

Gymnázium Christiana Dopplera, Zborovská 45, Praha 5

ROČNÍKOVÁ PRÁCE

Volby a matematika

Vypracoval: David Žáček

Třída: 8. C

Školní rok: 2016/2017

Seminář : Matematický seminář

Prohlašuji, že jsem svou ročníkovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím s využíváním práce na Gymnáziu Christiana Dopplera pro studijní účely.

V Praze dne 5. února 2017

David Žáček

Obsah

1	Uvod	3
2	Deleni volebnich systemu	3
3	Pravy pomerovy system	4
4	Historie	4
5	Jednotlive metody	5
5.1	Metody Nejvyšších průměrů	5
5.2	Metody největšího zbytku	6
6	Volby v krajích	7
7	Vývoj volebního systému v ČR	7
8	Pomerovost současného systému	8

1 Uvod

Cílem této práce je analyzovat současný volební systém v ČR a navrhnout jeho úpravy, které by ho udelaly spravedlivějším. Volebním systémem budu v této práci nazývat postup, dle kterého je možné mezi strany účastníci se voleb rozdělit na základy počtu hlasů které obdržely nedělitelné mandáty ve voleném sboru. Nebude zde zkoumána umělá hranice, pod kterou nejsou hlasy strany započítávány, u nás známa jako „petiprocentní hranice“. Tato hranice existuje ve většině států které využívají poměrový systém a byla předmětem mnoha zkoumání a této práci se bude věnovat jiným otázkám. Hlasy pro strany které hranice nedosáhly budou tedy v práci považovány za neplatné. Tyto systémy mohou ale být analogicky použity i v dalších situacích, neboť zobecněně jde o rozdělení k nedělitelných objektů mezi n subjekty, s tím že každý subjekt má číselné ohodnocení a rozdělení by mělo být provedeno tak, aby poměr obdržených objektů a vlastního ohodnocení každého subjektu byl co nejpodobnější.

2 Delení volebních systémů

Volební systémy lze dělit na většinové a poměrové. Většinové systémy jsou ty, které se ptají pouze na otázku, kdo má nejvíce a jsou nezávislé na počtech hlasů dalších kandidátů. Vítězí pouze ten s největším počtem hlasů. Pro volbu většiny počtu osob se zpravidla volí každá disjunktivní skupina obyvatel svého zástupce. Příkladem většinového systému jsou parlamentní volby v UK a USA, kde každou oblast reprezentuje ten kandidát, který ve volbách získal nejvíce hlasů. Tento způsob volby odpovídá původnímu pojetí demokracie, jak ho známe již z antiky. Z moderního pohledu má ale tento přístup zásadní vadu, zcela ignoruje velké množství hlasů. To lze demonstrovat na hypotetickém příkladu. Ve volbách se o prázdné voličů uchází pět názorů na fungování země, které budou označovat A až E. Celkem se volí 8 zastupitelů. Každý názor má své podporovatele, názor A podporuje 25% obyvatel, názor B 21%, C 19%, D 18% a E 17%. Všechny názory jsou u všech skupin obyvatel ve stejném poměru, a předpokládáme dokonalou spolupráci všech příznivců každého názoru a neochotu pracovat se stoupenci jiného názoru. Pokud by jsme vytvořili 8 skupin obyvatel (například podle bydliště) a každou nechali rozhodnout o jednom zástupci, všech 8 zástupců by nakonec podporovalo názor A. To proto, že A by v každém hlasování navrhlo jediného kandidáta, který by s 25% podporou získal více hlasů než libovolný kandidát další strany. Tento výsledek se ale nezdá velmi spravedlivý z toho pohledu, že proti názoru A hlasovaly tři čtvrtiny obyvatel a přesto získali jeho stoupenci všech 8 zastupitelských pozic.

Pokud by se v celém státním hlasovalo o stejných kandidátech a těch 5 kandidátů s nejvíce hlasy by bylo zvoleno, tak by strategie z hlediska počtu kandidátů každého názoru mohla být rozhodující faktor voleb.

Pomerové zastoupení tento problém řeší. Namísto otázky kdo získal nejvíce se ptá ko získal jakou část. Lide se stejným názorem pak do voleb vstupují jako kandidující politická strana, lidé hlasují pro strany a každá strana pak dostane tolik zastupitelů, aby její procentuální zisk ve volbách co nejvíce odpovídal zisku zastupitelů. Otázka jak provést rozdělení mandátů dle výsledku voleb bude hlavním předmětem zkoumání této práce. Nyní můžeme pro představu udělit zastupitele stranám (odpovídajícím názorům) A až E např. tak, že za každých získaných N procent získají jednoho zastupitele, a N zvolíme tak, aby byl počet udělených zastupitelů správný (toto je později zmiňovaná d'Hondtova metoda). Pokud $N=9,5\%$, pak strany A, B a C dostanou po dvou zastupitelích a strany D a E po jednom. Zisky stran z hlediska zastupitelů jsou tedy 25% pro A až C a 12,5% pro D a E. Procenta sice s výsledky voleb přesně neodpovídají, ale jde o mnohem lepší reprezentaci než u většinového výsledku kde všechny zastupitele získalo A. Zde je vidět jedna z vlastností pomerového zastoupení, čím více zastupitelů se volí, tím lépe mohou výsledky při rozdělování zastupitelstva odpovídat názorům obyvatelstva. Pokud pro dané rozložení sil budeme volit následující počty zastupitelů, budou odchylky od „správného“ zisku:

3 Pravy pomerovy system

4 Historie

Matematická teorie poměrného rozdělení mandátů ale sahá ke zrodu demokratického zřízení které dodnes využívá systému většinového. Na konci 18. století vznikaly spojené státy americké.[1] Protože vznikaly jako společenství 13 existujících států, bylo již od prvních chvil zásadním tématem vliv jednotlivých států ve vznikajícím státě, lepe řečeno poměr vlivu malých a velkých států. Ze snah vyrovnat vliv vychází mnoho prvku amerického politického systému které přezívají dodnes, například Sbor volitelů, 2 členové senátu pro každý stát... Pro nás nejzajímavějším tématem je rozdělení křesel ve Sněmovně reprezentantů, dolní komore amerického zákonodárského Kongresu. Dle americké ústavy přijaté 1787 získávají státy reprezentanty podle počtu obyvatel. Svobodný člověk se počítal za jednoho obyvatele, otrok za $3/5$ obyvatele a indiáni nebyli počítáni vůbec. Ústava ale přesný postup dělení nestá-

novila. Ve výsledku tedy získaly politici spojených států stejnou úlohu jako pozdější dělení křesel mezi strany dle počtu hlasů, ale šlo o dělení křesel státům dle počtu obyvatel. Úloha, která se mohla na první pohled zdát až triviálně lehká, budila kontroverze po dalších více než 150 let. Byla důvodem užiti vůbec prvního amerického prezidentského veta, když George Washington nesouhlasil se způsobem rozdělení, který znevýhodňoval oproti konkurenčnímu návrhu jeho rodnou Virginii. Až v polovině 20. století došlo k dlouhodobému ustalení metody výpočtu. Mezitím ale bylo používáno hned několik různých metod dělení.

5 Jednotlivé metody

Přestože většina následujících metod byla původně vymyšlena americkými matematiky, budu používat pro vysvětlení pojmy strana, a hlas a v Evropě běžně používané názvy. Zároveň předpokládám naprostou že žádné zisky stran jsou tokové, že nedojde ke sporným situacím ohledně distribuce křesel, ty budou vysvětleny na konci.

5.1 Metody Nejvyšších průměrů

První skupinou metod dělení mandátů jsou takzvané metody nejvyšších průměrů. Tyto metody fungují tak, že každá strana získává hlasy podle podílu hlasů, které obdržela, a neznámé Q . Tyto podíly jsou všechny zaokrouhleny stejným způsobem, každá z metod v této skupině je charakterizována svou zaokrouhlovací metodou. Q je určeno tak, aby celkový rozdělený počet mandátů byl roven počtu členů voleného zastupitelstva. Dvě nejpoužívanější metody z této skupiny jsou d'Hondtova, která vždy zaokrouhluje dolů, a Sainte-Lague, která zaokrouhluje dle různých pravidel zaokrouhlování. Tyto metody tvoří spektrum od d'Hondtovy po Adamsovu, která vždy zaokrouhluje dolů. Adamsova metoda garantuje křeslo každé straně s alespoň jedním hlasem, zatímco d'Hondtova metoda garantuje křeslo až za XXX hlasů.

Matematicky lze tyto metody definovat následovně: strany ve volbách jsou očíslovány 1 až x a dělí si N křesel, h_x je počet hlasů strany x , k_x je počet získaných zastupitelů stranou x a Q je metoda zaokrouhlování a

$$k_x = \left\lfloor \frac{h_x}{Q} \right\rfloor$$

kde Q je reálné číslo zvolené tak, aby

$$N = \sum_{n=1}^x (k_n)$$

Q libovolne splnujici podminky vytvori stejný výsledek. Pro d'Hondtovu metodu je $\lfloor \cdot \rfloor$ dolní celá část. Pro metodu Sainte-Lague je $\lceil \cdot \rceil$ zaokrouhlení dle aritmetických pravidel. Pro Adamsovu metodu je $\lfloor \cdot \rfloor$ dolní celá část.

Pro tyto metody existuje alternativní způsob výpočtu. Ten nejprve vysvětlíme pro d'Hondtovu metodu. Pro každou stranu je vypočítán podíl jejich hlasů postupně se všemi přirozenými čísly od 1 do počtu rozdělovaných mandátů. Tyto poměry každé strany určují jaké maximální Q jim zajistí daný počet mandátů (první poměr strany dává jeden mandát, druhý poměr dva mandáty...). Pokud tedy je za Q zvoleno N -té nejvyšší číslo mezi poměry všech stran, bude Q zvoleno správně. Q ale můžeme z výpočtu vypustit úplně, neboť víme že pokud každá strana dostane jeden mandát za každý jejich vypočtený poměr vyšší než N -té nejvyšší číslo, rozděleno bude $N-1$ křesel. Pak strana která má Q mezi svými poměry získá poslední N -té křeslo. Podobně lze vypočítat rozdělení Sainte Lague pomocí řady 0,5, 1,5, 2,5, Adams...

5.2 Metody nejvyššího zbytku

Druhá skupina metod jsou metody nejvyššího zbytku. Tyto metody využívají takzvané kvoty. Kvota je počet hlasů potřebný k získání jednoho mandátu, za dvě kvoty získá strana dva mandáty... Kvoty jsou tedy vždy přirozená čísla. Každá strana nejprve získá počet mandátů rovný počtu kvot které se vejdou do jejího volebního zisku. Díky výběru kvoty (jak bude dále vysvětleno) mohou být rozděleny buďto všechny mandáty, nebo méně než má být. Pokud je jich rozděleno méně, získávají zbylé mandáty po jednom strana s nejvyšším zbytkem po dělení počtu získaných hlasů kvotou. Existují i kvoty které nezaručují že mandátů nebude rozděleno více než má, ty pak odebírají mandáty stranám s nejmenším zbytkem. Tyto kvoty se ale používají zřídka. Nejasnou otázkou těchto systémů je způsob určení kvoty. Kvota se vždy určuje dle celkového součtu hlasů a počtu volených zastupitelů. Minimální kvotu lze definovat snadno, nesmí dovolit získat více mandátů než má být rozděleno. Tato kvota se nazývá Droopova, a je definována jako první přirozené číslo větší než $\frac{H}{N+1}$ kde H je součet všech hlasů a N počet rozdělovaných mandátů. Tuto kvotu lze odvodit následovně: Celkové může být (bez dorozdělování dle zbytku) rozděleno maximálně tolik mandátů, kolikrát se kvota celá vejde do celkového počtu hlasů. Pro kvotu $\frac{H}{N+1}$ se kvota vejde do celkového počtu hlasů přesně $N+1$ krát, pokud se kvota zvýší, už se do celkového počtu hlasů $N+1$ krát nevejde, vejde se tedy maximálně N , maximálně může být rozděleno N mandátů.

Složitější otázkou je maximální hodnota kvoty. Pro kvotu blízkou se nekonečnu by všechny strany dostaly nejprve nulu a pak N s nejvyšším ziskem po jednom mandátu.

6 Volby v krajích

V mnoha státech se ale rozdělování dle výše popsaných metod neprobíhá na celostátní úrovni, ale odděleně v jednotlivých oblastech. Smysl tohoto opatření je, že občané mají své „místní“ zastupce. Bez něho to v praxi funguje tak, že podle celkového počtu hlasů odevzdávaných v každé oblasti, se celkový počet křesel nejprve rozdělí mezi jednotlivé oblasti. V každé z těchto oblastí je přidělen počet mandátů rozdělovaný odděleně dle výše rozebranych pravidel. Některé státy rozdělování neprovádí naprosto odděleně, ale částečně odděleně. Příkladem může být níže vysvětlený systém kterým se v ČR volil parlament až do roku 2000. Toto rozdělování v oblastech sice dává voličům „místní“ zastupce, má ale zásadní nevýhodu. Male oblasti vedou k narušení poměrůvosti systému. V extrémním případě oblasti kde je volen vždy jeden zastupce jde o výše popsaný většinový systém. Ale i větší oblasti poměrůvost naruší. Pokud je v oblasti rozdělováno deset křesel, připadá každé na asi deset procent hlasů. Pro stranu se ziskem sedm procent je pak

7 Vývoj volebního systému v ČR

Volební systém České republiky s výjimkou zavedení přímé volby prezidenta republiky prošel poslední změnou kolem roku 2000. Do té byly mandáty ve sněmovních volbách rozdělovány tak, že každému z 8 volebních krajů byl udělen počet mandátů k rozdělení podle celkového počtu hlasů v daném kraji. V těchto krajích pak byly tyto mandáty rozděleny podle Hagenbach-Bischoffovy kvoty (kvota nezaručující maximálně N rozdělených mandátů). Pokud nebyly nějaké mandáty rozděleny rovnou, ale měly být dorozděleny podle zbytku, k dorozdělení nedošlo. Celostátně se pak sečetly zbytky každé strany a nerozdělené mandáty a došlo k druhému rozdělování. Zde již bylo provedeno i dorozdělení dle zbytku. Toto dorozdělování mělo ten efekt, že vyrovnávalo. V roce 2000 pak ODS a ČSSD dohromady vytvořili nový systém. Počet volebních krajů měl být zvýšen na 35. Všechno rozdělování mělo být provedeno v krajích. Způsob rozdělení mandátů mezi kraje byl zachován. Nové měla být využita k rozdělení modifikovaná metoda d'Hondtova. Modifikace spočívala v tom, že při rozdělování pomocí postupného dělení radou začínala rada číslem 1,42. Z hlediska popisu d'Hondtovy metody pomocí Q bylo zaokrouhlování upraveno tak, že čísla do 1,42 se zaokrouhlovala na 0, od 1,42 do 2 (mimo) na 1 dále pak bezně dolů, od 2 do 3 (mimo) na 2 atd. Systém nebyl čistě poměrový. Tento systém byl ale ústavním soudem zrušen, neboť se příliš blížil většinovému systému. [2] Byla zrušena úprava d'Hondtovy metody a volební kraje byly sjednoceny se

samosprávním kraji. Tato úprava vydržela dodnes.

8 Pomerovost současného systému

V této části budeme zkoumat výsledky voleb z roku 2006. Tyto volby totiž ukázaly některé zvláštní vlastnosti českého volebního systému. Výsledky voleb byly následující:

Strana	Skutečné Výsledky		Teoretické mandáty	Rozdělení dle různých metod			
	Hlasy	Mandáty		d'Hondt	Adams	Hare	Droop
ODS	1892475	81	75.25	76	75	75	76
ČSSD	1728827	74	68.74	69	68	69	69
SZ	336487	6	13.38	13	14	14	13
KSČM	685328	26	27.25	27	27	27	27
KDU-ČSL	386706	13	15.38	15	16	15	15

Jak je názorně vidět rozdělení mandátů jak ho provedl český volební systém neodpovídá počtu obdržených hlasů.

Odkazy

- [1] M. L. Balinski a H. P. Young. „The Webster method of apportionment“. V: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 77.1 (1980), s. 1–4. URL: <http://www.pnas.org/content/77/1/1.full.pdf>.
- [2] „Nález ústavního soudu ze dne 24. ledna 2001“. V: *Sbírka zákonů č. 64/2001* (2001), s. 2194–2206. URL: <http://aplikace.mvcr.cz/sbirka-zakonu/ViewFile.aspx?type=c&id=3602>.