

# Cuestionario 2

---

**David Gil Bautista**

**45925324M**

**1.- ¿Identificar la/s diferencia/s esencial/es entre el plano afín y el plano proyectivo? ¿Cuáles son sus consecuencias? Justificar la contestación.**

En un plano proyectivo las líneas paralelas se cortan en algún punto en el infinito, mientras que en el plano afín se mantienen paralelas.

Si realizamos una transformación en un plano proyectivo distorsionaremos las paralelas, en cambio, con un plano afín las paralelas seguirán siendo paralelas.

**2.- Demuestre que los punto de la recta del infinito del plano proyectivo son vectores del tipo  $(*,*,0)$  con  $*$  = cualquier número.**

Podemos representar un punto en un plano proyectivo 2D como un punto en un plano 2D con una coordenada homogénea.

$$(x, y, w) = (x/w, y/w) \text{ para } w \neq 0$$

El conjunto de las rectas que pasan por un punto  $(kx, ky, 1)$ , define los puntos en el infinito. Dicho punto lo podemos representar como  $(x, y, 1/k)$ . Cuando un punto está en el infinito  $1/k = 0$ .

Por tanto, los puntos en el infinito están en  $(x,y,0)$ .

**3.- En coordenadas homogéneas los puntos y rectas del plano se representan por vectores de tres coordenadas (notados  $x$  y  $l$  respectivamente), de manera que si una recta contiene a un punto se verifica la ecuación  $x^T l = 0$ . Puede verificar que en coordenadas homogéneas el vector de la recta definida por dos puntos afines puede calcularse como el producto vectorial de los vectores de ambos puntos ( $l = x \times x'$ ). De igual modo el punto intersección de dos rectas  $l$  y  $l'$  está dado por  $x = l \times l'$ . ¿Qué aportan las anteriores propiedades de cara a construir un algoritmo que calcule la intersección de dos rectas cualesquiera en el plano afín? Justificar la contestación.**

Sí, si  $x = l \times l'$  es el punto de intersección de dos rectas, claro que considero de interés las propiedades de cara a construir un algoritmo que calcule la intersección de dos rectas cualesquiera del plano ya que dicha propiedad lo resuelve.

**4.- Defina una homografía entre planos proyectivos que haga que el punto  $(2,0,3)$  del plano proyectivo-1 se transforme en un punto de la recta del infinito del plano proyectivo-2. Justificar la respuesta**

Siendo  $H$  nuestra homografía definida por:

$$H = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

Buscamos lo siguiente:

$$\begin{aligned} (*, *, 0) &= H(2, 0, 3) \\ (*, *, 0) &= (2a + 3g, 2b + 3h, 2c + 3i) \end{aligned}$$

Resolviendo:

$$2c + 3i = 0$$

Para cualquier valor de **[a,b,d,e,g,h,f]**, y con **[c,i]** los valores que obtenemos al resolver la ecuación anterior tenemos una homografía que transforma el punto **(2,0,3)** en **(\*, \*, 0)**, tomamos \* cualquier valor posible.

**5 Descomponer en composición de movimientos elementales (traslación, giro, escala, cizalla, proyectivo) cada una de las matrices de las siguientes homografías H1, H2 y H3:**

$$\begin{aligned} H1 &= \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.5 & 0 & 3 \\ 0 & 0.8 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \\ H2 &= \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & -3 \\ -0.5 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ H3 &= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

**Justificar las descomposiciones**






**6.- ¿Cuáles son las propiedades necesarias y suficientes para que una matriz defina una homografía entre planos? Justificar la respuesta**

Debe ser una matriz de tamaño 3x3 con determinante distinto de 0.

Siendo de este tamaño nos permite calcular los puntos en correspondencia de dos imágenes. Siendo el determinante distinto de 0 sabemos que es una matriz invertible, lo que nos permite calcular los puntos en correspondencia de la primera imagen a la segunda y viceversa.

7.-¿Qué propiedades de la geometría de un plano quedan invariantes si se aplica una homografía general sobre él? Justificar la respuesta.

[Richard Szeliski](#) página 164 - Parametric transformations.

Transformation	Matrix	# DoF	Preserves	Icon
translation	$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	2	orientation	
rigid (Euclidean)	$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	3	lengths	
similarity	$\begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	4	angles	
affine	$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	6	parallelism	
projective	$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$	8	straight lines	

Cada transformación preserva la propiedad que aparece en la columna *Preserves* y todas las inferiores de esa misma columna.

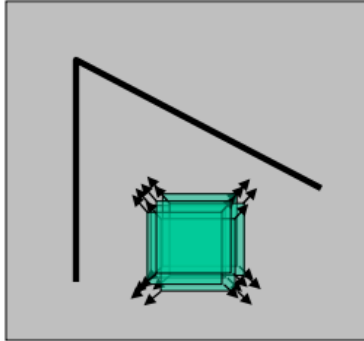
8.- ¿Cuál es la deformación geométrica más fuerte que se puede producir sobre la imagen de un plano por el cambio del punto de vista de la cámara? Justificar la respuesta.

Una proyección, lo único que conserva son las líneas rectas.

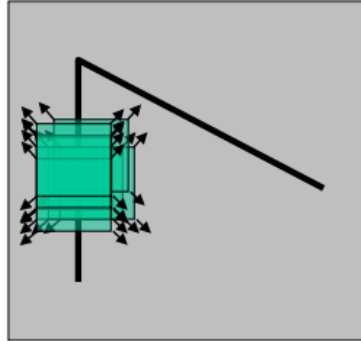
**9.-¿Qué información de la imagen usa el detector de Harris para seleccionar puntos? ¿El detector de Harris detecta patrones geométricos o fotométricos? Justificar la contestación.**

Información obtenida del siguiente [enlace](#).

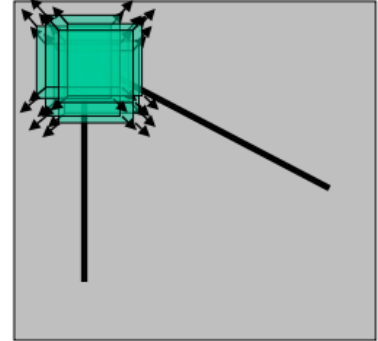
El detector usa las esquinas de las imágenes (la diferencia de intensidad entre varios píxeles).



**“flat” region:**  
no change in  
all directions



**“edge”:**  
no change along  
the edge direction



**“corner”:**  
significant change  
in all directions

Detecta patrones geométricos y fotométricos. Mediante los fotométricos podemos calcular los bordes, y en combinación con los geométricos somos capaces de encontrar las esquinas.

**10.- ¿Sería adecuado usar como descriptor de un punto Harris los valores de los píxeles de su región de soporte? En caso positivo identificar cuando y justificar la respuesta**

Como hemos visto en las diapositivas, el detector Harris es adecuado para imágenes en las que las transformaciones sean **rotaciones** ya que la respuesta será invariante, parcialmente invariante para cambios de intensidad y variante para transformaciones de escala.

**11.- ¿Qué información de la imagen se codifica en el descriptor de SIFT? Justificar la contestación.**

Información obtenida del siguiente [enlace](#).

Tras calcular los *KeyPoints* creamos una matriz de tamaño 16x16 centrada en cada uno de ellos. Dividimos dicha matriz en 16 bloques, una matriz de tamaño 4x4. Para cada uno de estos bloques calculamos el gradiente en 8 direcciones. En el descriptor guardamos la información de los gradientes.

**12.- Describa un par de criterios que sirvan para seleccionar parejas de correspondencias (“matching”) entre descriptores de regiones extraídos de dos imágenes. Justificar la idoneidad de los mismos**

Por ejemplo, los usados en la segunda práctica.

**Fuerza Bruta:** Comparar las correspondencias de la primera imagen en la segunda, hacerlo al igual con las correspondencias de la segunda en la primera. Escogeremos aquellas correspondencias que han coincidido en ambas consultas.

**KNN vecinos más cercanos:** Se escogen varios puntos de las imágenes y se calcula la correspondencia entre sus descriptores. Se comprueban los K vecinos más cercanos y si sus descriptores coinciden los escogemos.

En el primer ejemplo comprobamos todos los resultados, lo que resulta más laborioso, pero nos ofrece una solución óptima. En el segundo caso, es mucho más rápido y nos ofrece una buena solución.

**13.- Cual es el objetivo principal en el uso de la técnica RANSAC en el cálculo de una homografía.  
Justificar la respuesta**

Información obtenida del siguiente [enlace](#).

Encontrar aquella homografía que provoque que el error entre los puntos en correspondencias de las imágenes sea el mínimo.

**14.- ¿Si tengo 4 imágenes de una escena de manera que se solapan la 1-2, 2-3 y 3-4. ¿Cuál es el número mínimo de parejas de puntos en correspondencias necesarios para montar un mosaico?  
Justificar la respuesta**

Para **solapar dos imágenes** necesitamos **como mínimo dos parejas de puntos** para calcular la homografía. Para solapar las imágenes vamos a necesitar tres homografías. Por tanto, si para cada homografía tenemos dos parejas de puntos y tenemos tres homografías, necesitaremos un total de 6 parejas de puntos en correspondencia.

**15.- En la confección de un mosaico con proyección rectangular es esperable que aparezcan deformaciones de la escena real. ¿Cuáles y por qué? ¿Bajo qué condiciones esas deformaciones podrían desaparecer? Justificar la respuesta**

En todas las imágenes puede haber un cambio de tonalidad y luminosidad si tomamos las imágenes de forma seguida. Para solucionar esto podríamos ajustar las imágenes para que coincidan.

El hecho de ir tomando una imagen tras otra puede hacer que capturemos distintos elementos en las imágenes. Podríamos solucionar esto usando varios dispositivos para capturar todas las imágenes en el mismo instante.

Para tomar varias imágenes vamos girando el dispositivo, si tomamos imágenes de un paisaje que está a bastante distancia podemos representarla en una proyección rectangular sin que se aprecien las deformaciones. En caso de que hagamos un mosaico dentro de una habitación, lo óptimo sería representar las imágenes en el interior de una esfera.