Resonancia
En Una Cuerda

David Gómez, Laura Rincón, Luisa Rodríguez, María Vivas

Física de Calor y Ondas

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

22 de septiembre de 2023

Índice

1. Fundamentación

La fundamentación de este experimento se basa en la teoría de las ondas mecánicas, siendo este el caso específico de una cuerda.

La obtención de la cinemática de esta onda en una cuerda, viene por la solución a dos situaciones. Una es la de una cuerda "infinita" sobre la que se produce una perturbación armónica. La otra es tomando el caso en el que esta cuerda termina en una pared, la cual reacciona con la fuerza que le ejerce la perturbación al llegar y se la devuelve a la cuerda mientras una fuerza armónica actúa en el otro extremo.

El primer caso resulta en la siguiente ecuación diferencial:

$$\begin{aligned}
& v^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \\
\Rightarrow \quad & \langle \text{ Solución armónica } \rangle \\
& y(x,t) = A\sin(k(x-vt)+\phi) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Tomando } w = kv \ \rangle \\
& y(x,t) = A\sin(kx-(wt-\phi))
\end{aligned}$$

El segundo caso resulta en la combinación de ambas ondas, la que se produce por la fuerza armónica y el reflejo desde la pared:

$$\begin{aligned}
& y(x,t) = A\sin(kx-wt) + A\sin(kx+wt) \\
\equiv \quad & \\
& y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(wt)
\end{aligned}$$

En esta ultima ecuación, se puede ver que hay valores de kx para los que y es nula en cualquier tiempo. Estas soluciones son $kx_n = n\pi\,, n \in \mathbb{N}$

Por resultados más a fondo del primer caso, se podía llegar a que $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, por lo que $x_n = \dfrac{n\lambda}{2}$

Al tener la condición $\dfrac{2L_0}{n} = \lambda$, se puede ver que λ se vuelve variable con n, y con los resultados de la anterior ecuación diferencial, se puede ver que la frecuencia también, y $f_n = n\dfrac{v}{2L_0}$. Estas frecuencia son las que producen armónicos.

2. Descripción

Para el experimento, se montó una cuerda con un extremo a un altavoz, el cual producía un movimiento vertical en forma de fuerza armónica a una frecuencia ingresada. Al otro extremo, la cuerda colgaba de una polea, y tenía un peso atado. Este peso producía una tensión, la cual se podía calcular fácilmente, al igual que la densidad de masa por longitud, asumiendo uniformidad.

Mediante estos datos, era posible hallar la frecuencia del armónico fundamental y por ende todos los demás, permitiéndonos visualizar el efecto de resonancia en el sistema.

3. Mediciones

(I) Tensión sobre la cuerda

Como se mencionó antes, en un extremo de la cuerda, colgaba una masa añadida, la cual constaba de un triángulo metálico y unas arandelas. Todo esto se pesó dando una masa de $0.006\,949\,\mathrm{kg}$.

Entonces, la tensión ejercida en la cuerda era de $0.068\,167\,\mathrm{N}$

(II) Densidad de masa por longitud

La densidad de masa por longitud no es más que la razón entre masa y longitud. Ya que se asumió uniformidad de esta densidad a lo largo de toda la cuerda, se tomó la longitud total de la cuerda ($1.41\,\mathrm{m}$) y su masa ($0.000\,07\,\mathrm{kg}$), dando como resultado una densidad de masa $\mu = 4.964\,54 \times 10^{-5}\,\mathrm{kg/m}$

(III) Velocidad de onda

La velocidad es la raíz del cociente entre la tensión y la densidad de masa.

Entonces $v = 37.055\,040\,\mathrm{m/s}$

(IV) frecuencias de los armónicos

Se sabe que el primer armónico se encuentra con f_1 y los demás armónicos son múltiplos de este. Para el experimento, hallamos los tres primeros armónicos:

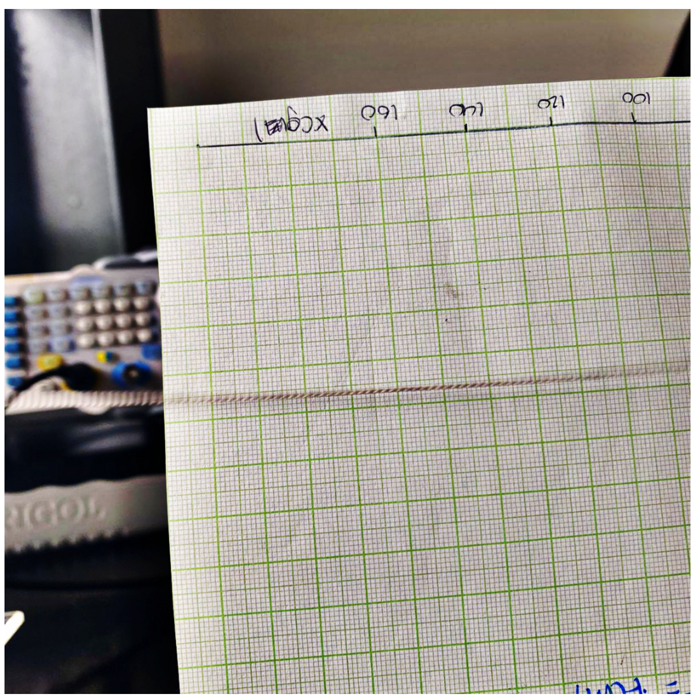
(I) $f_1 = 13.140\,085\,21\,\mathrm{Hz}$

(II) $f_2 = 26.280\,170\,42\,\mathrm{Hz}$

(III) $f_3 = 39.420\,255\,63\,\mathrm{Hz}$

4. resultados

A la hora de usar estas frecuencias en la cuerda, se observó con bastante precisión el fenómeno de los armónicos, con los nodos bastante bien definidos en cada una de las frecuencias.



En la foto, se muestra uno de los nodos generados en la cuerdas tras aplicar alguna de las frecuencias armónicas.