UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

Introducció a l'entorn de laboratori i raonament probabilístic

DSIC
Departament de Sistemes Informàtics i Computació

Objectius formatius

- Introduir l'entorn de laboratori

- Aplicar conceptes i tècniques de raonament probabilístic

Índex

1 Introducció a l'entorn de laboratori: octave

- Octave és un llenguatge interpretat per a computació numèrica
- Ús interactiu o amb fitxers que guarden programes
- Versió lliure del programari comercial MATLAB
- Disponible en `http://www.gnu.org/software/octave`
- Manual de referencia
- Introduirem octave amb exemples sobre raonament probabilístic
- Inici de sessió octave: `octave -q`

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

2 Representació probabilística

El coneixement probabilístic pot representar-se amb la distribució de probabilitat conjunta de les variables aleatòries d'interès.

Exemple del dentista: coneixement per a diagnosticar càries

Variables aleatòries d'interès:

$$Dolor: \quad D \in \{0,1\}$$
$$Càries: \quad C \in \{0,1\}$$
$$Buit: \quad B \in \{0,1\}$$

Representació:

$$P(D=d, C=c, B=b)$$

d	c	b	P
0	0	0	0.576
0	0	1	0.008
0	1	0	0.144
0	1	1	0.072
1	0	0	0.064
1	0	1	0.012
1	1	0	0.016
1	1	1	0.108
Suma:			1.000

La taula del dentista en octave

$d\,c\,b$	P
0 0 0	0.576
0 0 1	0.008
0 1 0	0.144
0 1 1	0.072
1 0 0	0.064
1 0 1	0.012
1 1 0	0.016
1 1 1	0.108

Introduïu la taula del dentista en octave:

```
T = [0 0 0 .576; 0 0 1 .008; 0 1 0 .144; 0 1 1 .072;
     1 0 0 .064; 1 0 1 .012; 1 1 0 .016; 1 1 1 .108];
```

Element en la fila 1, columna 4:

```
T(1,4)
```

```
ans = 0.57600
```

Element en la fila 1, última columna:

```
T(1,end)
```

```
ans = 0.57600
```

Elements en les files 1 a 4 de l'última columna:

```
T(1:4,end)
```

```
ans = 0.5760000
      0.0080000
      0.1440000
      0.0720000
```

Elements (en totes les files) de l'última columna:

```
T(:,end)
```

```
ans = 0.5760000
      0.0080000
      0.1440000
      0.0720000
      0.0640000
      0.0120000
      0.0160000
      0.1080000
```

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

d	c	b	P
0	0	0	0.576
0	0	1	0.008
0	1	0	0.144
0	1	1	0.072
1	0	0	0.064
1	0	1	0.012
1	1	0	0.016
1	1	1	0.108

Elements en les files 1, 2, 5 i 6 de l'última columna:

```
T([1 2 5 6],end)
```

```
ans =
   0.5760000
   0.0080000
   0.0640000
   0.0120000
```

Suma dels elements de l'última columna:

```
sum(T(:,end))
```

```
ans =  1.00000
```

Indicadors de files amb elements nuls en la columna 3:

```
T(:,3)==0
```

```
ans = 1
      0
      1
      0
      1
      0
      1
      0
```

Files amb elements de la columna 2 no nuls:

```
find(T(:,2))
```

```
ans = 3
      4
      7
      8
```

Files amb elements nuls en les columnes 2 i 3:

```
find(T(:,2)==0 & T(:,3)==0)
```

```
ans = 1
      5
```

3 Inferència probabilística

A partir de la distribució conjunta podem calcular la probabilitat de qualsevol *succés* (*proposició*) mitjançant aplicació de:

La regla suma:

$$P(x) = \sum_{y} P(x, y)$$

La regla producte:

$$P(x, y) = P(x)\, P(y \mid x)$$

En general no és necessari conèixer la taula completa de probabilitats conjuntes per a calcular la probabilitat d'un succés donat.

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

d c b	P
0 0 0	0.576
0 0 1	0.008
0 1 0	0.144
0 1 1	0.072
1 0 0	0.064
1 0 1	0.012
1 1 0	0.016
1 1 1	0.108

Elements en última col. de files amb 0 en les cols. 2 i 3:

```
T(find(T(:,2)==0 & T(:,3)==0),end)
```

```
ans = 0.576000
      0.064000
```

Probabilitat de càries i buit (alhora):

$$P(c=1,b=1)=\sum_{d=0,1} P(d,c=1,b=1)=0.180$$

```
Pc1b1=sum(T(find(T(:,2)==1 & T(:,3)==1),end))
```

```
Pc1b1 = 0.18000
```

Probabilitat de buit:

$$P(b=1)=\sum_{d=0,1}\sum_{c=0,1} P(d,c,b=1)=0.200$$

```
Pb1=sum(T(find(T(:,3)==1),end))
```

```
Pb1 = 0.20000
```

Probabilitat de càries després d'observar (sabent que hi ha) buit:

$$P(c=1\mid b=1)=\frac{P(c=1,b=1)}{P(b=1)}=\frac{0.180}{0.200}=0.900$$

```
Pc1Db1=Pc1b1/Pb1
```

```
Pc1Db1 = 0.90000
```

Probabilitat de dolor sabent que hi ha càries:

$$P(d=1\mid c=1)=\frac{P(d=1,c=1)}{P(c=1)}=\frac{0.124}{0.340}=0.365$$

```
Pd1c1=sum(T(find(T(:,1)==1 & T(:,2)==1),end))
Pc1=sum(T(find(T(:,2)==1),end))
Pd1Dc1=Pd1c1/Pc1
```

```
Pd1c1  = 0.12400
Pc1    = 0.34000
Pd1Dc1 = 0.36471
```

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

4 Exercici: aplicació del teorema de Bayes

El ***teorema de Bayes*** permet actualitzar el nostre coneixement sobre una hipòtesi y després d'observar una nova evidència x:

$$P(y \mid x) \;=\; \frac{P(x,y)}{P(x)} \;=\; P(y)\,\frac{P(x \mid y)}{P(x)}$$

D'altra manera: $P(y \mid x)$ és la probabilitat de que es produïsca l'efecte y després d'observar que s'ha produït la causa x.

Exercici: calcula la probabilitat de càries sabent que hi ha dolor

$$P(c=1 \mid d=1) = P(c=1)\,\frac{P(d=1 \mid c=1)}{P(d=1)}$$