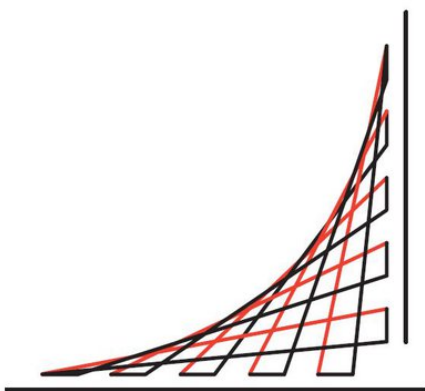


# Tarea 04

David Gómez



ESCUELA  
COLOMBIANA  
DE INGENIERÍA  
JULIO GARAVITO

VIGILADA MINEDUCACIÓN

Matemáticas  
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito  
Colombia  
3 de septiembre de 2022

# Índice

<b>1. Justificaciones extra:</b>	<b>2</b>
<b>2. Sección 2.3</b>	<b>2</b>
2.1. Punto 1	2
2.1.1. a) $\models ((\phi \equiv \psi) \equiv (\psi \equiv \phi))$	2
2.1.2. b) $\models ((\phi \equiv \text{true}) \equiv \phi)$	3
2.1.3. f) $\models ((\phi \vee \text{false}) \equiv \phi)$	3
2.1.4. g) $\models ((\phi \vee \phi) \equiv \phi)$	4
2.1.5. k) $\models (\neg(\phi \wedge (\neg\phi)))$	4
2.1.6. l) $\models (\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \phi))$	4
2.1.7. n) $\models ((\phi \rightarrow \psi) \equiv ((\neg\psi) \rightarrow (\neg\phi)))$	5
2.2. Punto 2	5
2.2.1. b) $((\neg p) \vee q)$	5
2.2.2. d) $(\neg(p \wedge (\neg q)))$	6
2.3. Punto 3	6
2.4. Punto 6	6
2.4.1. b)	6
2.4.2. d)	7
2.4.3. f)	7
2.4.4. g)	7
2.5. Punto 8	8
2.5.1. a)	8
2.5.2. b)	8
2.5.3. c)	8
2.5.4. d)	9
2.6. Punto 9	9
2.6.1. a)	9
2.6.2. b)	10
2.7. Punto 10	10
2.7.1. a)	10
2.7.2. b)	10
<b>3. Sección 2.4</b>	<b>11</b>
3.1. Punto 1	11

## 1. Justificaciones extra:

### Metateorema SS

1.  $\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}$  Es una proposición  $X_1$
- 1.1.  $\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}$  es igual a la proposición  $(\neg X_1)$
2.  $\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}$  Es una proposición  $X_2$
- 2.1.  $\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}$  es igual a la proposición  $(\neg X_2)$
3. Los conectores usados en las definiciones y metateoremas sobre valuaciones pueden ser reemplazados por conectores lógicos.

## 2. Sección 2.3

### 2.1. Punto 1

#### 2.1.1. a) $\models ((\phi \equiv \psi) \equiv (\psi \equiv \phi))$

- |    |  |  |
|----|--|--|
| 0. | $\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi) \equiv (\psi \equiv \phi)] = \mathbf{T}$                              | Enunciado                              |
| 1. | $\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi) \equiv (\psi \equiv \phi)] = \mathbf{F}$                              | suposición (intento por contradicción) |
| 2. | $\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi)] \neq \mathbf{v}[(\psi \equiv \phi)]$                                 |  |
| 3. | $(\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\psi \equiv \phi)] = \mathbf{F})$ | suposición 1, MT 2.20                  |
| 4. | $(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{v}[\psi]) \wedge (\mathbf{v}[\psi] \neq \mathbf{v}[\phi])$              | MT 2.23 ( $\equiv$ )                   |
| 5. | Contradicción  |  |
| 6. | $(\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi)] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[(\psi \equiv \phi)] = \mathbf{T})$ | suposición 2                           |
| 7. | $(\mathbf{v}[\phi] \neq \mathbf{v}[\psi]) \wedge (\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{v}[\phi])$              | MT 2.23 ( $\equiv$ )                   |
| 8. | Contradicción  |  |
| 9. | $\therefore \models ((\phi \equiv \psi) \equiv (\psi \equiv \phi))$                                  |  |

**2.1.2. b)  $\models ((\phi \equiv \text{true}) \equiv \phi)$**

0.	$\mathbf{v}[(\phi \equiv \text{true}) \equiv \phi] = \mathbf{T}$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \equiv \text{true}) \equiv \phi] = \mathbf{F}$	suposición (intento por contradicción)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \equiv \text{true})] \neq \mathbf{v}[\phi]$	
3.	$(\mathbf{v}[(\phi \equiv \text{true})] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	suposición 1, MT 2.20
4.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{v}[\text{true}]) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	MT 2.23
5.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	
6.	Contradicción	
7.	$(\mathbf{v}[(\phi \equiv \text{true})] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	suposición 2, MT 2.20
8.	$(\mathbf{v}[\phi] \neq \mathbf{v}[\text{true}]) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	MT 2.23
9.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	
10.	Contradicción	
11.	$\therefore \models ((\phi \equiv \text{true}) \equiv \phi)$	

**2.1.3. f)  $\models ((\phi \vee \text{false}) \equiv \phi)$**

0.	$\mathbf{v}[(\phi \vee \text{false}) \equiv \phi] = \mathbf{T}$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \vee \text{false}) \equiv \phi] = \mathbf{F}$	suposición (intento por contradicción)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \vee \text{false})] \neq \mathbf{v}[\phi]$	
3.	$(\mathbf{v}[(\phi \vee \text{false})] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	suposición 1, MT 2.20
4.	$((\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \vee (\mathbf{v}[\text{false}] = \mathbf{T})) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	MT 2.23
5.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	
6.	Contradicción	
7.	$(\mathbf{v}[(\phi \vee \text{false})] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	suposición 2, MT 2.20
8.	$((\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\text{false}] = \mathbf{F})) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	MT 2.23
9.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	simplificación (8)
10.	Contradicción	
11.	$\therefore \models ((\phi \vee \text{false}) \equiv \phi)$	

**2.1.4. g)  $\models ((\phi \vee \phi) \equiv \phi)$**

0.	$\mathbf{v}[(\phi \vee \phi) \equiv \phi] = \mathbf{T}$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \vee \phi) \equiv \phi] = \mathbf{F}$	suposición (intento por contradicción)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \vee \phi)] \neq \mathbf{v}[\phi]$	MT 2.23 ( $\equiv$ )
3.	$(\mathbf{v}[(\phi \vee \phi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	suposición 1, MT 2.20
4.	$((\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \vee (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	MT 2.20
5.	$((\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	suposición 1.1
6.	Contradicción	
7.	$((\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	suposición 1.2
8.	Contradicción	
9.	$((\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	suposición 1.3
10.	Contradicción	
11.	$(\mathbf{v}[(\phi \vee \phi)] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	suposición 2, MT 2.20
12.	$((\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	MT 2.23
13.	Contradicción	
14.	$\therefore \models ((\phi \vee \phi) \equiv \phi)$	

**2.1.5. k)  $\models (\neg(\phi \wedge (\neg\phi)))$**

0.	$\mathbf{v}[(\neg(\phi \wedge (\neg\phi)))] = \mathbf{T}$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\neg(\phi \wedge (\neg\phi)))] = \mathbf{F}$	suposición (intento por contradicción)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \wedge (\neg\phi))] = \mathbf{T}$	MT 2.23 ( $\neg$ )
3.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\neg\phi)] = \mathbf{T})$	MT 2.23 ( $\wedge$ )
4.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	MT 2.23 ( $\neg$ )
5.	Contradicción	
6.	$\therefore \models (\neg(\phi \wedge (\neg\phi)))$	

**2.1.6. l)  $\models (\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \phi))$**

0.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \phi))] = \mathbf{T}$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \phi))] = \mathbf{F}$	suposición (intento por contradicción)
2.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\psi \rightarrow \phi)] = \mathbf{F})$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ )
3.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge ((\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T}) \wedge ((\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})))$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ )
4.	Contradicción	
5.	$\therefore (\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \phi))$	

**2.1.7. n)  $\models ((\phi \rightarrow \psi) \equiv ((\neg\psi) \rightarrow (\neg\phi)))$**

0.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi) \equiv ((\neg\psi) \rightarrow (\neg\phi))] = \mathbf{T}$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{v}[(\neg\psi) \rightarrow (\neg\phi)]$	MT 2.23 ( $\equiv$ )
2.	Partiendo de $(\phi \rightarrow \psi)$	
3.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{F}$	suposición 1
4.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{F})$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ )
5.	$(\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	Conmutativa de $\wedge$
6.	$(H_{\neg}(\mathbf{v}[\psi]) = \mathbf{T}) \wedge (H_{\neg}(\mathbf{v}[\phi]) = \mathbf{F})$	Doble negación (5)
7.	$(\mathbf{v}[(\neg\psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\neg\phi)] = \mathbf{F})$	Def. 2.18 ( $\neg$ )
8.	$\mathbf{v}[(\neg\psi) \rightarrow (\neg\phi)] = \mathbf{F}$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ )
9.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{T}$	suposición 2
10.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}) \vee (\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T})$	MTT 2.23 ( $\rightarrow$ )
11.	$(\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T}) \vee (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$	Conmutativa de $\vee$
12.	$(H_{\neg}(\mathbf{v}[\psi]) = \mathbf{F}) \vee (H_{\neg}(\mathbf{v}[\phi]) = \mathbf{T})$	Doble negación (10)
13.	$(\mathbf{v}[(\neg\psi)] = \mathbf{F}) \vee (\mathbf{v}[(\neg\phi)] = \mathbf{T})$	Def. 2.18 ( $\neg$ )
14.	$\mathbf{v}[(\neg\psi) \rightarrow (\neg\phi)] = \mathbf{T}$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ )
15.	$\therefore \models ((\phi \rightarrow \psi) \equiv ((\neg\psi) \rightarrow (\neg\phi)))$	

**2.2. Punto 2**

**2.2.1. b)  $((\neg p) \vee q)$**

0.	$(\exists \mathbf{v}, \mathbf{w} \mid (\mathbf{v}[(\neg p) \vee q] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{w}[(\neg p) \vee q] = \mathbf{F}))$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\neg p) \vee q] = \mathbf{T}$	suposición 1
2.	$(\mathbf{v}[(\neg p)] = \mathbf{T}) \vee (\mathbf{v}[q] = \mathbf{T})$	MT 2.23 ( $\vee$ )
3.	$(\mathbf{v}[p] = \mathbf{F}) \vee (\mathbf{v}[q] = \mathbf{T})$	Doble negación (2)
4.	$\mathbf{v} = \{p \mapsto \mathbf{F}, q \mapsto \mathbf{T}\}$	
5.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[(\neg p) \vee q] = \mathbf{T})$	
6.	$\mathbf{w}[(\neg p) \vee q] = \mathbf{F}$	suposición 2
7.	$(\mathbf{w}[(\neg p)] = \mathbf{F}) \wedge (\mathbf{w}[q] = \mathbf{F})$	MT 2.23 ( $\vee$ )
8.	$(\mathbf{w}[p] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{w}[q] = \mathbf{F})$	Doble negación (2)
9.	$\mathbf{w} = \{p \mapsto \mathbf{T}, q \mapsto \mathbf{F}\}$	
10.	$(\exists \mathbf{w} \mid \mathbf{w}[(\neg p) \vee q] = \mathbf{F})$	
11.	$\therefore (\exists \mathbf{v}, \mathbf{w} \mid (\mathbf{v}[(\neg p) \vee q] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{w}[(\neg p) \vee q] = \mathbf{F}))$	

### 2.2.2. d) $(\neg(p \wedge (\neg q)))$

0.	$(\exists \mathbf{v}, \mathbf{w} \mid (\mathbf{v}[(\neg(p \wedge (\neg q)))]) = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{w}[(\neg(p \wedge (\neg q)))]) = \mathbf{F})$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\neg(p \wedge (\neg q)))]) = \mathbf{F}$	suposición 1
2.	$\mathbf{v}[(p \wedge (\neg q))] = \mathbf{T}$	Def. 2.18 $(\neg)$
3.	$(\mathbf{v}[p] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\neg q)] = \mathbf{T})$	MT 2.23 $(\wedge)$
4.	$(\mathbf{v}[p] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[q] = \mathbf{F})$	Def. 2.18 $(\neg)$
5.	$\mathbf{v} = \{p \mapsto \mathbf{T}, q \mapsto \mathbf{F}\}$	
6.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[(\neg(p \wedge (\neg q)))]) = \mathbf{T}$	
7.	$\mathbf{w}[(\neg(p \wedge (\neg q)))]) = \mathbf{T}$	suposición 2
8.	$\mathbf{w}[(p \wedge (\neg q))] = \mathbf{F}$	Def. 2.18 $(\neg)$
9.	$(\mathbf{w}[p] = \mathbf{F}) \vee (\mathbf{w}[(\neg q)] = \mathbf{F})$	
10.	$(\mathbf{w}[p] = \mathbf{F}) \vee (\mathbf{w}[q] = \mathbf{T})$	Def. 2.18 $(\neg)$
11.	$\mathbf{w} = \{p \mapsto \mathbf{F}, q \mapsto \mathbf{T}\}$	
12.	$(\exists \mathbf{w} \mid \mathbf{w}[(\neg(p \wedge (\neg q)))]) = \mathbf{T}$	
13.	$\therefore (\exists \mathbf{v}, \mathbf{w} \mid (\mathbf{v}[(\neg(p \wedge (\neg q)))]) = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{w}[(\neg(p \wedge (\neg q)))]) = \mathbf{F})$	

## 2.3. Punto 3

- $(\phi \wedge (\neg \phi))$
- $((\phi \rightarrow \psi) \equiv (\phi \wedge (\neg \psi)))$
- $((\phi \leftarrow \psi) \equiv ((\neg \phi) \wedge \psi))$

## 2.4. Punto 6

### 2.4.1. b)

Se tiene de entrada que *false*, al ser una constante, no hace de operador entre 2 proposiciones, por lo que la única opción es:

0.	$\models (false)$	suposición/ enunciado
1.	$\mathbf{v}[false] = \mathbf{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{F} = \mathbf{T}$	Def. 2.18 ( <i>false</i> ) (p1)
3.	Contradicción	
4.	$\therefore$ No existe dicha proposición mencionada en el enunciado	

2.4.2. d)

0.	$\models (\phi \neq \psi)$	suposición/ enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \neq \psi)] = \mathbf{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \neq \psi)] = \mathbf{F}$	suposición (intento por contradicción)
3.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{v}[\psi]$	MT 2.23 ( $\neq$ ) (p2)
4.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}$	suposición 1, MT 2.19 N 2.20
5.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T}$	p(3, 4)
6.	$\therefore (\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[(\phi \neq \psi)] = \mathbf{F})$	

2.4.3. f)

0.	$\models (\phi \wedge \psi)$	suposición/ enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \wedge \psi)] = \mathbf{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \wedge \psi)] = \mathbf{F}$	suposición (intento por contradicción)
3.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}) \vee (\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{F})$	MT 2.23 (p2)
4.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}$	suposición 1, MT 2.19 N 2.20
5.	$\mathbf{v}[(\phi \wedge \psi)] = \mathbf{F}$	MT 2.23, p4
6.	$\therefore (\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[(\phi \wedge \psi)] = \mathbf{F})$	

2.4.4. g)

0.	$\models (\phi \rightarrow \psi)$	suposición/ enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{F}$	suposición (intento por contradicción)
3.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{F})$	
4.	$\therefore (\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{F})$	



## 2.5. Punto 8

### 2.5.1. a)

0.	Si $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\psi \rightarrow \tau)$ , entonces $\models (\phi \rightarrow \tau)$	Enunciado
1.	$((\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\psi \rightarrow \tau)] = \mathbf{T})) \implies (\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \tau)] = \mathbf{T})$	Def. (p0)
2.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[(\phi \rightarrow \tau)] = \mathbf{F})$	suposición , MT 2.19 N 2.20 ( $\rightarrow$ ) (p1)
3.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\tau] = \mathbf{F})$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ ) (p2)
4.	se tiene que $((\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\psi \rightarrow \tau)] = \mathbf{T}))$	
5.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}$	Caso ( $true \rightarrow \xi$ ) (p4 , p3)
6.	$\mathbf{v}[\tau] = \mathbf{T}$	Caso ( $true \rightarrow \xi$ ) (p4 , p5)
7.	Contradicción	(p6, p3)
8.	$\therefore$ Si $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\psi \rightarrow \tau)$ , entonces $\models (\phi \rightarrow \tau)$	Enunciado

### 2.5.2. b)

0.	Si $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\phi)$ , entonces $\models (\psi)$	Enunciado
1.	$((\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})) \implies (\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T})$	Def.(p0)
2.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[\psi] = \mathbf{F})$	suposición, MT 2.19 N 2.20
3.	Se tiene que $((\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}))$	
4.	$((\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}) \vee (\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T})) \wedge (\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ ) (p3)
5.	Nótese que por un lado (mediante $\vee$ ) $(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F})$ y por otro $(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	
6.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T}$	Caso ( $false \vee \xi$ )
7.	Contradicción	(p6, p2)
8.	$\therefore$ Si $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\phi)$ , entonces $\models (\psi)$	Enunciado

### 2.5.3. c)

0.	Si $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\psi \equiv \tau)$ , entonces $\models (\phi \rightarrow \tau)$	Enunciado
1.	$((\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\psi \equiv \tau)] = \mathbf{T})) \implies (\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \tau)] = \mathbf{T})$	Def. (p0)
2.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[(\phi \rightarrow \tau)] = \mathbf{T})$	suposición, MT 2.19 N 2.20
3.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\tau] = \mathbf{F})$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ ) (p2)
4.	Se tiene que $((\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\psi \equiv \tau)] = \mathbf{T}))$	
5.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{F}$	MT 2.23 ( $\equiv$ ) (p4, p3)
6.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathbf{F}$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ ) (p5, p3)
7.	Contradicción	(p6, p3)
8.	$\therefore$ Si $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\psi \equiv \tau)$ , entonces $\models (\phi \rightarrow \tau)$	

#### 2.5.4. d)

0.	Si $\models (\phi \equiv \psi)$ y $\models (\psi \rightarrow \tau)$ , entonces $\models (\phi \rightarrow \tau)$	Enunciado
1.	$((\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\psi \rightarrow \tau)] = \mathbf{T})) \implies (\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \tau)] = \mathbf{T})$	Def. (p0)
2.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[(\phi \rightarrow \tau)] = \mathbf{F})$	suposición, MT 2.19 N 2.20
3.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\tau] = \mathbf{F})$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ ) (p2)
4.	Se tiene que $((\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi)] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[(\psi \rightarrow \tau)] = \mathbf{T}))$	
5.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T}$	MT 2.23 ( $\equiv$ ), (p4, p3)
6.	$\mathbf{v}[(\psi \rightarrow \tau)] = \mathbf{F}$	MT 2.23 ( $\rightarrow$ ), (p5, p3)
7.	Contradicción	(p6, p3)
8.	$\therefore$ Si $\models (\phi \equiv \psi)$ y $\models (\psi \rightarrow \tau)$ , entonces $\models (\phi \rightarrow \tau)$	

### 2.6. Punto 9

#### 2.6.1. a)

0.	$\phi$ Es insatisfacible si y solo si $\models (\phi \equiv false)$	Enunciado
1.	Si $\phi$ Es insatisfacible, entonces $\models (\phi \equiv false)$	demostración 1
2.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}$	MT 2.19 N 2.20
3.	$\mathbf{v}[false] = \mathbf{F}$	Def 2.18 ( <i>false</i> )
4.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{v}[false]$	(p3, p2)
5.	$\mathbf{v}[(\phi \equiv false)] = \mathbf{T}$	MT 2.23 ( $\equiv$ ) (p4)
6.	Si $\models (\phi \equiv false)$ entonces $\phi$ Es insatisfacible	demostración 2
7.	$\mathbf{v}[(\phi \equiv false)] = \mathbf{T}$	MT 2.19 N 2.20
8.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{v}[false]$	MT 2.23 ( $\equiv$ ) (p7)
9.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}$	Def. 2.18 ( <i>false</i> )
10.	$\therefore$ $\phi$ Es insatisfacible si y solo si $\models (\phi \equiv false)$	

### 2.6.2. b)

0.	$\phi$ Es insatisfacible si y solo si $\models (\neg\phi)$	Enunciado
1.	Si $\phi$ es insatisfacible, entonces $\models (\neg\phi)$	demostración 1
2.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}$	MT 2.19 N 2.20
3.	$H_{\neg}(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T})$	doble negación (p2)
4.	$\mathbf{v}[(\neg\phi)] = \mathbf{T}$	
5.	Si $\models (\neg\phi)$ , entonces $\phi$ es insatisfacible	demostración 2
6.	$\mathbf{v}[(\neg\phi)] = \mathbf{T}$	MT 2.19 N 2.20
7.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}$	MT 2.23 ( $\neg$ ) (p6)
8.	$\therefore \phi$ Es insatisfacible si y solo si $\models (\neg\phi)$	

## 2.7. Punto 10

### 2.7.1. a)

0.	$\models (\phi \equiv \psi)$ si y solo si $\models (\phi)$ y $\models (\psi)$	Enunciado
1.	Si $\models (\phi \equiv \psi)$ entonces $\models (\phi)$ y $\models (\psi)$	demostración 1
2.	$\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi)] = \mathbf{T}$	MT 2.19 N 2.20
3.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{v}[\psi]$	MT 2.23 ( $\equiv$ ) (p2)
4.	Tomando $\mathbf{v} \mid \mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}$	MT 2.19 N 2.20
5.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{F}$	MT 2.23 ( $\equiv$ ) (p4, p3)
6.	$\therefore$ No se cumple el enunciado	

### 2.7.2. b)

0.	$\models (\phi \wedge \psi)$ si y solo si $\models (\phi)$ y $\models (\psi)$	Enunciado
1.	Si $\models (\phi \wedge \psi)$ , entonces $\models (\phi)$ y $\models (\psi)$	demostración 1
2.	$\mathbf{v}[(\phi \wedge \psi)] = \mathbf{T}$	MT 2.19 N 2.20
3.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T})$	MT 2.23 ( $\wedge$ ) (p2)
4.	$\models (\phi)$ y $\models (\psi)$	Def. (p4)
5.	Si $\models (\phi)$ y $\models (\psi)$ , entonces $\models (\phi \wedge \psi)$	demostración 2
6.	$(\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{T}) \wedge (\mathbf{v}[\psi] = \mathbf{T})$	Def. (p5)
7.	$\mathbf{v}[(\phi \wedge \psi)] = \mathbf{T}$	MT 2.23 ( $\wedge$ ) (p6)
8.	$\therefore \models (\phi \wedge \psi)$ si y solo si $\models (\phi)$ y $\models (\psi)$	Enunciado

### 3. Sección 2.4

#### 3.1. Punto 1

- |    |   |                |
|----|---|----------------|
| 0. | $\Gamma$ es insatisfacible sii $(\forall \mathbf{v} : (\exists \phi \in \Gamma \mid \mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}))$          | Enunciado      |
| 1. | Si $\Gamma$ es insatisfacible, entonces $(\forall \mathbf{v} : (\exists \phi \in \Gamma \mid \mathbf{v}[\phi] = \mathbf{F}))$ | demostración 1 |
| 2. |   |                |