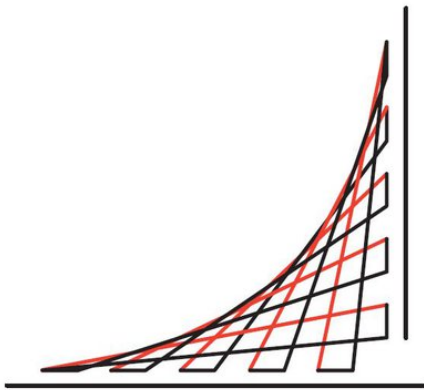


Taller No.1

David Gómez

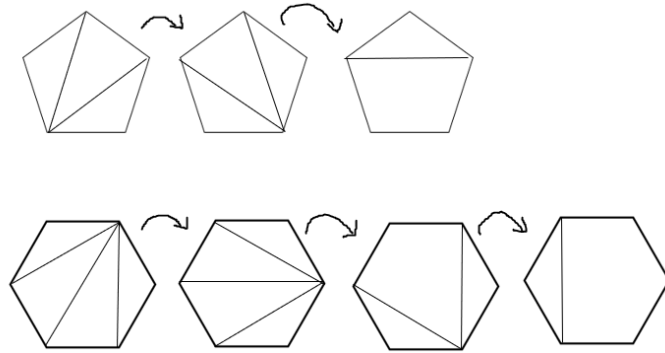


ESCUELA
COLOMBIANA
DE INGENIERÍA
JULIO GARAVITO

VIGILADA MINEDUCACIÓN

Matemáticas
Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito
Colombia
17 de agosto de 2022

1. Punto 1



La idea de este proceso es ver cómo se generan las diagonales de un polígono. Por lo que observé, en los primeros dos pasos de cualquier polígono de lados mayores que o iguales a 4, la cantidad de diagonales es $(l - 3)$, de ahí en adelante, el número de diagonales va disminuyendo hasta llegar a 1. La cantidad de pasos es $(l - 2)$.

Si se realiza el paso a paso con una figura de más lados (en mi caso usé un dodecaedro), y se escribe el número de diagonales obtenidas en cada paso se puede ver que la operación a realizar es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 (l - 3) + \sum_{i=1}^{l-3} i &= (l - 3) + \frac{(l - 3)(l - 2)}{2} \\
 &= \frac{l^2 - 2l - 3l + 6 + 2l - 6}{2} \\
 &= \frac{l(l - 3)}{2}
 \end{aligned}$$

Por otro lado, si se intuye una función recursiva a partir de procesos como el ilustrado en la imagen, se llega a que la función D , la cual tiene de entrada el número de lados, y salida el número de diagonales, se puede definir como:

$$D(l) := \begin{cases} D(l - 1) + l - 2 \\ D(4) = 2 \end{cases}$$

En base a esto, procedo a afirmar que:

$$D(l) = (l - 3) + \sum_{i=1}^{l-3} i, \quad \forall l \mid l \in \mathbb{N} \wedge l \geq 5$$

Caso base, $n = 5$

$$\begin{aligned}
 D(5) &= (5 - 3) + \sum_{i=1}^{5-3} i \\
 D(4) + 3 &= (2) + \sum_{i=1}^2 i \\
 2 + 3 &= 2 + 1 + 2 \\
 5 &= 5
 \end{aligned}$$

true

Caso inductivo, $n = k + 1$

$$\begin{aligned}
 D(k+1) &= D(k) + (k-1) \\
 &= \frac{k(k-3)}{2} + (k-1) \\
 &= \frac{k^2 - 3k + 2k - 2}{2} \\
 &= \frac{k^2 - k - 2}{2} \\
 &= \frac{k^2 + k - 2k - 2}{2} \\
 &= \frac{k(k+1) - 2(k+1)}{2} \\
 &= \frac{(k+1)(k-2)}{2}
 \end{aligned}$$

□

2. Punto 2

$$v(n) := \begin{cases} v(n-1) \left[1 - \frac{K}{100}\right] \\ v(0) = v_0 \end{cases}$$

$$v(0) = v_0$$

$$v(1) = v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)$$

$$v(2) = v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right) \left(1 - \frac{K}{100}\right)$$

⋮

$$v(n) = v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)^n, \quad \forall n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 1$$

Caso base, $n = 1$

$$v(1) = v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)$$

$$v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right) = v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)$$

Caso inductivo, $n = c + 1$

$$\begin{aligned}
 v(c+1) &= v(c) \left[1 - \frac{K}{100}\right] \\
 &= v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)^c \left(1 - \frac{K}{100}\right) \\
 &= v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)^{c+1}
 \end{aligned}$$

□

3. Punto 3

$$v(n) := \begin{cases} v(n-1) \left[1 - \frac{K}{100}\right] - C \\ v(0) = v_0 \end{cases}$$

$$v(0) = v_0$$

$$v(1) = v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right) - C$$

$$v(2) = v_0 \left(1 - \frac{k}{100}\right)^2 - C \left(1 - \frac{k}{100}\right) - C$$

\vdots

$$v(n) = v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)^n - C \sum_{i=0}^{n-1} \left(1 - \frac{k}{100}\right)^i, \quad \forall n \mid n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 1$$

Caso base, $n = 1$

$$v(1) = v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right) - C$$

$$v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right) - C = v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right) - C$$

Caso inductivo, $n = u + 1$

$$\begin{aligned} v(u+1) &= v(u) \left[1 - \frac{K}{100}\right] - C \\ &= \left(v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)^u - C \sum_{i=0}^{u-1} \left(1 - \frac{k}{100}\right)^i\right) \left(1 - \frac{K}{100}\right) - C \\ &= v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)^{u+1} - C \sum_{i=0}^{u-1} \left(1 - \frac{k}{100}\right)^{i+1} - C \\ &= v_0 \left(1 - \frac{K}{100}\right)^{u+1} - C \sum_{i=0}^u \left(1 - \frac{k}{100}\right)^i \end{aligned}$$

□

4. Punto 4

$$C(\psi I) := \begin{cases} C(\psi) + 1 \\ C(I) = 1 \end{cases}$$

$$P(x\phi y) : C(y) = 2(C(x)) - 1$$

En axiomas

IDI

$$C(I) = 2C(I) - 1$$

$$1 = 2 - 1$$

$$1 = 1$$

Axioma

true

En R1

$$\begin{aligned}xIDyIIC(yII) &= 2C(xI) - 1 \\C(y) + 2 &= 2C(x) + 2 - 1 \\C(y) &= 2C(x) - 1\end{aligned}$$

Definición de R1

true (por hipótesis de inducción)