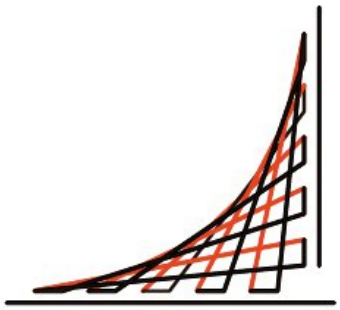
Taller 08

David Gómez



ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO

VIGILADA MINEDUCACIÓN

UNIVERSIDAD

Matemáticas
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Colombia
5 de octubre de 2022

Índice

1. Punto 1

$\vdash_{\text{DS}} (\neg \mathit{false})$

0.	$((\neg \mathit{false}) \equiv \mathit{true})$	Teo 4.15.2
1.	$(\neg \mathit{false})$	Identidad (p0)

2. Punto 2

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\phi \not\equiv \psi) \not\equiv \tau))$

0.	$((\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)) \equiv (\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)))$	Teo 4.6.3
1.	$((\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\neg\phi) \equiv (\psi \not\equiv \tau)))$	Def($\not\equiv$)
2.	$(((\neg\phi) \equiv (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\neg\phi) \equiv ((\neg\psi) \equiv \tau)))$	Def($\not\equiv$), Leibniz $(\phi = ((\neg\phi) \equiv p))$
3.	$(((\neg\phi) \equiv ((\neg\psi) \equiv \tau)) \equiv ((\neg\phi) \equiv (\psi \equiv (\neg\tau))))$	Teo 4.15.5, Leibniz $(\phi = ((\neg\phi) \equiv p))$
4.	$(((\neg\phi) \equiv (\psi \equiv (\neg\tau))) \equiv (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\neg\tau)))$	Asociativa($\equiv$)
5.	$((((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\neg\tau)) \equiv ((\neg((\neg\phi) \equiv \psi)) \equiv \tau))$	Teo 4.15.5
6.	$(((\neg((\neg\phi) \equiv \psi)) \equiv \tau) \equiv ((\neg(\phi \not\equiv \psi)) \equiv \tau))$	Def($\not\equiv$)
7.	$(((\neg(\phi \not\equiv \psi)) \equiv \tau) \equiv ((\phi \not\equiv \psi) \equiv \tau))$	Def($\equiv$)
8.	$((\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\phi \not\equiv \psi) \equiv \tau))$	Transitividad(p7,p6,p5,p4,p3,p2,p1,p0)

3. Punto 3

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\phi \not\equiv \psi) \not\equiv \tau))$

$$
\begin{array}{ll}
 & (\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)) \\
\equiv & \langle\ \text{Def.}(\neg)\ \rangle \\
 & ((\neg\phi) \equiv (\psi \not\equiv \tau)) \\
\equiv & \langle\ \text{Def.}(\not\equiv),\ \text{Leibniz}\ (\phi = ((\neg\phi) \equiv p))\ \rangle \\
 & ((\neg\phi) \equiv ((\neg\psi) \equiv \tau)) \\
\equiv & \langle\ \text{Teo 4.15.5, Leibniz}\ (\phi = ((\neg\phi) \equiv p))\ \rangle \\
 & ((\neg\phi) \equiv (\psi \equiv (\neg\tau))) \\
\equiv & \langle\ \text{Asociativa}(\equiv)\ \rangle \\
 & (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\neg\tau)) \\
\equiv & \langle\ \text{Teo 4.15.5}\ \rangle \\
 & ((\neg((\neg\phi) \equiv \psi)) \equiv \tau) \\
\equiv & \langle\ \text{Def.}(\not\equiv)\ \rangle \\
 & ((\neg(\phi \not\equiv \psi)) \equiv \tau) \\
\equiv & \langle\ \text{Def.}(\not\equiv)\ \rangle \\
 & ((\phi \not\equiv \psi) \not\equiv \tau)
\end{array}
$$

4. Punto 4

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \vee \mathit{true}) \equiv \mathit{true})$

$$
\begin{array}{ll}
 & (\phi \vee \mathit{true}) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.6.2 } \rangle \\
 & (\phi \vee (\mathit{true} \equiv \mathit{true})) \\
\equiv & \langle \text{ Distribución } (\vee, \equiv) \rangle \\
 & ((\phi \vee \mathit{true}) \equiv (\phi \vee \mathit{true})) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.6.2 } \rangle \\
 & \mathit{true}
\end{array}
$$

5. Punto 5

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \vee \psi) \equiv ((\phi \vee (\neg\psi)) \equiv \phi))$

$$
\begin{array}{ll}
 & (\phi \vee \psi) \\
\equiv & \langle \text{ Identidad } \rangle \\
 & ((\phi \vee \psi) \equiv \mathit{true}) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.6.2 } \rangle \\
 & ((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \equiv \phi)) \\
\equiv & \langle \text{ Asociativa}(\equiv) \rangle \\
 & (((\phi \vee \psi) \equiv \phi) \equiv \phi) \\
\equiv & \langle \text{ Identidad}(\vee) \rangle \\
 & (((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \mathit{false})) \equiv \phi) \\
\equiv & \langle \text{ Distribución}(\vee, \equiv) \rangle \\
 & ((\phi \vee (\psi \equiv \mathit{false})) \equiv \phi) \\
\equiv & \langle \text{ Def.}(\neg) \rangle \\
 & ((\phi \vee (\neg\psi)) \equiv \phi)
\end{array}
$$

6. Punto 6

$\vdash_{\text{DS}} ((\neg(\phi \vee \psi)) \equiv ((\neg\phi) \wedge (\neg\psi)))$

$$
\begin{array}{ll}
 & (\neg(\phi \vee \psi)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.19.4 } \rangle \\
 & (\neg((\phi \vee (\neg\psi)) \equiv \phi)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.15.4 } \rangle \\
 & ((\neg(\phi \vee (\neg\psi))) \equiv \phi) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.15.5 } \rangle \\
 & ((\phi \vee (\neg\psi)) \equiv (\neg\phi)) \\
\equiv & \langle \text{ Conmutativa}(\equiv) \rangle \\
 & ((\neg\phi) \equiv (\phi \vee (\neg\psi))) \\
\equiv & \langle \text{ Conmutativa}(\equiv), \text{Leibniz } (\phi = ((\neg\phi) \equiv \phi)) \rangle \\
 & ((\neg\phi) \equiv ((\neg\psi) \vee \phi)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.19.4, Leibniz } (\phi = ((\neg\phi) \equiv p)) \rangle \\
 & ((\neg\phi) \equiv (((\neg\psi) \vee (\neg\phi)) \equiv (\neg\psi))) \\
\equiv & \langle \text{ Conmutativa}(\equiv), \text{Leibniz } (\phi = ((\neg\phi) \equiv p)) \rangle \\
 & ((\neg\phi) \equiv ((\neg\psi) \equiv ((\neg\psi) \vee (\neg\phi)))) \\
\equiv & \langle \text{ Conmutativa}(\equiv), \text{Leibniz } (\phi = (\phi = ((\neg\phi) \equiv ((\neg\psi) \equiv p)))) \rangle \\
 & ((\neg\phi) \equiv ((\neg\psi) \equiv ((\neg\phi) \vee (\neg\psi)))) \\
\equiv & \langle \text{ Def.}(\wedge) \rangle \\
 & ((\neg\phi) \wedge (\neg\psi))
\end{array}
$$

7. Punto 7

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \wedge (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\phi \wedge \psi) \not\equiv (\phi \wedge \tau)))$

$$
\begin{array}{ll}
 & ((\phi \wedge \psi) \not\equiv (\phi \wedge \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Def.}(\not\equiv) \rangle \\
 & ((\neg(\phi \wedge \psi)) \equiv (\phi \wedge \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.15.4 } \rangle \\
 & (\neg((\phi \wedge \psi) \equiv (\phi \wedge \psi))) \\
\equiv & \langle \text{ Def.}(\wedge) \rangle \\
 & (\neg((\phi \equiv (\psi \equiv (\phi \vee \psi))) \equiv (\phi \equiv (\tau \equiv (\phi \vee \tau))))) \\
\equiv & \langle \text{ Asociativa}(\equiv) \rangle \\
 & (\neg(\phi \equiv ((\psi \equiv (\phi \vee \psi)) \equiv (\phi \equiv (\tau \equiv (\phi \vee \tau)))))) \\
\equiv & \langle \text{ Conmutativa}(\equiv) \rangle \\
 & (\neg(\phi \equiv ((\phi \equiv (\tau \equiv (\phi \vee \tau))) \equiv (\psi \equiv (\phi \vee \psi))))) \\
\equiv & \langle \text{ Asociativa } \rangle
\end{array}
$$