

# Tópicos de Matemática

Univ. do Minho – Lic. em Ciências da Computação

2.º teste

3 de janeiro de 2019

---

1. Sejam  $A, B, C$  conjuntos. Prove que  $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$ . (2 valores)
2. Considere os conjuntos  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 6\}$ ,  $R = \{(1, 4), (1, 5), (2, 5), (3, 6)\}$  e  $S = \{(4, 5), (4, 6), (5, 4), (6, 6)\}$ .
  - a) Determine os domínios e contradomínios das relações binárias  $R$  e  $S$ .
  - b) Determine  $S^{-1} \circ R$ .
  - c) Usando  $R$  e/ou  $S$  e eventualmente as operações de composição e inversão de relações, indique uma relação binária em  $A$ . (1,5 valores)
3. Seja  $A$  um conjunto qualquer não vazio. Diga, justificando, se é verdade que, para toda a relação de equivalência  $R$  em  $A$ ,  $\text{Dom}(R) = A$ . (1 valor)
4. Considere o conjunto  $A = \{a, b, c, d\}$ . Indique uma relação de equivalência em  $A$  tal que  $[a]$  tenha exatamente dois elementos e  $[b]$  um único elemento. (1 valor)
5. Apresente uma partição do intervalo real  $[0, 1]$  com exatamente três elementos. Justifique. (0,5 valores)
6. No conjunto  $X = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ , considere a seguinte relação binária:
$$x R y \text{ se e só se } y = x^k, \text{ para algum } k \in \mathbb{N}_0.$$
  - a) Verifique que  $(X, R)$  é um c.p.o.
  - b) Construa o diagrama de Hasse de  $(X, R)$ . (2 valores)
7. Considere a função  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ .
$$x \mapsto \sqrt{x^2 + 1}$$
Indique, caso exista, ou justifique que não existe:
  - a)  $f^{-1}(\{0, 2\})$ ;
  - b)  $f^{-1}(\{1\})$ ;
  - c)  $f^{-1}(1)$ . (1,5 valores)
8. Diga, justificando, se  $|\mathcal{P}(\{0, 1\})| = 2$ . (0,5 valores)