

Université de Genève  
—  
Sciences Informatiques



13X005 Intelligence Artificielle  
Projet – Regression Logistique / Naive Bayes

Gregory Sedykh, Leandre Catogni, Noah Peterschmitt, Noah Munz

Janvier 2024

# Contents

<b>1 – Introduction &amp; Rappels théoriques</b>	<b>1</b>
1.1 – Régression Logistique . . . . .	1
1.2 – Naive Bayes . . . . .	1
<b>2 – Méthodologie</b>	<b>2</b>
2.1 – Gradient Descent . . . . .	2
<b>3 – Résultats</b>	<b>3</b>

# Projet – Regression Logistique / Naive Bayes

## 1 – Introduction & Rappels théoriques

Dans ce document, nous approfondirons des techniques de regression logistique et “Naive Bayes” comme outils d’apprentissage supervisés.

Dans le cadre de l’intelligence artificielle et de l’apprentissage supervisé, la compréhension et la classification précises des données revêtent une importance capitale. Parmi les diverses méthodologies existantes, la Régression Logistique et “Naive Bayes” se distinguent par leur efficacité et leur applicabilité dans de nombreux contextes. Ce document se propose d’étudier ces deux techniques, en mettant l’accent sur leur mise en œuvre pratique, et leur efficacité comparative dans divers scénarios.

### 1.1 – Régression Logistique

En statistiques, la régression logistique, s’inscrit dans le cadre des modèles de régression pour les variables binaires.

Ce type de modèle vise à expliquer de manière optimale une variable binaire, qui représente la présence ou l’absence d’une caractéristique spécifique, à l’aide d’un ensemble conséquent de données réelles et d’un modèle mathématique.

Autrement dit, il s’agit de relier une variable aléatoire de Bernoulli, généralement notée  $y$ , aussi appelé “label” à un vecteur constitué de plusieurs variables aléatoires,  $(x_1, \dots, x_K)$ , aussi appelés “features”. [3].

La régression logistique s’appuie sur un classifieur linéaire [2] i.e. un classifieur dont la sortie (pour un vecteur de feature  $x \in \mathbb{R}^n$ ) est donnée par:

$$g(x) = f(\langle w, x \rangle + b)$$

où  $w \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur de poids,  $b \in \mathbb{R}$  le biais et  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  le produit scalaire usuel.  $f$  est une fonction dite de seuillage qui va séparer nos résultats. Un choix commun pour  $f$  est la sigmoïde ou la fonction signe [2].

Par exemple, dans notre cas, on suppose le modèle suivant:

$$y_i \sim \text{Bernoulli}(p_i), \quad p_i = \sigma(\langle w, x_i \rangle + b), \quad \sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

où  $x_i$  représente un vecteur (ligne) de  $K$  valeurs pour les  $K$  features, et  $y_i$  la variable aléatoire qui représente le label qui leur est associé.

### 1.2 – Naive Bayes

“Naive Bayes” se présente comme une méthode de classification probabiliste basée sur le [théorème de Bayes](#), caractérisée par l’adoption d’une hypothèse d’indépendance forte entre les features (attributs), qualifiée de “naïve”.

Plus simplement, le classifieur est classifié de “naïf” car il part du principe que chaque feature (attribut) est indépendante des autres et a un poids égal quant à la probabilité qu’un point appartienne à une classe.

Ce modèle est dit génératif contrairement à la regression logistique étant considéré comme “méthode discriminante” [2] et consiste à modéliser les probabilités conditionnelles  $P(X|\text{classe})$  pour chaque classe  $y$  et vecteur de features  $X$  afin de trouver celle qui maximise cette probabilité.

En d’autres termes, le problème revient à trouver, pour des attributs  $X_1, \dots, X_k$ , la classe  $\tilde{y}$  telle que:

$$\tilde{y} = \arg \max_{Y \in \mathcal{Y}} \left[ P(Y) \prod_{k=1}^K P(X_k|Y) \right]$$

Citation Test: [1]



## 2 – Méthodologie

Pour la suite de ce projet les outils suivants ont été utilisés dans chaque parties:

- [python](#)
- [numpy](#)
- [sklearn](#)
- [matplotlib](#)

### 2.1 – Gradient Descent

Dans cette section, une implémentation de la “descente en gradient” a été réalisée. la fonction a la signature suivante

---

```
1 def gradient_descent(df, params: NDArray, alpha: float, num_iters: int) -> NDArray:
```

---

Elle calcule de manière itérative le(s) paramètre(s) `params` qui minimisent la fonction dont `df` est le gradient avec un “taux de convergence” `alpha`.

La fonction a été testé avec la fonction `scipy.optimize.fmin` [4] de la librairie `scipy` sur la fonction suivante:

$$f(x) = x \cdot \cos(\pi(x + 1))$$

avec différents  $x_0 \in \{-\pi, 0, \pi\}$  (valeur initiale de `params`, i.e. `NDArray` avec `D=0`).

Les minimas locaux trouvés par les deux fonctions sont les suivants:

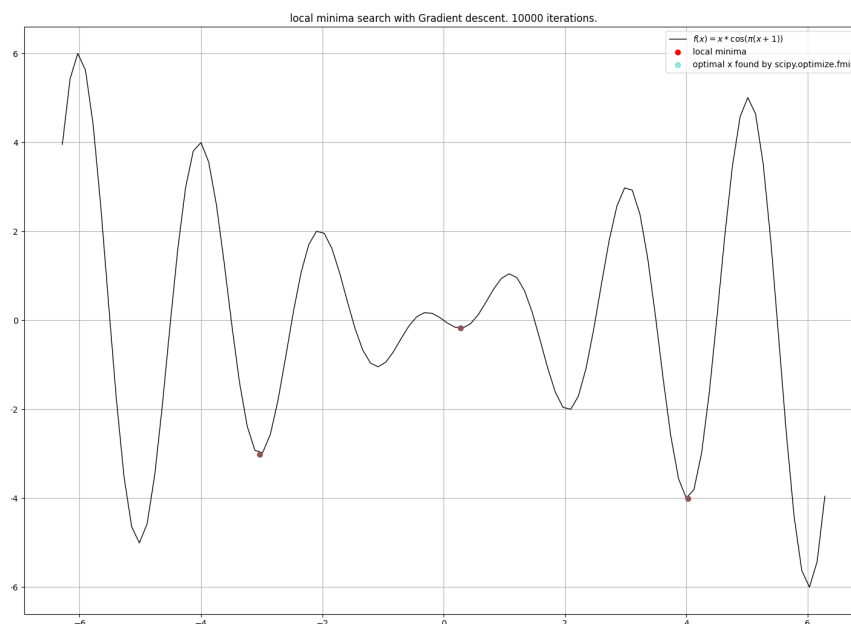


Figure 1: minimas locaux\_gradient descent

Ce résultat illustre bien 2 choses: la première est que l'implémentation de la descente en gradient fonctionne correctement puisque pour chaque points trouvé par notre fonction est confondu avec celui trouvé par la fonction de scipy (c'est ce qui donne cette teinte "grise"). La deuxième est que la "qualité" du minima local (i.e. la distance avec le minima globale) dépend fortement de la valeur initiale et ce pour les deux fonctions.

## 3 – Résultats

### Références

- [1] *1.1. Linear Models*. scikit-learn. URL: [https://scikit-learn/stable/modules/linear\\_model.html](https://scikit-learn/stable/modules/linear_model.html).
- [2] *Classifieur linéaire*. In: *Wikipédia*. URL: [https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Classifieur\\_lin%C3%A9aire&oldid=189518969](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=Classifieur_lin%C3%A9aire&oldid=189518969) (visited on 01/05/2024).
- [3] *Régression logistique*. In: *Wikipédia*. URL: [https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=R%C3%A9gression\\_logistique&oldid=210479759](https://fr.wikipedia.org/w/index.php?title=R%C3%A9gression_logistique&oldid=210479759) (visited on 01/05/2024).
- [4] *Scipy.Optimize.Fmin* — *SciPy v1.11.4 Manual*. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.fmin.html#scipy.optimize.fmin>.

- TODO: ajouter les autres références des documentations utilisées