TSTE05 Rapport

Eric Moringe
David Wiman

13 november 2020

Contents

1 Problemuppställning

Syftet med laborationen är att först bestämma komponentvärdena för C_1, C_2, R_1 och R_2 så att det givna lågpassfiltret får en gränsfrekvens på 2kHz. För att frekvenskurvan skall bli maximalt flat, eller med andra ord för att amplitudkaraktäristikens maxvärde skall erhållas vid $\omega = 0$, måste för den filterkonstruktion som här används gälla att $R_1 = R_2$ och $C_2 = 2C_1$. OP-förstärkaren antas vara ideal. Därefter ska närmevärden från E6-serien till de teoretiska komponentvärdena bestämmas.

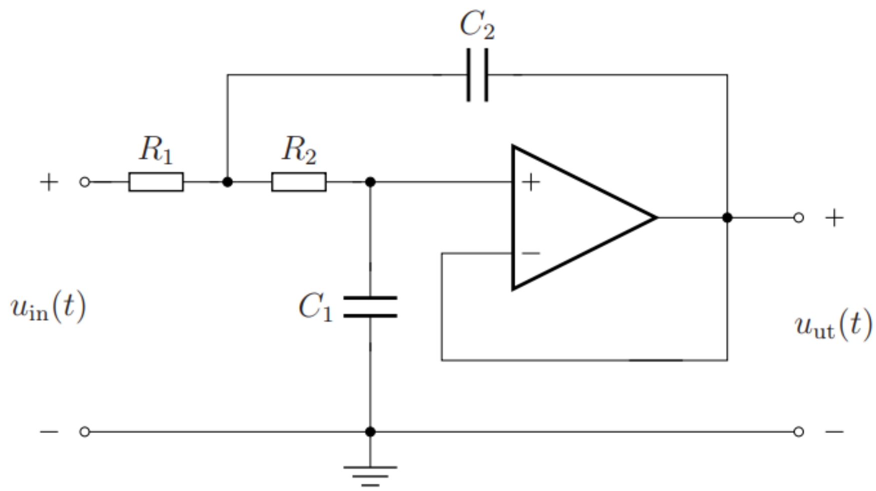

Figure 1: Hur vår projektuppgift 3-10 ser ut.

Vidare skall filtret testas i Multisim genom en serie simuleringar för att bekräfta att de teoretiska komponentvärdena stämmer. Detta följs sedan upp av att välja ut komponentvärden ur E6-serien. Till sist ska komponentvärdena från E6-serien varieras inom sina felmarginaler för att undersöka hur dessa kan påverka gränsfrekvensen i slutändan.

2 Komponentdimensionering

Det första som görs är att jω-metoden används för att överföra problemet till ett likströmsproblem. Därefter ansätts strömriktningar från och potentialer i relevanta punkter i kretsen. Eftersom det är en ideal OP-förstärkare, så är strömmen genom den 0 ampere och eftersom den har negativ återkoppling så är V_2 och U_{ut} lika stora.

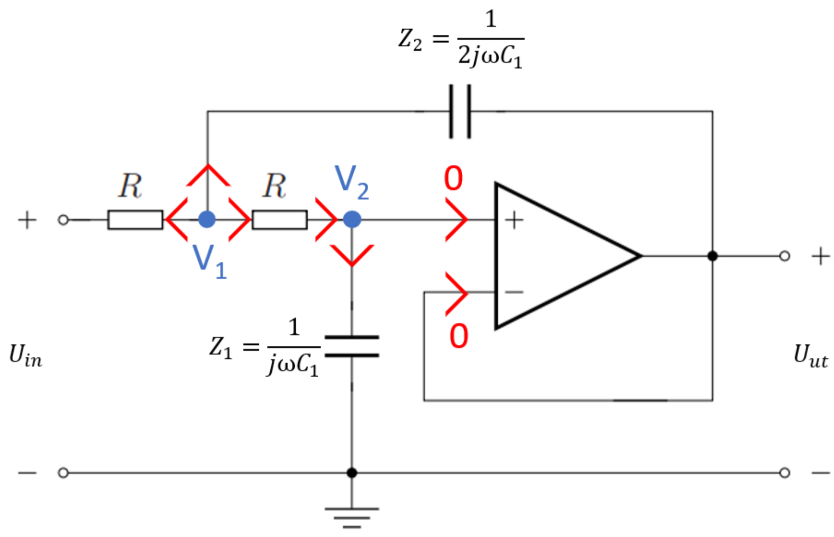

Figure 2: Insatta referensriktningar för ström och omskrivning med jω-metoden.

Kirchhoffs strömlag i noderna med potential V_1 respektive V_2 ger ekvation (1) och (2).

$$\begin{cases} \dfrac{V_1 - U_{in}}{R} + \dfrac{V_1 - U_{ut}}{Z_2} + \dfrac{V_1 - V_2}{R} = 0 & (1) \\ \dfrac{-(V_1 - V_2)}{R} + \dfrac{V_2 - 0}{Z_1} + 0 = 0 & (2) \end{cases}$$

(1) och (2) kan förenklas genom att multiplicera båda ekvationerna med R. Detta ger (3) och (4).

$$\begin{cases} V_1 - U_{in} + \dfrac{V_1 R - U_{ut} R}{Z_2} + V_1 - V_2 = 0 & (3) \\ -V_1 + V_2 + \dfrac{V_2 R}{Z_1} = 0 & (4) \end{cases}$$

(4) kan ordnas om till (5).

$$V_1 = \left(\frac{R}{Z_1} + 1 \right) V_2 = \left(\frac{R + Z_1}{Z_1} \right) V_2 \tag{5}$$

(5) kan sedan substitueras in i (3) för att få (6).

$$\left(\frac{R+Z_1}{Z_1}\right)V_2 - U_{in} + \frac{\left(\frac{R+Z_1}{Z_1}\right)V_2R - U_{ut}R}{Z_2} + \left(\frac{R+Z_1}{Z_1}\right)V_2 - V_2 = 0 \tag{6}$$

(6) kan ordnas om till (7).

$$U_{in} = U_{ut}\left(\frac{R+Z_1}{Z_1}\right)\left(2+\frac{R}{Z_2}\right) - \frac{U_{ut}R}{Z_2} - U_{ut} \tag{7}$$

Ur (7) kan sedan U_{ut} brytas ut för att få (8).

$$U_{in} = \left(\left(\frac{R+Z_1}{Z_1}\right)\left(2+\frac{R}{Z_2}\right) - \frac{R}{Z_2} - 1\right)U_{ut} \tag{8}$$

I (8) kan sedan jω-uttrycken för Z_1 och Z_2 substitueras in för att få (9).

$$U_{in} = \left(\left(\frac{R+\frac{1}{j\omega C_1}}{\frac{1}{j\omega C_1}}\right)\left(2+\frac{R}{\frac{1}{2j\omega C_1}}\right) - \frac{R}{\frac{1}{2j\omega C_1}} - 1\right)U_{ut} \tag{9}$$

(9) kan sedan förenklas till (10) och vidare till (11) och (12).

$$U_{in} = \left(\left(Rj\omega C_1 + 1\right)\left(2Rj\omega C_1 + 2\right) - 2Rj\omega C_1 - 1\right)U_{ut} \tag{10}$$

$$U_{in} = \left(-2R^2\omega^2C_1^2 + 4Rj\omega C_1 + 2 - 2Rj\omega C_1 - 1\right)U_{ut} \tag{11}$$

$$U_{in} = \left(1 + 2Rj\omega C_1 - 2(R\omega C_1)^2\right)U_{ut} \tag{12}$$

Ur (12) kan ett uttryck för U_{ut} fås, (13).

$$U_{ut} = \frac{1}{1-2(R\omega C_1)^2 + j2R\omega C_1}U_{in} \tag{13}$$

Detta är nu uttryckt på den sökta formen $U_{ut} = H(\omega)U_{in}$.

$$H(\omega) = \frac{1}{1-2(R\omega C_1)^2 + j2R\omega C_1} \tag{14}$$

Gränsfrekvensen är definierad som den frekvens då absolutbeloppet av $H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, därför beräknas detta belopp, (15).

$$\left|H(\omega)\right| = \frac{1}{\sqrt{(1-2(R\omega C_1)^2)^2 + 4(R\omega C_1)^2}} \tag{15}$$

En kontroll utförs för att bekräfta att amplitudkarakteristiken beter sig som förväntat vid ett lågpassfilter, låga frekvenser släpps igenom och höga frekvenser spärras. (16) och (17) bekräftar detta.

$$\lim_{\omega \to 0} \left| H(\omega) \right| = 1 \tag{16}$$

$$\lim_{\omega \to \infty} \left| H(\omega) \right| = 0 \tag{17}$$

$H(\omega)$:s maximala värde är 1 och det antas vid $\omega = 0$

$$H_{max} = 1 \quad , \quad \omega_0 = 0 \tag{18}$$

För att hitta gränsfrekvensen ställs uttrycket under rottecknet i (15) och 2 lika med varandra, (19).

$$1 - 2\big(R\omega C_1)^2\big)^2 + 4(R\omega C_1)^2 = 2 \tag{19}$$

(19) kan förenklas till (20).

$$R\omega C_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{20}$$

Den sökta gränsfrekvensen översatt till ω ger (21).

$$f = 2kHz \rightarrow \omega = 4000\pi \tag{21}$$

(21) substituerat in i (20) ger (22).

$$RC_1 = \frac{1}{4000\sqrt{2}\pi} \tag{22}$$

I laborations-PM anges att komponentvärdena ska ligga i intervallen angivna i (23) och (24).

$$1k\Omega \leq R \leq 1M\Omega \tag{23}$$

$$1nF \leq C_1 \leq 100nF \tag{24}$$

En numerisk approximation av produkten RC_1 ger (25).

$$\frac{1}{4000\sqrt{2}\pi} \approx 5,627 \times 10^{-5} \tag{25}$$

Utifrån (25) väljs R och C_1 så att de även uppfyller (23) och (24) samt är numeriskt nära värden ur E6-serien, (26), (27) och (28). Dessa är de teoretiskt optimala värdena som väljs.

$$\begin{cases} R = R_1 = R_2 = 3,310k\Omega & (26) \\ C_1 = 17nF & (27) \\ C_2 = 34nF & (28) \end{cases}$$

Sedan väljs de närmaste värdena i E6-serien för de teoretiska komponentvärdena, (29), (30) och (31).

$$
\begin{cases}
R_1 = R_2 = 3,3k\Omega & (29) \\
C_1 = 15nF & (30) \\
C_2 = 33nF & (31)
\end{cases}
$$

3 Simuleringar

3.1 Lab 2a: Grundläggande simulering

Målet med Laboration 2a är att bekräfta om de teoretiska komponentvärdena, från komponentdimensioneringen, ger den önskade gränsfrekvensen. Detta görs med simuleringar i Multisim. Den sökta gränsfrekvensen för de teoretiska komponentvärdena är 2kHz. En annan definition av gränsfrekvens är när amplituden har minskat med 3 decibel, detta kommer framöver att utnyttjas framför allt i graferna.

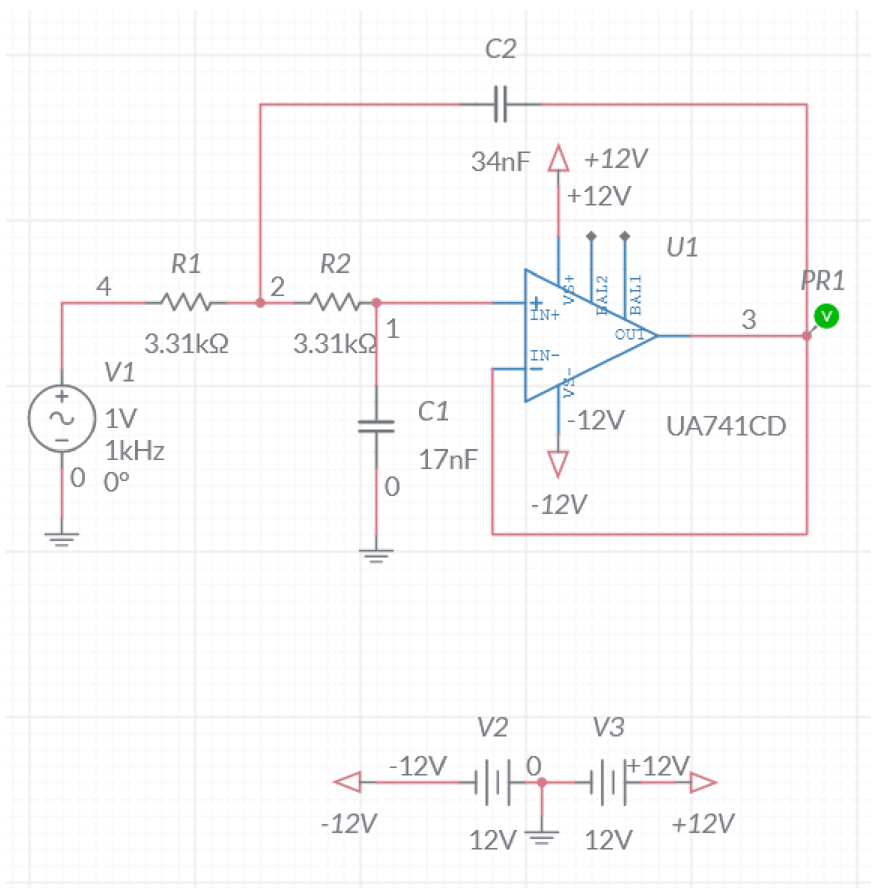

Figure 3: Projektuppgiften i Multisim med de teoretiskt beräknade komponentvärdena.

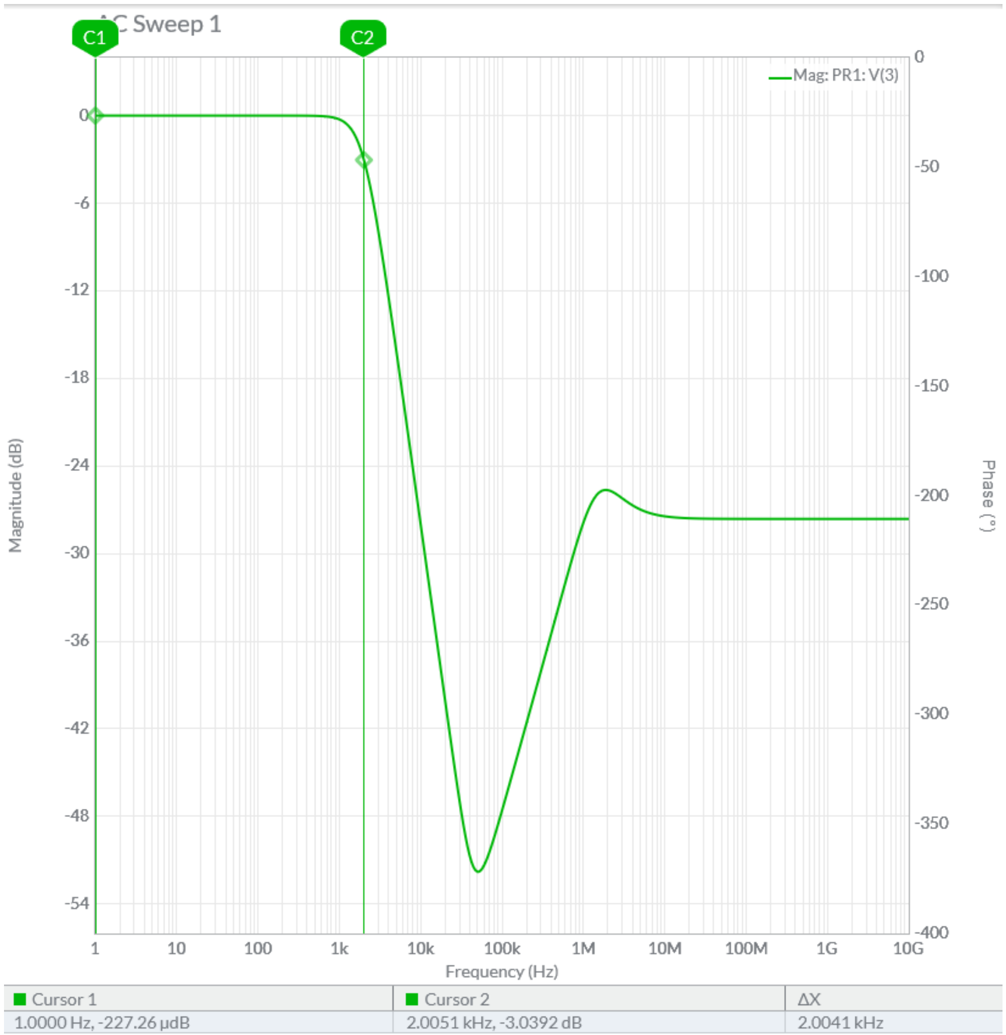

Figure 4: Grafen från simuleringen av kretsen i figur 3

Som förutsett så minskar amplituden med ungefär 3 decibel (±1.31% från önskat värde) vid ungefär 2kHz (±0.26% från önskat värde). Detta bekräftar de teoretiska komponentvärdena. Dessutom bekräftar simuleringen det beräknade $H_{max} = 1$ vid $\omega_0 = 0$. När $\omega = 0$ $(f = 0)$ så sjunker inte amplituden märkvärt, amplitudkarakteristiken är $\simeq$1. Maxförstärkningen är -227.26 μdB.

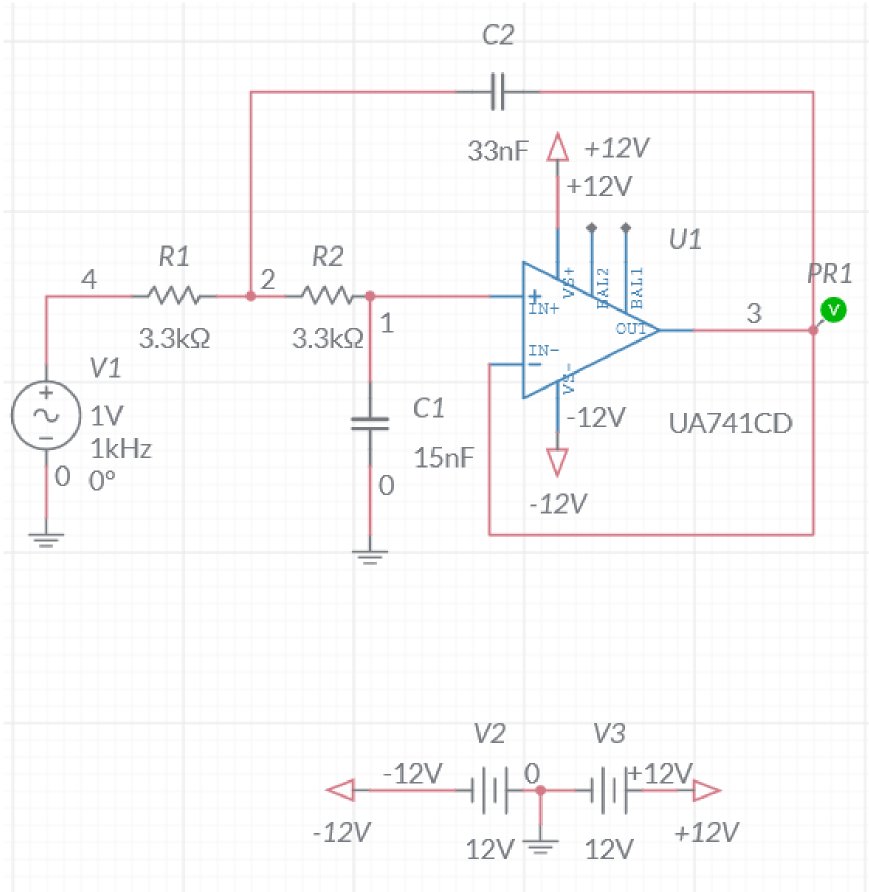

Figure 5: Projektuppgift i Multisim med komponentvärden valda ur E6-serien i närheten av de teoretiskt beräknade komponentvärdena.

Figure 6: Grafen från simuleringen av kretsen i figur 5

När komponentvärdena ur E6-serien användes uppmättes en minskning med ungefär 3 decibel ($\pm$0.45% från önskat värde) vid gränsfrekvensen 2.27kHz ($\pm$13.4% från önskat värde). Detta anses vara rimliga fel och bekräftar att rätt värden ur E6-serien valdes. Även denna simulering visar att amplitudkarakeristikens maxvärde är 1 (amplituden sjunker inte för låga frekvenser, $\omega \simeq 0$). Den maximala förstärkningen var -227.02 μdB.

3.2 Lab 2b: Simulering av komponentvarianter

	Värden [$k\Omega$ alt. nF]			max $\lvert H(\omega)\rvert$ [μdB] vid:		Gränsfrekvens f [kHz] vid:	
Komponent	E6	-5%	+5%	-5%	+5%	-5%	+5%
R_1	3.3	3.135	3.465	-223	-227	2.32	2.21
R_2	3.3	3.135	3.465	-226	-227	2.33	2.21
C_1	15	14.25	15.75	-227	-227	2.39	2.16
C_2	33	31.35	34.65	-227	-227	2.27	2.26

Table 1: Amplitudkarakteristik och gränsfrekvensvariation vid varierande komponentvärden.

Från tabell 1 inses att gränsfrekvensen minskar i alla de fall då komponentvärdet ökats med 5% gentemot E6-serien. Om alla dessa avvikelser inträffar samtidigt fås kretsen i figur 7.

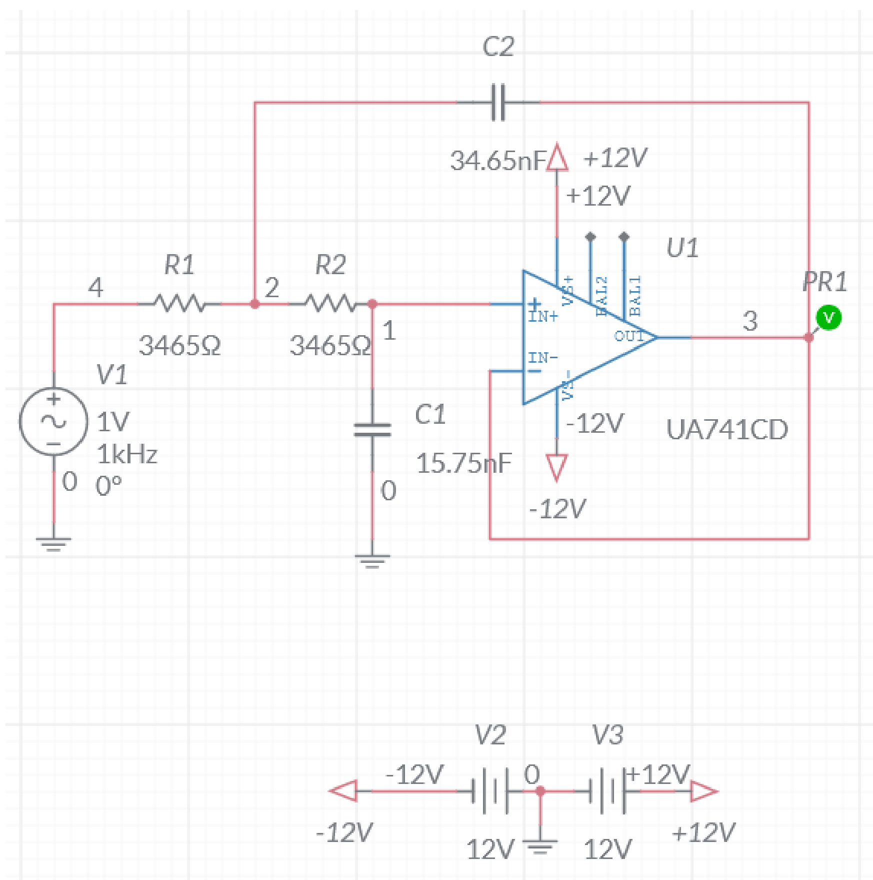

Figure 7: Kretsen med insatta komponentvärden som ger minskad frekvens.

Kretsen i figur 7 ger upphov till grafen i figur 8.

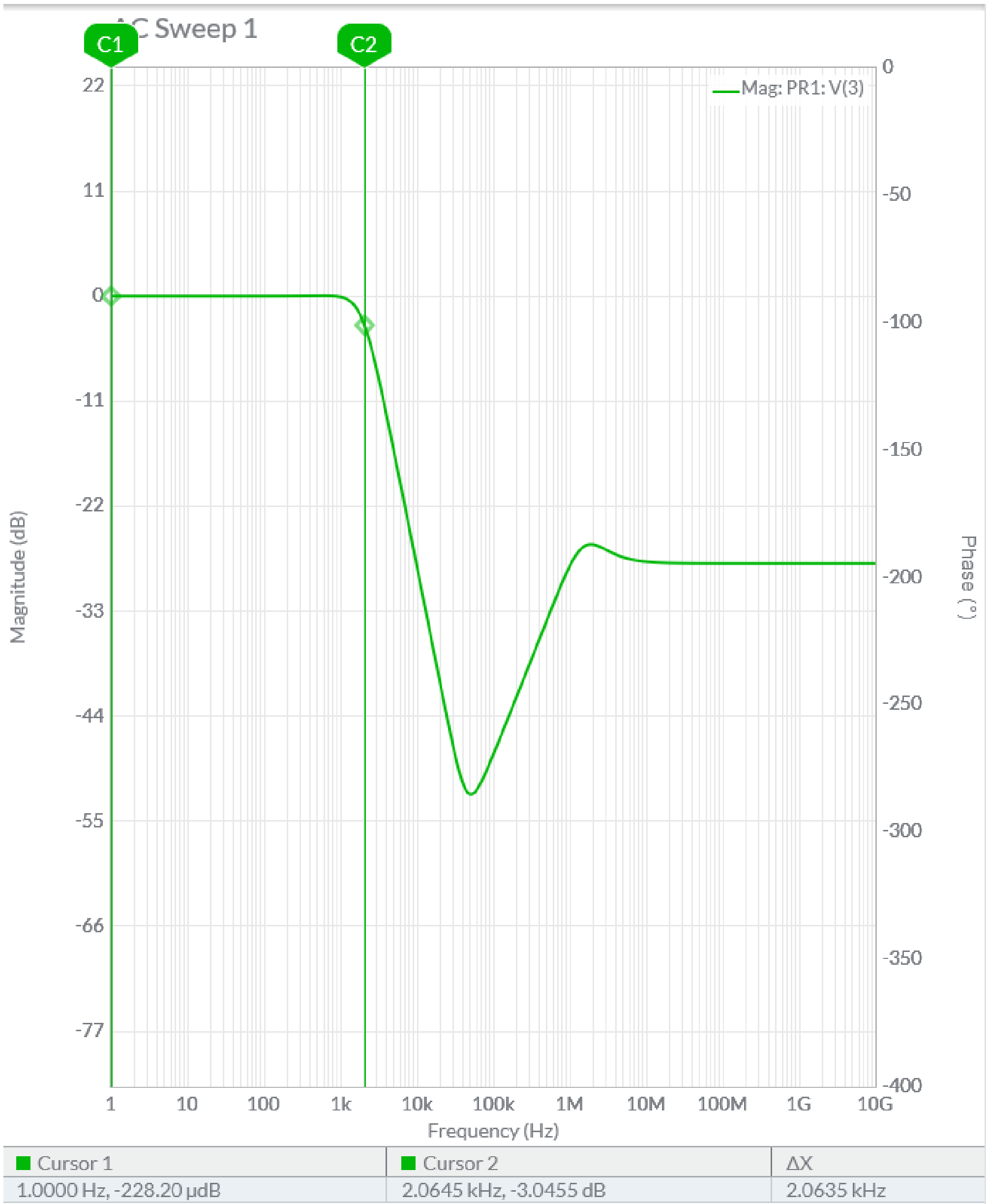

Figure 8: Graf till kretsen i figur 7 med +5% på alla komponentvärden.

Från figur 8 kan det avläsas att frekvensen när amplituden har sjunkit med 3 decibel (±1.6% från önskat värde) är 2.0645kHz. Detta värde avviker med ±3.3% gentemot den önskade gränsfrekvensen 2kHz men ±9% gentemot den simulerade gränsfrekvensen 2.27kHz. Det kan även avläsas att maxförsärkningen är -228.20 μdB.

Från tabell 1 kan även utläsas att om alla komponentvärden minskar med 5% så ökar gränsfrekvensen. Se figur 9.

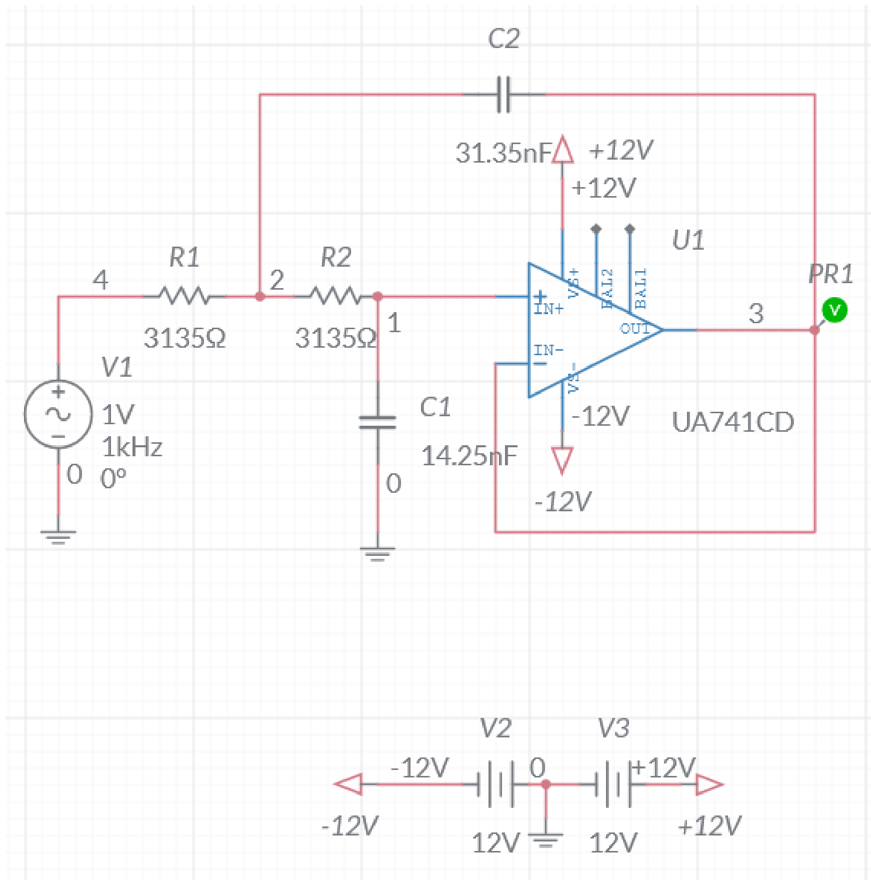

Figure 9: Kretsen med insatta komponentvärden som ger ökad frekvens.

Kretsen i figur 9 ger upphov till grafen i figur 10.

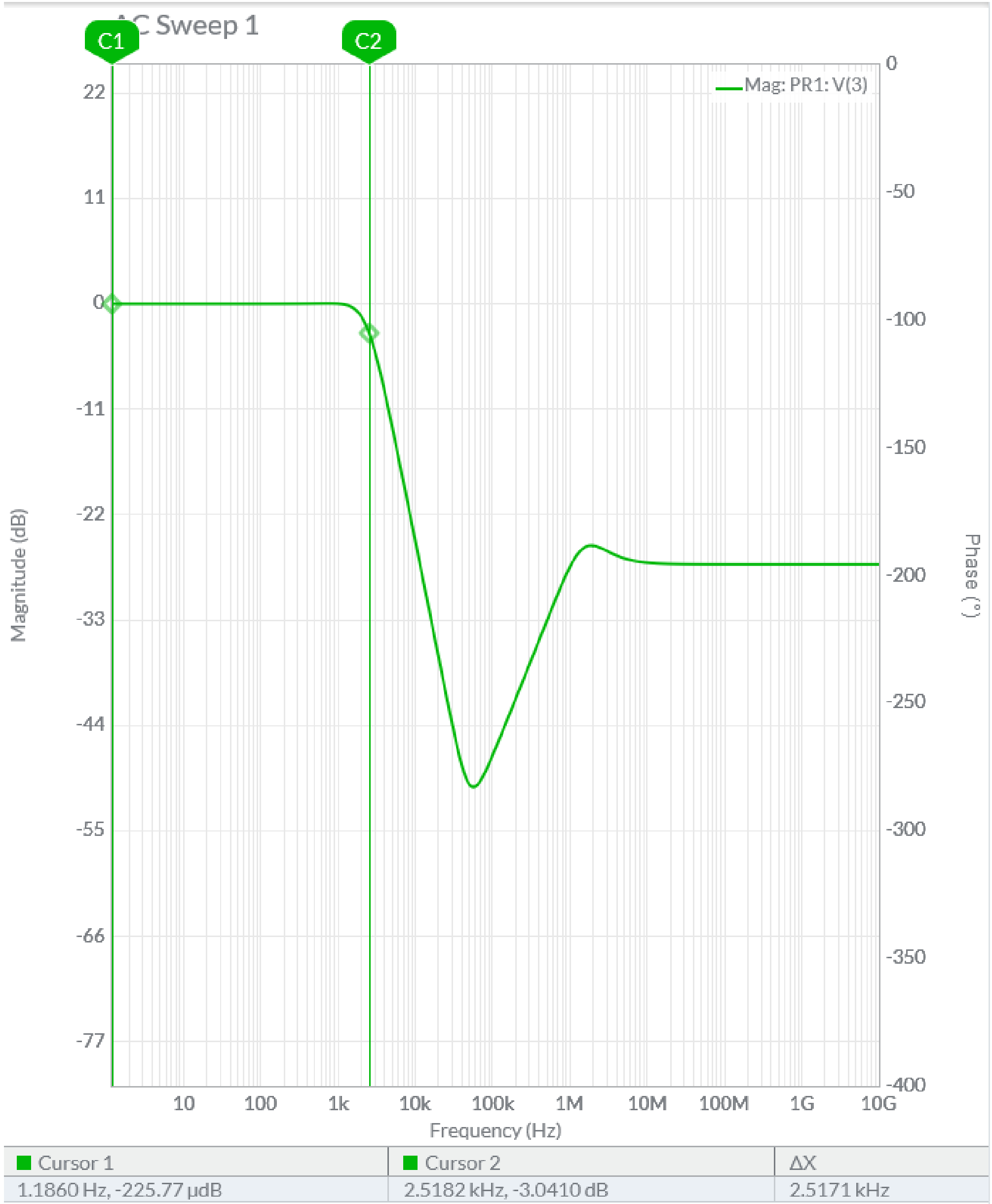

Figure 10: Graf till kretsen i figur 7 med -5% på alla komponentvärden.

Från figur 10 kan det avläsas att frekvensen när amplituden har sjunkit med 3 decibel ($\pm 0.5\%$ från önskat värde) är 2.5182kHz. Detta värde avviker med $\pm 26\%$ gentemot den önskade gränsfrekvensen 2kHz men $\pm 11\%$ gentemot den simulerade gränsfrekvensen 2.27kHz. Det kan även avläsas att maxförsärkningen är -225.77 μdB.

4 Diskussion

De teoretiskt beräknade gränsfrekvenserna och de som simulerades när de optimala komponentvärdena användes stämde mycket väl överens. Det simulerade värdena avvek med endast 0.26% från de önskade. Även maxförstärkningen, som teoretiskt bestämdes till 1, visade sig stämma mycket bra. De små fel som förekom kan dels bero på avrundning och trunkering av delresultat samt på att de inte gick att markera -3dB-nivån exakt.

När simuleringen istället använde närmevärden till de teoretiska komponentvärdena tagna ur E6-serien så avvek gränsfrekvensen med 13.4%. Detta ansågs av laborationsassistenter vara tillräckligt nära det önskade värdet och avvikelsen var rimlig. Gränsfrekvensen ändrades eftersom värdena ur E6-serien inte uppfyller (22). Amplitudkarakteristiken påverkades inte märkvärt för låga frekvenser utan stannade vid ungefär 1.

När värdena ur E6-serien varierades med $\pm 5\%$ så varierade gränsfrekvensen med $\mp 11\%$ från den gränsfrekvens som uppmättes när E6-värdena användes, 2.27kHz. När komponentvärdena minskades så ökade gränsfrekvensen och vice versa. Detta ansågs vara rimliga avvikelser. Den komponent som hade störst påverkan kan från tabell 1 utläsas att vara C_1 då den gav störst numeriska avvikelse från 2.27kHz hos gränsfrekvensen då den varierades.

Med komponentvärden ur E6-serien så kommer gränsfrekvensen att variera mellan 2.0645 och 2.5182 kHz, vilket anses vara en rimligt liten variation jämfört med intervallet som simuleringarna gjordes i, 1 Hz till 10 GHz.