INTELLIGENCE ARTIFICIELLE
PROJET - EXAMEN ORAL

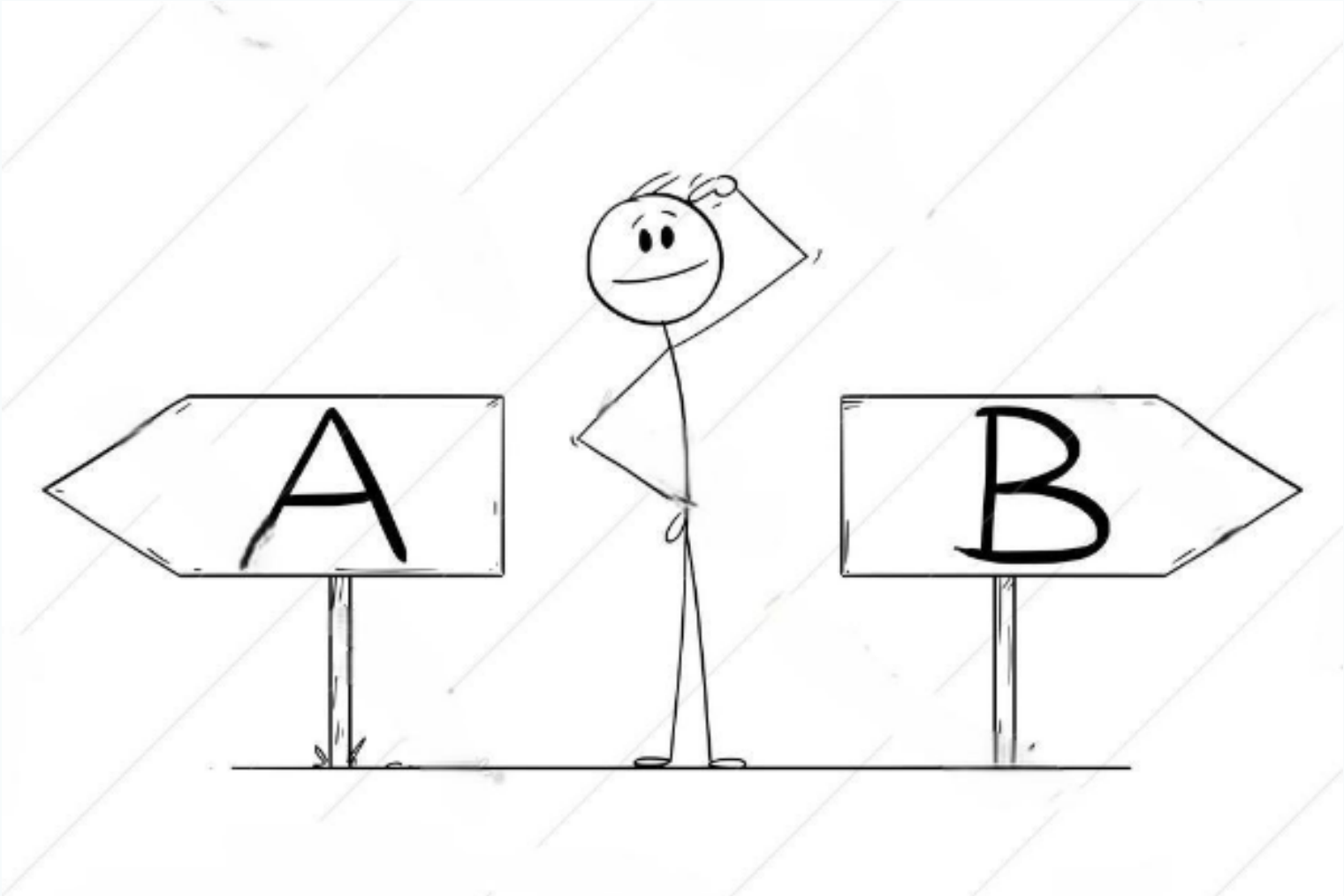
REGRESSION LOGISTIQUE & NAIVE BAYES

Gregory Sedykh, Leandre Catogni,
Noah Peterschmitt, Noah Munz, Michel Donnet

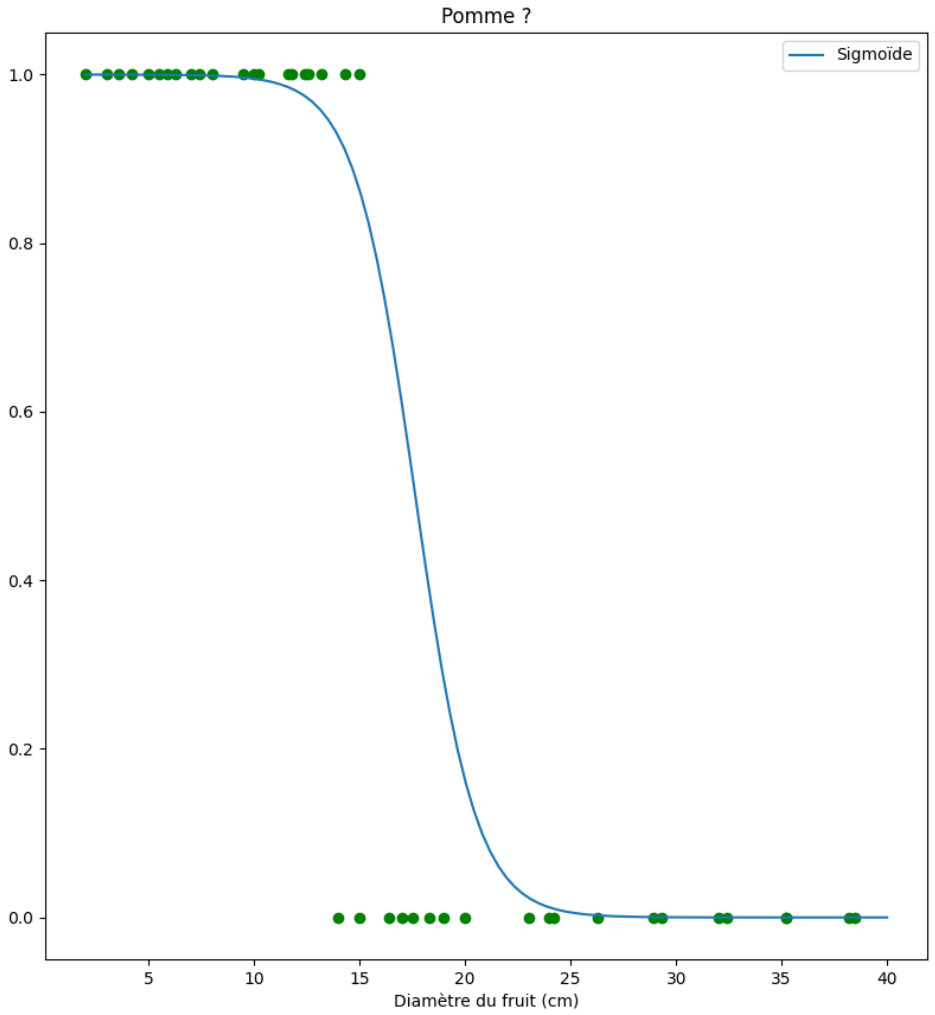
02 Fevrier 2024

RÉGRESSION LOGISTIQUE

RÉGRESSION LOGISTIQUE BINAIRE: PRINCIPE



RÉGRESSION LOGISTIQUE BINAIRE: IDÉE



RÉGRESSION LOGISTIQUE: FONCTION D'ESTIMATION

Fonction sigmoïde

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

Caractérisiques:

- Comprise entre 0 et 1 $\Rightarrow$ probabilité !
- Point d'inflexion à 0.5

Idée:

- établir un seuil afin de prédire le label Y

ENTRAÎNEMENT DU MODÈLE

But:

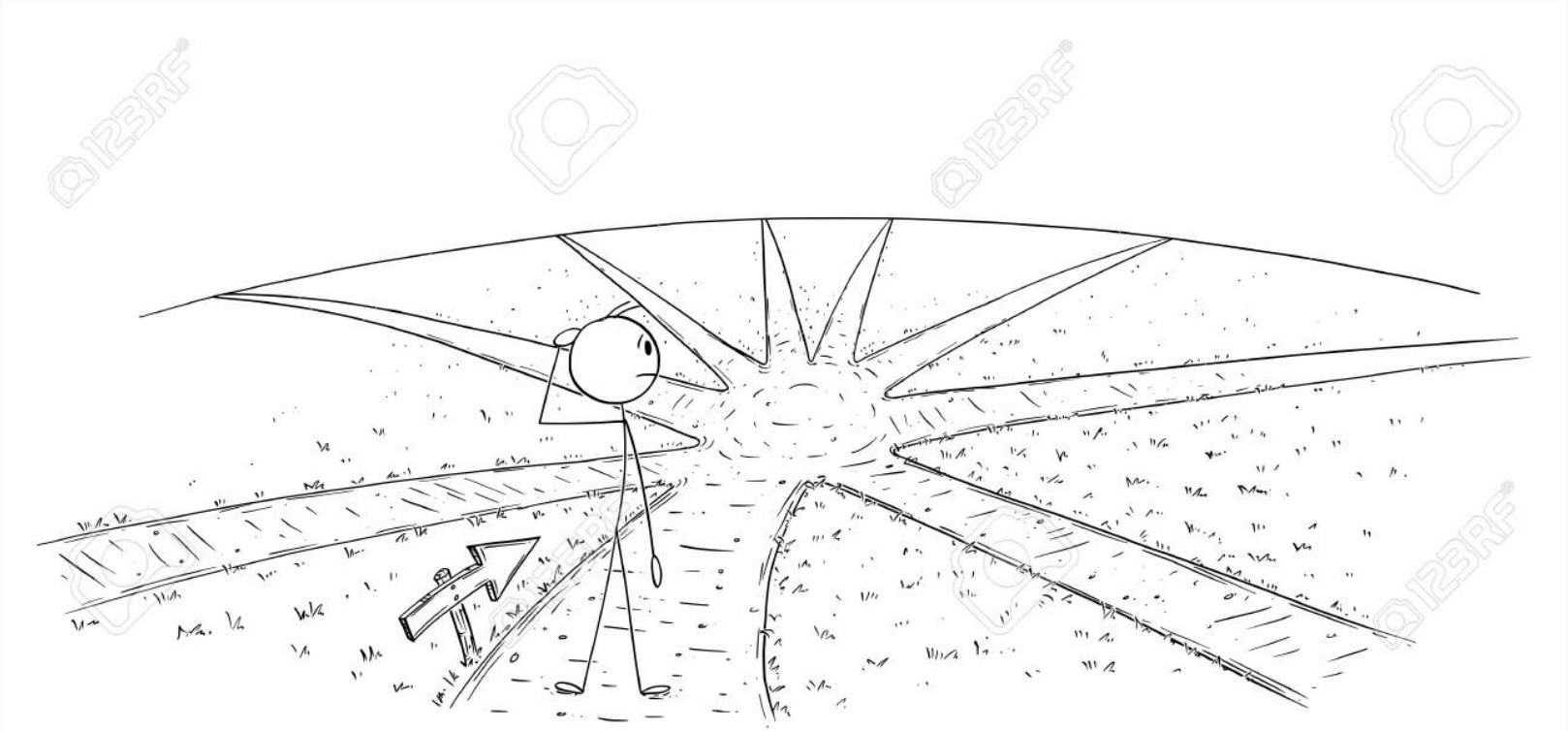
- maximiser la probabilité $P(Y = y|X)$ pour y la valeur d'entrainement du label.

Mais on a la descente en gradient...

$\Rightarrow$ transformer le problème en problème de minimisation !

$\Rightarrow$ `Negative Logarithm Likelihood`

RÉGRESSION LOGISTIQUE MULTINOMIALE: PRINCIPE



GÉNÉRALISATION DE LA FONCTION SIGMOÏDE EN FONCTION SOFTMAX

$$P(Y = k|X) = \frac{1}{1 + e - X\theta^T} \rightarrow \frac{e^{X\theta_k^T}}{\sum_i^N e^{X\theta_i^T}}$$

ENTRAÎNEMENT DU MODÈLE

Même principe que pour la régression logistique binaire

EVOLUTION DES MÉTRIQUES

CONTEXTE :

Les mesures d'évaluations permettent d'analyser les performances de prédictions d'un modèle, à l'aide d'un "test set".

Rappel :

Test set : Données dont on connaît les labels exacts, que l'on cachera afin de tester les prédictions faites par le modèle.

DÉFINITIONS UTILES :

Dans le contexte multinomial considérons un label positif et des labels nétagifs (ie. ceux qui diffèrent du label positif), on a alors :

- **True positive (TP)** : Labels positifs qui ont été correctement prédits comme tel
- **False Positive (FP)** : Labels négatifs prédits comme positifs
- **True negative (TN)** : Labels négatifs prédits comme négatifs
- **False Negative (FN)** : Labels positfs prédits comme négatifs

PRÉCISION

- **Intuition** : Proportion des prédictions positives correctes (TP) par rapport à toutes les prédictions positives (TP + FP).
- **Cas multinomial** : Moyenne des précisions pour chaque label positif possible.
- **Définition** :

$$\frac{1}{|L|} \cdot \sum_{l \in L} \frac{TP_l}{TP_l + FP_l}$$

où L est l'ensemble des labels

RAPPEL :

- **Intuition** : Proportion des prédictions positives correctes (TP) par rapport aux positifs réels (du test set) (TP + FN).
- **Cas multinomial** : Moyenne des rappels pour chaque label positif possible.
- **Définition Formelle** :

$$\frac{1}{|L|} \cdot \sum_{l \in L} \frac{TP_l}{TP_l + FN_l}$$

où L est l'ensemble des labels

F1 SCORE :

- **Intuition** : Combinaison de la précision et du rappel (moyenne harmonique)
- **Définition** :

$$\frac{2}{rappel^{-1} + precision^{-1}} = 2 \cdot \frac{precision \cdot rappel}{precision + rappel}$$

ACCURACY :

- **Intuition** : Proportion des prédictions correctes parmi l'ensemble total des prédictions.
- **Définition** :

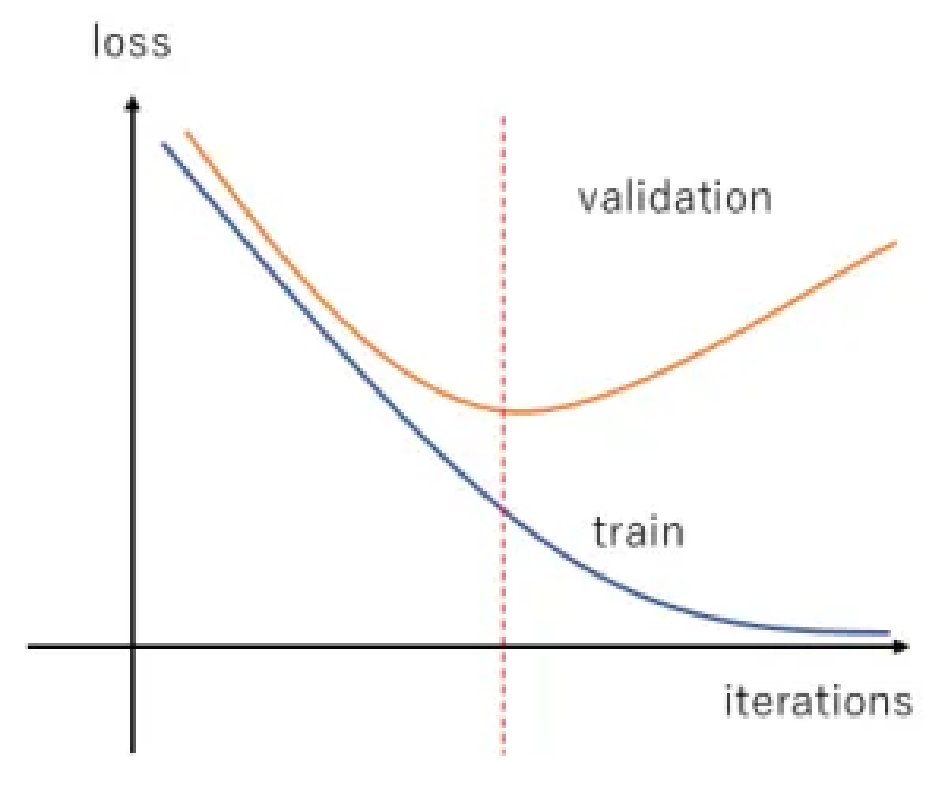
$$\frac{\text{Nombre de predictions correctes}}{\text{Nombre total de prediction}} = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$

OVERFITTING

On ne veut pas apprendre le bruit des données d'apprentissage !

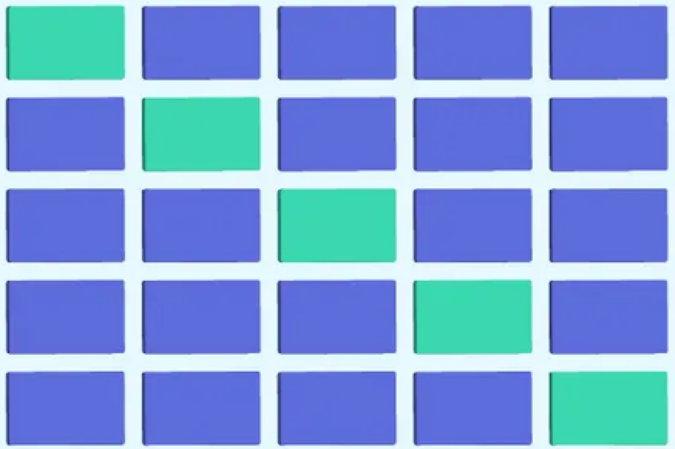
SUR-APPRENTISSAGE: EXEMPLE

SUR-APPRENTISSAGE: GRAPHIQUE



COMMENT ÉVITER LE SUR-APPRENTISSAGE ?

Validation croisée !



AUTRES TECHNIQUES ?

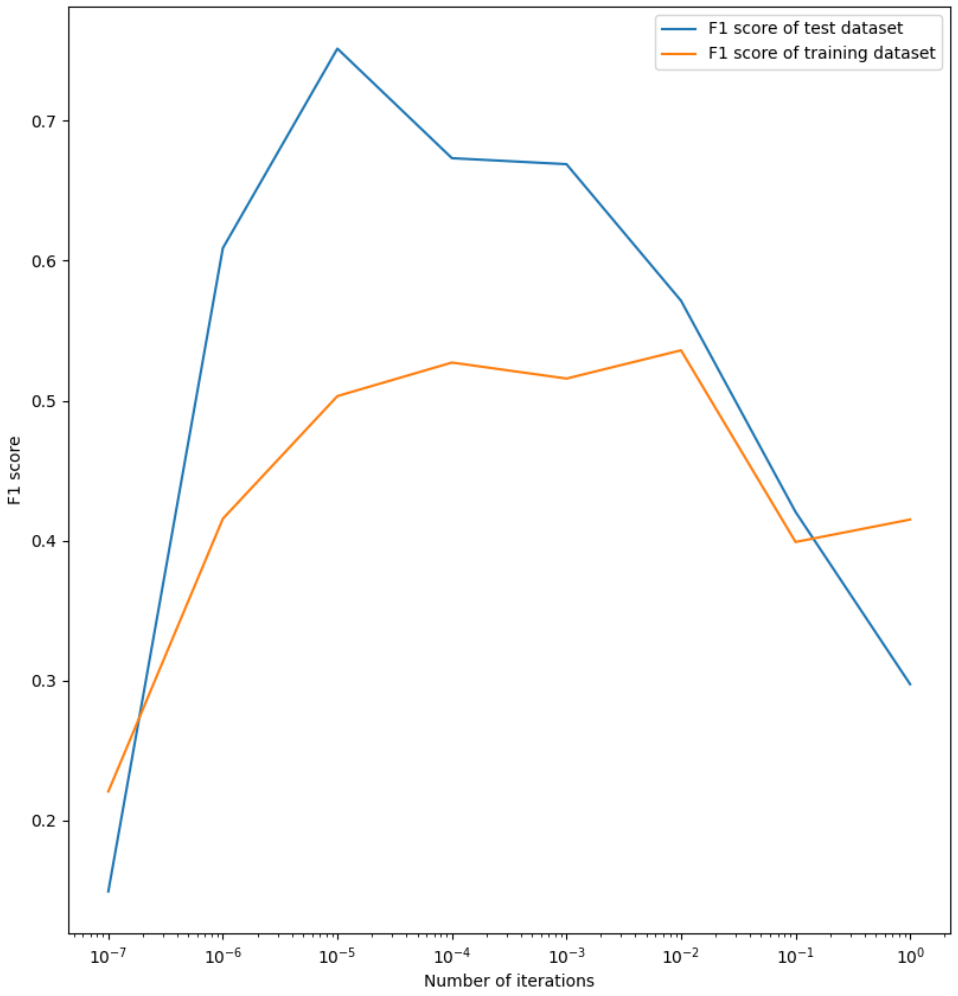
- Ajout données d'apprentissage modifiées (pour plus de généralisation...)
- Retirer des caractéristiques
- ...

CONCRÊTEMENT, DANS LE PROJET

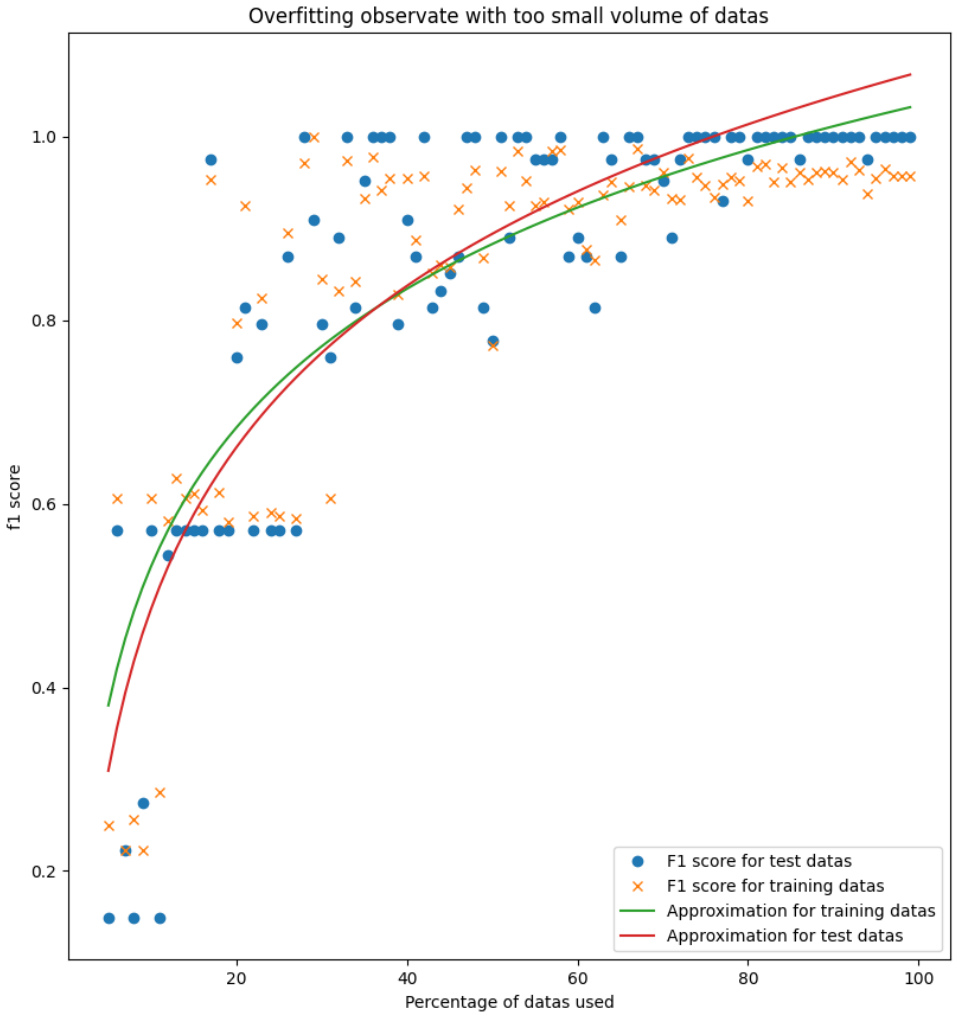
Dans le projet, pour montrer le phénomène de sur-apprentissage:

- Ajout de bruits aux données d'apprentissage
- Volume réduit de données
- Modification du nombre d'itérations

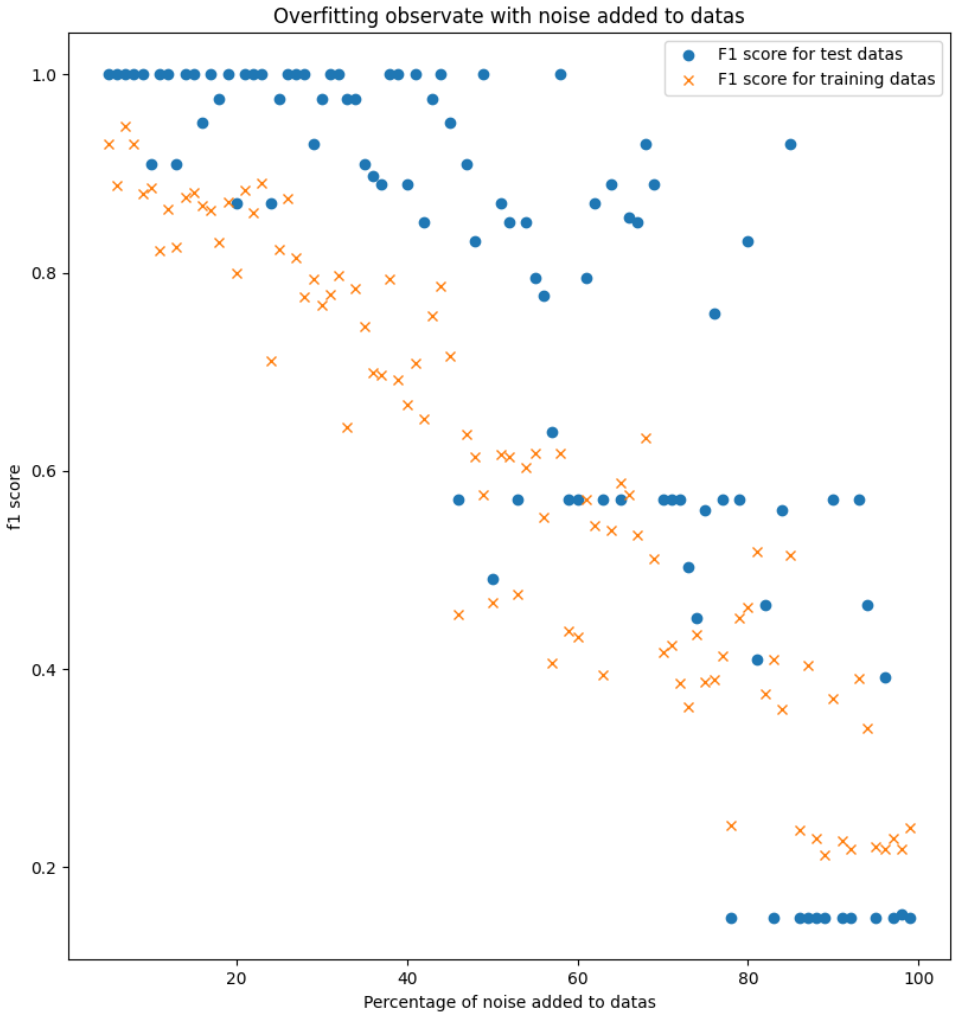
RÉSULTATS OBTENUS



RÉSULTATS OBTENUS



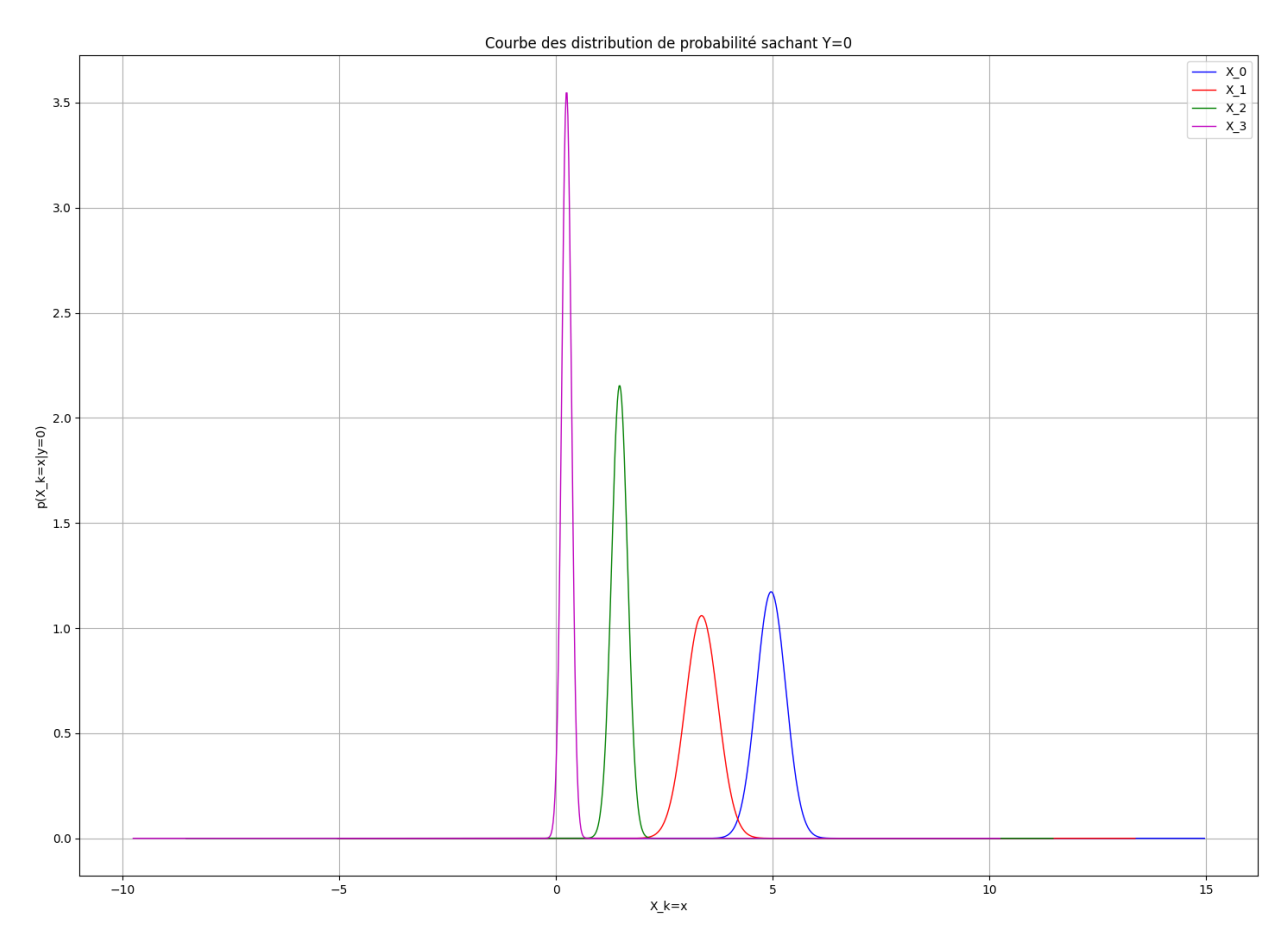
RÉSULTATS OBTENUS



ANALYSE DES FEATURES

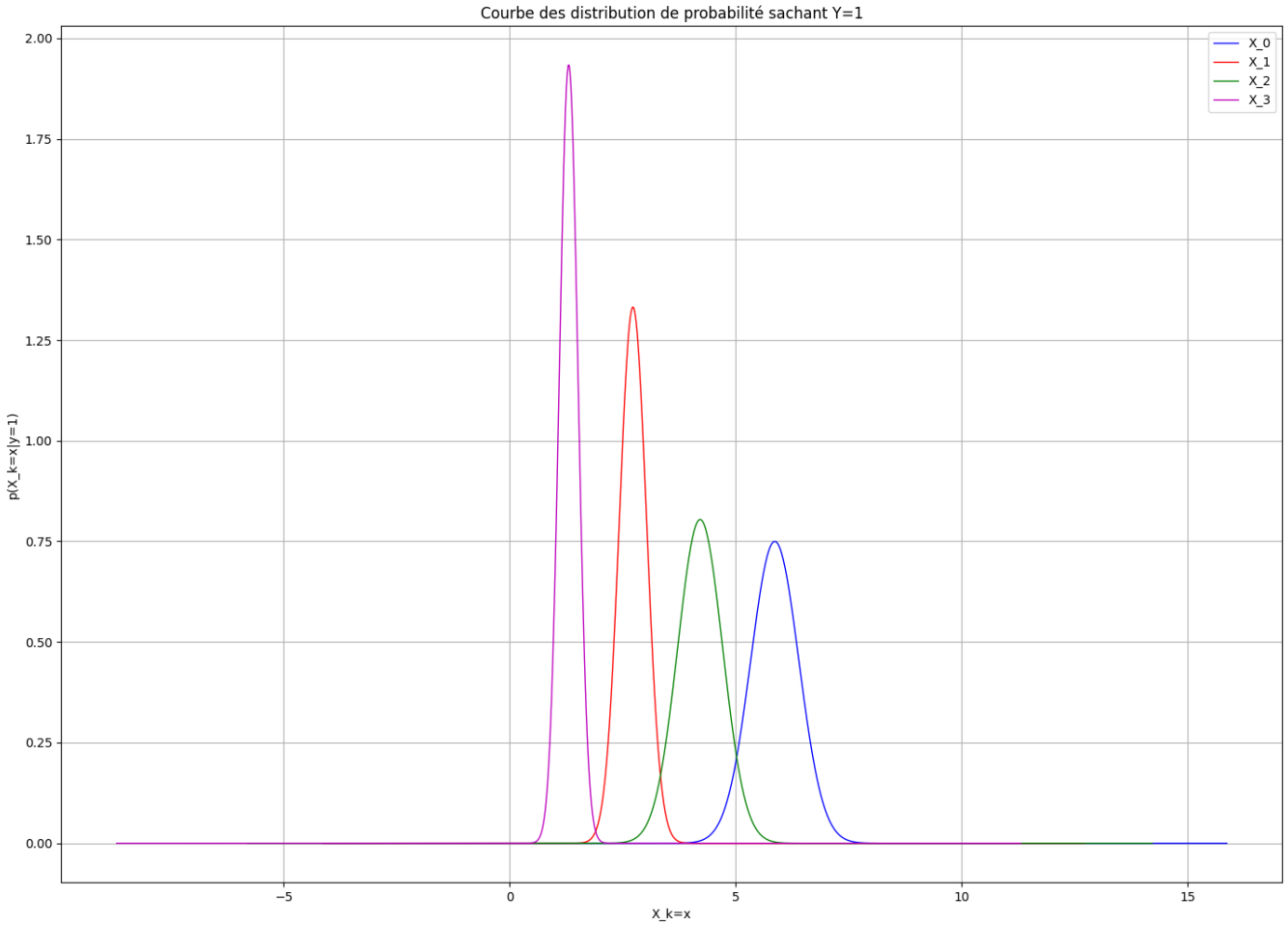
ANALYSE DES FEATURES

- Pic bleu et rouge faible $\Rightarrow X_0$ et X_1 - ont moins d'influence sur la classe.
- Chevauchement faible $\Rightarrow$ peu interdépendance



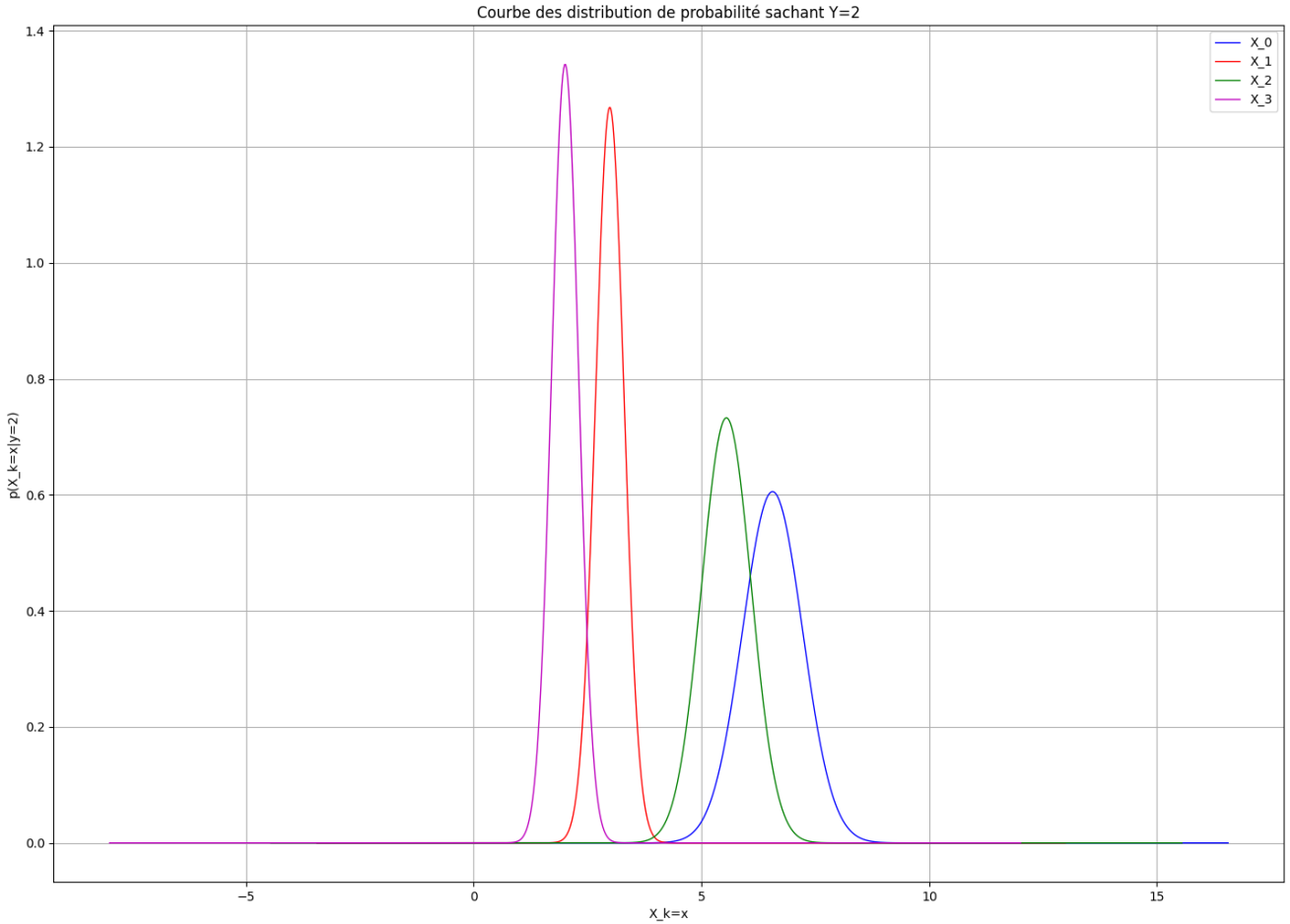
ANALYSE DES FEATURES

- pic bleu et vert faible $\Rightarrow X_0$ et X_2 - ont moins d'influence sur la classe.
- Chevauchement fort entre bleu et vert et vert et rouge $\Rightarrow$ interdépendance entre X_1 et X_2 et X_0 et X_2



ANALYSE DES FEATURES

- Pic bleu et vert faible $\Rightarrow X_0$ et X_2 - ont moins d'influence sur la classe.
- Chevauchement fort entre bleu et vert et rouge et magenta $\Rightarrow$ interdépendance entre X_1 et X_3 et entre X_0 et X_2



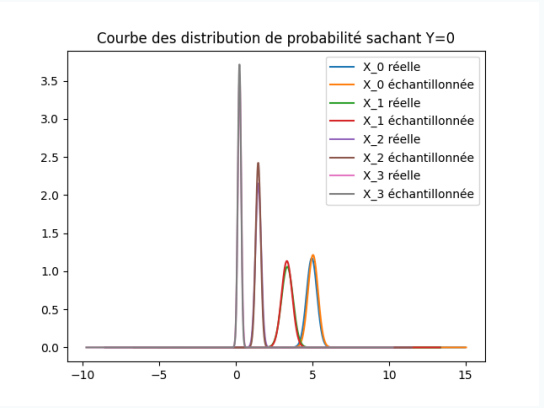
FONCTIONS UTILISÉES

`plot_util.py` : modification de la fonction plot_vs afin de pouvoir comparer jusqu'à 4 fonctions.

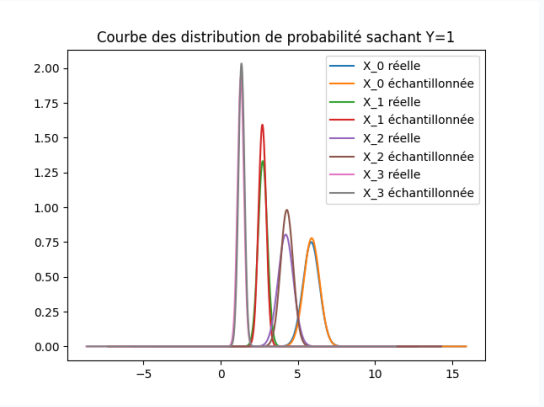
`feature_analyse_plot.py` : affichage pour chaque classe les courbes des normal PDF de chaque données.

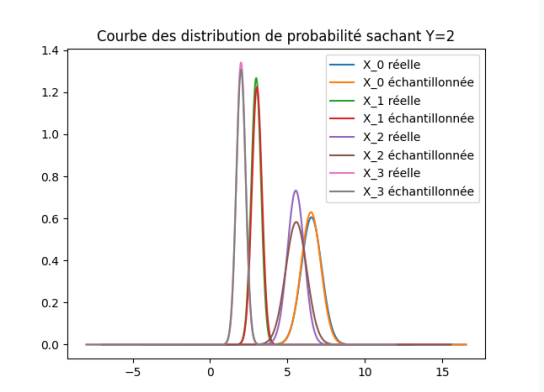
SAMPLING

SAMPLING

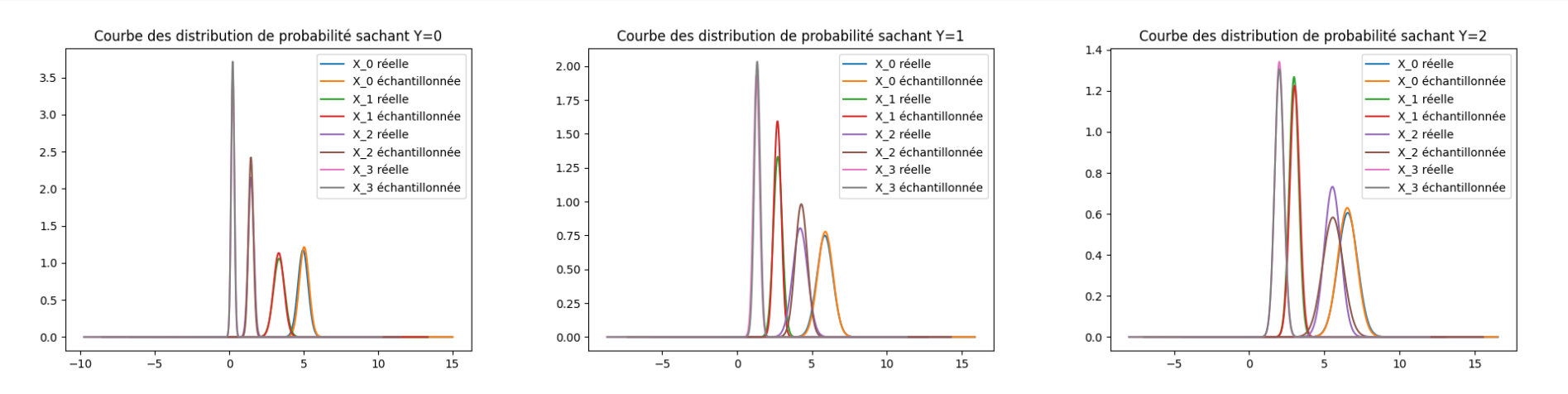


- Une fois que les paramètres des classes sont obtenus en supposant l'indépendance des variables, on échantillone de nouvelles données afin de comparer les résultats obtenus avec les données d'origine.
- L'échantillonage est fait dans le fichier `sampling.py`.
- On fait 50 échantillons pour chaque classe, à partir des paramètres des distributions obtenus dans la section précédente.
- On obtient les résultats suivants (la moyenne et l'écart-type sont donnés pour chaque classe et chaque variable) :





GRAPHS PAR CLASSE ($Y \in \{0, 1, 2\}$)



RÉSULTATS

COMPARAISON AVEC SKLEARN

NAIVE BAYES

NOTRE NAIVE BAYES

- Precision: 0.976
- Recall: 0.974
- Accuracy: 0.977
- F1 score: 0.975

SKLEARN NAIVE BAYES

- Precision: 0.976
- Recall: 0.974
- Accuracy: 0.977
- F1 score: 0.975

LOGISTIC REGRESSION

NOTRE LOGISTIC REGRESSION

- Precision: 0.850
- Recall: 0.846
- Accuracy: 0.866
- F1 score: 0.848

SKLEARN LOGISTIC REGRESSION

- Precision: 0.976
- Recall: 0.974
- Accuracy: 0.977
- F1 score: 0.975

CONCLUSION