

Gases Ideales y Procesps Termodinámicos

David Gómez



Física de Calor y Ondas

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

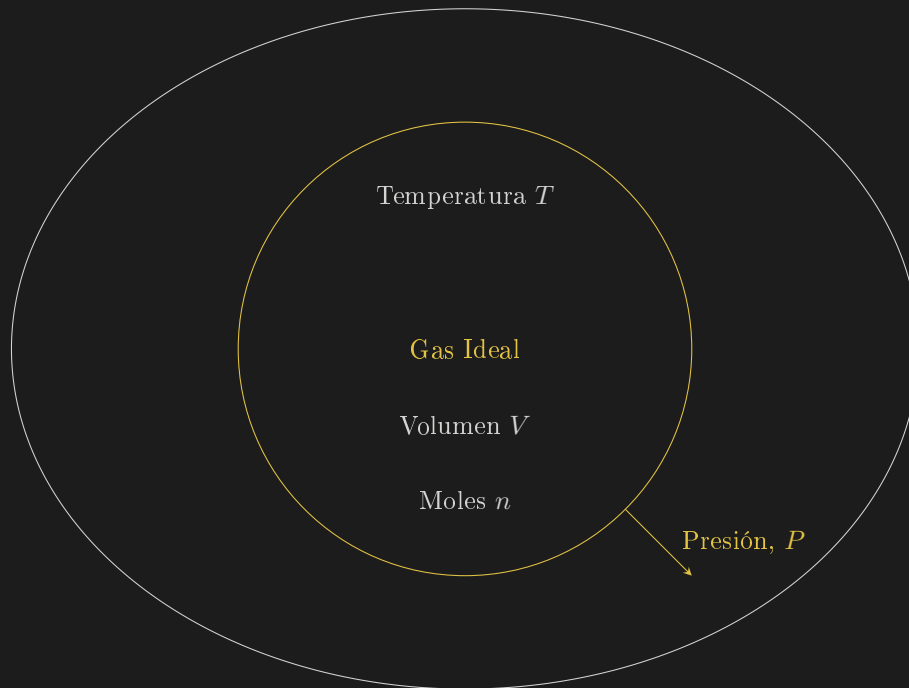
27 de noviembre de 2023

Índice

1. Gases Ideales	2
1.1. Características de los Gases Ideales	3
2. Algunos Procesos Ideales como referencia a Procesos Reales	4
3. El Calor Específico Depende del Proceso y el Valor de γ	9
4. Máquina Térmica	13

1. Gases Ideales

Los gases ideales son un sistema termodinámico que se compone de varias partículas. Se caracteriza por una temperatura (T) un volumen (V), una cantidad de masa, medida en moles n y una presión ejercida al entorno.



La ecuación de gases ideales, obtenida de forma experimental, relaciona estas variables de la siguiente manera:

$$PV = nRT$$

Donde R es una constante que depende de las unidades empleadas en las demás variables. Su valor bajo las unidades del sistema internacional es:

$$R = 8.314 \text{ J/molK}$$

1.1. Características de los Gases Ideales

- (I) Las fuerzas entre sus partes (átomos, moléculas) son nulas.
- (II) La única interacción entre sus partes se da cuando colisionan.
- (III) Las colisiones entre partículas no afectan la energía potencial dentro de estas.
- (IV) Los intercambios de energía con el entorno solo se dan en forma de energía cinética de las partículas del gas, por lo que estos intercambios solo afectan su temperatura. De esto se deduce que la energía de un gas ideal se puede expresar como función de su temperatura.

Con el desarrollo de la física estadística, se encontró otra expresión para estos gases, donde se toma ahora el número de partículas (N) que componen al gas, en lugar del número de moles; y la constante de Boltzmann ($k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K), en lugar de la constante R :

$$PV = N k_B T$$

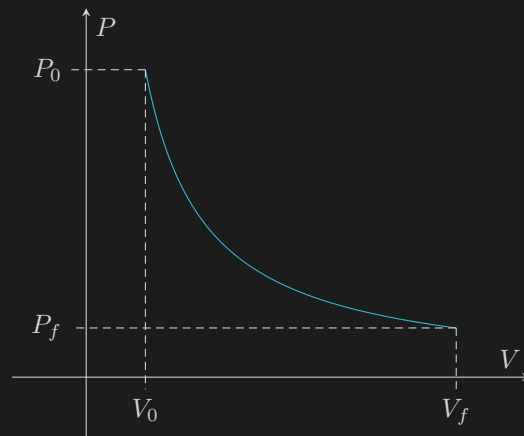
Igualando ambas ecuaciones se puede concluir que $N k_B = n R$. De este resultado se puede obtener la constante de Avogadro fácilmente al tomar $n = 1$.

2. Algunos Procesos Ideales

Como referencia a Procesos Reales

Todos los procesos que se van a mostrar, serán de gases ideales, por lo que las ecuaciones mostradas anteriormente aplican en cada uno de estos. A su vez, se tomará que no aumenta la cantidad de partículas. Esto es, n y N son constantes en cada uno de los procesos.

- (I) Proceso Isotérmico: En este proceso, la temperatura permanece constante, y se le dará el nombre de T_0 . Así, $PV = nRT_0$. Lo que indica que PV debe ser constante. En otras palabras, P y V mantienen una relación inversa bajo la condición de que la temperatura permanezca constante.



Como se tiene esta relación inversa de proporcionalidad, la ecuación que se deduce es:

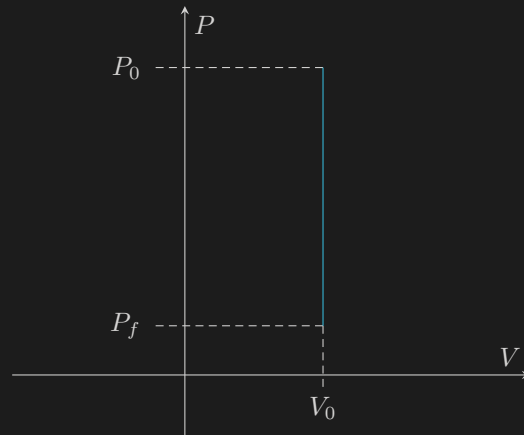
$$P_0 V_0 = P_f V_f$$

Pasando ahora a las transferencias de energía que se deben presentar en este tipo de procesos.

$$\begin{aligned}
 \Delta U &= Q + T_r \\
 &\equiv \langle \text{Como la energía varía con la temperatura, el cambio es nulo} \rangle \\
 Q &= -T_r \\
 &\equiv \langle \text{Tomando el proceso de } V_0 \text{ a } V_f, \text{ el gas pierde energía} \rangle \\
 Q &= - \left(- \int_{V_0}^{V_f} P \, dV \right) \\
 &\equiv \langle \text{Tomando } \alpha \text{ como la constante de proporcionalidad} \rangle \\
 Q &= \int_{V_0}^{V_f} \frac{\alpha}{V} \, dV \\
 &\equiv \\
 Q &= \alpha \ln \left(\frac{V_f}{V_0} \right)
 \end{aligned}$$

Lo que dice este resultado es que, para poder mantener la temperatura del gas constante, se debe aplicar calor sobre este, y dicho calor debe ser igual al trabajo realizado por el gas sobre el entorno.

(II) Proceso Isométrico: En este proceso, el volumen permanece constante y se le dará el nombre de V_0 . Así $P V_0 = n R T$. Lo que indica que P mantiene una proporción directa con T .



Por esta proporcionalidad directa, la ecuación que se deduce es:

$$\frac{T_f}{T_0} = \frac{P_f}{P_0}$$

Pasando ahora a las transferencias de energía que se deben presentar en este tipo de procesos.

$$\Delta U = Q + T_r$$

$$\equiv \langle \text{Como el volumen no varía, el trabajo es nulo} \rangle$$

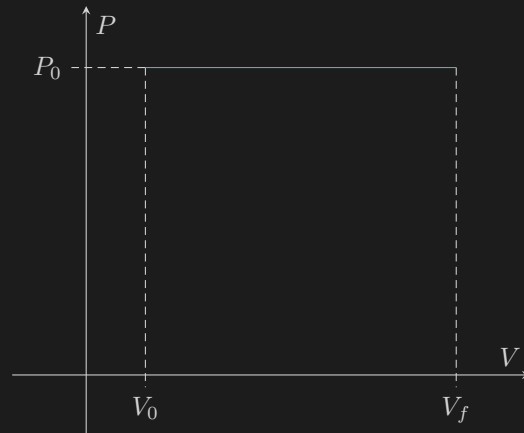
$$\Delta U = Q$$

$$\equiv \langle Q \text{ se puede expresar en función de masa y calor específico} \rangle$$

$$\Delta = n C_V (T_f - T_0)$$

Cabe resaltar que el calor específico en los gases ideales, depende del proceso, por lo que se los nombrará con un subíndice relacionado a la variable que caracterice dicho proceso.

(III) Proceso Isobárico: En este proceso la presión se mantiene constante, y se le dará el nombre de P_0 . Así $P_0 V = n R T$. Lo que indica que V y T mantienen una relación de proporción directa.



Pasando ahora a las transferencias de energía que se deben presentar en este tipo de procesos.

$$\Delta U = Q + T_r$$

\equiv

$$\Delta U = n C_p (T_f - T_0) - \int_{V_0}^{V_f} P dV$$

\equiv \langle La presión es constante \rangle

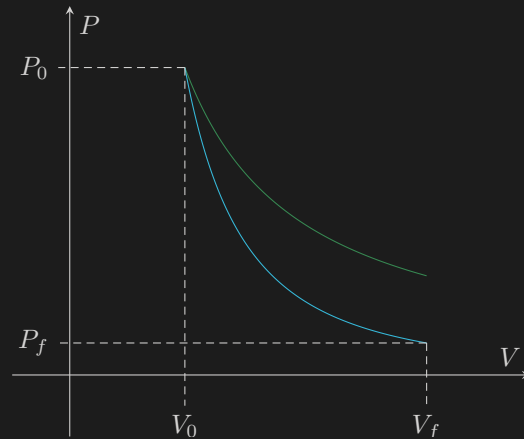
$$\Delta U = n C_p (T_f - T_0) - P_0 (V_f - V_0)$$

(IV) Proceso Adiabático: En estos procesos, no hay transferencias de energía tipo calor, lo que resulta en que la relación entre P y V sea inversa bajo un exponente. Es decir, existen γ y α para los cuales $P V^\gamma = \alpha$. Específicamente

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$

y se conoce como constante adiabática.

La gráfica en azul es la correspondiente a este proceso, la verde es la del proceso isotérmico.



Bajo esta relación entre P y V , se deduce la siguiente ecuación:

$$\frac{P_0}{P_f} = \left(\frac{V_f}{V_0} \right)^\gamma$$

Pasando ahora a las transferencias de energía que se deben presentar en este tipo de procesos.

$$\Delta U = Q + T_r$$

$$\equiv \langle Q = 0 \rangle$$

$$\Delta U = T_r$$

$$\equiv$$

$$\Delta U = \int_{V_0}^{V_f} P dV$$

$$\equiv$$

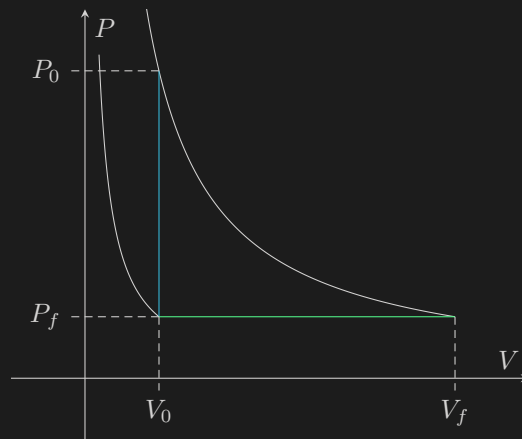
$$\Delta U = \int_{V_0}^{V_f} \frac{\alpha}{V^\gamma} dV$$

$$\equiv \langle \gamma \neq 1 \rangle$$

$$\Delta U = \frac{\alpha}{1-\gamma} \left(V_f^{1-\gamma} - V_0^{1-\gamma} \right)$$

3. El Calor Específico Depende del Proceso y el Valor de γ

Considerando un mismo gas, y dos procesos diferentes para el mismo, uno isobárico y otro isométrico. Tomando que los cambios de temperatura sean los mismos (T_1 y T_0), que el proceso isométrico mantiene un volumen V_0 , con presiones P_0 a P_f y el proceso isobárico se mantiene en la presión P_f con volúmenes V_f a V_0 . Entonces se tiene que:



(I) En el proceso isométrico

$$\Delta U_V = n C_V (T_1 - T_0)$$

(II) En el proceso isobárico

$$\Delta U_P = n C_P (T_1 - T_0) - P_f (V_0 - V_f)$$

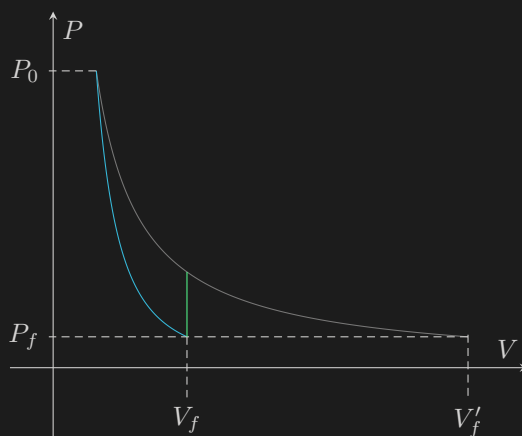
$$P_f (V_0 - V_1) = n R (T_1 - T_0)$$

Como la energía está en función de la temperatura, ambos procesos tienen el mismo cambio de

temperatura y son el mismo gas, se tiene que:

$$\begin{aligned}
 \Delta U_V &= \Delta U_P \\
 &\equiv \\
 n C_V (T_1 - T_0) &= n C_P (T_1 - T_0) - P_f (V_0 - V_f) \\
 &\equiv \\
 n C_V (T_1 - T_0) &= n C_P (T_1 - T_0) - n R (T_1 - T_0) \\
 &\equiv \\
 C_P - C_V &= R
 \end{aligned}$$

Considerando un mismo gas, dos procesos diferentes para el mismo, uno adiabático y otro isométrico. Tomando que los cambios de la temperatura sean los mismos (T_1 y T_2), que el proceso isométrico mantiene volumen V_f .



Se tiene entonces que:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_V = Q_V & = n C_V \Delta T \\ dU_Q = dT_r & = -P dV \end{bmatrix}$$

\Rightarrow

$$\begin{bmatrix} Q_V = n C_V \Delta T \\ -P dV = dU_V \end{bmatrix}$$

\Rightarrow

$$\begin{bmatrix} dQ_V = n C_V dT \\ -P dV = dU_V \end{bmatrix}$$

Por otro lado

$$d(PV) = n R dT$$

\equiv

$$dPV + P dV = n R dT$$

\equiv

$$dPV + P dV = -n R \frac{P dV}{n C_V}$$

$$\equiv \langle R = C_P - C_V \rangle$$

$$dPV + P dV = -(C_P - C_V) \frac{P dV}{C_V}$$

$$\equiv \langle \gamma = C_P / C_V \rangle$$

$$dPV + P dV = (1 - \gamma) P dV$$

\equiv

$$\frac{dPV + P dV}{PV} = (1 - \gamma) \frac{P dV}{PV}$$

\equiv

$$\frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} = (1 - \gamma) \frac{dV}{V}$$

\equiv

$$\frac{dP}{P} = -\gamma \frac{dV}{V}$$

\Rightarrow

$$\int_{P_0}^{P_f} \frac{1}{P} dP = -\gamma \int_{V_0}^{V_f} \frac{1}{V} dV$$

\equiv

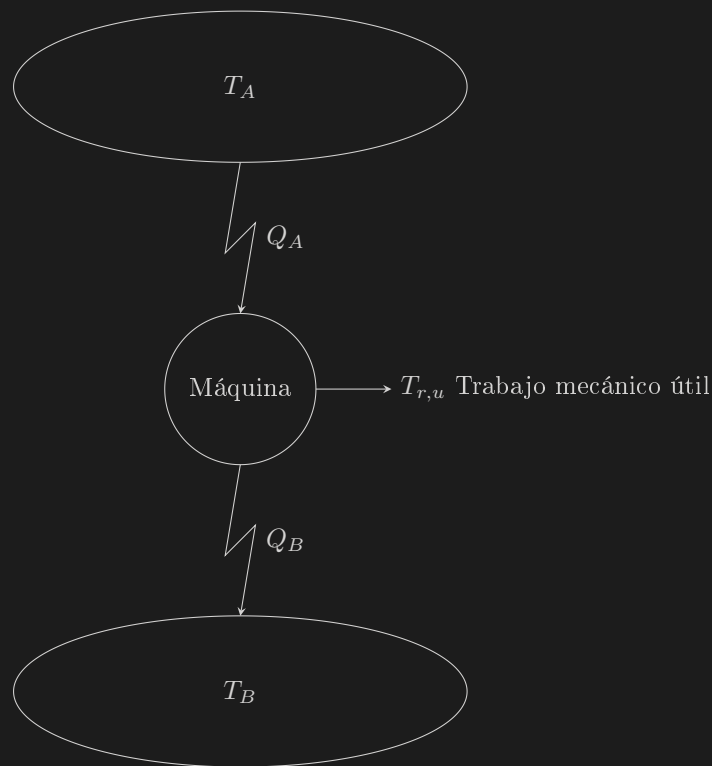
$$\ln \left(\frac{P_f}{P_0} \right) = -\gamma \ln \left(\frac{V_f}{V_0} \right)$$

\equiv

$$\frac{P_0}{P_f} = \left(\frac{V_f}{V_0} \right)^\gamma$$

4. Máquina Térmica

Una máquina térmica es un sistema el cual recibe energía de tipo calor desde un reservorio a una temperatura T_A , generar con esta trabajo mecánico útil, y entrega energía de tipo calor a otro reservorio a temperatura T_B . Un reservorio es un sistema que permite el paso de energía de tipo calor sin alterar su temperatura.



Toda máquina térmica requiere de sustancia de trabajo, esta sustancia absorbe la energía Q_A y es la que, como intermediaria, permite la generación del trabajo útil. La eficiencia de una máquina térmica se puede medir en razón de cuanta energía de la que le entra es producida como trabajo, esto es:

$$\text{Eficiencia: } e = \frac{T_{r,u}}{Q_A}$$

Los intercambios de energía se dan en la sustancia de trabajo, la cual siempre está operando en un ciclo. Esto es, en un plano presión - volumen, se pueden trazar diferentes procesos del funcionamiento

de la máquina, y la sustancia de trabajo va a cambiar entre una serie de estados, pero siempre en un ciclo. Es decir, el último estado finaliza en donde empezó el primero.

Ya que la sustancia de trabajo tiene esta propiedad. Considerando todo un ciclo,

$$\begin{aligned}\Delta U &= Q + T_r \\ &\equiv \langle \text{ Se finaliza en el mismo estado en el que se inició } \rangle \\ Q &= -T_r\end{aligned}$$

Como $Q = Q_A - Q_B$ y $T_{r,u} = -T_r$ entonces la eficiencia se puede escribir como:

$$e = 1 - \frac{Q_B}{Q_A}$$

Un ejemplo de una máquina térmica es un motor de combustión, donde la sustancia de trabajo viene a ser la mezcla del combustible y el aire.