

Gymnázium Christiana Dopplera, Zborovská 45, Praha 5

ROČNÍKOVÁ PRÁCE

Volby a matematika

Vypracoval: David Žáček

Třída: 8. C

Školní rok: 2016/2017

Seminář : Matematický seminář

Prohlašuji, že jsem svou ročníkovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím s využíváním práce na Gymnáziu Christiana Dopplera pro studijní účely.

V Praze dne 8. února 2017

David Žáček

Obsah

1	Uvod	3
1.1	Cile	3
1.2	Deleni volebnich systemu	3
1.3	Historie	5
2	Teoreticky popis metod deleni mandatu	6
2.1	Pravy pomerovy system	6
2.2	Jednotlive metody	6
2.2.1	Metody Nejvyssich prumeru	6
2.2.2	Metody nejvetsiho zbytku	7
2.3	Volby v krajich	8
3	Volebni systemy v praxi	9
3.1	Vyvoj volebniho systemu v CR	9
3.2	Pomerovost soucasneho systemu	10
4	Mozne upravy a zaver	12
4.1	Celostatni rozdelovani	12
4.2	Jiny zpusob deleni mandatu v krajich	12
4.3	NUTS 2 kraje	12
4.4	Rozdelovani mandatu stran do kraju	13
4.5	Zaver	13
4.6	Reference	13

Kapitola 1

Uvod

1.1 Cile

Cilem teto prace je analyzovat soucasny volebni system pro volby so PSP CR a navrhnout jeho upravy, které by ho udelali spravdlivejsim. Volebnim systemem budu v teto praci nazývat postup, dle kterého je možné mezi strany účastníci se voleb rozdelit na zaklade počtu hlasu které obdržely nedelitelne mandaty ve volenem sboru. Nebude zde zkoumana umela hranice, pod kterou nejsou hlasy strany zapocitavany, u nas známa jako „petiprocentni hranice“. Tato hranice existuje ve vetsine statu které vyuzivaji pomerovy system a byla predmetem mnoha zkoumani a teto prace se bude venovat jinym otazkam. Hlasy pro strany které hranice nedosahly budou tedy v praci povazovany za neplatne. Tyto systemu mohou ale byt analogicky pouzity i v dalsich situacich, nebot zobecnene jde o rozdeleni k nedelitelnych objektu mezi n subjektu, s tím ze kazdy subjekt ma ciselne ohodnoceni a rozdeleni by melo byt provedeno tak, aby pomer obdrzenych objektu a vlastního ohodnoceni kazdeho subjektu byl co nejpodobnejsi.

1.2 Deleni volebnich systemu

Volebni systemy lze delit na vetsinove a pomerove. Vetsinove systemy jsou ty, které se ptaji pouze na otazku, kdo ma nejvic a jsou nezávisle na počtech hlasu dalsich kandidatu. Vitezi pouze ten s nejvetsim počtem hlasu. Pro volbu vetsiho počtu osob se zpravila voli kazda disjunktni skupina obyvatel sveho zastupce. Prikladem vetsinoveho systemu jsou parlamentni volby v UK a USA, kde kazdou oblast reprezentuje ten kandidat, který ve volbach získal nejvice hlasu. Tento způsob volby odpovida původnímu pojetí demokracie, jak ho

zname již z antiky. Z moderního pohledu má ale tento přístup zásadní vadu, zcela ignoruje velké množství hlasů. To lze demonstrovat na hypotetickém příkladu. Ve volbách se o přízen voličů uchází pět názorů na fungování země, které budou označovány A až E. Celkem se volí 8 zastupitelů. Každý názor má své podporovatele, názor A podporuje 25% obyvatel, názor B 21%, C 19%, D 18% a E 17%. Všechny názory jsou u všech skupin obyvatel ve stejném poměru, a předpokládáme dokonalou spolupráci všech příznivců každého názoru a neochotu pracovat se stoupenci jiného názoru. Pokud by jsme vytvořili 8 skupin obyvatel (například podle bydliště) a každou nechali rozhodnout o jednom zastupiteli, všech 8 zastupitelů by nakonec podporovalo názor A. To proto, že A by v každém hlasování navrhlo jediného kandidata, který by s 25% podporou získal více hlasů než libovolný kandidát další strany. Tento výsledek se ale nezdá velmi spravedlivý z toho pohledu, že proti názoru A hlasovaly tři čtvrtiny obyvatel a přesto získali jeho stoupenci všech 8 zastupitelských pozic. Pokud by se v celém státě hlasovalo o stejných kandidátech a těch 5 kandidátů s nejvíce hlasy by bylo zvoleno, tak by strategie z hlediska počtu kandidátů každého názoru mohla být rozhodující faktor voleb.

Poměrové zastoupení tento problém řeší. Namísto otázky kdo získal nejvíce se ptá, ko získal jakou část. Lide se stejným názorem pak do voleb vstupují jako kandidující politická strana, lidé hlasují pro strany a každá strana pak dostane tolik zastupitelů, aby její procentuální zisk ve volbách co nejvíce odpovídal zisku zastupitelů. Otázka, jak provést rozdělení mandátů dle výsledku voleb bude hlavním předmětem zkoumání této práce. Nyní můžeme pro představu udělit zastupitele stranám (odpovídajícím názorům) A až E např. tak, že za každých získaných N procent získají jednoho zastupitele, a N zvolíme tak, aby byl počet udělených zastupitelů správný (toto je později zmínována d'Hondtova metoda). Pokud $N=9,5\%$, pak strany A, B a C dostanou po dvou zastupitelích a strany D a E po jednom. Zisky stran z hlediska zastupitelů jsou tedy 25% pro A až C a 12,5% pro D a E. Procenta sice s výsledky voleb přesně neodpovídají, ale jde o mnohem lepší reprezentaci než u většinového výsledku, kde všechny zastupitele získalo A. Zde je vidět jedna z vlastností poměrového zastoupení, čím více zastupitelů se volí, tím lépe mohou výsledky při rozdělování zastupitelstva odpovídat názorům obyvatelstva. Pokud pro dané rozložení sil budeme volit následující počty zastupitelů, budou odchylky od „správného“ zisku:

1.3 Historie

Matematická teorie poměrného rozdělení mandátů ale sahá ke zrodu Spojených států Amerických, demokratického zřízení které dodnes využívá systému většinového.[1] Protože vznikaly jako společenství 13 existujících států, bylo již od prvních chvil zásadním tématem vliv jednotlivých států ve vznikajícím státě, lépe řečeno poměr vlivu malých a velkých států. Pro nás nejzajímavějším tématem je rozdělení křesel ve Sněmovně reprezentantů, dolní komora amerického zákonodárského Kongresu. Dle americké ústavy přijaté 1787 získávají státy reprezentanty podle počtu obyvatel. Svobodný člověk se počítal za jednoho obyvatele, otrok za $\frac{3}{5}$ obyvatele a indiáni nebyli počítáni vůbec. Ústava ale přesný postup dělení nestanovila. Ve výsledku tedy získaly politici spojených států stejnou úlohu jako pozdější dělení křesel mezi strany dle počtu hlasů, ale šlo o dělení křesel státům dle počtu obyvatel. Úloha která se mohla na první pohled zdát až lehká budila kontroverze po dalších více než 150 let. Byla důvodem uziti vůbec prvního amerického prezidentského veta když George Washington nesouhlasil se způsobem rozdělení který znevýhodňoval oproti konkurenčnímu návrhu jeho rodnou Virginii. Až v polovině 20. století došlo k dlouhodobému ustalení metody výpočtu. Později, když v Evropě vznikla potřeba řešit ekvivalentní problém,...

Kapitola 2

Teoreticky popis metod deleni mandatu

2.1 Pravy pomerovy system

2.2 Jednotlive metody

Prestože vetsina nasledujících metod byla prvé vymyslena americkými matematiky, budu používat pro vysvětlení pojmy strana, a hlas a v evrope běžné používané názvy. Zároveň předpokládám naprostou že žádné zisky stran jsou tokové, že nedojde ke sporným situacím ohledně distribuce křesla, ty budou vysvětleny na konci.

2.2.1 Metody Nejvyšších průměru

První skupinou metod delení mandatu jsou takzvané metody nejvyšších průměru. Tyto metody fungují tak, že každá strana získává hlasy podle podílu hlasu které obdržela a průměru Q . Tyto podíly jsou všechny zaokrouhleny stejným způsobem, každá z metod v této skupině je charakterizována svou zaokrouhlovací metodou. Q je určeno tak, aby celkový rozdělení počet mandatu byl roven počtu členů volebního zastupitelstva. Dvě nejpoužívanější metody z této skupiny jsou d'Hondtova, která vždy zaokrouhluje dolů a Sainte-Lague, která zaokrouhluje dle různých aritmetických pravidel zaokrouhlování. Tyto metody tvoří spektrum od d'Hondtovy metody po Adamsovu, která vždy zaokrouhluje dolů. Adamsova metoda garantuje křeslo každé straně s alespoň jedním hlasem, zatímco d'Hondtova metoda garantuje křeslo až za XXX hlasu.

Matematicky lze tyto metody definovat následovně: strany ve volbach jsou očíslovány 1 až x a dělí se N křesel h_x je počet hlasů strany x k_x je počet získaných zastupitelů stranou x Q je metoda zaokrouhlování a

$$k_x = \left[\frac{h_x}{Q} \right]$$

kde Q je reálné číslo zvolené tak, aby

$$N = \sum_{n=1}^x (k_n)$$

Q libovolně splňující podmínky vytvoří stejný výsledek. Pro d'Hondtovu metodu je Q dolní celá část. Pro metodu Sainte-Lague je Q zaokrouhlení dle aritmetických pravidel. Pro Adamsovu metodu je Q dolní celá část.

Pro tyto metody existuje alternativní způsob výpočtu. Ten nejprve vysvětlíme pro d'Hondtovu metodu. Pro každou stranu je vypočítán podíl jejich hlasů postupně se všemi přirozenými čísly od 1 do počtu rozdělovaných mandátů. Tyto poměry každé strany určují jaké maximální Q jim zajistí daný počet mandátů (první poměr strany dává jeden mandát, druhý poměr dva mandáty...).

Pokud tedy je za Q zvoleno N -té nejvyšší číslo mezi vypočtenými poměry všech stran, bude Q zvoleno správně. Q ale můžeme z výpočtu vypustit úplně, neboť víme, že pokud každá strana dostane jeden mandát za každý jejich vypočtený poměr vyšší než nebo roven N -temu nejvyššímu číslu, rozděleno bude N křesel. Podobně lze vypočítat rozdělení Sainte-Lague pomocí rady 0,5, 1,5, 2,5, Adams...

Zajímavé je, jak se jednotlivé systémy chovají, pokud by se strany před volbami sloučily, v tomto teoretickém případě tak, že nová strana získá součet hlasů původních stran. U výše zmíněného poměrového systému má samozřejmě strana s větším procentním ziskem větší šanci mít v dané oblasti nejvíce hlasů. U metod nejvyšších průměrů je ale situace trochu složitější. Nejprve se podíváme na d'Hondtovu metodu.

2.2.2 Metody nejvyššího zbytku

Druhá skupina metod jsou metody nejvyššího zbytku. Tyto metody využívají takzvané kvoty. Kvota je počet hlasů potřebný k získání jednoho mandátu, za dvě kvoty získá strana dva mandáty... Kvoty jsou tedy vždy přirozená čísla. Každá strana nejprve získá počet mandátů rovný počtu kvot, které se vejdou do jejího volebního zisku. Díky vyberu kvoty (jak bude dále vysvětleno) mohou být rozděleny buďto všechny mandáty, nebo méně než má být. Pokud je jich rozděleno méně, získávají zbylé mandáty po jednom strany s nejvyšším zbytkem po

deleni počtu získaných hlasů kvotou. Existují i kvoty které nezaručují že mandátů nebude rozděleno více než má, ty pak odebírají mandáty stranám s nejmenším zbytkem. Tyto kvoty se ale používají zřídka. Nejasnou otázkou těchto systému je způsob určení kvoty. Kvota se vždy určuje dle celkového součtu hlasů a počtu volených zastupitelů. Minimální kvotu lze definovat snadno, nesmí dovolit získat více mandátů než má být rozděleno. Tato kvota se nazývá Droopova, a je definována jako první přirozené číslo větší než $\frac{H}{N+1}$ kde H je součet všech hlasů a N počet rozdělovaných mandátů. Tuto kvotu lze odvodit následovně: Celkové může být (bez dorozdělování dle zbytku) rozděleno maximálně tolik mandátů, kolikrát se kvota celá vejde do celkového počtu hlasů. Pro kvotu $\frac{H}{N+1}$ se kvota vejde do celkového počtu hlasů přesně $N+1$ krát, pokud se kvota zvýší, už se do celkového počtu hlasů $N+1$ krát nevejde, vejde se tedy maximálně N , maximálně může být rozděleno N mandátů.

Složitější otázkou je maximální hodnota kvoty. Pro kvotu blízkou se nekonečnu by všechny strany dosílaly nejprve nulu a pak N s nejvyšším ziskem po jednom mandátu.

2.3 Volby v krajích

V mnoha státech se ale rozdělování dle výše popsaných metod neprobihá na celostátní úrovni, ale odděleně v jednotlivých oblastech. Smysl tohoto opatření je, že občané mají své „místní“ zastupce. Bezpečné to v praxi funguje tak, že podle celkového počtu hlasů odevzdaných v každé oblasti, se celkový počet křesel nejprve rozdělí mezi jednotlivé oblasti. V každé z těchto oblastí je přidělen počet mandátů rozdělovaný odděleně dle výše rozbraných pravidel. Některé státy rozdělování neprovádí naprosto odděleně, ale částečně odděleně. Příkladem může být níže vysvětlený systém kterým se v ČR volil parlament až do roku 2000. Toto rozdělování v oblastech sice dává voličům „místní“ zastupce, má ale zásadní nevýhodu. Male oblasti vedou k narušení poměrůvosti systému. V extrémním případě oblasti kde je volen vždy jeden zastupce jde o výše popsaný většinový systém. Ale i větší oblasti poměrůvost naruší. Pokud je v oblasti rozdělováno deset křesel, připadá každé na asi deset procent hlasů. Pro stranu se ziskem sedm procent je pak

Kapitola 3

Volebni systemy v praxi

3.1 Vyvoj volebniho systemu v CR

Volebni system Ceske republiky s vyjimkou zavedeni prime volby prezidenta republiky prosel posledni zmenou kolem roku 2000. Do te byly mandaty ve snemovnich volbach rozdelovany tak, ze kazdemu z 8 volebnich kraju byl udelen pocet mandatu k rozdeleni podle celkového počtu hlasu v daném kraji. V těchto krajích pak byly tyto mandaty rozděleny podle Hagenbach-Bischoffovy kvoty (kvota nezaručující maximálně N rozdělených mandatu). Pokud nebyly nějaké mandaty rozděleny rovnou, ale měly být dorozděleny podle zbytku, k dorozdělení nedošlo. Celostátně se pak sečetly zbytky každé strany a nerozdělené mandaty a došlo k druhému rozdělování. Zde již bylo provedeno i dorozdělení dle zbytku. Toto dorozdělování mělo ten efekt, že vyrovnavalo V roce 2000 pak ODS a ČSSD dohromady vytvořili nový systém. Počet volebních krajů měl být zvýšen na 35. Všechno rozdělování mělo být provedeno v krajích. Způsob rozdělení mandatu mezi kraje byl zachován. Nové měla být využita k rozdělení modifikovaná metoda d'Hondtova. Modifikace spočívala v tom, že při rozdělování pomocí postupného dělení radou začínala rada číslem 1,42. Z hlediska popisu d'Hondtovy metody pomocí Q bylo zaokrouhlování upraveno tak, že čísla do 1,42 se zaokrouhlovala na 0, od 1,42 do 2 (mimo) na 1 dále pak bezne dolů, od 2 do 3 (mimo) na 2 atd. Systém nebyl čistě poměrový. Tento systém byl ale ústavním soudem zrušen, neboť se příliš blížil většinovému systému. [2] Byla zrušena úprava d'Hondtovy metody a volební kraje byly sjednoceny se samosprávnými kraji. Tato úprava vydržela dodnes.

3.2 Pomerovost současného systému

V této části budeme zkoumat výsledky voleb z roku 2006. Tyto volby totiž ukázaly některé zvláštní vlastnosti českého volebního systému. Výsledky voleb byly následující:

Strana	Skutečné Výsledky		Teoretické mandaty	Rozdělení dle různých metod			
	Hlasy	Mandaty		d'Hondt	Adams	Hare	Droop
ODS	1892475	81	75.25	76	75	75	76
ČSSD	1728827	74	68.74	69	68	69	69
SZ	336487	6	13.38	13	14	14	13
KSČM	685328	26	27.25	27	27	27	27
KDU-ČSL	386706	13	15.38	15	16	15	15

Jak je názorně vidět, rozdělení mandátů, jak ho provedl český volební systém, neodpovídá počtu obdržených hlasů. Tento rozdíl je způsoben výše zmíněným rozdělováním mandátů v oblastech. V současném českém systému je oblastí každý samosprávný kraj. Lide v každém kraji volí své poslance za „svůj“ kraj. Pro prozkoumání výše zmíněných výsledků tedy volby dvakrát přepočítáme, jednou tak, jako kdyby republiku tvořilo 8 krajů o 25 mandátech (volebně největší kraj Praha) a kdyby ho tvořilo 40 krajů o 5 mandátech (volebně nejmenší kraj Karlovarský). Budeme předpokládat, že v každém kraji je poměr hlasů stejný jako celostátně.

2 & 80

2 & 80

0 & 0

1 & 40

0 & 0

1

1

1

1

1

10 & 80

9 & 72

1 & 8

3 & 24

2 & 16

9

8

2

4

2

Kdyz porovname tyto vysledky s vysledky celostatnimi, je videt ze deleni republiky na kraje znamena, ze zpusob rozdelovani mandatu haje zasadni roli. Pri celostatnim vyhodnoceni se metody lisi maximalne o jeden madnat, narozdil od propastnych rozdilu pri deleni v krajich. Zde vznioka vyse nelogicky vypadajici mezi ziskem mandatu teoretickym na celostatni urovni a slozenim parlamentu jak ho vytvoril volebni system.

Kapitola 4

Mozne upravy a zaver

4.1 Celostatni rozdelovani

Slovensko se vyse zminenych problemu zbavilo tak, ze jejich volby probihaji celostatne. Jak bylo videt vyse, pri celostatnim rozdelovani mandatu je volba metody jiz otazkou nekolika malo mandatu. Nevyhoda pro volice je, ze kazdy dostava kandidatni listinu o 150 kandidatech (i kdyz to je dano spise optimismem politickych stran nez podpbou systemu) a nema „sve“ poslance. I kdyz toto muzeme povazovat za reseni problemu, podivejme se, jestlki by bylo mozne zachovat oblastni rozdelovani mandatu.

4.2 Jiny zpusob deleni mandatu v krajich

Jak bylo zmineno vyse d'Hondtova metoda neni povazovana za nejvice pomerovou. SL je v tomto ohledu hodnocena jako jedna z nejlepsich metod takze moznym zlepšením situace je zavedení této metody místo metody d'Hondtovy. Problemem je ze v krajích jako je Karlovarsky není rozdělení které by přesně odpovídalo rozdělení hlasu často vůbec možné. Strana s 10 procenty hlasu nemůže dostat nic bližšího svému zisku než 0 nebo 20 procent křesel. Pochů změnou metody tedy problém resit nelze.

4.3 NUTS 2 kraje

Jakl bylo vyse popsane, cim mensi kraj tim tezsi je v nem dosahnout pomerneho rozdeleni. Dalsi moznosti uporavy systemu je tedy zvetseni volebnich oblasti. Vytvoreni oblasti ktere by slouzili jen pro volby by ale melo nekolik problemu. Prvni z neich je ze se ztraci puvodni

vyznam voleb v krajich, tedy to aby volice zastupovali „jejich“ mistni zastupci s kterymi se ztotozkuji. Umele rozdeleni republiky na „volebni kraje“ muze ale take vest k politickym bojum o jejich hranice a pocet. Je proto praktickejsi aby se volebni kraje shodovali s jiz existujicimi hranicemi. Nabizi se pouzit NUTS 2 regiony, jak je uzivaji Evropske i Ceske instituce vctne Ceskeho statistického uradu. Kazdy z techto regionu je tvoren jednim nebo vice kraji. Je jich 8 a kazdy z nich ma vice nez 1,1 milionu obyvatel. Ani toto ale neresi vsechny problemy. Jak bylo ukazano vyse ani regiony velikosti Prahy (Praha je jednim z NUTS 2 regionu), nejsou zarukou pomerovosti. Takto velike regiony by se ale pri spravne zvolene metode deleni mansatu mohly pomerovosti blizit, ale stale jsou jeste prilis male na to aby presne odpovidaly poctum hlasu. Navic zde opet narazime na neplneni puvodniho umysl, vytvoreni oblasti se kterymi volici citi spojenost.

4.4 Rozdelovani mandatu stran do kraju

Reseni ktere by autor teto prace chtel predlozit je rozdelit mandaty na celostatni mandaty a ziskat tak rozlozeni sil v parlamentu ktere by presne odpovidalo pomerum hlasu ktere byly odevzdany ve volbach. Mandaty kazde strany by se pak delili mezi kandidaty v jednotlivych krajich podle poctu hlasu pro strany v jednotlivych krajich. Tento system by zarucoval ze hlasy stranam ktere se dostanou do parlamentu by v zadnem kraji nebyly irrelevantni, jak tomu ted je u stran s malym ziskem v malych krajich. Zachovala by se prislusnost zvolenych poslancu krajum. Tento postup ma ale take sve nevychody. Problem deleni maleho poctu mandatu mezi strany se promenal mezi deleni maleho poctu mandatu mezi kraje. To uz ale neovlivnuje vysledek voleb tak jak ho znamo, tedy rodeleni kresel stranam.

4.5 Zaver

4.6 Reference

- [1] M. L. Balinski a H. P. Young. „The Webster method of apportionment”. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 77.1 (1980), s. 1–4. URL: <http://www.pnas.org/content/77/1/1.full.pdf>.

- [2] „Nález ústavního soudu ze dne 24. ledna 2001”. In: *Sbírka zákonů č. 64/2001* (2001), s. 2194–2206. URL: <http://aplikace.mvcr.cz/sbirka-zakonu/ViewFile.aspx?type=c&id=3602>.