

Aula Prática 1

ASA 2019/2020

Somatórios

- $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$ (aritmética)
- $\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k-1}) = a_n - a_0$ (telescópica)
- $\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k+1}) = a_1 - a_{n+1}$ (telescópica)
- $\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$, se $|x| < 1$ (geométrica)
- $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} > \int_1^{n+1} \frac{1}{x} dx = \log(n+1)$ (harmônica)
- $\sum_{k=0}^{\infty} k x^k = \frac{x}{(1-x)^2}$, se $|x| < 1$
- $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ (quadrados consecutivos)

Teorema Mestre Simplificado

Sejam $a \geq 1, b > 1, d \geq 0$ constantes,
seja $T(n)$ definido por $T(n) = aT(n/b) + O(n^d)$.

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\log_b a}) & \text{if } d < \log_b a \\ \Theta(n^d \log n) & \text{if } d = \log_b a \\ \Theta(n^d) & \text{if } d > \log_b a \end{cases}$$

Teorema Mestre - Forma Geral

Sejam $a \geq 1, b > 1$ constantes,
seja $T(n)$ definido por $T(n) = aT(n/b) + f(n)$.

$$T(n) = \begin{cases} \Theta(n^{\log_b a}) & \text{if } f(n) \in O(n^{\log_b a - \epsilon}) \\ \Theta(n^{\log_b a} \log n) & \text{if } f(n) \in \Theta(n^{\log_b a}) \\ \Theta(f(n)) & \text{if } f(n) \in \Omega(n^{\log_b a + \epsilon}) \text{ and } f \text{ is regular} \end{cases}$$

Prob 4-1 Utilizando os métodos que conhece, determine o menor majorante assintótico das seguintes expressões.

- $T(n) = 2 T(n/2) + n^4$
- $T(n) = T(7n/10) + n$
- $T(n) = 16 T(n/4) + n^2$
- $T(n) = 7 T(n/3) + n^2$
- $T(n) = 7 T(n/2) + n^2$
- $T(n) = 2 T(n/4) + \sqrt{n}$
- $T(n) = T(n-2) + n^2$

Prob 4-3 Utilizando os métodos que conhece, determine o menor majorante assintótico das seguintes expressões.

- g) $T(n) = T(n-1) + \log n$
- h) $T(n) = T(n-1) + 1/n$

T1 de 13/14 – I.e Considerando a seguinte função recursiva, indique a expressão (recursiva) que descreve o tempo de execução da função em termos do número n , e de seguida, utilizando os métodos que conhece, determine o menor majorante assintótico.

```
int f(int n)
{
    int i = 0;
    while(i < n)
        i++;

    if(n > 1)
        i = 2*f(n/4)+f(n/4);

    return i;
}
```

R1 13/14 – II.a Considerando a seguinte função recursiva, indique a expressão (recursiva) que descreve o tempo de execução da função em termos do número n , e de seguida, utilizando os métodos que conhece, determine o menor majorante assintótico.

```
int f(int n)
{
    int j, i;

    j = 0;
    i = 0;
    while(i < n)
    {
        j++;
        i+= 2;
    }

    if(n > 1)
        i = 2*f(j) + f(j);

    return i;
}
```

T1 14/15 – I.e Considerando a seguinte função recursiva, indique a expressão (recursiva) que descreve o tempo de execução da função em termos do número n , e de seguida, utilizando os métodos que conhece, determine o menor majorante assintótico.

```
int f(int n)
{
    int i = 0;
    while(i*i < n)
        i++;
    if(n > 1)
        i = f(n/4) + f(n/4) + f(n/4);

    return i;
}
```

T1 16/17 – I.e Considerando a seguinte função recursiva, indique a expressão (recursiva) que descreve o tempo de execução da função em termos do número n , e de seguida, utilizando os métodos que conhece, determine o menor majorante assintótico.

```
int f(int n)
{
    int i = 0, j = 0;
    while(n*n > i) {
        i = i + 2;
        j++;
    }

    if(n > 1)
        i = 5*f(n/2) + f(n/2) + f(n/2) + f(n/2);

    while (j > 0) {
        i = i + 2;
        j--;
    }
    return i;
}
```

R1 16/17 – I.e Considerando a seguinte função recursiva, indique a expressão (recursiva) que descreve o tempo de execução da função em termos do número n , e de seguida, utilizando os métodos que conhece, determine o menor majorante assintótico.

```
int f(int n)
{
    int i = 0, j = 0;
    while (j < 10) {
        i = i + 2;
        j++;
    }

    if(n > 1)
        i += f(n/2) + 3*f(n/2);

    while (j > 0) {
        i--;
        j = j - 2;
    }
    return i;
}
```

E1 18/19 – I.e Considere a função recursiva:

```
int f(int n) {
    int i = 0, j = n;

    if (n <= 1) return 1;

    while(j > 0) {
        i++;
        j = j / 2;
    }

    for (int k = 0; k < 4; k++)
        j += f(n/2);

    while (i > 0) {
        j = j + 2;
        i--;
    }
    return j;
}
```

Indique a expressão (recursiva) que descreve o tempo de execução da função em termos do número n , e de seguida, utilizando os métodos que conhece, determine o menor majorante assintótico.