Como f es diferenciable, cumple con las ecuaciones de Cauchy-Riemman polares y las normales. Así

$$
\begin{aligned}
& f'(z_0) \\
= & \\
& u_x(x_0, y_0) + iv_x(x_0, y_0) \\
= & \quad \langle \text{ Usando el teorema anterior } \rangle \\
& u_r(r_0, \theta_0)\ \cos(\theta_0) - u_\theta(r_0, \theta_0) \frac{\sin(\theta_0)}{r_0} + i \left[v_r(r_0, \theta_0)\ \sin(\theta_0) - v_\theta(r_0, \theta_0) \frac{\cos(\theta_0)}{r_0} \right] \\
= & \quad \langle \text{ Usando las ecuaciones C-R polares } \rangle \\
& u_r(r_0, \theta_0)\ \cos(\theta_0) + v_r(r_0, \theta_0)\ \sin(\theta_0) + i[v_r(r_0, \theta_0)\ \cos(\theta_0) - u_r(r_0, \theta_0)\ \sin(\theta_0)] \\
= & \\
& u_r(r_0, \theta_0)(\cos(\theta_0) - i\sin(\theta_0)) + iv_r(r_0, \theta_0)(\cos(\theta_0) - i\sin(\theta_0)) \\
= & \\
& e^{i\theta_0}(u_r(r_0, \theta_0) + iv_r(r_0, \theta_0))
\end{aligned}
$$