

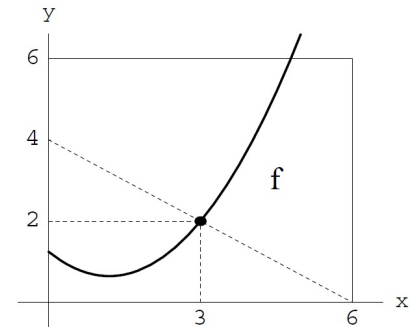


Nome:

Número:

Justifique, convenientemente, todas as respostas.

Exercício 1. (2 valores) A figura seguinte representa o gráfico de uma função f e da reta perpendicular a esse gráfico no ponto $(x, y) = (3, 2)$. Sendo $g(x) = [f(-x^3 + 4x)]^2$, qual o valor da derivada $g'(1)$?



Exercício 2. (2.5 valores) Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -3 + e^{-5x} + 5x$.

- (a) Determine os limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- (b) Determine o número de zeros de f .

Exercício 3. (2.5 valores) Responda a uma e uma só das duas questões seguintes:

I. Calcule $\int \frac{2x^2 - x + 1}{(x-1)^2(x+1)} dx$.

II. Calcule $\int \frac{x - (\arcsen(2x))^3}{\sqrt{1-4x^2}} dx$.

Exercício 4. (2.5 valores) Responda a uma e uma só das duas questões seguintes:

I. Calcule $\int_{\sqrt{3}/3}^1 \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) dx$.

II. Determine $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x} - 4 \ln(1+x)}{x \operatorname{sen} x}$.

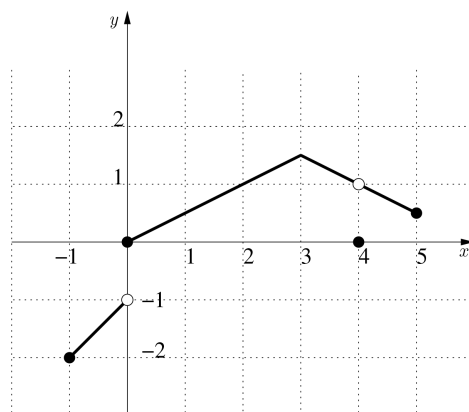
Exercício 5. (2.5 valores) Calcule o integral $\int_{1/4}^{3/4} \frac{1}{\sqrt{1-x}\sqrt{x}} dx$, efetuando a substituição $x = \sin^2 t$.

Exercício 6. (2.5 valores) Calcule a área da região $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq |x|\}$, fazendo previamente um esboço da região \mathcal{R} .

Exercício 7. (2.5 valores) Considere a função $f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta na figura seguinte e seja $F : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$.

(a) Determine $a \in]-1, 5]$ tal que $F(a) = 0$.

(b) A função f é primitivável? _____,
porque _____.



Exercício 8. (3 valores) Na figura estão assinaladas três regiões limitadas entre o gráfico de uma função $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, derivável, e o eixo das abscissas, que correspondem às abscissas dos intervalos $[0, 1]$, $[1, 2]$ e $[2, 3]$, respetivamente. A área de cada uma destas regiões vem inscrita no seu interior.

Nestas condições, considere a função $F : [-4, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \int_1^{\frac{4+x}{3}} f(t) dt$.

- Determine os valores de $F(-4)$, $F(-1)$, $F(2)$ e $F(5)$.
- Determine expressões para $F'(x)$ e $F''(x)$.
- Represente F graficamente.

