

# Försättsblad till Laborationsrapport

## Lab 3, Industriell Reglerteknik TSRT07

Nedanstående lista ska användas för att kontrollera rapporten innan inlämning.

### Uppgift 1

- Redogörelse för MPC-regulatorns inverkan på systemets insvängningsförlopp.
- Insvängningstider för det öppna och det slutna systemet.
- Utsignalerna för det öppna systemet.
- Styr- och utsignaler för det slutna systemet.
- Regulatorparametrarna  $N$ ,  $Q_1$  och  $Q_2$  samt styrsignalbegränsningarna.

### Uppgift 2

- Redogörelse för hur nära referensen utsignalerna kom.
- Förklaring av varför regulatorn inte når referensvärdena.
- Förklaring av vad regulatorn optimerar.
- Optimeringsproblemet skrivet på standardform.
- Styr- och utsignaler för det slutna systemet.
- Regulatorparametrarna  $N$ ,  $Q_1$  och  $Q_2$  samt styrsignalbegränsningarna.

### Uppgift 3

- Härledning av den utökade modellen.
- Förklaring av vilka vikter som bäst undertrycker störningar och varför.
- Styr- och utsignaler för de två olika valen av vikt på avvikelserna.
- Regulatorparametrarna  $N$ ,  $Q_1$  och  $Q_2$  samt styrsignalbegränsningarna.

### Allmänt

- Rapporten uppfyller de riktlinjer som anges i Appendix B i lab-PM.

Vi intygar att vi efter bästa förmåga utformat rapporten i enlighet med ovanstående markerade punkter.

Signatur:

Eric Moringe  
erimo668  
000228-5435

Signatur:

David Wiman  
davwi279  
000120-8495

# Introduktion

Syftet med denna laboration är att undersöka modellbaserad prediktionsreglering (MPC) som reglerstrategi för att styra olinjära system med flera in- och utsignaler samt bivillkor som man måste uppfylla i alla tidpunkter. Tillämpningen som vi ska studera är en destillationskolonn som används för att separera två komponenter med olika flyktighetsgrad.

Gasflödet,  $V$ , styrs i praktiken av förändringar i temperaturen i den nedre tanken och vätskeflödet,  $L$ , styrs via en ventil från kondensorn. I denna laboration bortser vi från dynamiken för uppvärmningen och dynamiken i ventilen och styr dessa signaler direkt. Det innebär att i denna process finns det två styrsignaler,  $L$  och  $V$ . Studerar man tanken inses ganska snart att vi tjänar på att använda båda styrsignalerna eftersom resultatet ska "förflyttas" genom hela kolonnen. Prestandan bör därför förbättras avsevärt om vi påverkar både uppflytt och nerflytt.

Vi kan heller inte ha negativa gas- eller vätskeflöden. Dessutom är vätskeflödena begränsade av dimensionen på tillrinningshål och gasflödet begränsat av uppvärmningskapacitet i tanken. Därför får vi

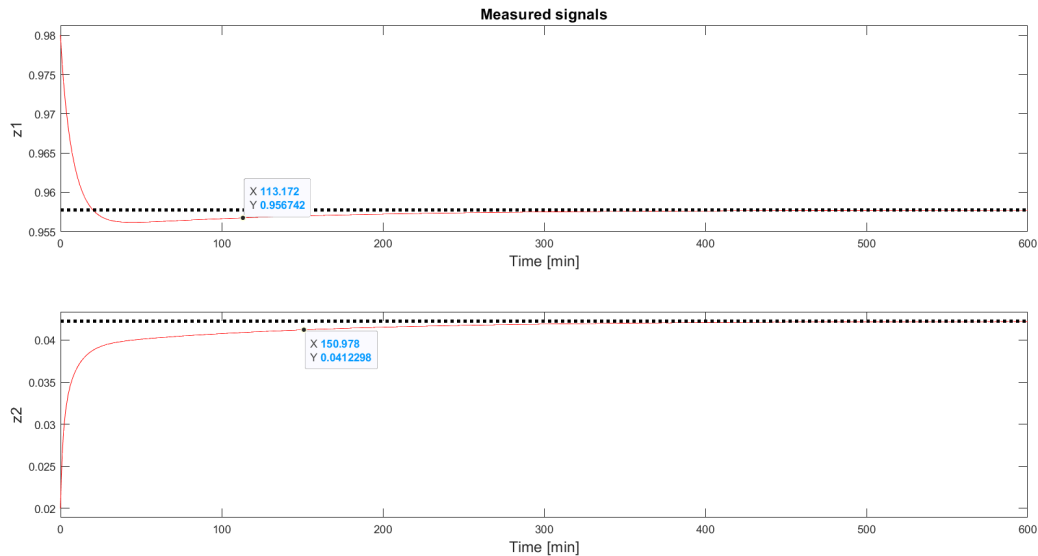
$$0 \leq V, F, L \leq 5.$$

## Uppgift 1

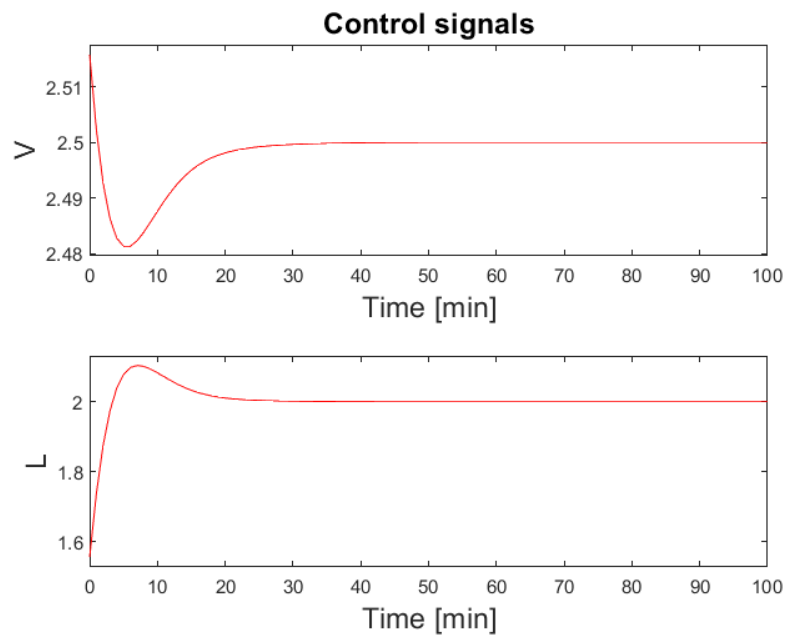
Skapa en MPC-regulator som snabbt kan styra tillbaka systemet till jämviktspunkten från det störda initialtillståndet

$$x^{\dagger} = (0.98 \ 0.90 \ 0.76 \ 0.53 \ 0.37 \ 0.20 \ 0.08 \ 0.02)^T \quad (1)$$

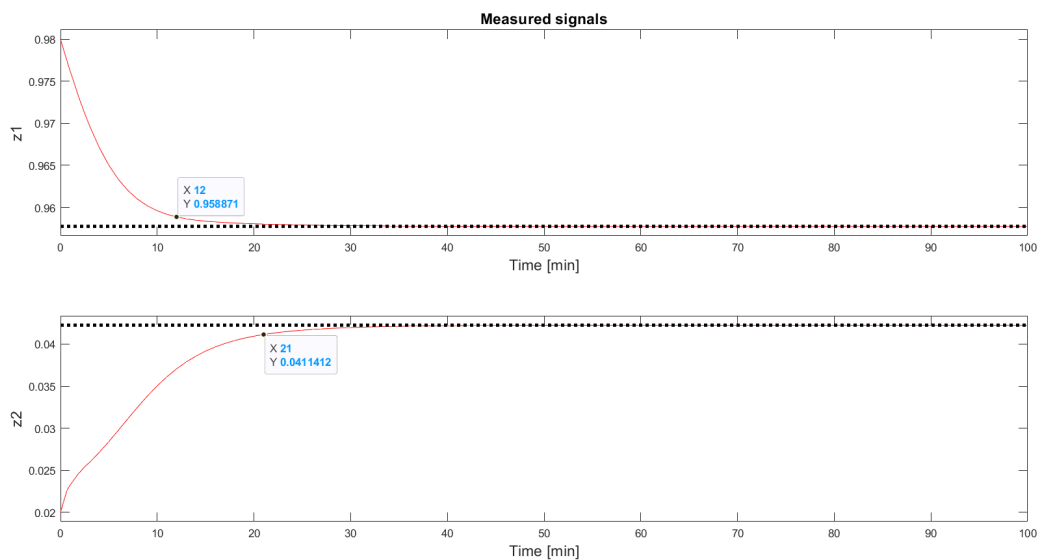
När ingen återkoppling användes på det störda systemet så svängde de två utsignalerna in till jämviktspunkterna på 113 s respektive 150 s. Detta är mycket långsamt. Då återkoppling och en MPC-regulator användes så sjönk dessa insvängningstider till 12 s respektive 21 s, alltså mycket snabbare.  $z_1$  blev ungefär 9,5 gånger snabbare och  $z_2$  blev cirka 7 gånger snabbare. Se figur 1, 3 and 2.



Figur 1: Insvängningstiden för det öppna systemet från ett stort initialtillstånd.



Figur 2: Styrsignalerna för det slutna systemet från ett stort initialtillstånd.



Figur 3: Insvägningstiden för det slutna systemet från ett stort initialtillstånd.

De använda regulatorparametrarna samt styrsignalsbegränsningarna i uppgift 1 finns listade här under.

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 5 \\ Q_1 = \begin{pmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix} \\ Q_2 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix} \\ L \in [-2 \ 3] \\ V \in [-2.5 \ 2.5] \end{array} \right. \quad (2)$$

## Uppgift 2

Designa en MPC-regulator där det går att styra utsignalerna en bit ifrån jämviktsnivåerna under ett kortare tidsintervall, för att på så vis kunna få information om processen under drift.

Efter att ha lagt till referensföljning hos vår MPC-regulator och skapat en referenssignal enligt

$$r(t) = \begin{cases} (0.0123 \ 0.03)^T, & 20 \leq t < 60 \\ (0 \ 0)^T, & \text{för övrigt} \end{cases} \quad (3)$$

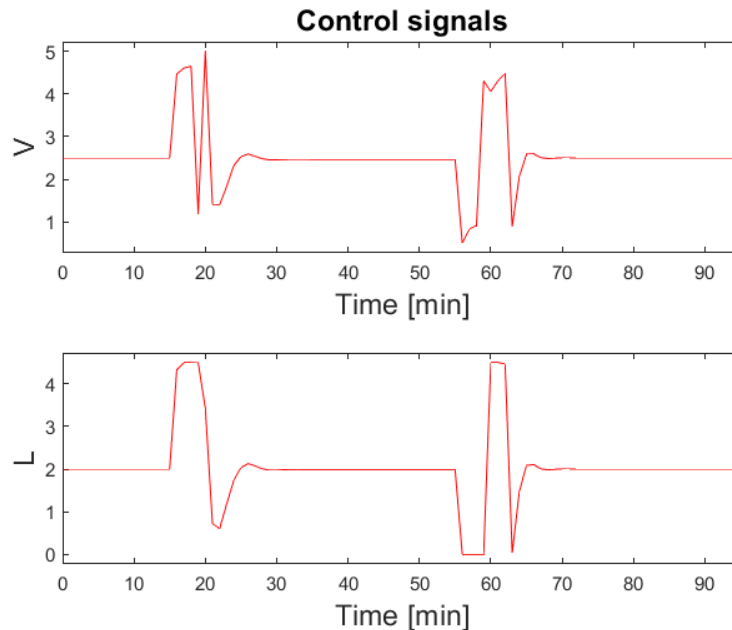
så simulerade vi systemet från jämviktspunkten.

När referenssignalen gör sitt steg så svänger  $z_1$  och  $z_2$  in mot sina nya börvärden. De kommer dock inte riktigt hela vägen fram på grund av att systemet är linjäriserat kring sitt jämviktsläge och våra modeller stämmer alltså inte exakt kring det nya referensvärdet.  $z_1$  konvergerar mot ungefär 0.0001 från referensvärdet och  $z_2$  konvergerar mot cirka 0.001 från referensvärdet. Se figur 4 och 5.

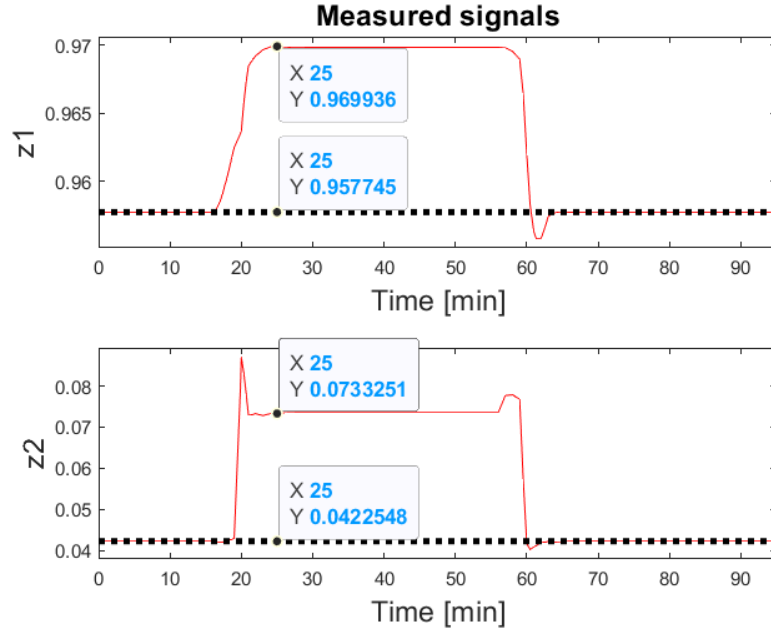
MPC-regulatorn försöker ta fram en styrsignalsekvens som minimerar skillnaden mellan systemets tillstånd och referensvärdet samtidigt som den ska vara så lik den förra styrsignalen som möjligt. Detta skiljer sig från regulatorn i uppgift 1 eftersom den försöker minimera skillnaden mellan systemets tillstånd och origo samtidigt som styrsignalen ska vara så liten som möjligt.

Det optimeringsproblem som vi löser kan skrivas på standardform enligt följande:

$$\min_U \frac{1}{2} U^T (\mathcal{G}^T \mathcal{M}^T \mathcal{Q}_1 \mathcal{M} \mathcal{G} + \Omega^T \mathcal{Q}_2 \Omega) U + (\mathcal{G}^T \mathcal{M}^T \mathcal{Q}_1 (\mathcal{M} \mathcal{F} x(k) - R) - \Omega^T \mathcal{Q}_2 \delta) U$$



Figur 4: Styrsignalerna för det slutna systemet vid referensföljning.



Figur 5: Utsignalerna för det slutna systemet vid referensföljning.

De använda regulatorparametrarna samt styrsignalsbegränsningarna i uppgift 2 finns listade här under.

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 5 \\ Q_1 = \begin{pmatrix} 10\,000\,000 & 0 \\ 0 & 10\,000\,000 \end{pmatrix} \\ Q_2 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix} \\ L \in [-2 \ 3] \\ V \in [-2.5 \ 2.5] \end{array} \right. \quad (4)$$

## Uppgift 3

Designa en MPC-regulator som reglerar nivån i en bufferttank med hjälp av en ny styrsignal  $u_3$  på ett sådant sätt att variationer i matningsflödet  $F(t)$  inverkan på kolonnen minskas avsevärt. Buffertanken beskrivs av

$$z_3(t) = \frac{1}{3p}(F(t) - u_3(t)). \quad (5)$$

Vi kan skriva om (6) på följande sätt

$$\dot{z}_3(t) = 0x(t) - \frac{1}{3}u_3(t) + \frac{1}{3}F(t) \quad (6)$$

Vilket ger oss  $A = 0$ ,  $B = -\frac{1}{3}$  och  $N = \frac{1}{3}$ .

Utifrån detta kan man se att vårt nya tillstånd,  $x_9$ , ej beror på något annat tillstånd. Detta innebär att vi utökar A-matrisen med en rad och en kolonn av nollor.

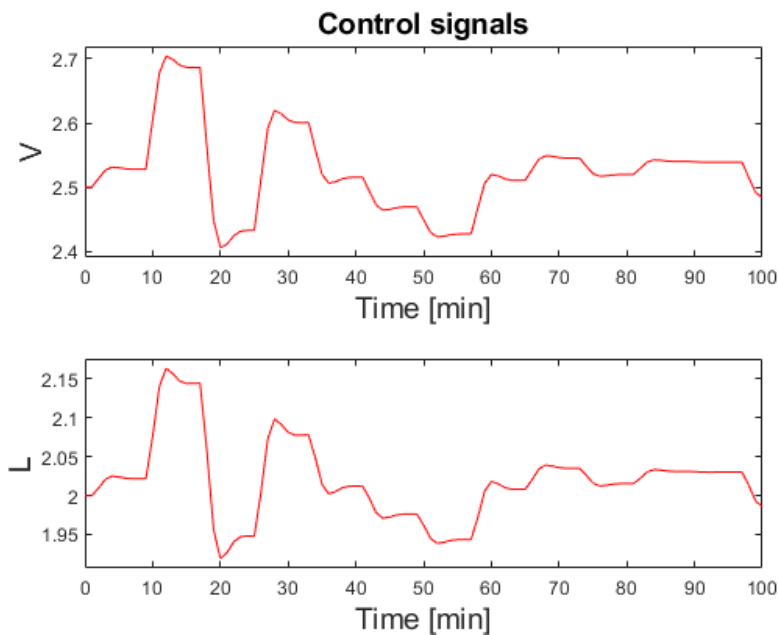
Vidare kan vi se att det nya tillståndet beror på den nya insignalen  $u_3$  med en faktor  $-\frac{1}{3}$ . På grund av detta lägger vi till en ny rad och kolonn av nollor i B-matrisen förutom elementet i sista raden och sista kolonnen, element med index (9, 3), som sätts till  $-\frac{1}{3}$ .

Fortsatt så var M-matrisen tvungen att utvidgas med en extra rad och kolonn av nollor förutom elementet i sista raden och sista kolonnen, element med index (3, 9), som sätts till 1. Detta för att "plocka ut" tillståndet  $x_9$  som  $z_3$ .

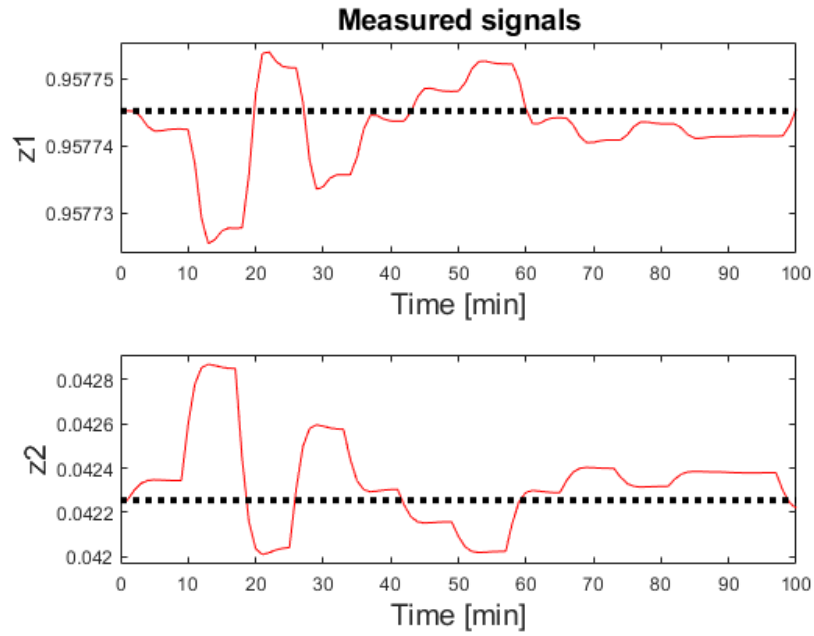
Till sist var vi tvungna att justera dimensionerna på C-matrisen, D-matrisen,  $Q_1$ ,  $Q_2$ , styrsignalsbegränsningarna och vårt initialvärde för I-verkan för att koden skulle kompilera.

Alla dessa tillägg kan ses i (7).

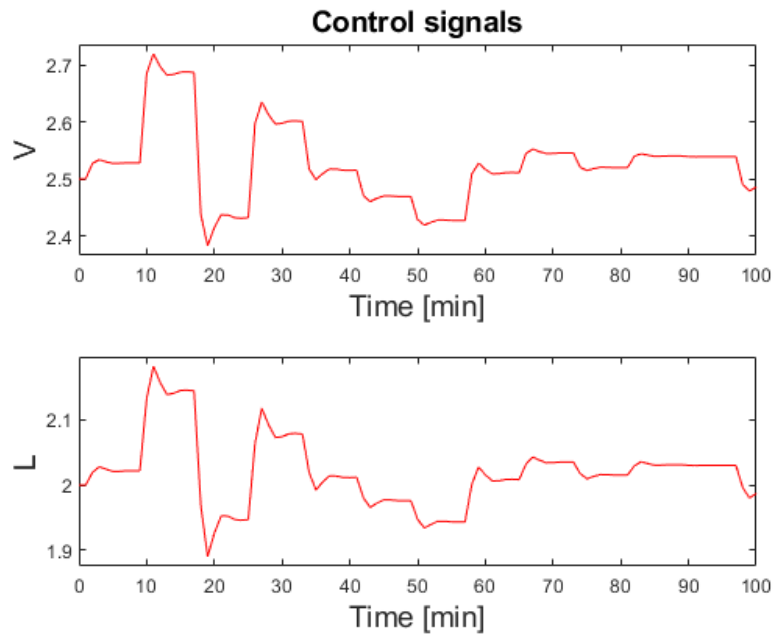
Regleringen av  $z_1$  och  $z_2$  var varken bättre eller sämre när vi lade stor respektive liten vikt på avvikelserna i tanknivån, alltså ett stort eller litet värde på index (3, 3) i  $Q_1$ . Detta kan ses i figur 7, 9 och 11. När straffet på  $z_3$  minskade blev utsignalerna "mjukare" men de avvek fortfarande lika mycket från börvärdet som vid stora straff. De olika straffvärdena på  $z_3$  som vi testade var 1, 100 000 och 10 000 000. Dessa värden går från små till mycket stora men de valdes på rekommendation av en laborationsassistent.



Figur 6: Insignalerna för det slutna systemet med liten vikt på avvikelserna i tanknivån.

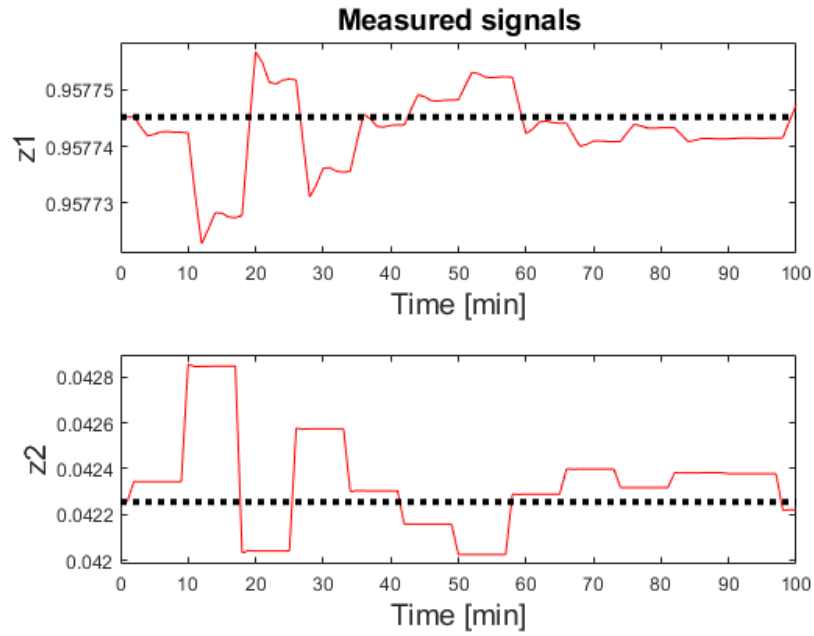


Figur 7: Utsignalerna för det slutna systemet med liten vikt på avvikelserna i tanknivån.

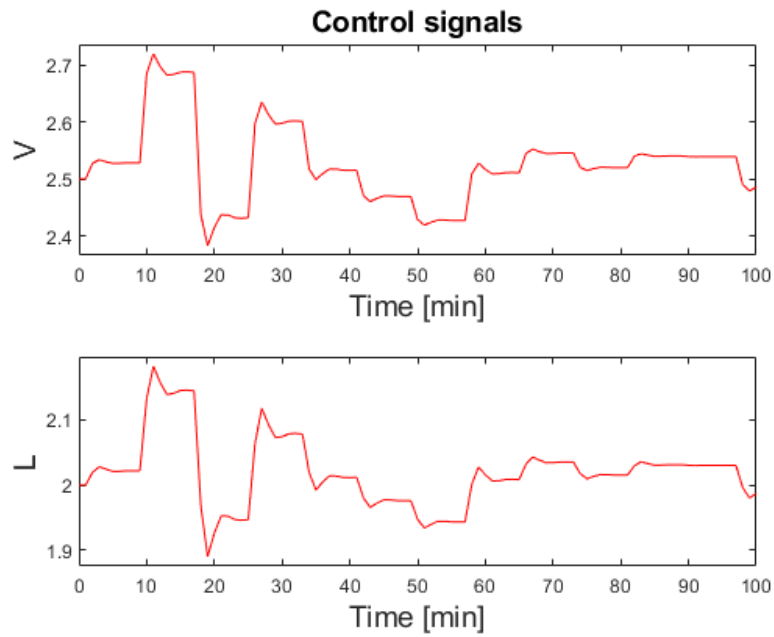


Figur 8: Insignalerna för det slutna systemet med medel vikt på avvikelserna i tanknivån.

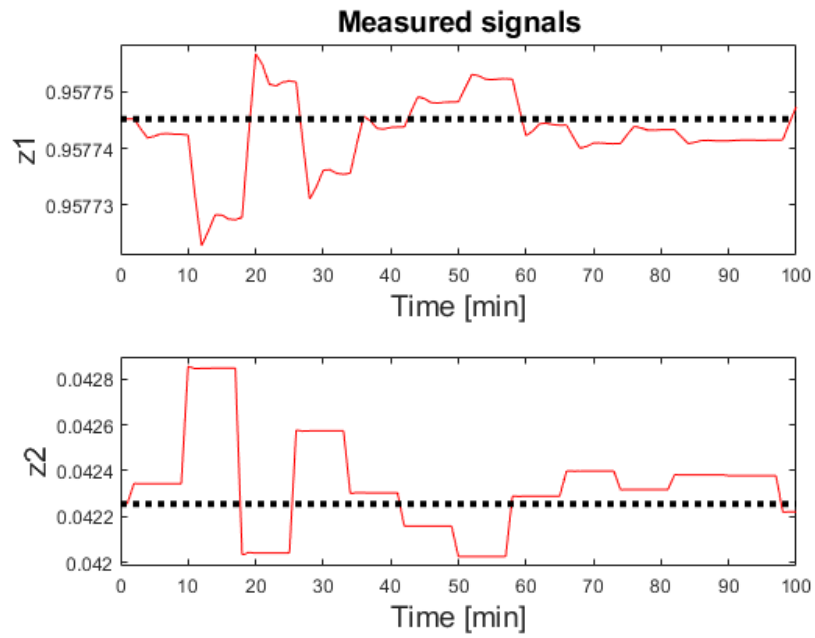




Figur 9: Utsignalerna för det slutna systemet med medel vikt på avvikelserna i tanknivån.



Figur 10: Insignalerna för det slutna systemet med stor vikt på avvikelserna i tanknivån.



Figur 11: Utsignalerna för det slutna systemet med stor vikt på avvikelserna i tanknivån.

De modifierade matriserna i uppgift 3, med boxar runt tillagda rader och kolonner:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 A = \begin{pmatrix} -0.2500 & 0.0982 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0.4000 & -0.5964 & 0.2417 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0.4000 & -0.6417 & 0.3371 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0.4000 & -0.9371 & 0.4724 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 0.6000 & -1.0724 & 0.7186 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6000 & -1.3186 & 1.0259 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6000 & -1.6259 & 1.2731 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.3000 & -0.6865 & \boxed{0} \\
 \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} \end{pmatrix} \\
 B = \begin{pmatrix} 0.0000 & 0 & \boxed{0} \\
 -0.0119 & 0.0149 & \boxed{0} \\
 -0.0219 & 0.0273 & \boxed{0} \\
 -0.0262 & 0.0383 & \boxed{0} \\
 -0.0394 & 0.0328 & \boxed{0} \\
 -0.0406 & 0.0338 & \boxed{0} \\
 -0.0283 & 0.0236 & \boxed{0} \\
 -0.0074 & 0.0062 & \boxed{0} \\
 \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{-0.3333} \end{pmatrix} \\
 C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \boxed{0} \\
 \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} \end{pmatrix} \\
 D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & \boxed{0} \\
 \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} \end{pmatrix} \\
 Mz = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \boxed{0} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \boxed{0} \\
 \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} \end{pmatrix}
 \end{array} \right. \quad (7)$$

De använda regulatorparametrarna samt styrsignalsbegränsningarna i uppgift 3 finns listade här under. För  $Q_1$  har vi listat alla fall vi testade.

$$\left\{ \begin{array}{l} N = 5 \\ Q_{1,1} = \begin{pmatrix} 10\,000\,000 & 0 & 0 \\ 0 & 10\,000\,000 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ Q_{1,2} = \begin{pmatrix} 10\,000\,000 & 0 & 0 \\ 0 & 10\,000\,000 & 0 \\ 0 & 0 & 100\,000 \end{pmatrix} \\ Q_{1,3} = \begin{pmatrix} 10\,000\,000 & 0 & 0 \\ 0 & 10\,000\,000 & 0 \\ 0 & 0 & 10\,000\,000 \end{pmatrix} \\ Q_2 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix} \\ L \in [-2 \ 3] \\ V \in [-2.5 \ 2.5] \\ F \in [-1 \ 4] \end{array} \right. \quad (8)$$