Tarea 11

Hecho por

DAVID GÓMEZ

Estudiante de Matemáticas

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

Colombia

28 de octubre de 2022

Índice

Sección 6.1

Punto 4

Lógica aristotélica

La lógica aristotélica tiene únicamente 4 posibles fórmulas, y en ellas se usa únicamente una variable junto a una propiedad que cumple o no.

$$\mathcal{L} = (\mathcal{F}, \mathcal{P}, \mathcal{X})$$
$$\mathcal{F} = \varnothing$$
$$\mathcal{P} = P$$
$$\mathcal{X} = S$$

Ejemplo:
Universal afirmativo(A) = Todo S es P
que escrito como fórmula queda: $\forall S(P(S))$

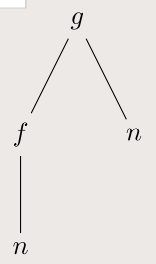
Sección 6.2

Punto 2

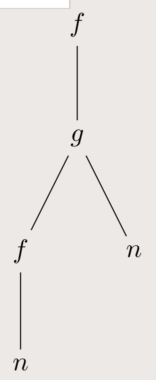
Arbol de sintaxis de n Ejemplo 6.3

$$n$$

Árbol de sintaxis de $g(f(n), n)$ Ejemplo 6.3



Árbol de sintaxis de $f(g(f(n), n))$, Ejemplo 6.3



Ejemplo 6.3

Sea $\mathcal{F} = \{n, f, g\}$ con $ar(n) = 0$, $ar(f) = 1$ y $ar(g) = 2$. Entonces n, $g(f(n), n)$ y $f(g(f(n), n))$ son términos. Sin embargo las expresiones $n(f)$, $g(f(n))$ y $g(f(n), n, n)$ no lo son ¿Por qué?

Punto 3

3

$$a$$
$$b$$
$$c$$

Sección 6.3

8

a

8.a

María admira a todos los profesores.

$$(\forall x \mid P(x) : A(m, x))$$

b

8.b

Algún profesor admira a María.

$$(\exists x \mid P(x) : A(x, m))$$

c

8.c

$$A(m, m)$$

d

8.d

No todos los estudiantes asisten a todas las clases.

$$(\forall x \mid C(x) : (\exists y \mid E(x) : \neg B(y, x)))$$

e

8.e

Ninguna clase tuvo como asistentes a todos los estudiantes

$$\forall x \exists y (C(x) \wedge E(y) \wedge \neg B(y,x))$$

f

8.f

Ninguna clase tuvo como asistentes a estudiante alguno

$$(\forall x \forall y \mid C(x) \wedge E(y) : \neg B(y,x))$$

10

a

Todos tienen una madre

$$\forall x \exists y (M(y,x))$$

b

Todos tienen una madre y un padre

$$\forall x \exists y \exists z (M(y,x) \wedge P(z,x))$$

c

Quien sea que tiene una madre tiene un padre

$$(\forall x \mid M(y,x) : P(z,x))$$

d

Juan es abuelo

Juan : j

$$P(x,y) \wedge P(j,x)$$

e

Ana y Jaime son primos

Ana : a

Jaime : j

$$(A(x,y) \vee H(x,y)) \wedge (M(x,a) \vee P(x,a)) \wedge (M(y,j) \vee P(y,j))$$

f

Algunas madres son tias

$$(\exists x \mid (M(y,z) \vee P(y,z)) : A(x,y) \wedge M(x,w))$$

g

Ningún tío es padre

$$(\forall x \mid ((P(y,z) \vee M(y,z)) \wedge H(x,y)) : \neg P(x,w))$$

h

La abuela de nadie es padre de alguien

$$\forall x \exists y (M(x,z) \wedge \neg M(z,w) \wedge P(x,y))$$

i

Juan y Juana son marido y mujer

Juan : j

Juana : ja

$E(j, ja)$

j

Carlos es el cuñado de Mónica

Carlos : c

Mónica : m

$(H(x,m) \vee A(x,m)) \wedge E(c,m)$

11

a

Hay al menos dos elementos

$$\exists x \exists y$$

b

Hay a lo sumo dos elementos

$$\forall x (\exists y \wedge \neg \exists w)$$

c

Hay exactamente tres elementos

$$\forall x \forall y \forall z (\neg \exists w)$$

d

Para cualquier par de elementos, hay otro elemento distinto a ellos

$$\forall x, \forall y(\exists w \land \neg P(x, w) \land \neg P(y, w))$$

12

a

Exactamente un elemento tiene la propiedad R

$$(\exists x \mid P(x) : \neg \exists y \mid \ : P(x))$$

b

Todos, excepto dos elementos tienen la propiedad R

$$\exists y, z(\neg P(y) \land \neg P(z))$$

14

$\mathcal{L}$

$$\mathcal{F} = \emptyset$$
$$\mathcal{P} = \{E\}$$

Donde $ar(E) = 1$ y $E(x)$ simboliza "la persona x es egoísta"

a

Todos los humanos son egoístas

$$(\forall x \mid \ : E(x))$$

b

Ningún humano es egoísta

$$(\forall x \mid \ : \neg E(x))$$

c

Algunos humanos son egoístas

$$(\exists x \mid \ : E(x))$$

d

Algunos humanos no son egoístas

$$(\exists x \mid \ : \neg E(x))$$

16

$\mathcal{L}$

$$\mathcal{F} = \emptyset$$
$$\mathcal{P} = \{E, O\}$$

Donde $ar(E) = 1$, $ar(O) = 1$, $E(y)$ simboliza "Usted engaña a y" y $O(x)$ simboliza "x es una ocasión".

a

Usted puede engañar a algunos algunas veces

$$\exists x \mid O(x) : E(y)$$

b

Usted puede engañar a todos algunas veces

$$\forall x \exists y (O(y) \wedge E(x))$$

c

Usted no puede engañarlos a todos algunas veces

$$\forall x \exists y (\neg E(x) \wedge O(y))$$

d

Usted no puede engañar a alguien todas las veces

$$\forall x \exists y (\neg E(y) \wedge O(x))$$

19

19

Tomando $\mathcal{L}_{19}$

$$(\forall t_0 \mid T(t_0) \wedge s_0 = \text{tarea}(t_0) : s_1 = \text{inicio}(t_0) \wedge (\forall t_1 \mid t_1 \in \text{prer}(t_0) : C(t_1)))$$

$\mathcal{L}_{19}$

$$\mathcal{F} = \{\text{tarea}, \text{inicio}, \text{prer}\}$$
$$\mathcal{P} = \{T, C\}$$

Sección 6.4

Punto 3

a

b

$S(m, x)$
x es libre

c

$B(m, f(m))$
No hay variables

d

$B(x, y) \rightarrow \exists z S(z, y)$
x , y son libres
z es acotada

e

$S(x, y) \rightarrow S(y, f(f(x)))$
Todas las variables son libres

Punto 4

a

$P(c, c, d) \vee \forall x P(f(d), h(h(c, x), d), y)$
todas las apariciones de x son acotadas y todas las de y son libres
el alcance de $\forall$ es a x

b

$\exists y(P(x, y, x) \rightarrow \exists z Q(z, y, f(z)))$
todas las apariciones de y son acotadas por $\exists y$
todas las apariciones de z son acotadas por $\exists z$
todas las apariciones de x son libres

c

$\exists y P(x, y, Z) \not\equiv \forall y Q(z, y, f(z))$
y es acotada en un momento por $\exists y$ y luego por $\forall y$
Todas las apariciones de x, z son libres

d

$\exists y(P(x, y, x) \not\equiv \forall y Q(z, y, f(z)))$
y es acotada en un momento por $\exists y$ y luego por $\forall y$
Todas las apariciones de x, z son libres

e

$\forall x \exists y P(x, y, x) \rightarrow \exists z Q(z, y, f(x))$

x es acotada por $\forall x$ y luego es libre
z es acotada por $\exists z$
y es libre

f

$\forall z \exists y P(x, y, x) \rightarrow \exists z Q(z, y, f(x))$

y es acotada por $\exists y$ y luego es libre
z es acotada por $\exists z$
x es libre

g

$\forall x(\exists y P(x, y, x) \land \exists z Q(z, y, f(x)))$

x es acotada por $\forall x$
y es acotada por $\exists y$ y luego es libre
z es acotada por $\exists z$

h

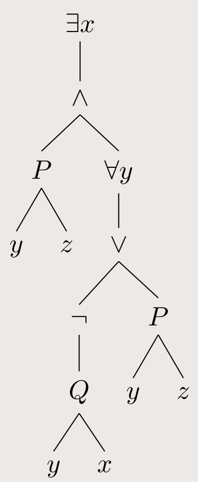
$\forall z(\exists y P(x, y, x) \land \exists z Q(z, y, f(x)))$

x es libre
y es acotada por $\exists y$ y luego es libre
z es acotada por $\exists z$

Punto 5

a

Arbol de sintaxis



b

apariciones libres y acotadas

x es acotada por $\exists x$

y es libre y luego acotada por $\forall y$

z es libre

c

c

Sí, y pues primero no se ve afectada en $P(y, z)$ por ningún cuantificador, sin embargo, luego se ve afectada en $\neg Q(y, x) \vee P(y, z)$ por $\forall y$

d

d

El alcance de $\exists x$ es $P(y, z) \wedge \forall y(\neg Q(y, x) \vee P(y, z))$

e

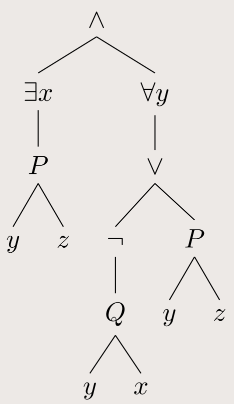
e

El alcance de $\forall y$ es $\neg Q(y, x) \vee P(y, z)$

f

f

$\exists x P(y, z) \wedge \forall y(\neg Q(y, x) \vee P(y, z))$



Punto 6

Definición de $quant(x, \phi)$

Sea $\mathbb{C} = \{\equiv, \not\equiv, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftarrow\}$
Sea $fun(x)$ una función que encuentre el cuantificador más cercano a la izquierda de x que tenga a x
Sea $op()$ una función que encuentre cualquier $c \in \mathbb{C}$
Sea $par(x)$ una función que encuentra la parentización de la sub-fórmula en la que se encuentra x
Si $op()$ retorna verdadero en el recorrido que hace $fun(x)$ y la posición retornada por $fun(x)$ no se encuentra inmediatamente a la izquierda de el primer paréntesis encontrado por $par(x)$, entonces x es libre.