Introducción a la Óptica

David Gómez

Física de Calor y Ondas

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

31 de octubre de 2023

Índice

1. Óptica en dos medios

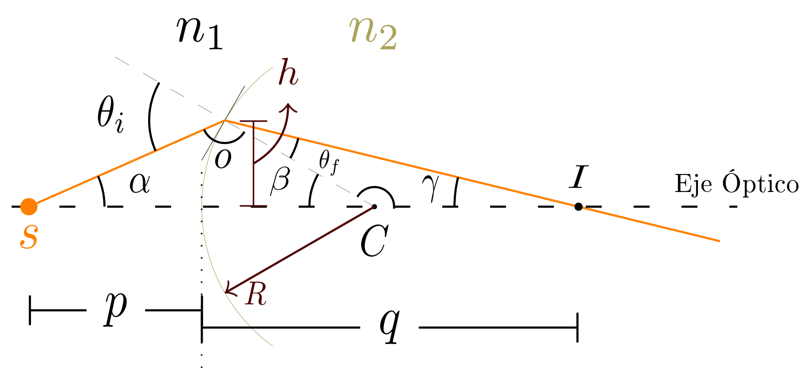
Considerando una frontera con forma de arco, un objeto fuera de este medio (el lente), y un observador que se encuentra dentro del medio del lente. Para analizar esta situación consideramos lo siguiente:

- El eje óptico: Es una traza que divide, en este caso al lente, por la mitad,desde el punto de vista que se analiza.
- Los índices de refracción del medio 1 Y 2: En este caso, tomamos $n_1 < n_2$.
- La ley de Snell: Es un resultado obtenido de considerar el cambio de dirección de un rayo de luz al cambiar de medio, este resulta en la igualdad

$$n_1 \sin(\phi_1) = n_2 \sin(\phi_2)$$

  Donde los n son índices de refracción y los ángulos son medidos desde la recta perpendicular al punto en el que se cambia de medio.

Para continuar con el análisis, consideramos dos rayos provenientes de un objeto s al otro lado del lente.



El rayo amarillo (1) y el dado por el eje óptico (2) serán los dos rayos a considerar para el análisis. Para hacer uso de la ley de Snell, se toma la tangente al lente en donde el rayo 1 incide al medio y su respectiva perpendicular.

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_f)$$

Bajo la suposición de que todos los ángulos mostrados son pequeños, se hacen las siguientes aproximaciones:

$$\theta_i, \theta_f, \alpha, \beta, \gamma \approx 0$$
$$\sin(\theta_i, \theta_f, \alpha, \beta, \gamma) \approx \theta_i, \theta_f, \alpha, \beta, \gamma$$
$$\tan(\theta_i, \theta_f, \alpha, \beta, \gamma) \approx \theta_i, \theta_f, \alpha, \beta, \gamma$$

Ya con estas aproximacines, se procede con el análisis:

$$\begin{bmatrix} \alpha + \beta + o = \pi \\ \theta_i + o = \pi \\ \gamma + C + \theta_f = \pi \\ \beta + C = \pi \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \alpha + \beta = \theta_i \\ \gamma + \theta_f = \beta \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \langle \text{ Ley de Snell y aproximaciones: } n_1\theta_i = n_2\theta_f \ \rangle$$

$$\gamma + \frac{n_1}{n_2}\theta_i = \beta$$

$$\Rightarrow$$

$$\theta_i = \frac{n_2}{n_1}(\beta - \gamma) = \alpha + \beta$$

$$\Rightarrow \quad \langle \text{ Aproximaciones } \rangle$$

$$\frac{n_2}{n_1}\left(\frac{h}{R} - \frac{h}{q}\right) = \frac{h}{p} + \frac{h}{R}$$

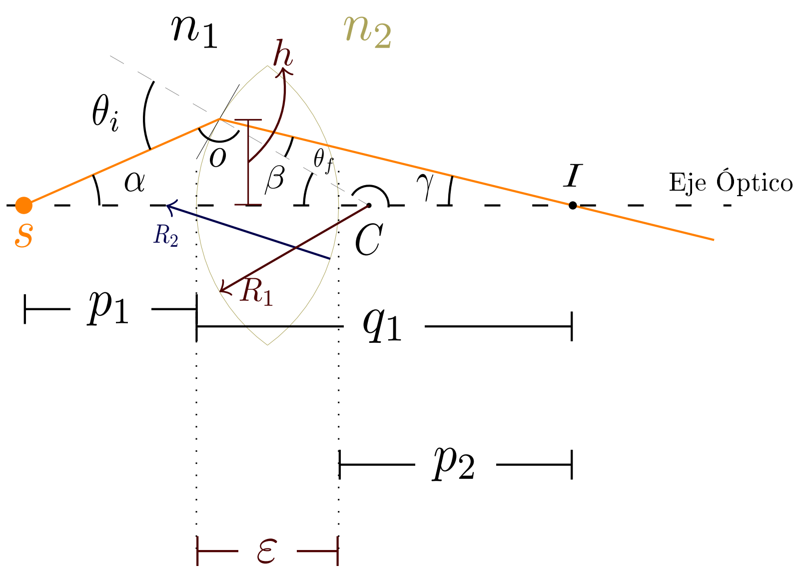
$$\equiv$$

$$\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q}$$

Ahora, se introducirá una convención para este tipo de situaciones: dado un objeto o emisor de luz, un cambio de medio y un receptor (observador). Es llamado "delante" el espacio entre el objeto y el cambio de medio, y "detrás" el espacio entre el cambio de medio y el receptor. A su vez, se asignan signos a las distancias que se denotaron como p y q según esta conveniencia:

Variable	$+$	$-$
p	delante	detrás
q	detrás	delante
R	centro detrás	centro delante

2. Lente Grueso



En este caso, el medio dos, tiene un final antes de llegar al receptor. Esto no es otra cosa que la combinación de dos situaciones iguales a la vista anteriormente. La luz pasa por el primer cambio de medio y tiene una respectiva proyección, esta viene a ser el objeto que tomará el otro lado del lente, sin embargo, hay que recordar que la luz sigue proviniendo de la posición real del objeto.

Esto es, el delante y detrás de la primera (i) superficie, se mantiene igual que antes. En el caso de la superficie dos (ii), el delante está en el detrás de (i), y el detrás está entre (ii) y el receptor.

Ya que este problema no es más que tomar los resultados del anterior y añadir el mismo proceso con el lente (ii). Contamos con, precisamente, las ecuaciones de la situación anterior. Nótese que este resultado, con las conveniencias del delante y detrás, se pueden aplicar con el lente (ii).

$$\begin{bmatrix} \dfrac{n_2 - n_1}{R_1} = \dfrac{n_1}{p_1} + \dfrac{n_2}{q_1} \\ \\ \dfrac{n_1 - n_2}{R_2} = \dfrac{n_2}{p_2} + \dfrac{n_1}{q_2} \\ \\ p_2 = \varepsilon - q_1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{n_2 - n_1}{R_1} = \dfrac{n_1}{p_1} + \dfrac{n_2}{q_1} \\ \\ \dfrac{n_1 - n_2}{R_2} = \dfrac{n_2}{\varepsilon - q_1} + \dfrac{n_1}{q_2} \end{bmatrix}$$

$\equiv$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{n_2 - n_1}{R_1} = \dfrac{n_1}{p_1} + \dfrac{n_2}{q_1} \\ \\ \dfrac{n_2}{q_1 - \varepsilon} = \dfrac{n_1}{q_2} - \dfrac{n_1 - n_2}{R_2} \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ $\langle$ Considerando el ancho del lente como pequeño: $p_2 \approx -q1$ $\rangle$

$$\frac{n_2 - n_1}{R_1} = \frac{n_1}{p_1} + \frac{n_1}{q_2} - \frac{n_1 - n_2}{R_2}$$

$\equiv$

$$(n_2 - n_1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{n_1}{p_1} + \frac{n_1}{q_2}$$

Esta última igualdad es llamada ecuacuión del fabricante de lentes, y resulta ser igual al inverso de la distancia focal de la lente delgada f. Esta se mide desde el lente.

3. Ejemplo Numérico

Considerando ahora un objeto puesto en otro punto del espacio, no necesariamente atravesado por el eje óptico, la estrategia es tomar dos rayos: uno debe ser paralelo al eje óptico, y el seguno debe pasar por el centro del lente. Considerando el caso de un sistema con dos lentes, donde uno (1) es convergente (los rayos se dirigen al eje óptico), y el otro (2) es divergente (los rayos se alejan del eje óptico); puestos en ese orden.

Sean $p_c = 4\,\text{cm}$ la distancia del objeto al lente (1), la distancia focal de (1) $f_c = 1.5\,\text{cm}$, la distancia focal de (2) $f_d = -1.5\,\text{cm}$, y la separación entre los lentes $s = 5\,\text{cm}$.

Aproximando el índice de refracción del aire al del vacío, $n_1 = 1$.

Lo primero es determinar la proyección del objeto tras el lente (1). La distancia a la que se proyecta será llamada q_c.

$$\frac{1}{p_c} + \frac{1}{q_c} = \frac{1}{f}$$

$$\equiv$$

$$q_c = \frac{f_c\,p_c}{p_c - f_c}$$

$$\equiv$$

$$q_c = 2.4\,\text{cm}$$

La distancia de la proyección de (1) a (2) será llamada p_d. Por lo descrito anteriormente en el enunciado $p_d = s - q_c = 2.6\,\text{cm}$.

Análogamente, q_d será la distancia a la que la imagen se proyecta desde (2):

$$\frac{1}{p_d} + \frac{1}{q_d} = \frac{1}{f_d}$$

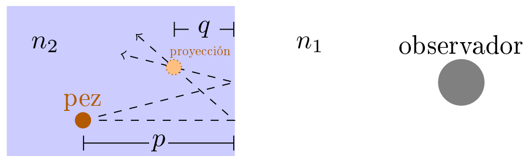
$$\equiv$$

$$q_d = \frac{f_d\,p_d}{p_d - f_d}$$

$$\equiv$$

$$q_d = -0.951\,22\,\mathrm{cm}$$

4. Ejemplo con una pecera



En este caso, el problema es de dos medios únicamente. Ya que se trata de un "lente" plano, se puede tomar como un lente esférico cuyo radio tiende a infinito. Considerando lo obtenido para dos medios:

$$\frac{n_1 - n_2}{R} = \frac{n_2}{p} + \frac{n_1}{q}$$

$$\equiv \quad \langle \ R \to \infty \ \rangle$$

$$-\frac{n_2}{p} = \frac{n_1}{q}$$

$$\equiv$$

$$-\frac{n_1}{n_2} p = q$$

Ahora, si la distancia del pez al borde de la pecera varía con el tiempo siguiendo una función $p(t)$, se puede hallar la distancia de la proyección en ese mismo instante de tiempo mediante una función $q(t)$. Estas dos funciones se relacionan de la misma forma que las distancias fijas p y q. Así, se puede determinar la velocidad con la que el pez se distancia del borde de la pecera percibida por el observador.

$$-\frac{n_1}{n_2} p(t) = q(t)$$

$$\Rightarrow$$

$$-\frac{n_1}{n_2} p'(t) = q'(t)$$

Un ejemplo numérico puede ser: la distancia del pez a la pecera inicialmente es 10 cm. Luego, la distancia varía siguiendo la función $p(t) = \sin^2(t) + 10e^{-t}$. Hallar la distancia y velocidad percibidaa inicialmente y la distancia percibida tras 10 s.

(I) En el momento inicial: Reemplazando en el resultado obtenido:

$$q_0 = -\frac{1}{1.33}(10\,\mathrm{cm}) = -7.52\,\mathrm{cm}$$

El resultado tiene sentido, pues la proyección se produce dentro del agua. Por la convención de signos, q debe ser negativo.

(II) En $t = 10\,\mathrm{s}$

$$-\frac{n_1}{n_2}p(t) = q(t)$$

$$\Rightarrow$$

$$q(10) = -2.23 \times 10^{-1}\,\mathrm{cm}$$

$$\wedge$$

$$q'(t) = -\frac{n_1}{n_2}(2\,\sin(t)\cos(t) - 10e^{-t})$$

$$\Rightarrow$$

$$q(10) = -2.23 \times 10^{-1}\,\mathrm{cm} \wedge q'(10) = -0.6861\,\mathrm{cm/s}$$