Compiler Proj Part2 Report

小组成员及分工

谢欣彤、黄凯旋、赖其梁、向东伟

分工
谢欣彤：前端处理部分
黄凯旋：自动求导算法设计及初步实现
赖其梁：自动求导算法debug
向东伟：后端修改维护（左值下标化简）

设计思路及实现

本组作业延续Part 1的思路，对编译器前端及后端进行改造。

经过Part 1中完成的前端处理后，我们得到了一棵语法树，本阶段的任务是在这个基础上，增加pass生成新的表达式树，使其能够自动计算梯度。

Part 2任务的完成主要分为两步，第一步自顶向下遍历原语法树，生成与梯度相关的新表达式树；第二步进行左值下标的化简以满足题目的要求。

整个project过程中，我们借助lex工具完成了词法分析，借助yacc工具进行语法分析并建立了原始的adt，再通过多个pass完成了计算梯度及优化下标等任务，最终生成了目标c代码。

构建计算梯度的表达式树

算法

对于一个表达式树，考虑某个节点`y`，对应操作符为op，记其所有子节点为`x1`,...,`xn`。在表达式树求值的过程中，我们会自底向上先计算节点`x1`处的值`x1.val`，直到计算完`xn.val`，后利用这n个值来计算`y`节点的取值`y.val`：

$$y.val = op(x_1.val, x_2.val, \cdots, x_n.val)$$

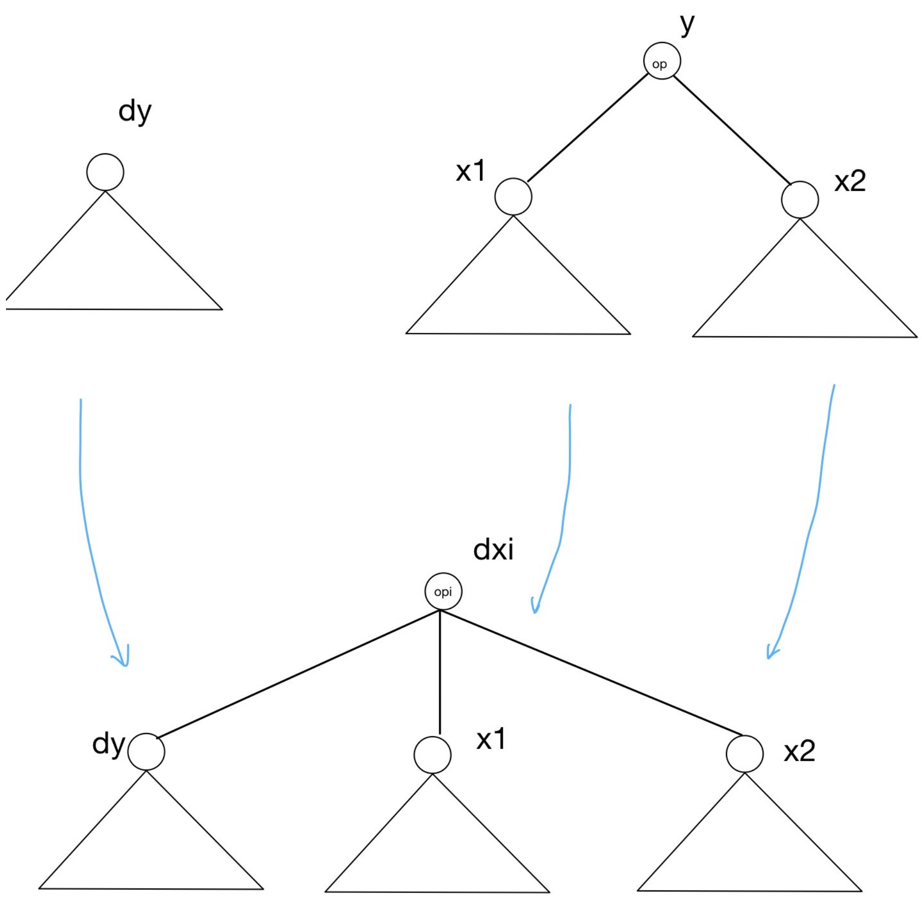
自动求导的过程如下：假设我们已有计算最终的函数值L对`y.val`的梯度$\frac{\partial L}{\partial y.val}$的表达式树，记为`dy`, 我们希望将梯度传递到子节点，也就是对每个`xi`，分别构造另一颗表达式树`dxi`，用于计算梯度$\frac{\partial L}{\partial x_i.val}$。

利用链式求导法则，我们有：

$$\frac{\partial L}{\partial x_i.val} = \frac{\partial L}{\partial y.val}\frac{\partial y.val}{\partial x_i.val}$$

其中$\frac{\partial y.val}{\partial x_i.val}$这一项的表达式仅于依赖操作op，其取值则只依赖于`x1`,...,`xn`的取值。也就是说，我们可以构造另一个运算符op_i，其有$n+1$个输入，分别是`x1`,...,`xn`和`dop`的取值，输出则是梯度$\frac{\partial L}{\partial x_i}$。这样，以op_i为根节点，将计算`x1`,...,`xn`和`dop`的表达式树作为子树连接到`op_i`上得到的树，就是所求的`dxi`。

如下图所示：



对于常见的操作符，我们列出其求导算子如下：

- y = x1 + x2; dx1 = dy; dx2 = dy;
- y = x1 - x2; dx1 = dy; dx2 = -dy;
- y = x1 * x2; dx1 = dy * x2; dx2 = dy * x1;
- y = x1 / x2; dx1 = dy / x2; dx2 = - x1 / (x2 * x2) * dy

构建示例

以case10为例。

`A<8, 8>[i, j] = (B<10, 8>[i, j] + B<10, 8>[i + 1, j] + B<10, 8>[i + 2, j]) / 3.0;`

可以构建表达式树如下：

```
        A[i,j]   =   ( / )
                    /     \
                  ( + )    3.0
                /       \
              ( + )    B[i + 2, j]
            /     \
          B[i, j]  B[i + 1, j]
```

表达式树的每一个节点都是一个运算符，其连接着若干个操作数。对运算符op，记对应的运算为`z = op (x,y)`，当给定最终输出关于`z`的梯度$\frac{\partial L}{\partial z}$后，我们需要将梯度的信息沿着这个节点传递到表达式树的下端，也就是说，我们需要计算：

$$\frac{\partial L}{\partial x} = op1(x, y, \frac{\partial L}{\partial z}) = \frac{\partial L}{\partial z} * \frac{\partial z}{\partial x}$$

和

$$\frac{\partial L}{\partial y} = op2(x, y, \frac{\partial L}{\partial z}) = \frac{\partial L}{\partial z} * \frac{\partial z}{\partial y}$$

对于case10，假设我们已知最终的函数关于A的梯度dA, 对于根节点运算符`/`，记$z = x/y$，我们有

$$dx = dz/y$$

且

$$dy = -\frac{x}{y^2} * dz$$

利用这两个法则，可以将梯度传递到根节点的两个儿子。其右边的儿子的梯度为`-\frac{val(+)}/{3.0}^2 dA`。左边的儿子是另一个运算符`+`，利用求导法则，我们可以得到最终输出关于`+`节点的导数为$dA/3.0$。

接下来继续这个过程，将梯度沿着`+`节点传到表达式树的下端。对于`z=x+y`而言，我们有

$$dx = dz, dy = dz$$

利用这个简单的法则，我们知道，对于这个`+`的右儿子，有`dB = dA/3.0`, 添加上指标信息就是`dB[i+2,j] = dA[i,j]/3.0`。对于这个`+`的左儿子，同样其梯度为`dA/3.0`。再继续这个过程。对第二个`+`，继续将梯度传到左右儿子，分别得到`dB[i,j] = dA[i,j]/3.0`和`dB[i+1,j] = dA[i,j]/3.0`。

我们将梯度沿着表达式树传递到底端后，只需要看所有叶子节点，将所求的梯度**累加**起来即可。也就是先初始化`dB[i,j]=0`，然后执行：`dB[i,j] += dA[i,j]/3.0`,`dB[i+1,j] += dA[i,j]/3.0`和`dB[i+2,j] += dA[i,j]/3.0`.

综上，我们得到了三条累加式：

```
dB[i,j] += dA[i,j]/3.0
dB[i+1,j] += dA[i,j]/3.0
dB[i+2,j] += dA[i,j]/3.0
```

下一步，我们需要对表达式左端的指标进行化简。引入一个新的变量`u`并令`u=i+1`，由于新变量`u`的引入，我们可以反过来将表达式中的一个变量用剩余的变量表示出来。这里只有`i`一个变量（而case6中有两个），我们计算出`i=u-1`，并将其回代入该累加式的所有部分，得到`dB[u,j] += dA[u-1,j]/3.0`。同时注意需要对`u`和`u-1`的取值范围进行推断。

左值下标的化简

我们通过在codegen之前，新增一趟对于表达式树的扫描并替换部分变量，来完成对左值下标的化简。

声明数据结构如下：

```
class ReplacementNode{      // 以 h=p+r 替代r为例，即r替换为 h-p
public:
    int indexToReplace;     // 被替代变量的index index(r)
    Variable subtitute;     // 替代变量 h, lb = p.lb+r.lb, ub = p.ub+r.ub
    bool withConst;         // 替代变量后面跟常量 还是变量
    Operation opWith;       // 替代变量后面的运算 -
    int withConstVal;       // withIndex = true 则表示常量大小
    int withVariableIndex;  // withIndex = true 则表示替代变量后面的变量p下标
};
```

下标替换是在每个Stmt中发生的，因此我们为每个StmtNode声明一个`vector<ReplacementNode>`，放置需要替换的变量。

replace_check

这一函数完成对于表达式树的扫描并生成ReplacementNode。首先是扫描表达式树，识别出左值下标列表中的复杂表达式。由于复杂表达式不可预测，我们选择仅实现示例中的情况，即支持最多两个变量且运算为加减法的情况。

选择好替换方案之后，需要计算替换变量的取值lowerBound和upperBound，这部分取值由两个取值取交：

1. 替换变量的计算表达式所引入的范围
2. 替换变量所在下标的范围（张量形状）

codegen

我们在codegen阶段参考ReplacementNode，完成下标替换。主要需要修改三个点：

1. 生成loop时，循环变量的替换
2. 在多重loop内层，新增一个if，用于限制被替换变量的范围
3. 在复制表达式中替换相应变量

实验结果

```
Case 1 Success!
Case 2 Success!
Case 3 Success!
Case 4 Success!
Case 5 Success!
Case 6 Success!
Case 7 Success!
Case 8 Wrong answer
Case 9 Success!
Case 10 Success!
Totally pass 9 out of 10 cases.
Score is 14.25.
```

四只大四狗通力合作没有放弃最后的project，但为了不辱大四狗身份还是留下了一个WA的Case作为纪念。