$$
\begin{array}{l}
[\![\mathbf{var}\, x, y, N\ : \mathbf{int};\\
\{N \geq 0\}\\
x, y := 0, 0;\\
\mathbf{do} \quad (x \neq 0) \quad \rightarrow \qquad (x := x - 1)\\
\quad \Box \quad (y \neq N) \quad \rightarrow \quad (x, y := x + 1, y + 1)\\
\mathbf{od}\\
\{x = 0 \land y = N\}\\
]\!]
\end{array}
$$

Lo más importante es hallar la función t. En la primera guarda, se puede ver que x decrece, por lo que se puede añadir sin problema. En la segunda guarda, y incrementa, y lo hace al mismo ritmo que x, por lo que, $-y$ decrece, y para poder contrarrestar el crecimiento de y, se puede añadir $-2y$. Para evitar valores negativos, hace falta "acotar" estos valores, pensando en cuando terminaría el ciclo y como inicia. En este caso, $y \leq N$ y $0 \leq x$. Así, se puede tomar $2N - 2y + x$ como función decreciente.

Por el razonamiento usado para hallar la función, se puede obtener el predicado invariante, usando las cotas de x y y. $P \equiv x \geq 0 \land y \leq N$.

Pasando a los demás pasos:

(i) $P* \equiv x = 0 \wedge y = 0 \wedge N \geq 0$

$$P$$

$$\equiv$$

$$x \geq 0 \wedge y \leq N$$

$$\Leftarrow$$

$$x = 0 \wedge y = 0 \wedge N \geq 0$$

(ii) $(\forall i \,|\, 0 \leq i \leq 1 \,:\, \{P \wedge G_i\}\, S_i\, \{P\})$

a) **Con la primera guarda:**

$$(x \geq 0 \wedge y \leq N)[x := x - 1]$$

$$\equiv$$

$$x - 1 \geq 0 \wedge y \leq N$$

$$\equiv$$

$$x \geq 0 \wedge y \leq N \wedge x \neq 0$$

$$\equiv$$

$$P \wedge x \neq 0$$

b) **Con la segunda guarda:**

$$(x \geq 0 \wedge y \leq N)[x, y := x + 1, y + 1]$$

$$\equiv$$

$$x + 1 \geq 0 \wedge y + 1 \leq N$$

$$\Leftarrow$$

$$x \geq 0 \wedge y \leq N \wedge y \neq N$$

(iii) $P \wedge (\forall i \,|\, 0 \leq i \leq 1 \,:\, \neg G_i) \Rightarrow Q$

$$x \geq 0 \wedge y \leq N \wedge x = 0 \wedge y = N$$

$$\equiv$$

$$x = 0 \wedge y = N$$

(iv) $P \wedge (\exists i \,|\, 0 \leq i \leq n \,:\, G_i) \Rightarrow t \geq 0$:

$$x \geq 0 \wedge y \leq N \wedge (x \neq 0 \vee y \neq N)$$

$$\Rightarrow$$

$$x \geq 0 \wedge y \leq N$$

$$\Rightarrow$$

$$2N - 2y + x \geq 0$$

(v) $(\forall i \,|\, 0 \leq i \leq n : \{P \wedge G_i \wedge t = K\}\, S_i \,\{t < K\})$

a) **Con la primera guarda:**

$$(2N - 2y + x)[x := x - 1]$$

$$=$$

$$2N - 2y + x - 1$$

$$<$$

$$2N - 2y + x$$

b) **Con la segunda guarda:**

$$(2N - 2y + x)[x, y := x + 1, y + 1]$$

$$=$$

$$2N - 2y + x - 1$$

$$<$$

$$2N - 2y + x$$

Así, se concluye que el programa es correcto.