

Nome _____

Curso _____ Número _____

Responda no próprio enunciado, seguindo rigorosamente as instruções dadas em cada um dos grupos**GRUPO I**

Em cada uma das questões seguintes, diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) a proposição, assinalando a opção conveniente. Cada questão está cotada com 1.2 valores numa escala de 0 a 20.

Este grupo é constituído por 10 questões. As três aqui apresentadas são um exemplo.

1. Um semigrupo no qual é válida a lei do corte é um grupo. V ☐ F ☐
2. Se G é um grupo e $H \subseteq G$ então H é um subgrupo de G . V ☐ F ☐
3. Um grupo G , que contenha um elemento de ordem 12, contém também um elemento de ordem 3. V ☐ F ☐

GRUPO II

Este grupo tem duas questões em alternativa, ambas cotadas com 8.0 valores numa escala de 0 a 20. Deve escolher APENAS UMA DAS QUESTÕES para responder. Se responder às duas, ignorarei a segunda resposta.

Alternativa 1 Justifique devidamente todas as respostas. Dê um exemplo, caso exista, de

Esta questão terá 5 alíneas. As três aqui apresentadas são uma amostra.

- (a) um grupo comutativo e um seu subgrupo que é não comutativo.
- (b) um grupo não comutativo e um seu subgrupo que é comutativo.
- (c) um grupo G e um seu elemento a de ordem 5 tal que $o(a^3) = 2$.

Alternativa 2 Justifique devidamente todas as respostas. Considere o grupo $(G, *)$, onde $G = \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$ e $*$ é a operação binária definida por

$$(a, b) * (c, d) = (a + bc, bd), \text{ para quaisquer } (a, b), (c, d) \in G.$$

- (a) Sendo $K = \{(a, b) : b = 1\}$, mostre que K é um subgrupo de G .
- (b) Determine os elementos de G que têm ordem 2.
- (c) Os elementos de G com ordem 2 formam um subgrupo de G ? Porquê?