

Interferencia Electromagnética

Experimento de Young

David Gómez



VIGILADA MINEDUCACIÓN

UNIVERSIDAD

Física de Calor y Ondas

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

29 de octubre de 2023

Índice

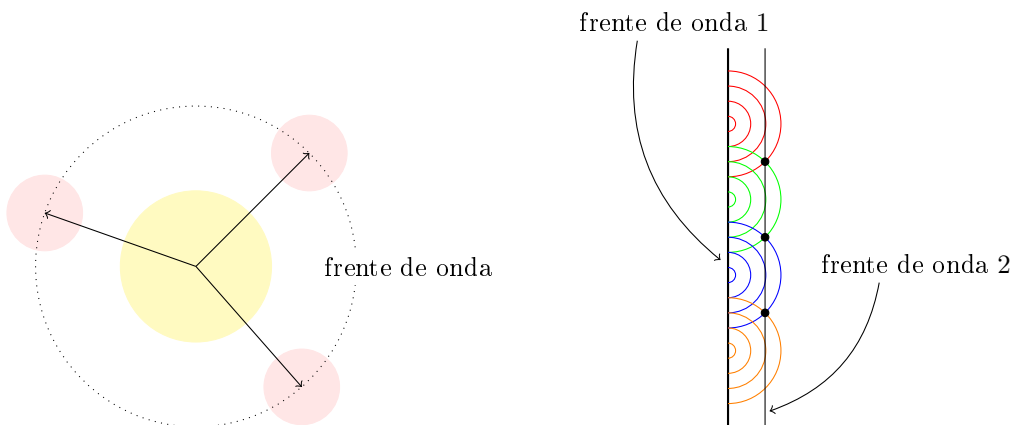
1. Introducción	2
2. Experimento de Doble Rendija de Young	3
3. Campos Eléctricos y Magnéticos	6
4. Ejemplo Numérico	8

1. Introducción

Considerando un frente de onda plano, el principio de construcción de frentes de onda de Cristian Huyghens, dice que:

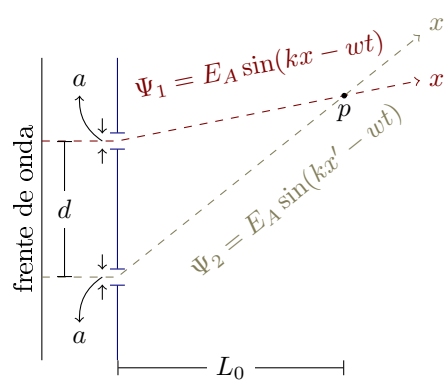
- (I) Cada punto del frente de onda se constituye en un emisor isotrópico de ondas, esto para cualquier frente de onda.
- (II) Los puntos de intersección de las ondas de estos emisores en un mismo tiempo, forman un nuevo frente de onda, mostrando cómo se propaga.

Para visualizar esto, se mostrará el primer punto en un emisor isotrópico, y el segundo, como se requiere un frente de onda plano, se partirá de uno.



2. Experimento de Doble Rendija de Young

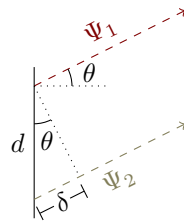
Este experimento consiste en aislar dos rayos de una fuente de luz y fijar un punto distante de esta fuente, para así poder medir el efecto de la interferencia de las dos ondas provenientes respectivamente de estos dos rayos.



El efecto neto en p es la suma de los efectos individuales. Esto es,

$$\Psi(p) = \Psi_1 + \Psi_2 = E_A \sin(kx - wt) + E_A \sin(kx' - wt)$$

Una condición del experimento, es que L_0 sea mucho mayor a d , que a su vez es mucho mayor que a . Bajo esta condición, se pueden aproximar las pendientes de ambos rayos, es decir, son paralelos.



$$\delta = d \sin(\theta)$$

\Rightarrow

$$x' \approx x + \delta$$

\Rightarrow

$$\Psi(p) = E_A \sin(kx - wt) + E_A \sin(k(x + \delta) - wt)$$

\equiv

$$\Psi(p) = E_A \sin(kx - wt) + E_A \sin(kx - wt + k\delta)$$

Ahora, si consideramos el efecto neto en diferentes puntos, del frente de onda en el que se encuentra p , los cuales tienen un valor δ asociado, se puede deducir gran parte del efecto de interferencia en dichos puntos:

(I) Sea $n \in \mathbb{N}$. Tomando $k\delta = (2n + 1)\pi$

$$\Psi(p) = E_A \sin(kx - wt) + E_A \sin(kx - wt + k\delta)$$

\equiv

$$\Psi(p) = E_A \sin(kx - wt) + E_A \sin(-(kx - wt))$$

\equiv

$$\Psi(p) = E_A \sin(kx - wt) - E_A \sin(kx - wt)$$

\equiv

$$\Psi(p) = 0$$

Este caso se conoce como condición de interferencia destructiva (CID).

Como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, entonces, $d \sin(\theta) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda$

(II) Sea $n \in \mathbb{N}$. Tomando $k\delta = 2n\pi$

$$\begin{aligned}\Psi(p) &= E_A \sin(kx - wt) + E_A \sin(kx - wt + k\delta) \\ &\equiv \\ \Psi(p) &= E_A \sin(kx - wt) + E_A \sin(kx - wt) \\ &\equiv \\ \Psi(p) &= 2E_A \sin(kx - wt)\end{aligned}$$

Este caso se conoce como condición de interferencia constructiva (CIC).

Como $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, entonces, $d \sin(\theta) = n\lambda$

Volviendo al efecto neto en el punto p , esta expresión se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\Psi(p) &= E_A \sin(kx - wt) + E_A \sin(kx - wt + k\delta) \\ &\equiv \left\langle \sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \right\rangle \\ \Psi(p) &= 2E_A \cos\left(\frac{k\delta}{2}\right) \sin\left(-wt + kx + \frac{k\delta}{2}\right) \\ &\equiv \left\langle \gamma = kx + \frac{k\delta}{2} + \pi \right\rangle \\ \Psi(p) &= 2E_A \cos\left(\frac{k\delta}{2}\right) \sin(wt + \gamma)\end{aligned}$$

Esta expresión, no es otra que la de una onda armónica simple. Esto nos dice que el campo eléctrico oscila armónicamente con amplitud $A(\delta) = 2E_A \cos\left(\frac{k\delta}{2}\right)$. Lo mismo ocurre con el campo magnético B .

3. Campos Eléctricos y Magnéticos

La energía que transporta una onda electromagnética, es dada por el vector de Poynting \vec{S} , y su magnitud es la intensidad.

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0}, \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}$$

Las ondas electromagnéticas tienen las siguientes propiedades:

- (I) $\vec{E} \perp \vec{B}$: el campo eléctrico es perpendicular al magnético.
- (II) $|\vec{E}| = c |\vec{B}|$, c : velocidad de la luz : Las magnitudes de ambos campos son proporcionales.

Sea $\hat{\perp}$ la dirección perpendicular al plano formado por \vec{E} , \vec{B} . Considerando las propiedades mencionadas:

$$\vec{S} = \frac{|\vec{E}|^2}{c \mu_0} \hat{\perp} = \frac{c |\vec{B}|^2}{\mu_0} \hat{\perp}$$

Como $\Psi(p) = E(p) = A(\delta) \sin(\omega t - \gamma)$, entonces, en este caso:

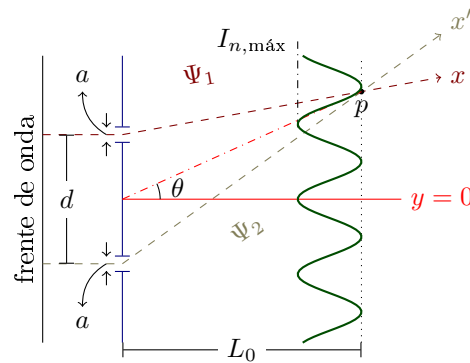
$$|\vec{S}| = S = \frac{(A(\delta))^2 \sin^2(\omega t - \gamma)}{c \mu_0}$$

Es de interés conocer el valor promedio de esta magnitud en el intervalo de tiempo T , siendo este el periodo de la función armónica.

$$\begin{aligned} &\langle S \rangle_T \\ &= \\ &\frac{1}{T} \int_0^T S(t) dt \\ &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{T} \int_0^T \frac{(A(\delta))^2 \sin^2(\omega t - \gamma)}{c \mu_0} \\
 &= \langle T \text{ es el periodo de la función sin} \rangle \\
 & \frac{1}{T} \frac{(A(\delta))^2 T}{2c\mu_0} \\
 &= \\
 & \frac{4E_A^2 \cos^2\left(\frac{k\delta}{2}\right)}{2c\mu_0} \\
 &= \\
 & \frac{2E_A^2 \cos^2\left(\frac{k\delta}{2}\right)}{c\mu_0} \\
 &= \langle I_{n,\text{máx}} = 2E_A^2/c\mu_0 \rangle \\
 & I_{n,\text{máx}} \cos^2\left(\frac{k\delta}{2}\right)
 \end{aligned}$$

Esta expresión, expresa la intensidad promedio en función de δ , que a su vez, es expresión de θ , que por la diferencia en las magnitudes del experimento, se puede tomar desde el punto medio de las rendijas. En el diagrama del experimento, se puede graficar esta intensidad, y ver que hay puntos del frente de onda en el que se encuentra p , en donde nuestra percepción de la luz indica más o menos brillo:



4. Ejemplo Numérico

Un caso específico del experimento donde los rayos de luz se caracteriza por una longitud de onda $\lambda = 600 \text{ nm}$. La separación entre las rendijas es $d = 60 \mu\text{m}$ y el patrón se observa a una distancia $L_0 = 1.7 \text{ m}$.

Hallar los dos primeros máximos y mínimos de la intensidad después de la franja central. Hallar la intensidad promedio máxima dado $E_A = 1 \mu\text{V/m}$.

Por la aproximación mencionada anteriormente, al ser θ un ángulo considerado pequeño:

(I) CIC

$$\sin(\theta) \approx \tan(\theta)$$

\Rightarrow

$$d \tan(\theta) = n \lambda$$

\equiv

$$d \frac{y_{n,\text{máx}}}{L_0} = n \lambda$$

\Rightarrow \langle Los dos primeros máximos corresponden a $n = 1, 2 \rangle$

$$y_{1,\text{máx}} = \frac{\lambda L_0}{d} \wedge y_{2,\text{máx}} = \frac{2 \lambda L_0}{d}$$

\equiv

$$y_{1,\text{máx}} = 1.7 \times 10^{-2} \text{ m} \wedge y_{2,\text{máx}} = 3.4 \times 10^{-2} \text{ m}$$

(II) CID Tomando la misma aproximación que antes:

$$d \tan(\theta) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

\equiv

$$d \frac{y_{n,\text{mín}}}{L_0} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

\Rightarrow \langle Los dos primeros mínimos corresponden a $n = 0, 1 \rangle$

$$y_{0,\text{mín}} = 8.5 \times 10^{-3} \text{ m} \wedge y_{1,\text{mín}} = 2.55 \times 10^{-2} \text{ m}$$

(III) Intensidad promedio máxima Para hallar esto, hay que recordar que la intensidad promedio tiene la siguiente expresión:

$$\langle S \rangle_T = \frac{2E_A^2 \cos^2 \left(\frac{k\delta}{2} \right)}{c \mu_0} = I_{n,\text{máx}} \cos^2 \left(\frac{k\delta}{2} \right)$$

De esto, la intensidad máxima para este caso en particular es:

$$I_{n,\text{máx}} = 5.3052 \times 10^{-14} \text{ W/m}^2$$