

Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

Nombre: David Alcocer Ojeda.

Materia: Fundamentos de Circuitos Eléctricos.

Trabajo extra: Ejercicios Suplementarios Capitulo 7, Schaum.

Desarrollo:

7.25. El condensador del circuito de la Figura 7.37 tiene una carga inicial de $Q_0 = 800 \mu C$, con la polaridad indicada. Si el interruptor se cierra en $t=0$, obtener la intensidad y la carga, para $t > 0$.

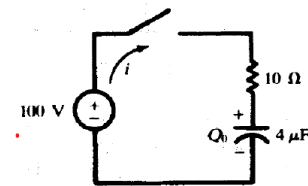


Figura 7.37.

$$RC = (10) \Omega * (4 * 10^{-6}) F = 0.00004 s$$

$$i = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{-100}{10} e^{-\frac{t}{0.00004}}$$

$$i = -10 e^{-25000t} (A)$$

$$q = C * V_s \left[1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right] = 4 * 10^{-6} * 100 [1 + e^{-25000t}]$$

$$q = 4 * 10^{-4} [1 + e^{-25000t}] (C)$$

7.26. Un condensador de $2 \mu F$, y con una carga inicial de $Q_0 = 100 \mu C$, se conecta a una resistencia de 100Ω en $t = 0$. Calcular el tiempo en el que la tensión en la resistencia pasa de $40 V$ a $10V$.

$$RC = (100) \Omega * (2 * 10^{-6}) F = 0.0002 s$$

$$v = V_0 * e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$10 = 40 e^{-\frac{t}{0.0002}}$$

$$\ln 0.25 = \ln e^{-5000t}$$

$$t = 0.000277 s = 0.277 ms$$

7.27. En el circuito RC de la Figura 7.38 el interruptor pasa a la posición 1 en $t = 0$ y al cabo de un tiempo pasa a la posición 2. Obtener la intensidad para a) $0 < t < \tau$, b) $t > \tau$.

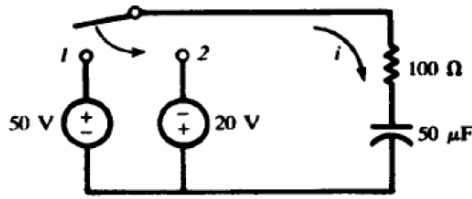


Figura 7.38.

$$RC = (100)\Omega * (50 * 10^{-6})F = 0.005 \text{ s.}$$

$$q(0) = 0 \Rightarrow i(0^+) = \left. \frac{dq}{dt} \right|_{0^+} = \frac{50}{100} = 0.5 \text{ A.}$$

$$i = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = 0.5 e^{-\frac{t}{0.005}}$$

$$i = 0.5 e^{-200t} \text{ A.} \quad \forall 0 < t < \tau$$

Para cuando $t > \tau$

$$v(0) = 50 \text{ V}$$

$$v(\infty) = -20 \text{ V}$$

$$v(t) = -20 + 70 e^{-200(t-\tau)}$$

$$v'(t) = -14000 e^{-200(t-\tau)}$$

$$i = C \left(\frac{dv}{dt} \right) = 50 * (-14000 e^{-200(t-\tau)})$$

$$i = -0.7 e^{-200(t-\tau)} \text{ A.}$$

7.28. Un condensador de $10\mu F$, con una carga inicial Q_0 , se conecta a una resistencia en el instante $t = 0$. Sabiendo que la potencia instantánea en el condensador viene dada por $800 e^{-4000t} \text{ (W)}$, calcular R, Q_0 y la energía inicial acumulada en el condensador.

$$800 e^{-4000t} = V e^{-2000t} * \frac{V}{R} e^{-2000t}$$

$$V = 200 e^{-2000t}$$

$$-2000t = -\frac{t}{RC} = -\frac{t}{R * 10 * 10^{-6}}$$

$$R = 50 \Omega$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{200}{50} e^{-2000t}$$

$$q = \int 4 e^{-2000t} dt = 0.002 \text{ C} = 2000\mu C$$

$$W = \frac{CV^2}{2} = 10 * 10^{-6} * \frac{200^2}{2} = 0.2 \text{ J}$$

7.29. Un circuito serie RL, con $R = 10 \Omega$ y $L = 1 H$, tiene una tensión aplicada de 100 V en $t = 0$. Calcular la intensidad para $t > 0$.

$$i = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right)$$

$$i = \frac{100}{10} \left(1 - e^{-\frac{10t}{1}} \right)$$

$$i = 10(1 - e^{-10t}) A.$$

7.30. En la Figura 7.39 el interruptor está en la posición 1 en $t = 0$; para $t = 1 ms$ se cambia a la posición 2. Calcular el tiempo que tardaría en hacerse cero la tensión en la resistencia.

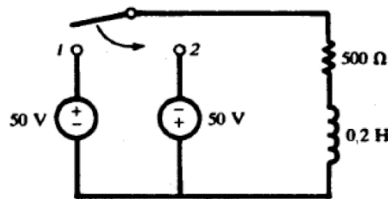


Figura 7.39.

$\forall t = 0$

$$v = 50 V$$

$$i = \frac{50}{500} = 0.1 A.$$

$$i_0 = 0.1 \left(1 - e^{-\frac{500t}{0.2}} \right) = 0.1 (1 - e^{-2500t})$$

$\forall t = 1 ms$

$$i_0 = 0.092 A$$

$$i = -\frac{50}{500} + \left(0.092 + \frac{50}{500} \right) e^{-2500t}$$

$$i = -0.1 + 0.192 e^{-2500t}$$

$\forall i = 0$

$$\ln \frac{0.1}{0.192} = \ln e^{-2500t}$$

$$t = 0.000261 s = 0.261 ms$$

$$t_{Total} = 1 ms + 0.261 ms$$

$$t_{Total} = 1.261 ms$$

7.31. A un circuito serie RL, con $R = 100 \Omega$ y $L = 0.2 H$, se le conecta una fuente de tensión de 100 V en el instante $t = 0$; entonces al cabo de un tiempo t' se cambia a una segunda fuente de

50 V con la misma polaridad. Encontrar el tiempo t' para que la corriente permanezca constante y de valor 0.5 A.

$$i(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right)$$

$$0.5 = \frac{100}{100} \left(1 - e^{-\frac{100t}{0.2}} \right)$$

$$\ln 0.5 = \ln e^{-500t}$$

$$t = 0.00138 \text{ s} = 1.38 \text{ ms}$$

7.32. Al circuito del Problema 7.31 se le conecta una fuente de tensión de 50 V de polaridad contraria en el instante $t = 0.5 \text{ ms}$, sustituyendo a la primera fuente de 100 V. Obtener la intensidad para a) $0 < t < 0.5 \text{ ms}$, b) $t > 0.5 \text{ ms}$.

$\forall 0 < t < 0.5 \text{ ms}$

$$i = \frac{100}{100} = 1 \text{ A}$$

$$i = 1 \left(1 - e^{-\frac{100t}{0.2}} \right)$$

$$i = 1 - e^{-500t} \text{ A}$$

$\forall t = 0.5 \text{ ms}$

$$i_0 = 1 - e^{-500(0.5 \cdot 10^{-3})} = 0.22 \text{ A}$$

$\forall t > 0.5 \text{ ms}$

$$i = -\frac{50}{100} + \left(0.22 + \frac{50}{100} \right) e^{-500(t-0.0005)}$$

$$i = 0.72 e^{-500(t-0.0005)} - 0.5 \text{ A.}$$

7.33. La tensión de un transitorio es $35e^{-500t} \text{ (V)}$ y vale 25 V para $t_1 = 6.73 \cdot 10^{-4} \text{ s}$. Demostrar que para $t = t_1 + \tau$ la función sale el 36.8 por 100 de lo que vale para t_1 .

$$25 * \frac{36.8}{100} = 9.2 \text{ V.}$$

$$-500t = -\frac{t}{\tau}$$

$$\tau = 0.002 \text{ s}$$

$$t = t_1 + \tau = (6.73 * 10^{-4} + 0.002) \text{ s.}$$

$$v = 35 e^{-500(6.73 \cdot 10^{-4} + 0.002)} = 9.196 \text{ V.}$$

7.34. Un transitorio aumenta desde cero hacia un estado estacionario positivo tomando el valor 49.5 para $t_1 = 5 \text{ ms}$ y 120 para $t_2 = 20 \text{ ms}$. Obtener la constante del tiempo τ .

$$v_i = 49.5 e^{-\frac{5}{\tau}} \quad (1)$$

$$v_i = 120 e^{-\frac{20}{\tau}} \quad (2)$$

Igualando (1) y (2):

$$\frac{49.5}{120} = \frac{e^{-\frac{20}{\tau}}}{e^{-\frac{5}{\tau}}}$$

$$\ln 0.4125 = \ln e^{-\frac{15}{\tau}}$$

$$0.8855 = \frac{15}{\tau}$$

$$\tau = 16.94 \text{ ms}$$

7.35. El circuito de la Figura 7.40 se conecta en la posición 1 en $t = 0$, después pasa la posición 2 en $t = 3\tau$. Calcular la intensidad transitoria i para a) $0 < t < 3\tau$, b) $t > 3\tau$.

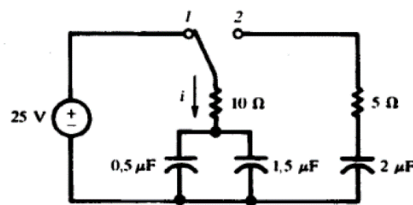


Figura 7.40.

Cuando está conectado a 1:

$$0.5 \mu F \parallel 1.5 \mu F = 2 \mu F$$

$$RC = (10 \Omega) * (2 * 10^{-6} F) = 0.00002 \text{ s.}$$

$$i = \frac{25}{10} e^{-\frac{t}{0.00002}}$$

$$i = 2.5 e^{-5000t} (A)$$

Cuando está conectado a 2:

$$t = 3\tau = 3(0.00002) = 0.00006 \text{ s}$$

$$v(3\tau) = 23.2 \text{ V}$$

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \mu F$$

$$R = 10 + 5 = 15 \Omega$$

$$RC_2 = (15 \Omega)(1 * 10^{-6}) = 0.000015 \text{ s}$$

$$i = -\frac{23.3}{15} e^{-\frac{(t-0.00006)}{0.000015}}$$

$$i = -1.54 e^{-66660(t-0.00006)} A.$$

7.36. Un circuito serie RL, con $R = 300 \Omega$ y $L = 1 H$, tiene una tensión aplicada dada por $v = 100 \cos(100t + 45^\circ)$ (V) en el instante $t = 0$. [Se ha utilizado una notación para la fase de la tensión más conveniente, si bien estrictamente debería haberse escrito $100t + \left(\frac{\pi}{4}\right)$ (rad.)] Obtener la intensidad resultante para $t > 0$.

$$\frac{di}{dt} + 300i = 100 \cos\left(100t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$i(t) = i_c + i_p$$

$$i_c = k e^{-300t}$$

$$i_p = A \cos(100t) + B \sin(100t)$$

$$i'_p = -100A \sin 100t + 100B \cos 100t$$

$$\begin{cases} A = 0.189 \\ B = 0.141 \end{cases}$$

$$i_p = 0.189 \cos 100t + 0.141 \sin 100t$$

$$i_p = 0.235 \sin(100t + 0.929) = 0.235 \sin(100t + 26.61^\circ)$$

$$i = k e^{-300t} + 0.235 \sin(100t + 26.61^\circ)$$

$$\forall t = 0, i = 0$$

$$k = -0.189$$

$$i = -0.189 e^{-300t} + 0.235 \sin(100t + 26.61^\circ) A.$$

7.37. La carga inicial del condensador del circuito RC de la Figura 7.41 es $Q_0 = 25 \mu C$, con la polaridad indicada. El interruptor se cierra para $t = 0$, aplicandose una tensión $v = 100 \sin(1000t + 30^\circ)$ (V). Obtener la intensidad para $t > 0$.

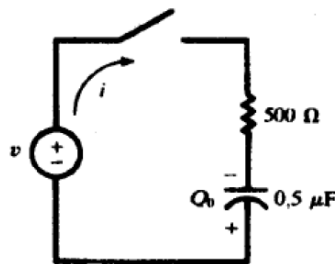


Figura 7.41.

$$RC = (500 \Omega) * (0.5 * 10^{-6}) = 0.00025 \text{ s.}$$

$$\frac{di}{dt} + 4000i = 800 \sin(1000t + 30^\circ)$$

$$i = i_c + i_p$$

$$i_c = k e^{-\frac{t}{0.00025}} = k e^{-4000t}$$

$$i_p = A \cos(1000t) + B \sin(1000t)$$

$$i_p' = -1000A \sin(1000t) + 1000B \cos(1000t)$$

$$\begin{cases} A = 0.152 \\ B = 0.211 \end{cases}$$

$$i_p = 0.152 \cos(1000t) + 0.211 \sin(1000t)$$

$$i_p = 0.259 \sin(1000t + 0.624)$$

$$\forall t = 0, i = 0$$

$$k = 0.151$$

$$i = 0.151 e^{-4000t} + 0.259 \sin(1000t + 0.624) \text{ A.}$$

7.38. ¿Cuál debería de ser la carga inicial del condensador del Problema 7.37 para que la corriente pase directamente a estacionaria sin que se presenten transitorios?

$$q = \int 0.151 e^{-4000t} + 0.259 \sin(1000t + 0.624) dt$$

$$\forall t = 0$$

$$q = 248 \mu\text{C con el lado positivo del lado contrario al que esta.}$$

7.39. Escribir el sistema de ecuaciones diferenciales del circuito de la Figura 7.42 y resolverlo para i_1 e i_2 . El interruptor se cierra para $t = 0$ después de haber estado abierto durante mucho tiempo. (Este problema puede resolverse también aplicando las condiciones iniciales y finales del caso general, como del Problema 7.17.)

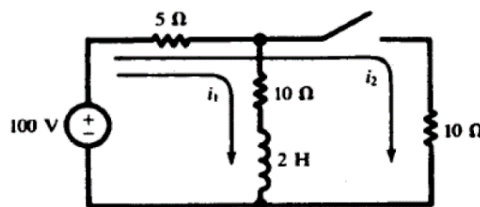


Figura 7.42.

Para i_1 :

$$2 \frac{di}{dt} + 15i - 100 = 0$$

$$i = -6.67 e^{-1.67t} + 6.67$$

Para i_2 :

$$2 \frac{di}{dt} + 10i - 100 = 0$$

$$i = -10 e^{-5t} + 10$$

7.40. Para el circuito RL de la Figura 7.43, calcular la intensidad i_L en los siguientes instantes:

a) -1 ms , b) 0^+ , c) 0.3 ms .

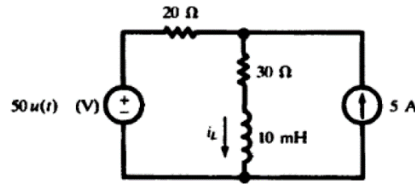


Figura 7.43.

a) -1 ms

$$R_T = \frac{30 * 20}{30 + 20} = 12 \Omega$$

$$i_{30\Omega} = \left(\frac{12}{30}\right) 5 = 2 \text{ A.}$$

b) 0^+

Debido a: $i(0^-) = i(0^+) = I_0 = 2 \text{ A}$.

c) 0.3 ms

$$\tau = 10 * \frac{10^{-3}}{12} = 0.000833 \text{ s.}$$

$$v = 30 * 2 = 60 \text{ V.}$$

$$i = \frac{60}{12} + \left(2 - \frac{60}{12}\right) e^{-\frac{0.3 * 10^{-3}}{0.000833}} = 2.907 \text{ A.}$$

7.41. Un circuito serie RC, con $R = 2 \text{ k}\Omega$ y $C = 40 \mu\text{F}$, tiene dos fuentes de tensión en serie con los elementos R y C, dadas por $v_1 = 50 \text{ V}$ y $v_2 = -100 u(t) \text{ (V)}$. Calcular la tensión del condensador para $t = \tau$.

$$v = -50 e^{-1}$$

$$v = -18.39 \text{ V.}$$

Bibliografía:

- Edminister A. J. y Nahvi M. (1997) CIRCUITOS ELÉCTRICOS. Tercera edición. McGraw W-Hill/Interamericana de España, S.A.U. Madrid.
- Floyd, Thomas L., (2007). Principios de circuitos eléctricos. PEARSON EDUCACIÓN. México.
- Salazar, A. (s.f.) CIRCUITOS DE PRIMER ORDEN RL Y RC. Universidad de Los Andes. Recuperado de: http://www.prof.uniandes.edu.co/~ant-sala/cursos/FDC/Contenidos/08_Circuitos_de_Primer_Orden_RL_y_RC.pdf

- McAllister, W.(2021) Las ecuaciones de corriente y voltaje de un capacitor. Khan Academy. Recuperado de: <https://es.khanacademy.org/science/electrical-engineering/ee-circuit-analysis-topic/ee-natural-and-forced-response/v/ee-capacitor-i-v-equations>
- Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. (s.f.) Circuitos RC (Resistencia en Capacitore). Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo. Recuperado de: http://cidecame.uaeh.edu.mx/lcc/mapa/PROYECTO/libro16/28_circuitos_rc_resistencia_en_capasitore.html
- Pereda, J. (s.f.) Tema 4. Condensadores y bobinas. Universidad de Cantabria. Recuperado de: https://personales.unican.es/peredaj/pdf_Apuntos_AC/Presentacion-Condensadores-y-Bobinas.pdf
- Universidad de Málaga. (s.f.) CARGA Y DESCARGA DE UN CONDENSADOR. Universidad de Málaga. Recuperado de: http://webpersonal.uma.es/~jmpeula/carga_y_descarga.html
- Universidad de Granada. (s.f.) Fenómenos transitorios: carga y descarga de un condensador. Universidad de Granada. Recuperado de: https://www.ugr.es/~fteorica/Docencia/Laboratorio/Web_Labo_FisicaGeneral/guion es/Ing/2_Fenomenos_Transitorios_Condensador.pdf
- Pereda, J. (s.f.) Tema 5. Análisis Transitorio de Circuitos de Primer y Segundo Orden. Universidad de Cantabria. Recuperado de: https://personales.unican.es/peredaj/pdf_Apuntos_AC/Presentacion-Analisis-Transitorio.pdf