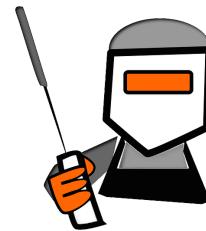


27

Varillas

Tenemos N varillas de longitudes l_1, \dots, l_N y precios c_1, \dots, c_N enteros, que no se pueden cortar. Se desea soldar algunas de ellas para obtener una varilla de longitud total L . Y estamos interesados en resolver cada uno de los siguientes problemas:

1. Indicar si es posible o no obtener la varilla deseada soldando algunas de las varillas dadas.
2. Calcular el número total de maneras de obtener la varilla deseada soldando algunas de las varillas dadas, sin que importe el orden de soldadura.
3. Calcular el número mínimo de varillas necesarias para obtener la varilla deseada.
4. Calcular el mínimo coste posible necesario para obtener la varilla deseada.



Entrada

La entrada consta de una serie de casos de prueba. Para cada caso, primero aparece el número N (entre 1 y 1.000) de varillas y la longitud L de la varilla a formar (entre 1 y 1.000). A continuación aparecen N líneas con la descripción de cada varilla: su longitud y su coste (todos ellos números entre 1 y 1.000).

Salida

Para cada caso de prueba, si es posible formar la varilla deseada, se escribirá SI seguido de las respuestas a los otros tres problemas: el número total de maneras de obtener tal varilla, el número mínimo de varillas a utilizar y el mínimo coste necesario. Si no es posible formar la varilla, se escribirá simplemente NO.

Entrada de ejemplo

```
4 50
10 25
20 15
30 40
40 75
3 10
1 30
2 60
3 90
```

Salida de ejemplo

```
SI 2 2 55
NO
```

Autor: Alberto Verdejo.

El cazatesoros

Marcos es cazatesoros. Acaba de localizar un barco pirata que se hundió hace siglos y repartió a su alrededor cofres llenos de monedas de oro. Un sofisticado sistema de sonar le ha permitido identificar la posición, la profundidad y la cantidad de oro de cada uno de estos cofres. Por desgracia, Marcos solamente dispone de una botella de aire comprimido para realizar las inmersiones de recuperación. Para más inri, olvidó traer su GPS por lo que no puede volver a puerto a por más botellas porque las posibilidades de volver a encontrar el pecio serían casi nulas.



Marcos quiere bucear y recuperar todo el oro que sea posible. Sabe que la botella le permitirá estar debajo del agua T segundos; que en cada inmersión solamente podrá subir uno de los cofres; y que el tiempo de descenso a una profundidad p es de p segundos mientras que el tiempo de ascenso es de $2p$ segundos.

¿Puedes ayudarle a decidir cuáles son los cofres que debe recoger para maximizar la cantidad de oro recuperada?

Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba. Para cada uno, la primera línea contiene el valor T , los segundos que permite la botella estar debajo del agua (un entero entre 1 y 10.000). La segunda línea contiene el número N de cofres encontrados (un entero entre 1 y 100). A continuación, aparecen N líneas cada una con dos enteros, que representan la profundidad a la que se encuentra (un entero entre 1 y 500) y la cantidad de oro que contiene (un entero entre 1 y 10.000) cada uno de los cofres.

Salida

Para cada caso de prueba, primero se escribirá una línea con la máxima cantidad de oro que se puede recuperar. Después se escribirá otra línea con el número de cofres a recoger, seguida de una línea por cada uno de ellos con la información de cada uno: profundidad y cantidad de oro. Los cofres deben presentarse en el mismo orden que aparecen en la entrada. Se garantiza que la solución óptima es única.

Después de la salida de cada caso se escribirá ----.

Entrada de ejemplo

```
210
3
40 5
40 1
25 2
200
5
25 4
50 5
40 4
10 2
70 10
29
1
10 20
```

Salida de ejemplo

```
7  
2  
40 5  
25 2  
----  
8  
2  
25 4  
40 4  
----  
0  
0  
----
```

Autor: Alberto Verdejo.

29

Construyendo dianas

Del juego de los dardos hay muchas variantes. Todas consisten en tirar los dardos a una diana dividida en sectores de diferentes colores o que tienen asociada una puntuación distinta y conseguir cierto objetivo.

Queremos proponer una variante a la liga de dardos local: conseguir sumar cierto valor a partir de las puntuaciones obtenidas con los dardos pero con el menor número de tiros que sea posible. Por ahora tenemos una serie de dianas a las que hemos asignado puntuaciones diferentes a sus sectores y estamos interesados en conocer si ciertos valores pueden ser conseguidos tirando dardos a esas dianas y cuántos dardos como mínimo son necesarios en cada ocasión.



Entrada

En la entrada aparecerán diferentes configuraciones de dianas y objetivos. Cada una ocupa dos líneas. En la primera aparecen dos números: el valor (entre 1 y 500) que hay que conseguir sumar tirando dardos a una diana y el número S de sectores (entre 1 y 50) en los que está dividida la diana. En la segunda línea aparecen, en orden creciente, las S puntuaciones asociadas a esos sectores (valores entre 1 y 500).

Salida

Para cada caso se escribirá el menor número de dardos necesarios para conseguir la cantidad, separado por dos puntos de las puntuaciones que permiten conseguir ese valor, ordenadas de mayor a menor y separadas por espacios.

Si hay varias soluciones, se escribirá aquella cuya mayor puntuación sea la más alta; si aún siguen existiendo varias soluciones, se escribirá aquella cuya segunda mayor puntuación sea la más alta; y así sucesivamente.

Si es imposible conseguir el objetivo con las puntuaciones asignadas a los sectores de la diana, se escribirá **Imposible**.

Entrada de ejemplo

```
100 5
10 15 20 25 30
8 3
1 4 6
25 2
8 12
```

Salida de ejemplo

```
4: 30 30 30 10
2: 4 4
Impossible
```

Autor: Alberto Verdejo.

30

Inserción de paréntesis

Sea un alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ con la siguiente “tabla de multiplicación” (donde cada fila corresponde al símbolo izquierdo y cada columna al derecho; por ejemplo, $ab = b$, $ba = c$, etc.):

	a	b	c
a	b	b	a
b	c	b	a
c	a	c	c

Nótese que dicha multiplicación no es asociativa ni commutativa.

Dada una cadena $x = x_1 x_2 \dots x_n$ de caracteres de Σ , queremos determinar si es posible insertar paréntesis en x de forma que el valor de la expresión resultante sea a . Por ejemplo, si $x = bbbba$, la respuesta debe ser *sí* dado que $(b(bb))(ba) = (bb)c = bc = a$.

Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba, siendo cada uno de ellos una cadena de entre 1 y 100 caracteres del alfabeto Σ .

Salida

Para cada caso de prueba se debe escribir **SI** si es posible insertar paréntesis para conseguir una a y **NO** en caso contrario.

Entrada de ejemplo

```
bbbba  
bacb  
abccbba
```

Salida de ejemplo

```
SI  
NO  
SI
```

Autor: Alberto Verdejo.

31

El código de la T.I.A.

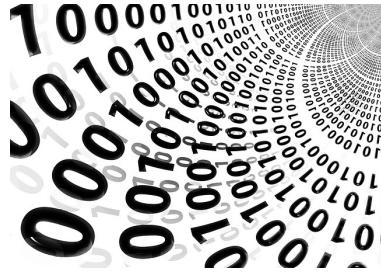
Ante la nueva oleada de ataques a las redes de otras agencias de investigación, la T.I.A. ha decidido tomarse en serio la transmisión de sus mensajes entre las distintas oficinas y ha contratado los servicios de un especialista que se hace llamar Pepe Gotera.

A la vista de la solución del supuesto experto, salta a la vista que vive anclado en el pasado. Lo único que ha hecho ha sido asignar a cada símbolo un número de entre uno y tres dígitos y ha instruido a los agentes especiales para que, cuando tengan que mandar un mensaje, simplemente sustituyan las letras y símbolos del mensaje por esos códigos, dando lugar a una secuencia de números, uno detrás de otro.

Por ejemplo, en una codificación donde la A es sustituida por el 12 y la B es sustituida por el 42, el grupo musical ABBA se codifica 12424212.

Pepe Gotera además de dar el método de encriptado ha proporcionado distintas tablas de codificación que los agentes irán utilizando a lo largo del tiempo. Sin embargo, nuestro “experto” no ha oído hablar de los códigos de Huffman¹ ni nada que se le parezca, por lo que cuando le ha llegado a Otilio el primer mensaje cifrado con una de esas tablas, se ha dado cuenta de que en realidad hay varios posibles descifrados distintos. El pánico se ha instalado en las oficinas centrales de la T.I.A. y cuando le han pedido explicaciones a Pepe Gotera ha dicho que, dado que ninguno de los códigos de las letras contiene ceros, se puede decir a los agentes que utilicen ceros para separar palabras.

El Super no está aún convencido de la efectividad de la solución, así que nos ha pedido ayuda. Dada la tabla de símbolos y un texto cifrado, ¿de cuántos mensajes distintos podría provenir?



Entrada

La entrada estará compuesta por distintos casos de prueba, terminados con una línea con un 0.

Cada caso de prueba está compuesto por tres líneas. La primera contiene el número N de símbolos que tiene la tabla de codificación. La segunda línea contiene N números correspondientes a los códigos de cada símbolo. Se garantiza que no hay números repetidos y que ninguno de ellos tiene ceros.

La tercera línea de cada caso de prueba tendrá el mensaje cifrado (una sucesión de entre 1 y 1.000 dígitos) codificado con la tabla anterior. En caso de tener ceros, éstos nunca estarán al principio ni al final del mensaje.

Salida

Para cada caso de prueba se escribirá en una línea independiente el número de mensajes que pueden dar el texto cifrado dado. Como puede haber muchos, se dará el resultado módulo 1.000.000.007.

Entrada de ejemplo

```
3
1 2 22
1221
3
1 2 22
12021
3
1 2 22
12321
0
```

¹Los códigos de Huffman son *códigos prefijo*, es decir, que cumplen que la codificación de un símbolo nunca es prefijo de la codificación de ningún otro símbolo.

Salida de ejemplo

2
1
0

Autor: Marco Antonio Gómez Martín.

De aventura por el Amazonas

India Nayons quiere planificar una aventurilla por el Amazonas. A lo largo del río hay una serie de poblados indígenas, cuyos habitantes, al observar el creciente auge del turismo rural, han ideado un sistema de alquiler de canoas. En cada poblado se puede alquilar una canoa, la cual puede devolverse en cualquier otro poblado que esté a favor de la corriente.

Consultando por Internet los costes de alquileres entre poblados, India ha constatado que el coste del alquiler desde un poblado i hasta otro j puede resultar mayor que el coste total de una serie de alquileres más breves. En tal caso, es más rentable devolver la primera canoa en alguna aldea k entre i y j , y seguir camino en una segunda canoa, sin ninguna penalización por cambiar de canoa.

¿Sabrías calcular el coste mínimo de un viaje en canoa desde todos los posibles puntos de partida i hasta todos los posibles puntos de llegada j ?



Entrada

La entrada está compuesta por diversos casos de prueba. Cada uno comienza con una línea con el número N de poblados (al menos 2, y no más de 200). A continuación aparece la información sobre los alquileres. Esta consta de $N - 1$ líneas: la primera tiene $N - 1$ valores, que representan el coste del alquiler de una canoa para viajar del primer poblado a cada uno de los demás a favor de la corriente; la segunda tiene $N - 2$ valores, que representan los costes de los alquileres desde el segundo poblado a todos los demás a favor de la corriente (el tercero, el cuarto, etc.); y así hasta que la última línea tiene un único valor que representa el coste del alquiler de una canoa desde el penúltimo poblado al último. Todos los costes son números entre 1 y 1.000.000.

Salida

Para cada caso de prueba se deben escribir $N - 1$ líneas, con el coste mínimo de cada posible viaje. La primera línea contendrá $N - 1$ valores, que representarán el coste mínimo de un plan de viaje que comienza en el primer poblado y termina en cada uno de los siguientes a favor de la corriente; la segunda línea contendrá $N - 1$ valores que representarán los costes mínimos para viajar desde el segundo poblado a todos los demás a favor de la corriente; etc.

Entrada de ejemplo

```
5
3 10 30 90
5 20 15
10 8
4
```

Salida de ejemplo

```
3 8 18 16
5 15 13
10 8
4
```

Autor: Alberto Verdejo.

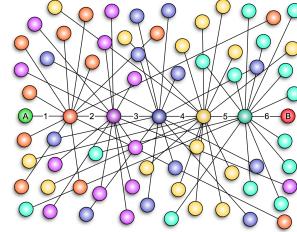
Seis grados de separación

¿Sabías que entre tú y Will Smith solamente hay cinco personas que de alguna manera te relacionan con él? Al menos eso es lo que dice la *Teoría de los seis grados de separación*. Según esta teoría cualquier persona en la Tierra puede estar conectada con cualquier otra a través de una cadena de conocidos que no tiene más de cinco intermediarios (conectando a ambas personas con solo seis enlaces), algo que se ve representado en la popular frase “*el mundo es un pañuelo*”. La teoría fue inicialmente propuesta en 1930 por el escritor húngaro Frigyes Karinthy en un cuento llamado *Cadenas*.

El concepto está basado en la idea de que el número de conocidos crece exponencialmente con el número de enlaces en la cadena, y solo se necesita un pequeño número de enlaces para que el conjunto de conocidos se convierta en la población humana entera.

Con la aparición de las redes sociales en Internet y los conocidos virtuales este grado de separación se ha ido reduciendo. Un estudio realizado por Facebook en 2011 concluyó que prácticamente la totalidad de pares de sus usuarios (un diez por cien de la población mundial) estaba conectado con cinco grados de separación.

Nosotros queremos averiguar el *grado de separación* de una red de personas. Para dos personas cualesquiera, su grado de separación es el número mínimo de relaciones que hay que atravesar para conectarlas. Para una red, el grado de separación es el máximo grado de separación entre dos personas cualesquiera de la red. Si existe un par de personas que no están conectadas por una cadena de relaciones decimos que la red está desconectada.



Entrada

La entrada consiste en una serie de casos de prueba que representan redes de personas. La primera línea de cada caso contiene dos números: el número P de personas en la red ($1 \leq P \leq 500$) y el número R de relaciones directas ($0 \leq R \leq 10.000$). Las siguientes R líneas contienen una relación cada una, formada por el nombre de dos personas en la red. Los nombres de personas son únicos y están formados por como mucho 10 letras del alfabeto inglés (sin espacios). Pero el nombre de una persona puede aparecer en varias relaciones, indicando que esa persona está relacionada con varias otras.

Salida

Para cada red de personas el programa debe mostrar el grado de separación de la red en una línea, a no ser que la red esté desconectada, en cuyo caso se mostrará la palabra DESCONECTADA en una línea.

Entrada de ejemplo

```
4 4
Marta Mario
Mario Roberto
Roberto Raquel
Mario Raquel
4 2
Roberto Mario
Marta Raquel
```

Salida de ejemplo

```
2
DESCONECTADA
```

Autor: Alberto Verdejo.

34

El carpintero Ebanisto

El carpintero *Ebanisto* ha recibido el encargo de cortar un tablón en varios trozos que han sido previamente marcados sobre la madera. El esfuerzo de cortar un tablón de madera en dos es el doble de su longitud.

Ebanisto se ha dado cuenta de que el orden en el que realice los cortes en el tablón influye en el esfuerzo empleado. Por ejemplo, supongamos que un tablón de 10 metros de longitud tiene que cortarse a 3, 6 y 8 metros de uno de los extremos. Una posibilidad sería cortar primero por la marca de los 3 metros, luego por la marca de los 6 metros y finalmente por la de 8 metros, lo que le costaría a Ebanisto un esfuerzo total de $2 * 10 + 2 * 7 + 2 * 4 = 42$. Sin embargo, si corta primero por la marca del 6, después por la del 3 y finalmente por la del 8, entonces le costaría un esfuerzo de $2 * 10 + 2 * 6 + 2 * 4 = 40$.

¿Puedes ayudar a Ebanisto a averiguar en qué orden cortar el tablón por las marcas para minimizar el esfuerzo realizado?



Entrada

La entrada constará de varios casos de prueba. La primera línea de cada caso contendrá dos números positivos: L (entre 10 y 1.000.000), que representa la longitud del tablón que debemos cortar; y N (entre 1 y 500), que indica el número de cortes que se deben realizar. La siguiente línea contendrá N números positivos c_i ($0 < c_i < L$), que determinan los puntos en los que se deben realizar los cortes, dados en orden creciente.

La entrada termina con 0 0.

Salida

Para cada caso de prueba se debe escribir el mínimo esfuerzo que debe realizar Ebanisto para realizar todos los cortes.

Entrada de ejemplo

```
10 3
3 6 8
20 4
8 10 15 17
0 0
```

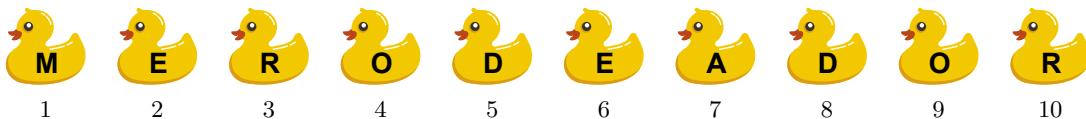
Salida de ejemplo

```
40
88
```

Autor: Alberto Verdejo.

Tiro al patíndromo

Ya es tradición que cuando en el pueblo de Juan Filloy¹ están en fiestas, él se pase por el puesto del tiro con escopeta. Cuando saben que va a visitarles, en vez de premios en los patos a los que hay que disparar colocan letras de tal forma que Juan pueda divertirse disparando a algunos de los patos de manera que se forme un palíndromo con las letras en los patos supervivientes (es decir, que al leer tanto de izquierda a derecha como de derecha a izquierda, se lea siempre la misma palabra). Por ejemplo, si se enfrentara a la serie de patos de la figura, Juan dispararía a los patos en las posiciones 1, 2 y 6, formando el palíndromo RODADOR.



Además, a Juan le gusta alardear ante las mozas del pueblo que le miran expectantes, por lo que no se conforma solamente con encontrar un palíndromo sino que lo intenta conseguir tirando el menor número de patos. En caso de empate, Juan prefiere tirar los patos de la izquierda, porque a la derecha le molesta más el Sol que le deslumbra. ¿Sabrías tú hacer lo mismo?

Entrada

La entrada estará compuesta por múltiples casos de prueba, cada uno en una línea. Cada caso consiste en una sucesión de un mínimo de 1 y un máximo de 1.000 letras mayúsculas del alfabeto inglés, sin símbolos especiales ni espacios.

Salida

Por cada caso de prueba se escribirá una línea que contenga el palíndromo más largo que puede formarse eliminando (si es necesario) algunas de las letras de la entrada. En caso de empate, se debe imitar a Juan, eliminando letras más a la izquierda.

Entrada de ejemplo

```
MEROEADOR
RECONOCER
ARADAROSOSOMI
OSORASODAR
```

Salida de ejemplo

```
RODADOR
RECONOCER
OSOSO
RADAR
```

Autor: Alberto Verdejo.

¹Escritor argentino nacido en 1894, autoproclamado “recordman mundial de palindromía”, gracias al cual hoy conocemos más de 8.000 palíndromos en español.

Mejor no llevar muchas monedas

Mario tiene un cofre lleno de monedas que le han ido dando sus abuelos cuando les visita. Hace poco se ha pasado por su tienda favorita de juguetes y ha visto un coche teledirigido que le ha encantado. Preguntó el precio y ahora quiere saber si tiene monedas suficientes para poder comprárselo. Como tendrá que llevar las monedas en el bolsillo y en el camino pasará por una zona poco recomendable, quiere que se note lo menos posible que lleva ahí el dinero, por lo que quiere pagar con el menor número de monedas.



Mario ha clasificado las monedas por su valor y ha contado cuántas monedas tiene de cada tipo. ¿Puedes ayudarle a averiguar si puede pagar *de forma exacta* el precio del coche y cuántas monedas necesita llevar como mínimo?

Entrada

La entrada consta de una serie de casos de prueba. Para cada caso, primero aparece el número N (entre 1 y 100) de tipos diferentes de monedas que Mario tiene. A continuación aparecen dos líneas con N enteros cada una: la primera con los valores de las monedas de cada tipo y la segunda con la cantidad de monedas que tiene de cada uno de esos tipos, en el mismo orden (todos ellos números entre 1 y 1.000). Por último, aparece una línea con el precio del coche (un número entre 1 y 10.000).

Salida

Para cada caso de prueba se escribirá una línea que comience por SI seguido del mínimo número de monedas necesarias, si es posible pagar el precio del coche; o que contenga la palabra NO, en caso contrario.

Entrada de ejemplo

```
4
1 5 10 50
10 2 5 4
260
3
1 10 100
3 2 2
114
3
10 15 5
2 2 2
20
```

Salida de ejemplo

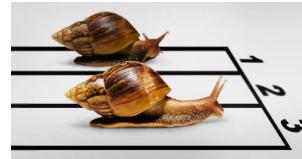
```
SI 11
NO
SI 2
```

Autor: Alberto Verdejo.

37

Carreras de caracoles

Mis colegas y yo solemos organizar carreras de caracoles. Es una afición de lo más tranquila. Cada uno trae a su caracol, al que ha alimentado con las mejores lechugas que ha encontrado; le ha dado mucha agua durante las últimas horas para que no se deshidrate durante la carrera; y, en definitiva, ha entrenado de la mejor forma posible.



Cuando todos los caracoles están preparados, son colocados en la línea de salida y el juez de la carrera (uno de nosotros elegido por sorteo) da el pistoletazo de salida. Y a partir de ahí, bueno, a veces la carrera pierde algo de emoción...

Para no terminar todos dormidos, Pablo nos ha propuesto calcular de cuántas formas distintas podría terminar el marcador (después de tres horas, la carrera se da por finalizada y los caracoles que no han alcanzado la meta terminan en último lugar). Hay que tener en cuenta que hay caracoles que pueden alcanzar la meta a la vez. Por ejemplo, si tenemos dos caracoles, C y D, hay tres posibles resultados: los dos llegan a la vez en primera posición, C queda primero y D segundo o D queda primero y C segundo.

¿Nos ayudas a calcular cuántos marcadores son posibles si la carrera consta de N caracoles?

Entrada

El programa deberá dar respuesta a una serie de casos de prueba. Cada caso está formado por una línea con un único entero (entre 1 y 1000) que representa el número de caracoles participando en la carrera.

Salida

Para cada caso de prueba el programa deberá escribir el número de marcadores diferentes que se pueden dar al finalizar la carrera. Como el resultado puede ser muy grande, se escribirá módulo 46.337.

Entrada de ejemplo

```
1
2
3
```

Salida de ejemplo

```
1
3
13
```

Autor: Alberto Verdejo.

38

Cine romántico a raudales

A *Dinamique Cinema* no le gustan las películas de terror tanto como a su hermana Deborah; ella prefiere el apasionado cine romántico. Y está de suerte, porque aprovechando el comienzo de la primavera, la filmoteca ha organizado un maratón de cine romántico: durante 24 horas se proyectarán películas (todas diferentes) en las diversas salas disponibles.

Dinamique ya se ha hecho con el folleto con la programación completa donde aparecen todas las películas que se van a proyectar durante el maratón; junto con el título, nombre del director, sala de proyección y otros datos de interés, se indica la hora de comienzo y duración de la película.

¿Puedes ayudar a Dinamique a planificar su maratón de cine, teniendo en cuenta que su único objetivo es estar viendo películas durante el mayor tiempo posible?



Entrada

La entrada consta de una serie de casos de prueba. Cada uno comienza con una línea con el número N de películas que se proyectarán ($0 < N \leq 1.000$). A continuación aparecerán N líneas con la información de cada película: la hora de comienzo dentro del día de proyección, en el formato HH:MM, y la duración en minutos de la película. Ninguna película acabará más allá de las 12 de la noche.

La entrada terminará con un caso sin películas, que no debe procesarse.

Salida

Para cada caso de prueba se escribirá una línea con el máximo tiempo, medido en minutos, que Dinamique Cinema puede estar viendo películas, suponiendo que siempre necesita 10 minutos libres (para comprar palomitas, cambiar de sala, etc.) entre película y película.

Entrada de ejemplo

```
3
11:00 90
12:30 90
12:45 60
3
11:00 90
12:45 60
11:00 180
2
12:00 80
20:00 80
0
```

Salida de ejemplo

```
150
180
160
```

Autor: Alberto Verdejo.