Tarea 08

David Gómez

Matemáticas
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Colombia
1 de octubre de 2022

Índice

1. Sección 4.3

1.1. Punto 5

$\vdash_{\text{DS}} (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi)))$

0.	$(((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv ((\neg\phi) \equiv \psi))$	Teo 4.6.3[$\phi := ((\neg\phi) \equiv \psi)$]
1.	$(((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv ((\phi \equiv \mathit{false}) \equiv \psi))$	Ax9, Leibniz ($\phi = (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (p \equiv \psi))$), Ecuanimidad (p0)
2.	$(((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv ((\mathit{false} \equiv \phi) \equiv \psi))$	Conmutativa($\equiv$), Leibniz ($\phi = (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (p \equiv \psi))$), Ecuanimidad (p1)
3.	$(((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\mathit{false} \equiv (\phi \equiv \psi)))$	Asociativa($\equiv$), Leibniz ($\phi = (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv p)$), Ecuanimidad (p2)
4.	$(((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv ((\phi \equiv \psi) \equiv \mathit{false}))$	Conmutativa($\equiv$), Leibniz ($\phi = (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv p)$), Ecuanimidad (p3)
5.	$(((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\phi \equiv (\psi \equiv \mathit{false})))$	Asociativa($\equiv$), Leibniz ($\phi = (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv p)$), Ecuanimidad (p4)
6.	$(((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi)))$	Def($\neg$), Leibniz ($\phi = (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\phi \equiv p))$), Ecuanimidad (p5)

1.2. Punto 6

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \equiv (\neg\phi)) \equiv \mathit{false})$

0.	$((\mathit{false} \equiv \mathit{false}) \equiv \mathit{true})$	Teo 4.6.2[$\phi := \mathit{false}$]
1.	$((\phi \equiv \phi) \equiv \mathit{true})$	Teo 4.6.2
2.	$((\phi \equiv \phi) \equiv (\mathit{false} \equiv \mathit{false}))$	Transitividad (p1, p0)
3.	$(((\phi \equiv \phi) \equiv \mathit{false}) \equiv \mathit{false})$	Asociativa($\equiv$), Ecuanimidad (p2)
4.	$((\phi \equiv (\phi \equiv \mathit{false})) \equiv \mathit{false})$	Asociativa($\equiv$), Leibniz ($\phi = (p \equiv \mathit{false})$), Ecuanimidad (p3)
5.	$((\phi \equiv (\neg\phi)) \equiv \mathit{false})$	Ax9, Leibniz($\phi = ((\phi \equiv p) \equiv \mathit{false})$), Ecuanimidad (p4)

1.3. Punto 8

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \not\equiv \psi) \equiv (\psi \not\equiv \phi))$

0.	$((\phi \not\equiv \psi) \equiv ((\neg\phi) \equiv \psi))$	Ax10
1.	$((\phi \not\equiv \psi) \equiv ((\phi \equiv \mathit{false}) \equiv \psi))$	Ax9, Leibniz ($\phi = ((\phi \not\equiv \psi) \equiv (p \not\equiv \psi))$), Ecuanimidad (p0)
2.	$((\phi \not\equiv \psi) \equiv (\phi \equiv (\mathit{false} \equiv \psi)))$	Asociativa($\equiv$), Leibniz ($\phi = ((\phi \not\equiv \psi) \equiv p)$), Ecuanimidad (p1)
3.	$((\phi \not\equiv \psi) \equiv (\phi \equiv (\psi \equiv \mathit{false})))$	Conmutativa($\equiv$), Leibniz ($\phi = ((\phi \not\equiv \psi) \equiv (\phi \equiv p))$), Ecuanimidad (p2)
4.	$((\phi \not\equiv \psi) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi)))$	Def($\neg$), Leibniz ($\phi = ((\phi \not\equiv \psi) \equiv (\phi \equiv p))$), Ecuanimidad (p3)
5.	$((\phi \not\equiv \psi) \equiv ((\neg\psi) \equiv \phi))$	Conmutativa($\equiv$), Leibniz ($\phi = ((\phi \not\equiv \psi) \equiv p)$), Ecuanimidad (p4)
6.	$((\phi \not\equiv \psi) \equiv (\psi \not\equiv \phi))$	Def($\not\equiv$), Leibniz ($\phi = ((\phi \not\equiv \psi) \equiv p)$), Ecuanimidad (p5)

1.4. Punto 9

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi\neg \equiv \mathit{false}) \equiv \phi)$

0.	$((\phi \not\equiv \mathit{false}) \equiv ((\neg\phi) \equiv \mathit{false}))$	Def($\not\equiv$)
1.	$((\phi \not\equiv \mathit{false}) \equiv (\neg(\neg\phi)))$	Def($\neg$), Leibniz ($\phi = ((\phi \not\equiv \mathit{false}) \equiv p)$), Ecuanimidad (p0)
2.	$((\phi \not\equiv \mathit{false}) \equiv \phi)$	Teo 4.15.6, Leibniz ($\phi = ((\phi \not\equiv \mathit{false}) \equiv p)$), Ecuanimidad (p1)

1.5. Punto 10

$\vdash_{\text{DS}} (((\phi \not\equiv \psi) \not\equiv \psi) \equiv \phi)$

0.	$((\phi \not\equiv \mathit{false}) \equiv \phi)$	Teo 4.16.5
1.	$((\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \psi)) \equiv \phi)$	Teo 4.16.4$[\phi := \psi]$, Leibniz $(\phi = ((\phi \not\equiv \mathit{false}) \equiv \phi))$, Ecuanimidad (p0)
2.	$(((\phi \not\equiv \psi) \not\equiv \psi) \equiv \phi)$	Asociativa($\not\equiv$), Leibniz $(\phi = (p \equiv \phi))$, Ecuanimidad(p1)

2. Sección 4.4

2.1. Punto 1

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \not\equiv \psi) \equiv (\psi \not\equiv \phi))$

0.	$((\phi \vee \mathit{false}) \equiv \phi)$	Ax6
1.	$((\mathit{false} \equiv (\neg \mathit{false})) \equiv \mathit{false})$	Teo 4.16.4$[\phi := \mathit{false}]$
2.	$((\phi \vee (\mathit{false} \equiv (\neg \mathit{false}))) \equiv \phi)$	Leibniz $(\phi = ((\phi \vee p) \equiv \phi))$(p1), Ecuanimidad (p0)
3.	$(((\phi \vee \mathit{false}) \equiv (\phi \vee (\neg \mathit{false}))) \equiv \phi)$	Distributiva($\vee, \equiv$), Leibniz $(\phi = (p \equiv \phi))$, Ecuanimidad (p2)
4.	$((\phi \equiv (\phi \vee (\neg \mathit{false}))) \equiv \phi)$	Ax6, Leibniz $(\phi = ((p \equiv (\phi \vee (\neg \mathit{false}))) \equiv \phi))$, Ecuanimidad (p3)
5.	$((\phi \equiv (\phi \vee \mathit{true})) \equiv \phi)$	Teo 4.15.2, Leibniz $(\phi = ((\phi \equiv (\phi \vee p)) \equiv \phi))$, Ecuanimidad (p4)
6.	$(((\phi \vee \mathit{true}) \equiv \phi) \equiv \phi)$	Conmutativa($\equiv$), Leibniz$(\phi = (p \equiv \phi))$, Ecuanimidad (p5)
7.	$((\phi \equiv \mathit{true}) \equiv (\phi \equiv \phi))$	Asociativa($\equiv$), Ecuanimidad (p6)
8.	$((\phi \vee \mathit{true}) \equiv \mathit{true})$	Teo 4.6.2, Leibniz $(\phi = ((\phi \vee \mathit{true}) \equiv p))$, Ecuanimidad (p7)

2.2. Punto 2

$\vdash_{\text{DS}} (\phi \vee \mathit{true})$

0.	$((\phi \vee \mathit{true}) \equiv \mathit{true})$	Teo 4.19.2
1.	$(\phi \vee \mathit{true})$	Identidad (p0)

2.3. Punto 3

$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \vee \psi) \equiv ((\phi \vee (\neg \psi)) \equiv \phi))$

0. $((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi))$
1. $(((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi)) \equiv \mathit{true})$
2. $((\phi \vee \psi) \equiv ((\phi \equiv \psi) \equiv \mathit{true}))$
3. $((\phi \vee \psi) \equiv ((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \equiv \phi)))$
4. $((\phi \vee \psi) \equiv (((\phi \vee \psi) \equiv \phi) \equiv \phi))$
5. $((\phi \vee \psi) \equiv (((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \mathit{false})) \equiv \phi))$
6. $((\phi \vee \psi) \equiv ((\phi \vee (\psi \equiv \psi)) \equiv \phi))$
7. $((\phi \vee \psi) \equiv ((\phi \vee (\neg \psi)) \equiv \phi))$

2.4. Punto 7

$$((a \in \mathbb{N} \wedge a^2 = 2k) \Rightarrow a = 2c)$$

$\equiv$

$$((a \in \mathbb{N} \wedge a^2 = 2k \wedge a = 2b + a) \Rightarrow \mathit{false})$$

$\equiv$

$$((a \in \mathbb{N} \wedge a^2 = 2k \wedge a^2 = 2(b^2 + b) + 1) \Rightarrow \mathit{false})$$

$\equiv$

$$((a \in \mathbb{N} \wedge a^2 = 2k \wedge a^2 = 2d + a) \Rightarrow \mathit{false})$$

$\equiv$

$$((a \in \mathbb{N} \wedge \mathit{false}) \Rightarrow \mathit{false})$$

$\equiv$

$$(\mathit{false} \Rightarrow \mathit{false})$$

$\equiv$

$$\mathit{true}$$

2.5. Punto 10

Silogismo disyuntivo

Al tener una disyunción, y tener que una de sus partes es falsa, se puede concluir que la otra parte de la disyunción debe ser verdadera.
Demostración:

0. $(\phi \vee \psi)$
1. $(\neg\phi)$
2. $(\phi \equiv \mathit{false})$
3. $(\mathit{false} \vee \psi)$
4. ψ

2.6. Punto 11

Corte

Al tener dos disyunciones las cuales comparten una única variable/ proposición, con signo opuesto, se puede concluir que alguna de las otras partes de las disyunciones debe ser cierta
Demostración:

0. $(\phi \vee \psi)((\neg\phi) \vee \tau)$
1. Suposición 1
2. Suposición 2
3. $(\psi \vee \tau)$

Suposición 2

0. ϕ
1. τ

Suposición 2

0. $(\neg\phi)$
1. $(\phi \equiv \mathit{false})$
2. $(\mathit{false} \vee \psi)$
3. ψ

2.7. Punto 12

Debilitamiento

Al tener una proposición como verdadera, cualquier disyunción que la tenga será verdadera

0. ϕ
1. $(\phi \equiv \mathit{true})$
2. $(\psi \vee \mathit{true})$

2.8. Punto 13

Debilitamiento?

Es incorrecta pues, de una disyunción no se puede saber cual de sus partes la hace verdadera, o incluso si son ambas.

3. Sección 4.5