Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

Nombre: David Alcocer Ojeda.

Materia: Fundamentos de Circuitos Eléctricos.

Trabajo extra: Ejercicios Suplementarios Capitulo 7, Schaum.

Desarrollo:

7.25. El condensador del circuito de la Figura 7.37 tiene una carga inicial de $Q_0 = 800\ \mu C$, con la polaridad indicada. Si el interruptor se cierra en t=0, obtener la intensidad y la carga, para $t > 0$.

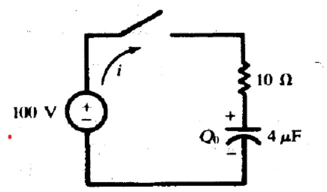

Figura 7.37.

$$RC = (10)\ \Omega * (4 * 10^{-6})F = 0.00004\ s$$

$$i = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{-100}{10} e^{-\frac{t}{0.00004}}$$

$$i = -10\ e^{-25000t}\ (A)$$

$$q = C * V_s \left[1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right] = 4 * 10^{-6} * 100\ [1 + e^{-25000t}]$$

$$q = 4 * 10^{-4}[1 + e^{-25000t}]\ \ (C)$$

7.26. Un condensador de $2\mu F$, y con una carga inicial de $Q_0 = 100\mu C$, se conecta a una resistencia de $100\ \Omega$ en $t = 0$. Calcular el tiempo en el que la tensión en la resistencia pasa de 40 V a 10V.

$$RC = (100)\Omega * (2 * 10^{-6})F = 0.0002\ s$$

$$v = V_0 * e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$10 = 40\ e^{-\frac{t}{0.0002}}$$

$$\ln 0.25 = \ln e^{-5000t}$$

$$t = 0.000277\ s = 0.277\ ms$$

7.27. En el circuito RC de la Figura 7.38 el interruptor pasa a la posición 1 en $t = 0$ y al cabo de un tiempo pasa a la posición 2. Obtener la intensidad para a) $0 < t < \tau$, b) $t > \tau$.

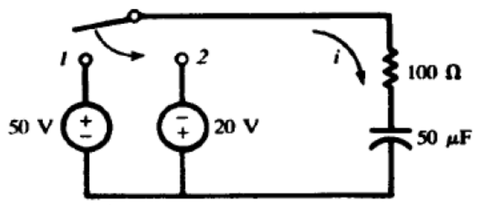

Figura 7.38.

$$RC = (100)\Omega * (50 * 10^{-6})F = 0.005\ s.$$

$$q(0) = 0 => i(0^+) = \frac{dq}{dt}\bigg|\, 0^+ = \frac{50}{100} = 0.5\ A.$$

$$i = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = 0.5\ e^{\frac{-t}{0.005}}$$

$$i = 0.5\ e^{-200t}\ A. \qquad \forall\ 0 < t < \tau$$

Para cuando $t > \tau$

$$v(0) = 50\ V$$

$$v(\infty) = -20\ V$$

$$v(t) = -20 + 70\ e^{-200(t-\tau)}$$

$$v'(t) = -14000\ e^{-200(t-\tau)}$$

$$i = C\left(\frac{dv}{dt}\right) = 50 * \left(-14000\ e^{-200(t-\tau)}\right)$$

$$i = -0.7\ e^{-200(t-\tau)}\ A.$$

7.28. Un condensador de $10\mu F$, con una carga inicial Q_0, se conecta a una resistencia en el instante $t = 0$. Sabiendo que la potencia instantánea en el condensador viene dada por $800\ e^{-4000t}\ (W)$, calcular R, Q_0 y la energía inicial acumulada en el condensador.

$$800e^{-4000t} = Ve^{-2000t} * \frac{V}{R} e^{-2000t}$$

$$V = 200e^{-2000t}$$

$$-2000t = -\frac{t}{RC} = -\frac{t}{R * 10 * 10^{-6}}$$

$$R = 50\ \Omega$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{200}{50} e^{-2000t}$$

$$q = \int 4\ e^{-2000t}\ dt = 0.002\ C = 2000\mu C$$

$$W = \frac{CV^2}{2} = 10 * 10^{-6} * \frac{200^2}{2} = 0.2\ J$$

7.29. Un circuito serie RL, con $R = 10\ \Omega$ y $L = 1\ H$, tiene una tensión aplicada de 100 V en $t = 0$. Calcular la intensidad para $t > 0$.

$$i = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right)$$

$$i = \frac{100}{10}\left(1 - e^{\frac{-10t}{1}}\right)$$

$$i = 10(1 - e^{-10t})\ A.$$

7.30. En la Figura 7.39 el interruptor está en la posición 1 en $t = 0$; para $t = 1\ ms$ se cambia a la posición 2. Calcular el tiempo que tardaría en hacerse cero la tensión en la resistencia.

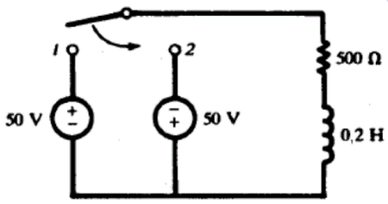

Figura 7.39.

$\forall\ t = 0$

$$v = 50\ V$$

$$i = \frac{50}{500} = 0.1\ A.$$

$$i_0 = 0.1\ \left(1 - e^{-\frac{500t}{0.2}}\right) = 0.1\ (1 - e^{-2500t})$$

$\forall\ t = 1\ ms$

$$i_0 = 0.092\ A$$

$$i = -\frac{50}{500} + \left(0.092 + \frac{50}{500}\right)e^{-2500t}$$

$$i = -0.1 + 0.192\ e^{-2500t}$$

$\forall\ i = 0$

$$\ln\frac{0.1}{0.192} = \ln e^{-2500t}$$

$$t = 0.000261\ s = 0.261\ ms$$

$$t_{Total} = 1\ ms + 0.261\ ms$$

$$t_{Total} = 1.261\ ms$$

7.31. A un circuito serie RL, con $R = 100\ \Omega$ y $L = 0.2\ H$, se le conecta una fuente de tensión de 100 V en el instante $t = 0$; entonces al cabo de un tiempo t' se cambia a una segunda fuente de

50 V con la misma polaridad. Encontrar el tiempo t' para que la corriente permanezca constante y de valor $0.5\ A$.

$$i(t) = \frac{V_0}{R}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right)$$

$$0.5 = \frac{100}{100}\left(1 - e^{\frac{-100t}{0.2}}\right)$$

$$\ln 0.5 = \ln e^{-500t}$$

$$t = 0.00138\ s = 1.38\ ms$$

7.32. Al circuito del Problema 7.31 se le conecta una fuente de tensión de 50 V de polaridad contraria en el instante $t = 0.5\ ms$, sustituyendo a la primera fuente de 100 V. Obtener la intensidad para a) $0 < t < 0.5\ ms, b)\ t > 0.5\ ms$.

$\forall\ 0 < t < 0.5\ ms$

$$i = \frac{100}{100} = 1\ A$$

$$i = 1\ \left(1 - e^{-\frac{100t}{0.2}}\right)$$

$$i = 1 - e^{-500t}\ A$$

$\forall\ t = 0.5\ ms$

$$i_0 = 1 - e^{-500\left(0.5*10^{-3}\right)} = 0.22\ A$$

$\forall\ t > 0.5\ ms$

$$i = -\frac{50}{100} + \left(0.22 + \frac{50}{100}\right) e^{-500\ (t-0.0005)}$$

$$i = 0.72\ e^{-500\ (t-0.0005)} - 0.5\ \ A.$$

7.33. La tensión de un transitorio es $35e^{-500t}\ (V)$ y vale 25 V para $t_1 = 6.73 \cdot 10^{-4}\ s$. Demostrar que para $t = t_1 + \tau$ la función sale el 36.8 por 100 de lo que vale para t_1.

$$25 * \frac{36.8}{100} = 9.2\ V.$$

$$-500t = -\frac{t}{\tau}$$

$$\tau = 0.002\ s$$

$$t = t_1 + \tau = (6.73 * 10^{-4} + 0.002)\ s.$$

$$v = 35\ e^{-500(6.73*10^{-4}+0.002)} = 9.196\ V.$$

7.34. Un transitorio aumenta desde cero hacia un estado estacionario positivo tomando el valor 49.5 para $t_1 = 5\ ms$ y 120 para $t_2 = 20\ ms$. Obtener la constante del tiempo τ.

$$v_i = 49.5\, e^{-\frac{5}{\tau}} \qquad (1)$$

$$v_i = 120\, e^{-\frac{20}{\tau}} \qquad (2)$$

Igualando (1) y (2):

$$\frac{49.5}{120} = \frac{e^{-\frac{20}{\tau}}}{e^{-\frac{5}{\tau}}}$$

$$\ln 0.4125 = \ln e^{-\frac{15}{\tau}}$$

$$0.8855 = \frac{15}{\tau}$$

$$\tau = 16.94\, ms$$

7.35. El circuito de la Figura 7.40 se conecta en la posición 1 en $t = 0$, después pasa la posición 2 en $t = 3\tau$. Calcular la intensidad transitoria i para a) $0 < t < 3\tau$, b) $t > 3\tau$.

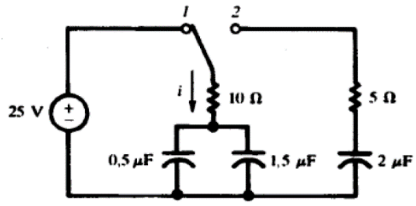

Figura 7.40.

Cuando está conectado a 1:

$$0.5\ \mu F \ \parallel 1.5\ \mu F = 2\ \mu F$$

$$RC = (10\ \Omega) * (2 * 10^{-6} F) = 0.00002\ s.$$

$$i = \frac{25}{10}\ e^{-\frac{t}{0.00002}}$$

$$i = 2.5\ e^{-5000t}\ (A)$$

Cuando está conectado a 2:

$$t = 3\tau = 3(0.00002) = 0.00006\ s$$

$$v(3\tau) = 23.2\ V$$

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1\ \mu F$$

$$R = 10 + 5 = 15\Omega$$

$$RC_2 = (15\ \Omega)(1 * 10^{-6}) = 0.000015\ s$$

$$i = -\frac{23.3}{15}\ e^{-\frac{(t-0.00006)}{0.000015}}$$

$$i = -1.54\ e^{-66660(t-0.00006)}\ A.$$

7.36. Un circuito serie RL, con $R = 300\ \Omega$ y $L = 1\ H$, tiene una tensión aplicada dada por $v = 100\ \cos(100t + 45°)\ (V)$ en el instante $t = 0$. [Se ha utilizado una notación para la fase de la tensión más conveniente, si bien estrictamente debería haberse escrito $100t + \left(\frac{\pi}{4}\right)(rad.)$] Obtener la intensidad resultante para $t > 0$.

$$\frac{di}{dt} + 300i = 100\ \cos\left(100\,t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$i(t) = i_c + i_p$$

$$i_c = ke^{-300t}$$

$$i_p = A\cos(100t) + B\ sen(100t)$$

$$i_p' = -100A\ sen\ 100t\ + 100B\cos 100t$$

$$\begin{cases} A = 0.189 \\ B = 0.141 \end{cases}$$

$$i_p = 0.189\ cos100t + 0.141\ sen100t$$

$$i_p = 0.235\ sen(100t + 0.929) = 0.235\ sen(100t + 26.61°)$$

$$i = ke^{-300t} + 0.235\ sent(100t + 26.61°)$$

$\forall\ t = 0, i = 0$

$$k = -0.189$$

$$i = -0.189\ e^{-300t} + 0.235\ sen(100t + 26.61°)\ A.$$

7.37. La carga inicial del condensador del circuito RC de la Figura 7.41 es $Q_0 = 25\ \mu C$, con la polaridad indicada. El interruptor se cierra para $t = 0$, aplicandose una tensión $v = 100\ \sin(1000t + 30°)\ (V)$. Obtener la intensidad para $t > 0$.

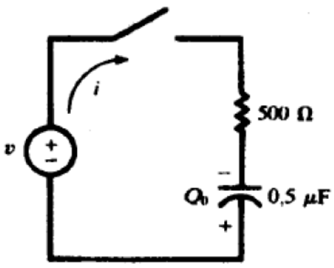

Figura 7.41.

$$RC = (500\ \Omega) * (0.5 * 10^{-6}) = 0.00025\ \text{s.}$$

$$\frac{di}{dt} + 4000i = 800\ sen(1000t + 30°)$$

$$i = i_c + i_p$$

$$i_c = k\ e^{-\frac{t}{0.00025}} = k\ e^{-4000t}$$

$$i_p = A\, cos(1000t) + B\, sen(1000t)$$

$$i_p' = -1000A\, sen(1000t) + 1000B \cos(1000t)$$

$$\begin{cases} A = 0.152 \\ B = 0.211 \end{cases}$$

$$i_P = 0.152 \cos(1000t) + 0.211\, sen(1000t)$$

$$i_p = 0.259\, sen(1000t + 0.624)$$

$\forall\, t = 0, i = 0$

$$k = 0.151$$

$$i = 0.151\, e^{-4000t} + 0.259\, sen(1000t + 0.624)\, A.$$

7.38. ¿Cuál debería de ser la carga inicial del condensador del Problema 7.37 para que la corriente pase directamente a estacionaria sin que se presenten transitorios?

$$q = \int 0.151\, e^{-4000t} + 0.259\, sen(1000t + 0.624)\, dt$$

$\forall\, t = 0$

$$q = 248\, \mu C\ con\ el\ lado\ positivo\ del\ lado\ contrario\ al\ que\ esta.$$

7.39. Escribir el sistema de ecuaciones diferenciales del circuito de la Figura 7.42 y resolverlo para i_1 e i_2. El interruptor se cierra para $t = 0$ después de haber estado abierto durante mucho tiempo. (Este problema puede resolverse también aplicando las condiciones iniciales y finales del caso general, como del Problema 7.17.)

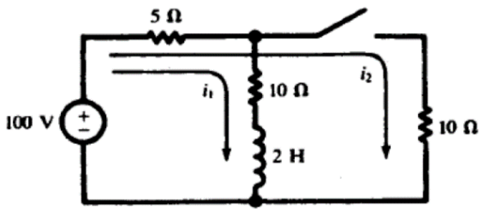

Figura 7.42.

Para i_1:

$$2\frac{di}{dt} + 15i - 100 = 0$$

$$i = -6.67\, e^{-1.67t} + 6.67$$

Para i_2:

$$2\frac{di}{dt} + 10i - 100 = 0$$

$$i = -10\, e^{-5t} + 10$$

7.40. Para el circuito RL de la Figura 7.43, calcular la intensidad i_L en los siguientes instantes:

a) -1 ms, b) $0^+, c)$ 0.3 ms.

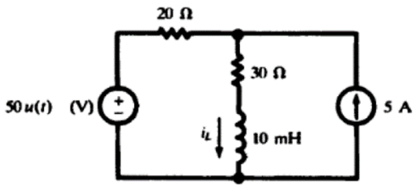

Figura 7.43.

a) -1 ms

$$R_T = \frac{30 * 20}{30 + 20} = 12\ \Omega$$

$$i_{30\Omega} = \left(\frac{12}{30}\right) 5 = 2\ A.$$

b) 0^+

Debido a: $i(0^-) = i(0^+) = I_0 = 2\ A.$

$c)$ 0.3 ms

$$\tau = 10 * \frac{10^{-3}}{12} = 0.000833\ s.$$

$$v = 30 * 2 = 60\ V.$$

$$i = \frac{60}{12} + \left(2 - \frac{60}{12}\right) e^{-\frac{0.3*10^{-3}}{0.000833}} = 2.907\ A.$$

7.41. Un circuito serie RC, con $R = 2\ k\Omega$ y $C = 40\ \mu F$, tiene dos fuentes de tensión en serie con los elementos R y C, dadas por $v_1 = 50\ V$ y $v_2 = -100\ u(t)(V)$. Calcular la tensión del condensador para $t = \tau$.

$$v = -50\ e^{-1}$$

$$v = -18.39\ V.$$

Bibliografía:

- Edminister A. J. y Nahvi M. (1997) CIRCUITOS ELÉCTRICOS. Tercera edición. McGraw W-Hill/Interamericana de España, S.A.U. Madrid.