,5	1,5	I. Versicolor
6,0	3,4	4,5	1,6	I. Versicolor
6,7	3,1	4,7	1,5	I. Versicolor
6,3	2,3	4,4	1,3	I. Versicolor
5,6	3,0	4,1	1,3	I. Versicolor
5,5	2,5	4,0	1,3	I. Versicolor
5,5	2,6	4,4	1,2	I. Versicolor
6,1	3,0	4,6	1,4	I. Versicolor

continua

Tabela 18 – Conjunto de dados Iris (continuação)

Comp. Sépala	Larg. Sépala	Comp. Pétala	Larg. Pétala	Espécie
5,8	2,6	4,0	1,2	I. Versicolor
5,0	2,3	3,3	1,0	I. Versicolor
5,6	2,7	4,2	1,3	I. Versicolor
5,7	3,0	4,2	1,2	I. Versicolor
5,7	2,9	4,2	1,3	I. Versicolor
6,2	2,9	4,3	1,3	I. Versicolor
5,1	2,5	3,0	1,1	I. Versicolor
5,7	2,8	4,1	1,3	I. Versicolor
6,3	3,3	6,0	2,5	I. Virginica
5,8	2,7	5,1	1,9	I. Virginica
7,1	3,0	5,9	2,1	I. Virginica
6,3	2,9	5,6	1,8	I. Virginica
6,5	3,0	5,8	2,2	I. Virginica
7,6	3,0	6,6	2,1	I. Virginica
4,9	2,5	4,5	1,7	I. Virginica
7,3	2,9	6,3	1,8	I. Virginica
6,7	2,5	5,8	1,8	I. Virginica
7,2	3,6	6,1	2,5	I. Virginica
6,5	3,2	5,1	2,0	I. Virginica
6,4	2,7	5,3	1,9	I. Virginica
6,8	3,0	5,5	2,1	I. Virginica
5,7	2,5	5,0	2,0	I. Virginica
5,8	2,8	5,1	2,4	I. Virginica
6,4	3,2	5,3	2,3	I. Virginica
6,5	3,0	5,5	1,8	I. Virginica
7,7	3,8	6,7	2,2	I. Virginica
7,7	2,6	6,9	2,3	I. Virginica
6,0	2,2	5,0	1,5	I. Virginica
6,9	3,2	5,7	2,3	I. Virginica
5,6	2,8	4,9	2,0	I. Virginica
7,7	2,8	6,7	2,0	I. Virginica
6,3	2,7	4,9	1,8	I. Virginica
6,7	3,3	5,7	2,1	I. Virginica
7,2	3,2	6,0	1,8	I. Virginica
6,2	2,8	4,8	1,8	I. Virginica

continua

Tabela 18 – Conjunto de dados Iris (continuação)

Comp. Sépala	Larg. Sépala	Comp. Pétala	Larg. Pétala	Espécie
6,1	3,0	4,9	1,8	I. Virginica
6,4	2,8	5,6	2,1	I. Virginica
7,2	3,0	5,8	1,6	I. Virginica
7,4	2,8	6,1	1,9	I. Virginica
7,9	3,8	6,4	2,0	I. Virginica
6,4	2,8	5,6	2,2	I. Virginica
6,3	2,8	5,1	1,5	I. Virginica
6,1	2,6	5,6	1,4	I. Virginica
7,7	3,0	6,1	2,3	I. Virginica
6,3	3,4	5,6	2,4	I. Virginica
6,4	3,1	5,5	1,8	I. Virginica
6,0	3,0	4,8	1,8	I. Virginica
6,9	3,1	5,4	2,1	I. Virginica
6,7	3,1	5,6	2,4	I. Virginica
6,9	3,1	5,1	2,3	I. Virginica
5,8	2,7	5,1	1,9	I. Virginica
6,8	3,2	5,9	2,3	I. Virginica
6,7	3,3	5,7	2,5	I. Virginica
6,7	3,0	5,2	2,3	I. Virginica
6,3	2,5	5,0	1,9	I. Virginica
6,5	3,0	5,2	2,0	I. Virginica
6,2	3,4	5,4	2,3	I. Virginica
5,9	3,0	5,1	1,8	I. Virginica

Fonte: (Center for Machine Learning and Intelligent Systems, 2007) (Adaptada)