

ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA
LÓGICA CALCULATORIA
Semántica

1. Demuestre que las siguientes proposiciones son tautologías
 - $((\phi \vee (\psi \equiv \tau)) \equiv ((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \tau)))$
 - $((\phi \rightarrow (\psi \rightarrow \tau)) \equiv ((\phi \rightarrow \psi) \rightarrow (\phi \rightarrow \tau)))$
2. Demuestre que la siguiente proposición es satisfacible, pero no tautología
 $((\neg(p \vee q)) \rightarrow p)$
3. En cada uno de los siguientes casos, determine si existe una proposición ϕ que sea una tautología y explique su respuesta
 - ϕ tiene a \vee como único conectivo lógico.
 - ϕ tiene a \wedge como único conectivo lógico.
4. Demuestre para cualesquiera proposiciones ϕ, ψ, τ : $\models (\phi \equiv \psi)$ si y solo si $\models (\phi \rightarrow \psi)$ y $\models (\phi \leftarrow \psi)$
5. Demuestre o refute para cualesquiera proposiciones ϕ y ψ : $\models (\phi \wedge \psi)$ si y solo si $\models \phi$ y $\models \psi$
6. Demuestre para cualesquiera proposiciones ϕ, ψ, τ : $\{(\phi \vee \psi), ((\neg\phi) \vee \tau)\} \models (\psi \vee \tau)$
7. Sean Γ y Δ conjuntos de proposiciones, y ϕ, ψ proposiciones. Demuestre: $\Gamma \cup \{\phi\} \models \psi$ si y solo si $\Gamma \models (\phi \rightarrow \psi)$
8. Sean Γ y Δ conjuntos de proposiciones, y ϕ, ψ proposiciones. Demuestre o refute: Si $\Delta \not\models \phi$ y $\Gamma \subset \Delta$, entonces $\Gamma \not\models \phi$.
9. Especifique cada una de los siguientes argumentos y determine cuáles de las argumentaciones son válidas y cuales inválidas. Justifique su respuesta.
 - Si Pedro entiende matemáticas, entonces puede entender lógica. Pedro no entiende lógica. Consecuentemente, Pedro no entiende matemáticas.
 - Si llueve o cae nieve, entonces no hay electricidad. Llueve. Entonces, no habrá electricidad.
 - Si llueve o cae nieve, entonces no hay electricidad. Hay electricidad. Entonces no nevó.
 - Es peligroso conducir cuando está nevando. Esta nevando ahora. Sería peligroso conducir en este momento.
 - Cuando llueve los árboles se mojan. Los árboles están húmedos esta mañana, así que llovió anoche.
 - Un paraguas evita que se moje bajo la lluvia. Alicia tomó su paraguas y no se mojó. Probablemente estaba lloviendo.
 - Las luces rojas previenen accidentes. Miguel no tuvo un accidente, por lo tanto, Miguel se detuvo en una luz roja.
 - Si $\sin(x)$ es diferenciable, entonces $\sin(x)$ es continua. Si $\sin(x)$ es continua, entonces $\sin(x)$ es diferenciable. La función $\sin(x)$ es diferenciable. Consecuentemente, la función $\sin(x)$ es integrable.
 - Si Gödel fuera presidente, entonces el Congreso presentaría leyes razonables. Gödel no es presidente. Por lo tanto, el Congreso no presenta leyes razonables.
 - Si llueve, entonces no hay picnic. Si cae nieve, entonces no hay picnic. Llueve o cae nieve. Por lo tanto, no hay picnic.