

# Lambda-calcul 2: types

## Introduction à la sémantique formelle

David Blunier · Université de Poitiers L3 · Printemps 2025



# Types

- Une grande innovation de LL est l'introduction de **types**.
- Les **types** nous permettent de représenter et de définir un nombre infiniment grand d'entités dans LL.
- Un **type** désigne la catégorie syntaxique d'une expression donnée dans LL.
- Ils servent à représenter quel type de dénotation une expression peut avoir, ainsi qu'à contraindre le type d'expressions avec lequel ils peuvent se combiner.

# Types

- Nous avons deux types de base dans LL:  $e$  et  $t$ .

## Types

$e$ : le type correspondant aux **entités**, représentant des **individus** (variables, constantes);

$t$ : le type correspondant aux **valeurs de vérité**, représentant des formules.

# Types

- À partir de ces types simples, nous pouvons créer des **types complexes**, également appelés des **types-fonctions**:

$$\langle e, t \rangle$$

Ce type correspond à une fonction: une fonction prenant des individus (type  $e$ ) et renvoyant à une valeur de vérité (type  $t$ ).

# Types

- Il n'y a pas de limites quant à la complexité des types: nous pouvons les créer de **façon réursive**:

$$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$$

Ceci correspond à une fonction demandant un individu, et renvoyant à une fonction demandant un autre individu et renvoyant à une valeur de vérité.

- Il s'agit du type des prédicats transitifs comme *aimer*, *être le frère de*.

# Types

- Voici la définition récursive des types:

$e$  est un type;

$t$  est un type;

Si  $\sigma$  est un type et  $\tau$  est un type, alors  $\langle \sigma, \tau \rangle$  est un type;

Rien d'autre n'est un type.

- Comme d'habitude,  $\sigma$  et  $\tau$  sont des **méta-variables** sur des types.

# Types

- Par exemple, les éléments suivants sont des types d'après notre définition:

$e$

$\langle e, e \rangle$

$\langle e, t \rangle$

$\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$

$\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$

$\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$

$\langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle, t \rangle$

...

# Exercice

- Identifiez le type de chacune des expressions suivantes:

$\lambda x.x$

$\lambda x.P(x)$

$P$

$db$

$x$

$P(x)$

$[\lambda x.P(x)](s)$

$P(f)$

$\lambda y.\lambda x.R(x, y)$



## Exercice

- Identifiez le type de chacune des expressions suivantes:

$\lambda x.x$      $\langle e, e \rangle$

$\lambda x.P(x)$      $\langle e, t \rangle$

$P$      $\langle e, t \rangle$

$db$      $e$

$x$      $e$

$P(x)$      $t$

$[\lambda x.P(x)](s)$      $t$

$P(f)$      $t$

$\lambda y.\lambda x.R(x, y)$      $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$