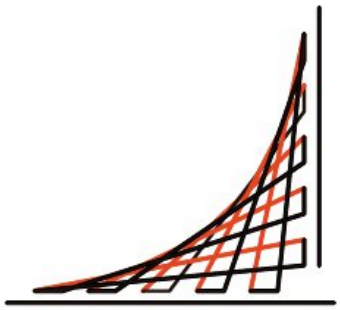
Taller 09

David Gómez



ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA JULIO GARAVITO

VIGILADA MINEDUCACIÓN

UNIVERSIDAD

Matemáticas
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Colombia
18 de octubre de 2022

David Gómez

Índice

1. Punto 1

1.1. Teo 4.29.3

Teo 4.29.3

$$
\begin{array}{ll}
& (true \to \phi) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.28.1 } \rangle \\
& ((\neg true) \vee \phi) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.15.2 } \rangle \\
& (false \vee \phi) \\
\equiv & \langle \text{ Identidad}(\vee) \rangle \\
& \phi
\end{array}
$$

Por MT 4.21 se demuestra que
$\vdash_{\text{DS}} ((true \to \phi) \equiv \phi)$

1.2. Teo 4.30.2

Teo 4.30.2

$$
\begin{array}{ll}
& (\phi \to (\psi \vee \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.28.1 } \rangle \\
& ((\neg\phi) \vee (\psi \vee \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Idempotencia}(\vee), \text{ Leibniz}(\phi = (plor(\psi \vee \tau))) \rangle \\
& (((\neg\phi) \vee (\neg\phi)) \vee (\psi \vee \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Asociativa}(\vee) \rangle \\
& ((\neg\phi) \vee ((\neg\phi) \vee (\psi \vee \tau))) \\
\equiv & \langle \text{ Asociativa}(\vee), \text{ Conmutativa}(\vee), \text{ Leibniz}(\phi = ((\neg\phi) \vee p)) \rangle \\
& ((\neg\phi) \vee (\tau \vee ((\neg\phi) \vee \psi))) \\
\equiv & \langle \text{ Asociativa}(\vee), \text{ Conmutativa}(\vee) \rangle \\
& (((\neg\phi) \vee \psi) \vee ((\neg\phi) \vee \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.28.1 } \rangle \\
& ((\phi \to \psi) \vee (\phi \vee \tau))
\end{array}
$$

Por MT 4.21 se demuestra que
$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \to (\psi \vee \tau)) \equiv ((\phi \to \psi) \vee (\phi \vee \tau)))$

1.3. Teo 4.31.2

Teo 4.31.2

$$
\begin{aligned}
& ((\neg(\phi \to \psi))) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Teo 4.28.1, Leibniz}(\phi = (\neg p)) \rangle \\
& ((\neg((\neg\phi) \vee \psi))) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Dist.}(\neg, \vee) \rangle \\
& ((\neg(\neg\phi)) \wedge (\neg\psi)) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Teo 4.15.6, Leibniz}(\phi = (p \wedge (\neg\psi))) \rangle \\
& (\phi \wedge (\neg\psi))
\end{aligned}
$$

Por MT 4.21 se demuestra que
$\vdash_{\text{DS}} (((\neg(\phi \to \psi))) \equiv (\phi \wedge (\neg\psi)))$

1.4. Teo 4.33.3

Teo 4.33.3

$$
\begin{aligned}
& ((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \phi)) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Def.}(\to), \text{ Teo 4.28.2} \rangle \\
& (((\phi \vee \psi) \equiv \psi) \wedge ((\psi \wedge \phi) \equiv \psi)) \\
\Rightarrow \quad & \langle \text{ Transitividad}(\equiv) \rangle \\
& ((\phi \vee \psi) \equiv (\psi \wedge \phi)) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Def}(\wedge) \rangle \\
& ((\phi \vee \psi) \equiv (\psi \equiv (\phi \equiv (\psi \vee \phi)))) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Asociativa}(\equiv) \rangle \\
& ((\phi \vee \psi) \equiv ((\psi \equiv \phi) \equiv (\psi \vee \phi))) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Conmutativa}(\equiv, \text{Asociativa}(\equiv), \text{Conmutativa}(\equiv)) \rangle \\
& (((\phi \vee \psi) \equiv (\phi \vee \psi)) \equiv (\phi \equiv \psi)) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Teo 4.6.2, Conmutativa}(\equiv), \text{Identidad}(\equiv) \rangle \\
& (\phi \equiv \psi)
\end{aligned}
$$

Por MT 5.5.1 se demuestra que
$\vDash_{\text{DS}} (((\phi \to \psi) \wedge (\psi \to \phi)) \to (\phi \equiv \psi))$

2. Punto 2

2.1. Teo 4.15.5

Teo 4.15.5

$$
\begin{array}{ll}
 & (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi))) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.14.4, Leibniz}(\phi = (p \equiv (\phi \equiv (\neg\psi)))) \rangle \\
 & ((\neg(\phi \equiv \psi)) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi))) \\
\equiv & \langle \text{ Conmutativa}(\equiv), \text{Leibniz}(\phi = ((\neg p) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi)))) \rangle \\
 & ((\neg(\psi \equiv \phi)) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi))) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.14.4, Leibniz}(\phi = (p \equiv (\phi \equiv (\neg\psi)))) \rangle \\
 & (((\neg\psi) \equiv \phi) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi))) \\
\equiv & \langle \text{ Conmutativa}(\equiv), \text{Leibniz}(\phi = (p \equiv (\phi \equiv (\neg\psi)))) \rangle \\
 & ((\phi \equiv (\neg\psi)) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi))) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.6.2} \rangle \\
 & \textit{true}
\end{array}
$$

Por MT 4.21, y Identidad(≡) se demuestra que
$\vdash_{\text{DS}} (((\neg\phi) \equiv \psi) \equiv (\phi \equiv (\neg\psi)))$

2.2. Teo 4.16.1

Teo 4.16.1

$$
\begin{array}{ll}
 & ((\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\phi \not\equiv \psi) \not\equiv \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Def}(\not\equiv) \rangle \\
 & (((\neg\phi) \equiv ((\neg\psi) \equiv \tau)) \equiv ((\neg((\neg\phi) \equiv \psi)) \equiv \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.15.4} \rangle \\
 & ((\neg(\phi \equiv (\neg(\psi \equiv \tau)))) \equiv ((\neg(\neg(\phi \equiv \psi))) \equiv \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.15.4} \rangle \\
 & ((\neg(\phi \equiv (\neg(\psi \equiv \tau)))) \equiv ((\neg(\neg((\phi \equiv \psi))) \equiv \tau))) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.15.6} \rangle \\
 & ((\neg(\phi \equiv (\neg(\psi \equiv \tau)))) \equiv ((\phi \equiv \psi) \equiv \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.15.5, Teo 4.15.4} \rangle \\
 & ((\neg(\neg(\phi \equiv (\psi \equiv \tau)))) \equiv ((\phi \equiv \psi) \equiv \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.14.6} \rangle \\
 & ((\phi \equiv (\psi \equiv \tau)) \equiv ((\phi \equiv \psi) \equiv \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Asociativa}(\equiv) \rangle \\
 & (((\phi \equiv \psi) \equiv \tau) \equiv ((\phi \equiv \psi) \equiv \tau)) \\
\equiv & \langle \text{ Teo 4.6.2} \rangle \\
 & \textit{true}
\end{array}
$$

Por MT 4.21 y Identidad(≡) se demuestra que
$\vdash_{\text{DS}} ((\phi \not\equiv (\psi \not\equiv \tau)) \equiv ((\phi \not\equiv \psi) \not\equiv \tau))$

2.3. Teo 4.24.1

Teo 4.24.1

$$
\begin{aligned}
& ((\phi \wedge (\psi \wedge \tau)) \equiv ((\phi \wedge \psi) \wedge \tau)) \\
\equiv \quad & \langle \text{ Def.}(\wedge) \rangle \\
& ((\phi \equiv ())))
\end{aligned}
$$