

# Tópicos de Matemática

Univ. do Minho – Lic. em Ciências da Computação

1.º teste

31 de outubro de 2018

1. As fórmulas  $p \vee (\sim q \vee \sim r)$  e  $r \rightarrow (q \rightarrow p)$  são semanticamente equivalentes? Justifique. (1,5 valores)
2. Diga, justificando, se  $r \rightarrow q$  ser verdadeira é:
  - a) condição necessária para  $p \vee q$  e  $\sim p$  serem verdadeiras; (0,5 valores)
  - b) condição suficiente para  $p \vee q$  e  $\sim p$  serem verdadeiras. (0,5 valores)
3. Sejam  $a$  e  $b$  números reais tais que  $3a + 2b \leq 5$ . Mostre que se  $a > 1$  então  $b < 1$ . (1 valor)
4. Seja  $M(x)$  o predicado « $x$  é multifacetado», relativo a números  $x$ . Exprima em linguagem simbólica, usando quantificadores, a afirmação «se algum número negativo é multifacetado, então todos os números são multifacetados». (0,5 valores)
5. Considere as seguintes proposições, nas quais o universo de cada quantificação é  $\mathbb{Q}^+$ :
  - i)  $\forall_x \exists_y xy = 2$
  - ii)  $\exists_y \forall_x xy = 1$
  - a) Diga, justificando, se cada uma dessas proposições é verdadeira ou falsa. (1,4 valores)
  - b) Escolha uma dessas proposições e apresente uma proposição equivalente à sua negação, sem recorrer ao conetivo  $\sim$ . (0,6 valores)
6. Mostre que, para todo o  $n \in \mathbb{N}$ ,  $1 + 4 + 16 + \dots + 4^{n-1} = \frac{4^n - 1}{3}$ . (2 valores)
7. Considere os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : 4|x| \in \mathbb{N}\}, \quad B = \left\{-2, 1, \frac{7}{2}\right\} \quad \text{e, para cada } i \in \mathbb{N}, \quad C_i = \{-i, 0, i\}.$$

Diga, justificando, se

- a)  $B \subseteq A$ ;
- b)  $\frac{4}{3} \in A \setminus B$ ;
- c)  $-\frac{3}{4} \in A \cup B$ ;
- d)  $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} C_i \subseteq A$ . (2 valores)