Tarea 04

David Gómez

Matemáticas
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Colombia
5 de septiembre de 2022

Índice

1. Punto 1

1.1. a)

a)

0.	$((\phi \vee (\psi \equiv \tau)) \equiv ((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi)))$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \vee (\psi \equiv \tau))] = \mathbf{v}[((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi))]$	MT 2.23 ($\equiv$) (p0)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \vee (\psi \equiv \tau))] = \mathtt{T}$	Suposición 1
3.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$ o $\mathbf{v}[(\psi \equiv \tau)] = \mathtt{T}$	
4.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$	Suposición 1.1
5.	$\mathbf{v}[((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi))] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\vee$, $\equiv$) (p2, p4)
6.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$ y $\mathbf{v}[(\psi \equiv \tau)] = \mathtt{T}$	Suposición 1.2
7.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$	Suposición 1.2.1
8.	$\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\equiv$) (p7)
9.	$\mathbf{v}[((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi))] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\equiv$, $\vee$) (p8, p7)
10.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{F}$	Suposición 1.2.2
11.	$\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\equiv$) (p10)
12.	$\mathbf{v}[((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi))] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\equiv$, $\vee$) (p10, p11, p6)
13.	$\mathbf{v}[(\phi \vee (\psi \equiv \tau))] = \mathtt{F}$	Suposición 2
14.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$ y $\mathbf{v}[(\psi \equiv \tau)] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\vee$) (p13)
15.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$	Suposición 2.1
16.	$\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\equiv$) (p15, 14)
17.	$\mathbf{v}[((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi))] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\equiv$, $\vee$) (p16, p15, p14)
18.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{F}$	Suposición 2.2
19.	$\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\equiv$) (p18, 14)
20.	$\mathbf{v}[((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi))] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\equiv$, $\vee$) (p19, p18, p14)
21.	$\therefore \quad ((\phi \vee (\psi \equiv \tau)) \equiv ((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi)))$	

1.2. b)

b)

0.	$((\phi \to (\psi \to \tau)) \equiv ((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau)))$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[(\phi \to (\psi \to \tau))] = \mathbf{v}[((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau))]$	MT 2.23 ($\equiv$)(p0)
2.	Suposición 1	
3.	Suposición 2	
4.	$\therefore \quad ((\phi \to (\psi \to \tau)) \equiv ((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau)))$	

Suposición 1

0.	$\mathbf{v}[(\phi \to (\psi \to \tau))] = \mathtt{F}$	
1.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$ y $\mathbf{v}[(\psi \to \tau)] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\to$)(p0)
2.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$ y $\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\to$)(p1)
3.	$\mathbf{v}[(\phi \to \psi)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p2, p1)
4.	$\mathbf{v}[(\phi \to \tau)] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\to$)(p2, p1)
5.	$\mathbf{v}[((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau))] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\to$)(p3, p4)
6.	$\mathbf{v}[(\phi \to (\psi \to \tau))] = \mathbf{v}[((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau))]$	(p5, p0)

Suposición 2

0.	$\mathbf{v}[(\phi \to (\psi \to \tau))] = \mathtt{T}$	
1.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$ o $\mathbf{v}[(\psi \to \tau)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p0)
2.	Suposición 2.1	
3.	Suposición 2.2	

suposición 2.1

0.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$	
1.	$\mathbf{v}[(\phi \to \psi)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p0)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \to \tau)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p0)
3.	$\mathbf{v}[((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau))] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p2, p1)
4.	$\mathbf{v}[(\phi \to (\psi \to \tau))] = \mathbf{v}[((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau))]$	(p0 Suposición 2, p3)

Suposición 2.2

0.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$ y $\mathbf{v}[(\psi \to \tau)] = \mathtt{T}$	
1.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{F}$ o $\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p0)
2.	Suposición 2.2.1	
3.	Suposición 2.2.2	

Suposición 2.2.1

0.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{F}$	
1.	$\mathbf{v}[(\phi \to \psi)] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\to$)(p0 Suposición 2.2, p0)
2.	$\mathbf{v}[((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau))] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p1)
3.	$\mathbf{v}[(\phi \to (\psi \to \tau))] = \mathbf{v}[((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau))]$	(p0 Suposición 2, p2)

Suposición 2.2.2

0.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$ y $\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{T}$	
1.	$\mathbf{v}[(\phi \to \psi)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p0 Suposición 2.2, p0)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \to \tau)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p0 Suposición 2.2, p0)
3.	$\mathbf{v}[((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau))] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p2, p1)
4.	$\mathbf{v}[(\phi \to (\psi \to \tau))] = \mathbf{v}[((\phi \to \psi) \to (\phi \to \tau))]$	(p0 Suposición 2, p3)

2. Punto 2

$((\neg(p \vee q)) \to p) = \phi$

0.	ϕ es satisfacible pero no tautología	Enunciado
1.	demostración 1	
2.	demostración 2	
3.	$\therefore$ ϕ es satisfacible pero no tautología	

demostración 1

0.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T})$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[((\neg(p \vee q)) \to p)] = \mathtt{T}$	Def(p0)
2.	$\mathbf{v}[(\neg(p \vee q))] = \mathtt{F}$ o $\mathbf{v}[p] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p1)
3.	$\mathbf{v}[(p \vee q)] = \mathtt{T}$ o $\mathbf{v}[p] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\neg$)(p2)
4.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{T}$ o $\mathbf{v}[q] = \mathtt{T}$ o $\mathbf{v}[p] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\vee$)(p3)
5.	$\mathbf{v} = \{p \mapsto \mathtt{T}, q \mapsto \mathtt{T}\}$	Suposición (p4)

demostración 2

0.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F})$	Enunciado
1.	$\mathbf{v}[((\neg(p \vee q)) \to p)] = \mathtt{F}$	Def. (p0)
2.	$\mathbf{v}[(\neg(p \vee q))] = \mathtt{T}$ y $\mathbf{v}[p] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\to$)(p1)
3.	$\mathbf{v}[(p \vee q)] = \mathtt{F}$ y $\mathbf{v}[p] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\neg$)(p2)
4.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{F}$ y $\mathbf{v}[q] = \mathtt{F}$ y $\mathbf{v}[p] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\vee$)(p3)
5.	$\mathbf{v} = \{p \mapsto \mathtt{F}, q \mapsto \mathtt{F}\}$	

3. Punto 3

- ϕ tiene a $\vee$ como único conector lógico.

primer inciso

0.	$\phi = (\psi \vee \tau)$	Enunciado
1.	$\vDash \phi$	Enunciado
2.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F})$	Suposición
3.	$\mathbf{v}[(\psi \vee \tau)] = \mathtt{F}$	Def.(p2)
4.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{F}$ o $\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\vee$)(p3)
5.	$\nvDash \phi$	(p4, p2)

- ϕ tiene a $\wedge$ como único conector lógico.

segundo inciso

0.	$\phi = (\psi \wedge \tau)$	Enunciado
1.	$\vDash \phi$	Enunciado
2.	$(\exists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F})$	Suposición
3.	$\mathbf{v}[(\psi \wedge \tau)] = \mathtt{F}$	Def.(p2)
4.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{F}$ y $\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\wedge$)(p3)
5.	$\nvDash \phi$	(p4, p2)

4. Punto 4

$\vDash (\phi \equiv \psi)$ sii $(\phi \rightarrow \psi)$ y $(\phi \leftarrow \psi)$

0.	demostración 1
1.	demostración 2
2.	$\therefore$ $\vDash (\phi \equiv \psi)$ sii $(\phi \rightarrow \psi)$ y $(\phi \leftarrow \psi)$

demostración 1

0.	Si $\vDash (\phi \equiv \psi)$,entonces $\vDash (\phi \rightarrow \psi)$ y $\vDash (\phi \leftarrow \psi)$	
1.	$\vDash (\phi \equiv \psi)$	Suposición
2.	$\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi)] = \mathtt{T}$	Def.(p1)
3.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{v}[\psi]$	MT 2.23 ($\equiv$)(p2)
4.	Suposición 1	
5.	Suposición 2	
6.	$\therefore$ Si $\vDash (\phi \equiv \psi)$,entonces $\vDash (\phi \rightarrow \psi)$ y $\vDash (\phi \leftarrow \psi)$	

Suposición 1

0.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$	
1.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$	(p0, p3 demostración 1)
2.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathtt{T}$	MTT 2.23 ($\rightarrow$)(p1, p0)
3.	$\mathbf{v}[(\phi \leftarrow \psi)] = \mathtt{T}$	MTT 2.23 ($\leftarrow$)(p1, p0)

Suposición 2

0. $\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$
1. $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{F}$ (p0, p3 demostración 1)
2. $\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathtt{T}$ MTT 2.23 ($\rightarrow$)(p1, p0)
3. $\mathbf{v}[(\phi \leftarrow \psi)] = \mathtt{T}$ MTT 2.23 ($\leftarrow$)(p1, p0)

demostración 2

0. Si $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\phi \leftarrow \psi)$, entonces $\models (\phi \equiv \psi)$
1. $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\phi \leftarrow \psi)$ Suposición
2. $\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathtt{T}$ y $\mathbf{v}[(\phi \leftarrow \psi)] = \mathtt{T}$ Def.(p1)
3. $(\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$ o $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T})$ y $(\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$ o $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{F})$ MT 2.23 ($\rightarrow$, $\leftarrow$)(p2)
4. Suposición 1
5. Suposición 2

---

6. $\therefore$ Si $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\phi \leftarrow \psi)$, entonces $\models (\phi \equiv \psi)$

Suposición 1

0. $\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$
1. $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$ MT 2.23 ($\leftarrow$)(p0, p3 demostración 2)
2. $\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{v}[\psi]$ (p1, p0)
3. $\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi)] = \mathtt{T}$ MT 2.23 ($\equiv$)(p2)

Suposición 2

0. $\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$
1. $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{F}$ MT 2.23 ($\rightarrow$)(p0, p3 demostración 2)
2. $\mathbf{v}[\phi] = \mathbf{v}[\psi]$ (p1, p0)
3. $\mathbf{v}[(\phi \equiv \psi)] = \mathtt{T}$ MT 2.23 ($\equiv$)(p2)

5. Punto 5

$\models (\phi \wedge \psi)$ sii $\models \phi$ y $\models \psi$

0. demostración 1
1. demostración 2

---

2. $\therefore$ $\models (\phi \wedge \psi)$ sii $\models \phi$ y $\models \psi$

demostración 1

0. Si $\models (\phi \wedge \psi)$, entonces $\models \phi$ y $\models \psi$
1. $\models (\phi \wedge \psi)$ Suposición
2. $\mathbf{v}[(\phi \wedge \psi)]$ Def.(p1)
3. $\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$ y $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$ MT 2.23 ($\wedge$)(p2)
4. $\models \phi$ y $\models \psi$ Def.(p3)

---

5. $\therefore$ Si $\models (\phi \wedge \psi)$, entonces $\models \phi$ y $\models \psi$

demostración 2

0.	Si $\vDash \phi$ y $\vDash \psi$, entonces $\vDash (\phi \wedge \psi)$	
1.	$\vDash \phi$ y $\vDash \psi$	Suposición
2.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$ y $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$	Def.(p1)
3.	$\mathbf{v}[(\phi \wedge \psi)] = \mathtt{T}$	MTT 2.23 ($\wedge$)(p2)
4.	$\vDash (\phi \wedge \psi)$	Def.(p3)
5.	Si $\vDash \phi$ y $\vDash \psi$, entonces $\vDash (\phi \wedge \psi)$	

6. Punto 6

$\{(\phi \vee \psi), ((\neg\phi) \vee \tau)\} \vDash (\psi \vee \tau)$

0.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface $\{(\phi \vee \psi), ((\neg\phi) \vee \tau)\}$	
1.	$\mathbf{v}[(\phi \vee \psi)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[((\neg\phi) \vee \tau)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$ o $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\vee$)(p1)
4.	$\mathbf{v}[(\neg\phi)] = \mathtt{T}$ o $\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\vee$)(p2)
5.	Suposición 1	
6.	Suposición 2	
7.	$\therefore \quad \{(\phi \vee \psi), ((\neg\phi) \vee \tau)\} \vDash (\psi \vee \tau)$	

Suposición 1

0.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$	
1.	$\mathbf{v}[(\neg\phi)] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\neg$)(p0)
2.	$\mathbf{v}[\tau] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\vee$)(p1, p4 Enunciado)
3.	$\mathbf{v}[(\psi \vee \tau)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\vee$)(p2)

Suposición 2

0.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$	
1.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$	MT 2.23($\vee$)(p0, p3 Enunciado)
2.	$\mathbf{v}[(\psi \vee \tau)] = \mathtt{T}$	MT 2.23($\vee$)(p1)

7. Punto 7

$\Gamma \cup \{\phi\} \vDash \psi$ sii $\Gamma \vDash (\phi \to \psi)$

0.	demostración 1
1.	demostración 2
2.	$\therefore \quad \Gamma \cup \{\phi\} \vDash \psi$ sii $\Gamma \vDash (\phi \to \psi)$

demostración 1

0.	Si $\Gamma \cup \{\phi\} \vDash \psi$, entonces $\Gamma \vDash (\phi \rightarrow \psi)$	
1.	$\Gamma \cup \{\phi\} \vDash \psi$	Suposición
2.	Existe $\mathbf{v}$ tal que$\mathbf{v} satisface \Gamma \cup \{\phi\}$	Def(p1)
3.	$\mathbf{v}$ satisface Γ y a $\{\phi\}$	$\Gamma \cup \{\phi\} := (\exists \xi \mid \xi \in \Gamma \land \xi \in \{\phi\})$
4.	$\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$	Def.(p2, p1)
5.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$	Def.(p3)
6.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\rightarrow$)(p5, p4)
7.	$\mathbf{v}$ satisface Γ y a $(\phi \rightarrow \psi)$	(p6, p3)
8.	$\therefore$ Si $\Gamma \cup \{\phi\} \vDash \psi$, entonces $\Gamma \vDash (\phi \rightarrow \psi)$	

demostración 2

0.	Si $\Gamma \vDash (\phi \rightarrow \psi)$, entonces $\Gamma \cup \{\phi\} \vDash \psi$	
1.	$\Gamma \vDash (\phi \rightarrow \psi)$	Suposición
2.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface Γ	
3.	$\mathbf{v}[(\phi \rightarrow \psi)] = \mathtt{T}$	Def.(p2, p1)
4.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$ o $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\rightarrow$)(p3)
5.	$\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{T}$ y $\mathbf{v}[\psi] = \mathtt{T}$	Suposición
6.	$\mathbf{v}$ satisface Γ y a$\{\phi\}$	
7.	$\therefore$ Si $\Gamma \vDash (\phi \rightarrow \psi)$, entonces $\Gamma \cup \{\phi\} \vDash \psi$	

8. Punto 8

Si $\Delta \nvDash \phi$ y $\Gamma \subset \Delta$, entonces $\Gamma \nvDash \phi$

0.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface Δ y $\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$	
1.	$(\forall \xi \mid \xi \in \Gamma : \xi \in \Delta)$	Def. ($\subset$)
2.	$(\forall \xi \mid \xi \in \Delta : \mathbf{v}[\xi] = \mathtt{T})$	Def. (p0)
3.	$(\forall \xi \mid \xi \in \Gamma : \mathbf{v}[\xi] = \mathtt{T})$	(p2, p1)
4.	$\mathbf{v}$ satisface Γ y $\mathbf{v}[\phi] = \mathtt{F}$	
5.	$\therefore$ Si $\Delta \nvDash \phi$ y $\Gamma \subset \Delta$, entonces $\Gamma \nvDash \phi$	

9. Punto 9

- Si Pedro entiende matemáticas, entonces puede entender lógica. Pedro no entiende lógica. Consecuentemente, Pedro no entiende matemáticas.

Si Pedro...

$$\begin{array}{rl} p: & \text{Pedro entiende matemáticas} \\ q: & \text{Pedro puede entender lógica} \\ \hline & \Gamma = \{(p \to q), (\neg q)\}, \phi = (\neg p) \end{array}$$

0.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[(p \to q)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[(\neg q)] = \mathtt{T}$	Def(p0)
3.	$\mathbf{v}[q] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\neg$)(p2)
4.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\to$)(p3, p1)
5.	$\mathbf{v}[(\neg p)] = \mathtt{T}$	MTT 2.23 ($\neg$)(p4)

- Si llueve o cae nieve, entonces no hay electricidad. Llueve. Entonces, no habrá electricidad.

Si llueve... No habrá electricidad

$$\begin{array}{rl} p: & \text{Llueve} \\ q: & \text{Nieva} \\ r: & \text{Hay electricidad} \\ \hline & \Gamma = \{((p \lor q) \to (\neg r)), p\}, \phi = r \end{array}$$

0.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[((p \lor q) \to (\neg r))] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[(p \lor q)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\lor$)(p2)
4.	$\mathbf{v}[(\neg r)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p3, p1)
5.	$\mathbf{v}[r] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\neg$)(p4)

- Si llueve o cae nieve, entonces no hay electricidad. Hay electricidad. Entonces no nevó.

Si llueve... No nevó

$$\begin{array}{rl} p: & \text{Llueve} \\ q: & \text{Nieva} \\ r: & \text{Hay electricidad} \\ \hline & \Gamma = \{((p \lor q) \to (\neg r)), r\}, \phi = (\neg q) \end{array}$$

0.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[((p \lor q) \to (\neg r))] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[(r)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[(p \lor q)] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\to$)(p2, p1)
4.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{F}$ y $\mathbf{v}[q] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\lor$)(p3)
5.	$\mathbf{v}[(\neg q)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\neg$)(p4)

- Es peligroso conducir cuando está nevando. Esta nevando ahora. Sería peligroso conducir en este momento.

Es peligroso conducir...

$$\begin{array}{rl} p: & \text{Es peligroso conducir} \\ q: & \text{Nieva} \\ \hline & \Gamma = \{(p \leftarrow q), q\}, \phi = p \end{array}$$

0.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[(p \leftarrow q)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[q] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{T}$	MT 2.23($\leftarrow$)(p2)

- Cuando llueve los árboles se mojan. Los árboles están húmedos esta mañana, así que llovió anoche.

Cuando llueve...

$$\begin{array}{rl} p: & \text{Llueve} \\ q: & \text{Los árboles se mojan} \\ \hline & \Gamma = \{(p \rightarrow q), p\}, \phi = q \end{array}$$

0.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[(p \rightarrow q)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[q] = \mathtt{T}$	MT 2.23($\leftarrow$)(p2)

- Un paraguas evita que se moje bajo la lluvia. Alicia tomó su paraguas y no se mojó. Probablemente estaba lloviendo.

Un paraguas...

$$\begin{array}{rl} p: & \text{Alicia toma su paraguas} \\ q: & \text{Alicia se moja} \\ r: & \text{Llueve} \\ \hline & \Gamma = \{((p \wedge r) \rightarrow (\neg q)), (p \wedge (\neg q))\}, \phi = (r \vee (\neg r)) \end{array}$$

0.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[((p \wedge r) \rightarrow (\neg q))] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[(p \wedge (\neg q))] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[(r \vee (\neg r))] = \mathtt{T}$	MT 2.23($\vee$), MT 2.19 N 2.20

- Las luces rojas previenen accidentes. Miguél no tuvo un accidente, por lo tanto, Miguél se detuvo en una luz roja.

Las luces rojas...

$$\begin{array}{rl} p: & \text{Miguél tiene un accidente} \\ q: & \text{Miguél se detiene en la luz roja} \\ \hline & \Gamma = \{(q \rightarrow (\neg p)), q\}, \phi = q \end{array}$$

0.	Existe $\mathbf{v}$ tal que $\mathbf{v}$ satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[(q \rightarrow (\neg p))] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[q] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[q] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\rightarrow$)(p2, p1)

- Si $sin(x)$ es diferenciable, entonces $sin(x)$ es continua. Si $sin(x)$ es continua, entonces $sin(x)$ es diferenciable. La función $sin(x)$ es diferenciable. Consecuentemente, la función $sin(x)$ es integrable.

Si $sin(x)$ ...

$$\begin{array}{rl} p: & sin(x) \text{ es diferenciable} \\ q: & sin(x) \text{ es continua} \\ r: & sin(x) \text{ es integrable} \\ \hline & \Gamma = \{(p \to q), (q \to p), p\}, \phi = r \end{array}$$

0.	Existe **v** tal que **v** satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[(p \to q)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[(q \to p)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{T}$	Def.(p0)

Desde el punto de vista de la lógica (hasta el tema que hemos visto), la argumentación no es válida, sin embargo, es válida si es posible añadir el teorema fundamental del cálculo como razón para concluir r .

- Si Gödel fuera presidente, entonces el Congreso presentaría leyes razonables. Gödel no es presidente. Por lo tanto, el Congreso no presenta leyes razonables.

Si Gödel fuera presidente...

$$\begin{array}{rl} p: & \text{Gödel es presidente} \\ q: & \text{El Congreso presenta leyes razonables} \\ \hline & \Gamma = \{(p \to q), (\neg p)\}, \phi = (\neg q) \end{array}$$

0.	Existe **v** tal que **v** satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[(p \to q)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[(\neg p)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\neg$)
4.	$\mathbf{v}[q] = \mathtt{F}$ o $\mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p3, p2)

La argumentación no es válida, y es una falacia.

- Si llueve, entonces no hay picnic. Si cae nieve, entonces no hay picnic. Llueve o cae nieve. Por lo tanto, no hay picnic.

Si llueve... no hay picnic

$$\begin{array}{rl} p: & \text{Llueve} \\ q: & \text{Hay picnic} \\ r: & \text{Nieva} \\ \hline & \Gamma = \{(p \to (\neg q)), (r \to (\neg q)), (p \vee r)\}, \phi = (\neg q) \end{array}$$

0.	Existe **v** tal que **v** satisface Γ	Suposición
1.	$\mathbf{v}[(p \to (\neg q))] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
2.	$\mathbf{v}[(r \to (\neg q))] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
3.	$\mathbf{v}[(p \vee r)] = \mathtt{T}$	Def.(p0)
4.	$\mathbf{v}[p] = \mathtt{T}$ o $\mathbf{v}[r] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\vee$)(p3)
5.	$\mathbf{v}[((\neg p) \wedge (\neg r))] = \mathtt{F}$	MT 2.23 ($\vee$)
6.	$(\nexists \mathbf{v} \mid \mathbf{v}[p] = \mathtt{F}$ y $\mathbf{v}[r] = \mathtt{F})$	
7.	$\mathbf{v}[(\neg q)] = \mathtt{T}$	MT 2.23 ($\to$)(p6, p2, p1)